

3次元有限要素法による鹿児島湾の潮流解析

水野孝明, 菊川浩行*

Three Dimensional FEM Analysis of the Tide in Kagoshima Bay

Takaaki Mizuno and Hiroyuki Kikukawa*

Key words : finite element method, Quoddy3, Kagoshima Bay, tide, Lagrange particle

Abstract

Three-dimensional tidal flow patterns in Kagoshima Bay were calculated using Quoddy3 developed in Dartmouth College. Temperature and salinity were assumed to be uniform and only M2 harmonic component was adopted. The behavior of Lagrange particles scattered on the sea surface was also investigated. The current around the center of Sakurajima Channel increased abruptly and decreased gradually at both flood and ebb tides. The current speed of the bottom layer around the center of Sakurajima Channel was about half that of the surface layer. A strong southward residual current appeared along the west coast of the central basin, as well as a weak northward residual current along the east coast. The surface and bottom residual currents were comparatively different at the center of the basin and the locations where the surface residual current was large. The directions and distances traveled by Lagrange particles were seriously affected by slight spatial and temporal differences of the particles, particularly at Sakurajima Channel. Even in locations with weak residual current, some of the Lagrange particles traveled long distances.

鹿児島湾は南北約70 km、東西約25 kmの細長い湾で、南に開いた湾口部のおよそ150 km南を黒潮が流れている。湾央部は最大水深230 mで、湾奥部は平均水深140 m（最深部は200 m以上）の世界でも珍しい深い湾である。湾央部と外洋を結ぶ湾口部は水深約100 mのシルになっており、湾奥部と湾央部は幅約4 km、水深約40 mの西桜島水道で繋がっているだけの非常に閉鎖性の強い湾である（Plate 1a）。海水交換は、潮流流、密度流^{1,2)}吹送流、不定期の外洋水の流入³⁻⁵⁾、河川水の流入などによって行われると考えられる。

潮流の観測⁶⁾も行われているが、観測には時間や季節によって変化する吹送流・密度流・河川水の流入の影響

が含まれるし、海水交換に主としてかかわる潮流残差流は潮流の約100分の1程度なので、観測は難しい。数值解析を用いた潮流および潮流残差流の研究は、有限要素法による計算法の開発^{7,8)}を兼ねて、初めに水平2次元、M2潮流成分のみで行われ、湾中央部に反時計回りの潮流残差流が存在することが示された。その後、4分潮を入れた解析⁹⁾がなされ、湾内における分潮の大きさの分布を評価するとともに、潮流及び潮流残差流のパターンは大潮、小潮によってあまり変化しないという結果を得た。最近、差分法による3次元解析¹⁰⁾も試みられているが、この論文では、渦粘性項の評価をより精密に行うとともに、複雑な地形には差分法よりも有利であるとい

鹿児島大学水産学部環境情報科学講座 (Department of Environmental and Information Sciences, Faculty of Fisheries, Kagoshima University, 4-50-20 Shimoarata, Kagoshima 890-0056, Japan)

* Corresponding author, Email: kikukawa@fish.kagoshima-u.ac.jp

われている有限要素法を用いて、鹿児島湾の3次元潮流解析を行った。潮流成分はM2のみとし、プログラムは、Dartmouth College の D. R. Lynch ら^{11,12)}によって開発された Quoddy3 を用いた。また、オイラー的な潮汐流・潮汐残差流の解析の他に、海表面にラグランジュ粒子を置いて、その振る舞いを調べた。

1. 計算方法

1.1 支配方程式

水平方向の速度ベクトル $\mathbf{v} = (u, v)$ については

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{f} \times \mathbf{v} + g \nabla_{xy} \zeta - \frac{\partial}{\partial z} (N_m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}) = -\frac{g}{\rho_0} \int_z^{\zeta} \nabla_{xy} \rho dz + \mathbf{F}_m \quad (1)$$

を用いた。ただし、 \mathbf{f} はコリオリベクトル、 g は重力加速度、 N_m は鉛直方向の渦粘性係数、 \mathbf{F}_m は水平方向の渦粘性項である。鉛直上向の速度成分 w は質量の保存則から求めた：

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\nabla_{xy} \cdot \mathbf{v} \quad (2)$$

潮位 ζ については、質量の保存則を鉛直方向に積分して得られる方程式：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla_{xy} \cdot \int_{-h}^{\zeta} \mathbf{v} dz = 0 \quad (3)$$

を用いた。(1)~(3)式で

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{xy} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad \nabla_{xy} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (4)$$

という記号を用いた。 $\frac{d}{dt}$ は Lagrange 微分または実質微分と呼ばれる。水平方向の渦粘性項 \mathbf{F}_m については Smagorinsky¹³⁾ に従って、

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_m &= \nabla_{xy} \cdot (A \nabla_{xy} \mathbf{v}), \\ A &= 0.288^2 \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

を採用した。ここで δ はグリッドの大きさ、 \bar{u}, \bar{v} は速度 u, v をグリッド内で平均した値を示す。鉛直方向の渦粘性係数 N_m は

$$\frac{dq^2}{dt} - \frac{\partial}{\partial z} (N_q \frac{\partial q^2}{\partial z}) = 2N_m \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) - 2 \frac{q^3}{B_1 \ell} \quad (6)$$

$$\frac{dq^2 \ell}{dt} - \frac{\partial}{\partial z} (N_q \frac{dq^2 \ell}{\partial z}) = \ell E_1 N_m \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) - \ell W \frac{q^3}{B_1 \ell} \quad (7)$$

から、乱流運動エネルギー $q^2/2$ と混合長さ ℓ を求め¹⁴⁾ $N_m = 0.39327 q \ell$ とした。(6), (7)式で $B_1 = 16.6$, $E_1 = 1.8$ は実験から得られた定数で、 $N_q = 0.2 q \ell$ である。(7)式に現われる W は壁近接関数で、Blumberg ら¹⁵⁾ に従って h を水深として

$$W = 1 + 1.33 \left(\frac{\ell}{0.4(z+h+1)} \right)^2 + 0.25 \left(\frac{\ell}{0.4(\zeta-z+1)} \right)^2 \quad (8)$$

を使用する。これは、海底と海表面に 1 m の境界層を仮定したことによると相当する。

海底ではよく用いられるスリップ条件を採用した：

$$N_m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \Big|_{z=-h} = C_d | \mathbf{v}_b | \mathbf{v}_b \quad (9)$$

海底摩擦係数 C_d は 0.005 とした。 q^2 については、海表面と海底で Dirichlet 境界条件

$$q^2 = 16.6^{2/3} | N_m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} | \quad (10)$$

を用いる。また、海底の混合長 ℓ は von Karman の定数 0.4 で与え、海表面の混合長は 0 とした。鉛直上向の速度成分 w について、海表面で

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{xy} \zeta, \quad (11)$$

海底で

$$w = -\mathbf{v} \cdot \nabla_{xy} h \quad (12)$$

という境界条件を課した。

1.2 メッシュ分割

鹿児島湾の水平方向の3角形分割図を Fig. 1 に示す。複雑な海岸・海底地形を持つ桜島水道付近を細かく分割した。節点数は 3677、要素数は 6784 である。各節点

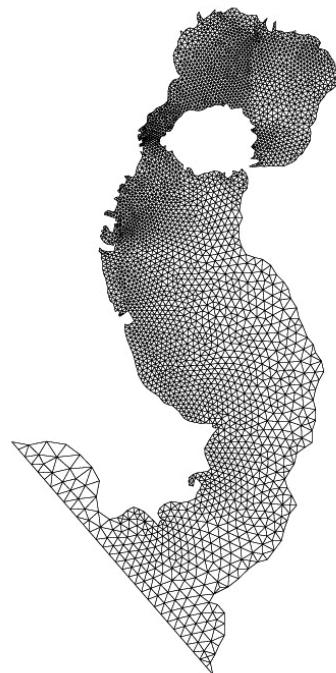


Fig. 1. Division of Kagoshima Bay by two-dimensional simplex elements. The number of elements (node) is 6784(3677).

の水深 (Plate 1a) はデジタイザーで入力したものから内挿した。

鉛直方向については各節点で海底から海表面までを 10 分割し、節点番号は海底を 1、海表面を 11 とした。鉛直方向の節点番号 j の座標 $z(j)$ は以下の式で与えた：

$$z(j) = -h + \varepsilon(h + \zeta) - \beta \sin(2\pi\varepsilon), \\ \varepsilon = (j-1)/10, \\ \beta = ((h + \zeta)/10 - 1)/\sin(2\pi/10) \quad (13)$$

ただし $\beta \leq 0$ になる場合は、 $\beta=0$ とする。 (13) 式の中で β に比例する項は、海底近くの鉛直方向のメッシュサイズを海底境界層 (1 m) と同じにする効果がある。

1.3 湾口境界条件、初期条件

湾口には振幅 0.748 m、位相 197.80 度、周期 12.42 時間の M 2 潮位を与えた (Fig. 2)。また、冬季を想定して、水温 (15.5°C)、塩分 (34.0 psu) は一定とした。流速 0、潮位 0 の初期条件を与え、10 hour 付近 (Fig. 2 参照) の引き潮が始まる時間から始めて 30 周期の計算を行った。

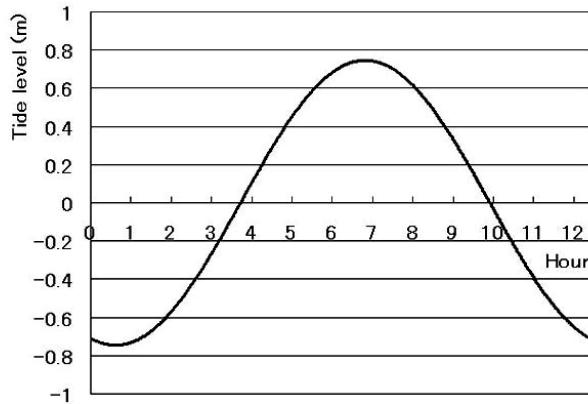


Fig. 2. Tidal level at the mouth of the bay. The amplitude is 0.748 m, the phase delay is 197.80 degrees and the period is 12.42 h.

1.4 流量の保存

Fig. 3a に各周期の湾口における流入量と流出量を、Fig. 3b に流入量と流出量との比を示す。水平 2 次元の計算⁸⁾では、4 周期の後きれいに収束したが、今回は 10 周期以降に振動が見られる。振動の原因はよくわからないが、15 周期以降、計算は安定しているものとみなした。

2. 潮汐流

この章では、桜島水道付近に絞って潮汐流の計算結果を示す。Fig. 4 は低潮時 (a)，漲潮時 (b)，満潮時 (c)，

落潮時 (d) における海表面流速である。流速の大きさは 0.5 m/s を少し越える程度で、観測結果⁶⁾と同じオーダーである。

桜島水道内に Fig. 5 に示した a～f の 6 点を取り、その場所におけるホドグラフを Fig. 6 に示す。流速は a 点から e 点までは徐々に大きくなり、f 点では小さくなっている。表層、中層、底層の順に流速が小さくなっているが、表層と中層の流速の差は少なく、底層との差は大きい。流速の向きは、a 点から f 点まで反時計回りに少しづつ回転しているが、b, c, e の各点では鉛直方向にも変化があり、b, c 点では表層、中層、底層の順にわずかながら時計回りに回転し、e 点では流入時は時計回り、流出時は反時計回りに回転している。

潮汐流の例として、Fig. 7 に Fig. 5 の c 点における 1 周期間の表層、中層、低層の流速を潮位の変化と共に示した。Fig. 7 の上(下)図は東西(南北)方向の流速である。南北方向の流速は東西方向のおよそ 2 倍になっている。海表面から海底まで位相はほとんど変化していないが、その形はきれいな正弦曲線ではない。流入・流出時とも、初めに急激な流速の増加があり、最大流速に達

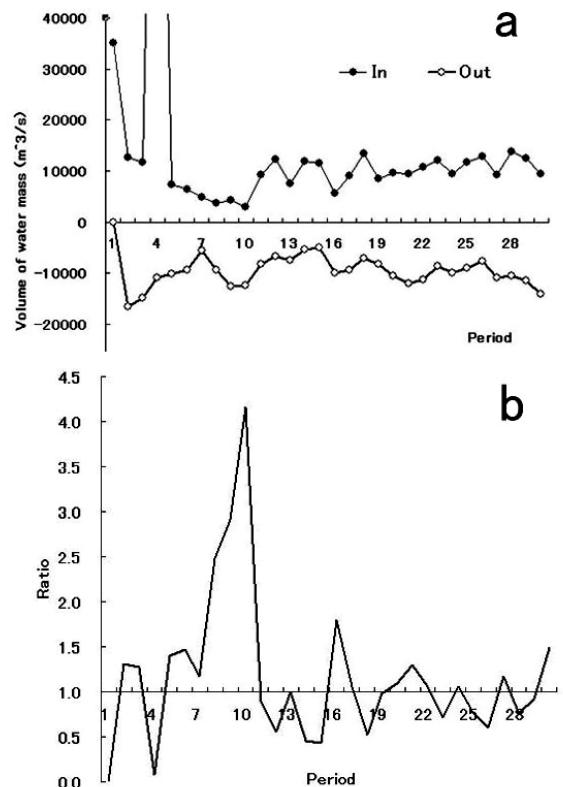


Fig. 3. (a) Calculated inflow (thin line with black circle) and outflow (bold line with white circle) water masses in each period at the mouth of the bay, and (b) the ratio of outflow to inflow water masses.

した後、徐々に流速を減じている。また、表層と中層の流速にはほとんど差が見られないが、底層の流速は約半分に落ち込んでいる。全体として流入速度の方が流出速度よりも大きく、流入方向の残差流に対応している。

平均潮位になるのは約3時間後と約10時間後であり、平均潮位よりも高い時間が方が平均潮位よりも低い時間よりも長い。また、平均潮位から満潮になるまでの時間は約4時間であるのに対して、満潮から平均潮位までの時間は約3時間と短くなっている。当然ながらこれらの傾向は場所によって異なる。

3. 残差流

Plate 1b-d と Plate 2 に残差流の様子を示した。Plate 1b (Plate 1c) は表層 (底層) の残差流で、Plate 1d は表層の残差流から底層の残差流を引いたものである。Plate 1b で顕著なのは湾央西岸に沿った南下流である。その幅は約2 km で水平2次元の計算⁷⁻⁹⁾で得られたものよりも狭く、流速は10 cm/s 以下で鹿児島市沖から南下するに従って遅くなる。湾央東岸に沿った北上流も

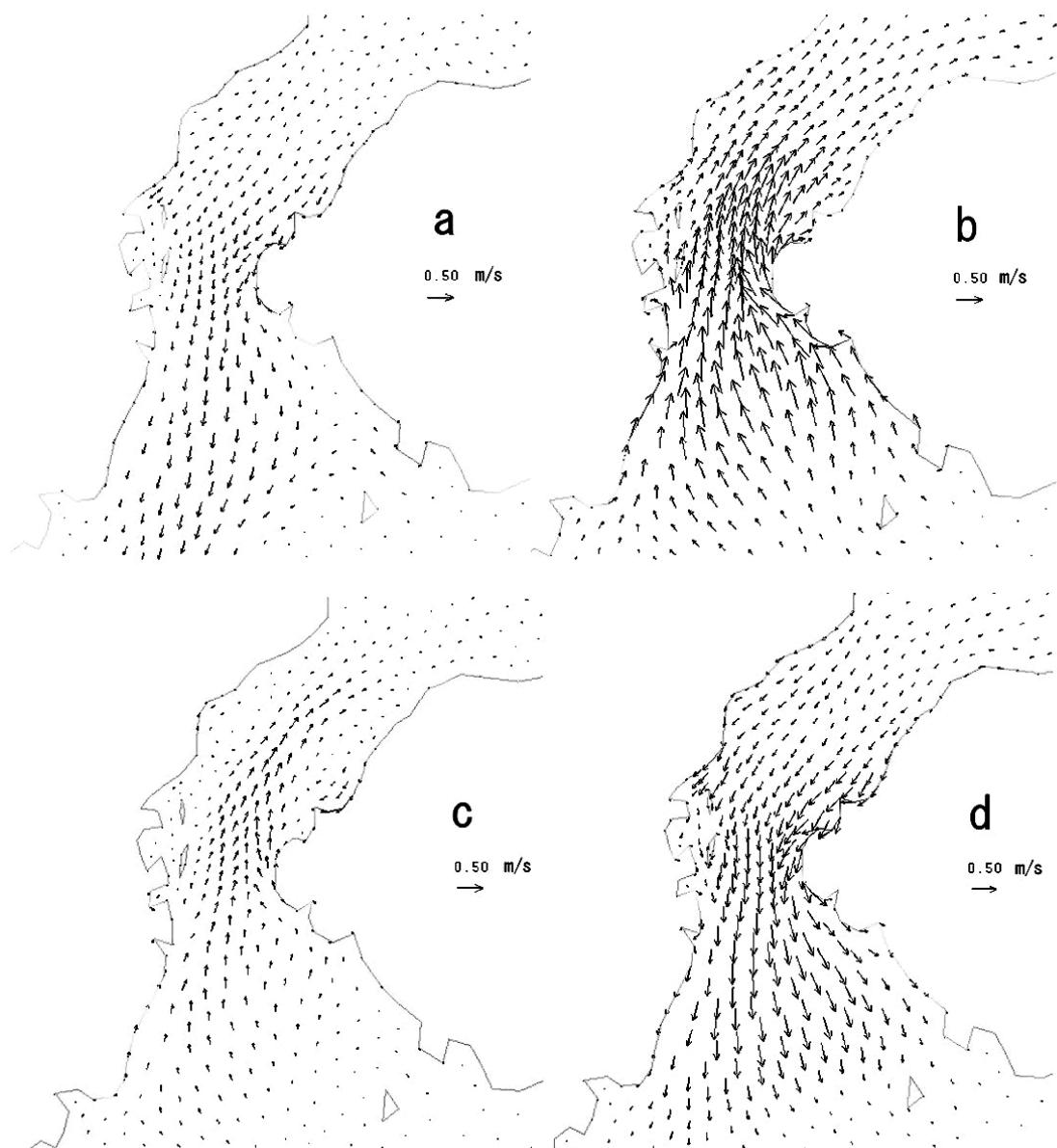


Fig. 4. Surface current patterns at Sakurajima Channel in (a) low water, (b) flood current, (c) high water and (d) ebb current.

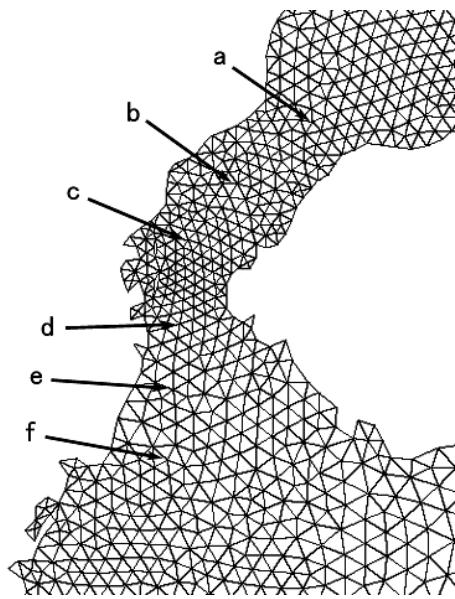


Fig. 5. Locations of the points earmarked for hodographs around Sakurajima Channel.

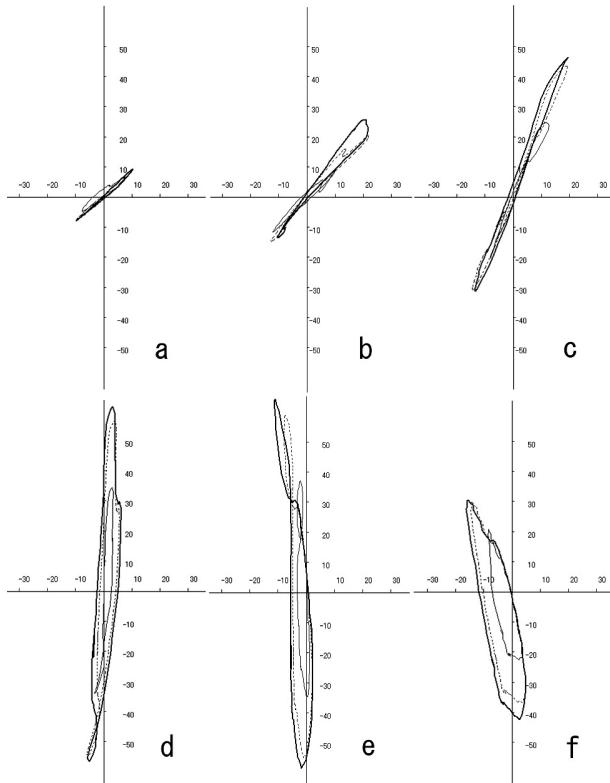


Fig. 6. Hodographs at the points a to f designated in Fig. 5. The bold, dashed, and thin lines denote the surface, middle, and bottom layer currents, respectively.

認められるが、流速は2 cm/s以下である。底層の残差流(Plate 1c)にも湾央西岸に沿った南下流と湾央東岸に沿った弱い北上流が認められるが、鹿児島市沖と桜島水道中央で表層との流速の差が大きい。このことは

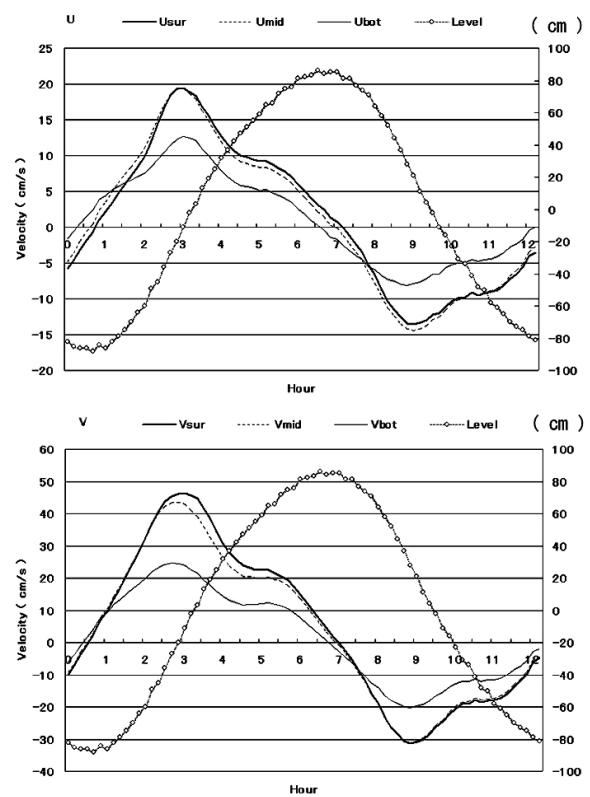


Fig. 7. Changes of the surface (bold line), the middle layer (dashed line), the bottom layer (thin line) currents and the sea level (dashed line with white circle) at the point c designated in Fig. 5. Upper and lower figures denote the eastward and northward currents, respectively.

Plate 1dでも見ることができる。鹿児島市沖より南の湾央西岸や湾央東岸にはめだった表層と底層の残差流の差は見られない。しかし、湾央中央部や湾奥には、表層の残差流よりも表層と底層の差の方が大きく、表層と底層の残差流が逆向きである場所も認められる。

Plate 2aに桜島水道から鹿児島市沖の表層残差流を拡大して示した。桜島水道の中央には、楕円形をした強い時計回りの渦が、鹿児島市沖では南下流が認められる。Plate 2bは同じ場所の表層と底層の残差流の差である。谷山沖付近の表層残差流は南向きなのに対して、残差流の差は南西向きである。Plate 2cに湾奥の拡大図を示す。湾奥には強い流れの構造はみられないが、岸近くに弱い時計回りの渦が数箇所（竜が水沖、加治木沖、福山沖、牛根沖、桜島北西部沖）で認められる。Plate 2dは湾口付近の拡大図である。様々な小さな渦があるが、大きく見ると西岸に沿った南下流と東岸に沿った北上流が認められる。なお、水平2次元の計算⁷⁻⁹⁾のときに見られた湾口北部（南部）の大きな時計回り（反時計回り）の渦は小さめに現われている。

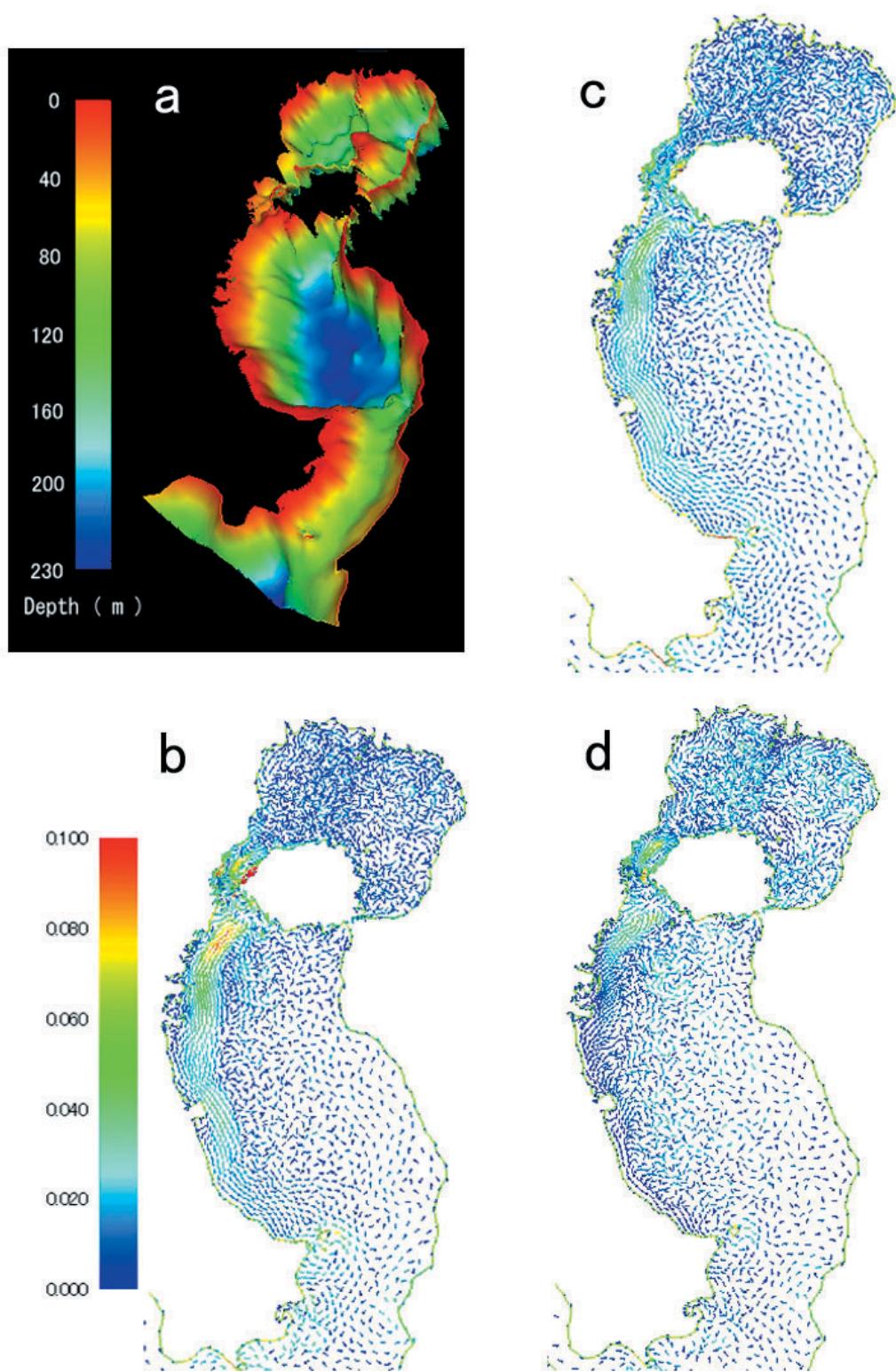


Plate 1. (a) Topograph of Kagoshima Bay used in the present calculation, (b) calculated tidal residual current at the surface layer, (c) at the bottom later and (d) the difference between surface and bottom layers. The unit of the color in Plates b to d is m/s.

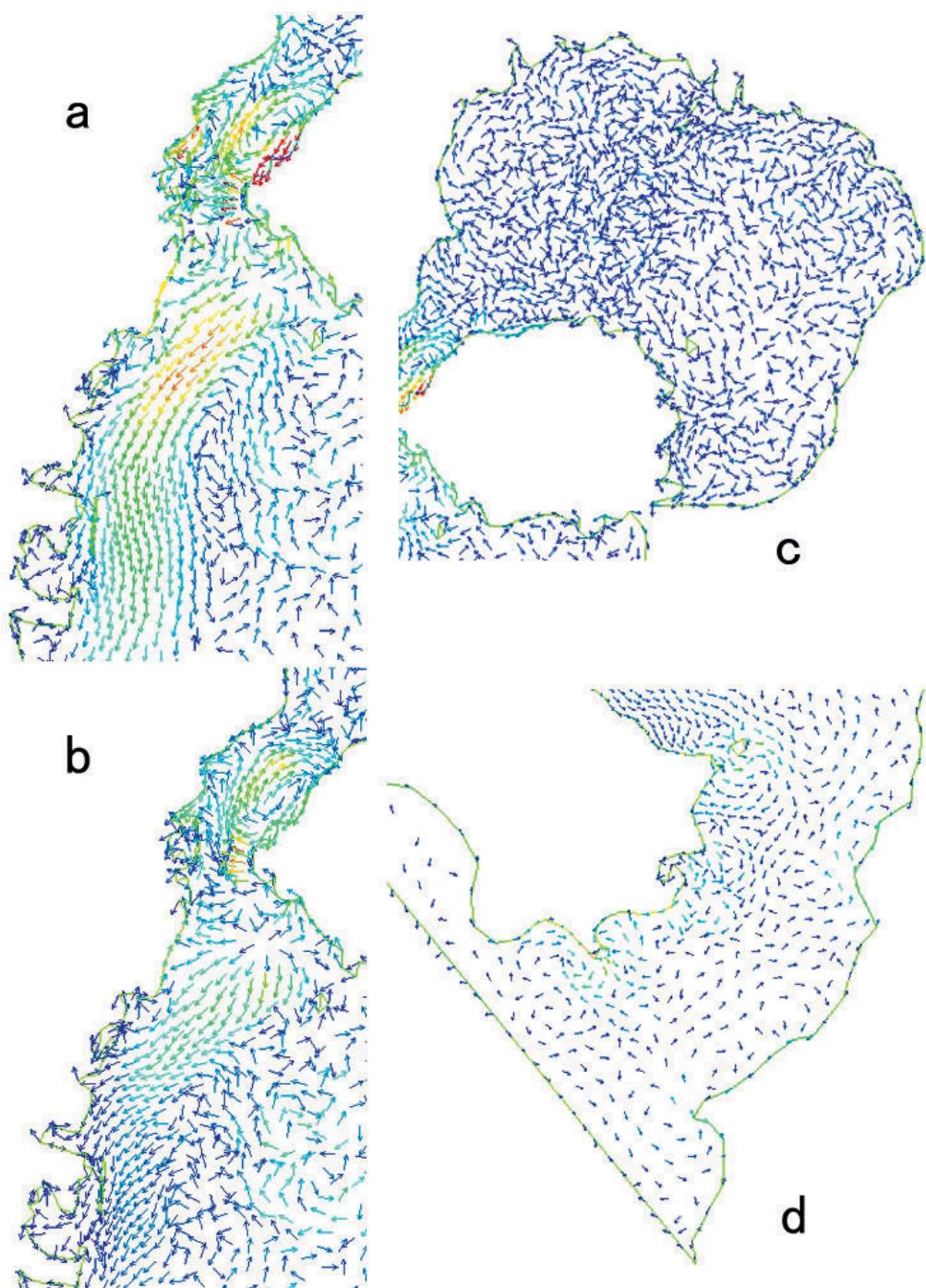


Plate 2. Calculated surface tidal residual current at (a) Sakurajima Channel, (c) the inner bay and (d) the mouth of the bay. The difference of the residual current between surface and bottom layers at Sakurajima Channel is shown in (b). The unit of the color is the same designated in Plate 1b.

4. ラグランジュ粒子

この章では、表層にラグランジュ粒子を8個投入し、その位置の変化を20周期(約10日間)に渡って追跡した結果を示す。投入時刻は1時間後(干潮時)(Plate 3のa1～g1)と7時間後(満潮時)(Plate 3のa2～g2)である。

4.1 桜島水道の北部(Plate 3a)

1時間後に投入した場合(a1)は、西岸よりの2個(青、茶)と桜島よりの4個(濃緑、赤、空色、紫)はあまり移動していないが、水道中央から西よりの2個(緑、薄紫)は南方に流れ、20周期後には谷山沖に達している。7時間後に投入した場合(a2)は、中央東よりの3個(濃緑、赤、空色)は南方に流れ、西岸よりの4個(青、茶、緑、薄紫)と桜島近くの1個(紫)は北方に流れ、湾奥北岸に達している。

4.2 桜島水道の中央部(Plate 3b)

1時間後に投入した場合(b1)、西岸の2個(青、茶)はほとんど移動していないが、残りの6個(緑、薄紫、濃緑、赤、空色、紫)はすべて南方に移動している。7時間後に投入した場合(b2)も西岸の2個(青、茶)はほとんど移動しない。中央西よりの2個(緑、薄紫)は最初北方に流れ、その後南方に移動し、東よりの4個(濃緑、赤、空色、紫)は北方に向かう傾向にある。特に桜島近くの1個(紫)は桜島水道の北部に投入した場合と同じく湾奥北岸にまで達している。

4.3 桜島水道の南部(Plate 3c)

1時間後に投入した場合(c1)は初め南西方向に、その後南東方向に移動するが、粒子の位置は様々に入れ替わっている。7時間後に投入した場合(c2)、中央の5個(茶、緑、薄紫、濃緑、赤)と桜島近くの1個(紫)は初め少し北方に移動した後、南西方向から南東方向に流れ。西岸の1個(青)は桜島海岸まで達した後水道入口付近に留まっている。また、右から2個目(空色)の粒子は、桜島海岸に沿って南東方向に移動している。

4.4 喜入沖付近(Plate 3d)

1時間後に投入した場合(d1)は喜入石油備蓄基地の南東角の1個(空色)以外の粒子は基地周辺に留まっている。空色の粒子は初め東方へ流れられた後北東に向きを変え、20周期後には湾央東岸付近に達している。7時

間後に投入した場合(d2)すべての粒子が北東に流れ、湾央中央付近に移動している。

4.5 湾口(Plate 3e)

1時間後に投入した場合(e1)も7時間後に投入した場合(e2)も最初の移動方向が異なるだけで往復運動を繰り返すかほとんど移動していない。往復運動の距離は東岸に近づくほど大きくなる傾向にある。

4.6 垂水沖(Plate 3f)

1時間後に投入した場合(f1)も7時間後に投入した場合(f2)も南西方向に移動している。移動距離は1時間後に投入した場合の方が大きい傾向にあり、7時間後に投入した場合、湾東岸に沿って南下する粒子も認められる。

4.7 牛根沖(Plate 3g)

1時間後に投入した場合(g1)は、初め南西方向に少し移動した後北東方向に移動する。7時間後に投入した場合(g2)はそのまま北東方向に移動して福山方面に向かい、湾奥東岸に達しているものも認められる。

ラグランジュ粒子の移動は往復運動を除けば残差流に依存するものと思われるが、鹿児島湾の場合、鹿児島市沖に投入した粒子の移動のほかは、八代海^{16,17)}に比べて残差流による説明が難しい場合が多かった。特に桜島水道では、わずかな投入位置の違いがその後の粒子の移動方向や移動距離に大きく影響している。また、残差流がほとんど認められない牛根でも、桜島水道に投入した粒子に匹敵する移動を示したものも認められた。これは、鹿児島湾では強い残差流の構造が(湾央西岸の南下流以外)認められないことが原因と思われる。

今回はM2潮汐のみを考えたが、実際のラグランジュ粒子の移動には、風や河川水の影響が大きいと考えられ、湾口付近では外洋水の振る舞いも大きく影響する。また、実際の粒子は、ここで扱ったような質点ではなくそれぞれの特性を持っているので、その物質に応じた取り扱いが必要である。

5. まとめ

3次元有限要素法Quoddy3用いて鹿児島湾の3次元潮流解析を行った。主な結果は：1) 桜島水道中央付近の流れでは、流入・流出時とも初めに急激な流速の増加があり、最大流速に達した後徐々に流速を減じる。また、表層と中層の流速にはほとんど差が見られないが、底層

の流速は約半分の大きさである。2) 残差流では湾央西岸に沿った強い南下流が顕著である。湾央東岸に沿った北上流も認められるが流速は小さい。3) 表層と底層の残差流の違いは潮汐流の大きい所と湾央・湾奥中央部で大きい。4) ラグランジュ粒子の投入時間やわずかな投入位置の違いによって移動方向や移動距離が大きく異なる。また、残差流のほとんどない海域でも大きく移動する場合がある。

今回は冬季を想定し水温・塩分を一定とした潮汐流のみの解析を行った。水温・塩分や河川水の流入を考慮し、潮汐よりも時間スケールの長い密度流の解析を行うことは興味のある研究課題である。鹿児島湾における密度流の季節変化の把握を試みた数値解析は、簡単な境界条件を用いた鉛直2次元解析²⁾があるのみである。精密な3次元密度流の解析のためには、海と大気との熱量のやり取りや、湾口における境界条件に使用する信頼できるデータが必要とされる。また、10～100年スケールの計算を行わなければならぬと考えられ、3次元の計算結果の表示も難しそうである。密度流は海水交換に大きな役目を果たすと思われるが、流速は非常に小さく観測は難しいと思われるので、将来の数値解析に期待したい。

謝 辞

鹿児島湾の3角形分割は、幸野淳一氏によるものです。ここに謹んで謝意を表します。

文 献

- 1) Takahashi, T. (1981). Seasonal differences of the circulation processes in a coastal basin nearly closed by land. *Ocean Management*, **6**: 189-200.
- 2) Kikukawa, H., A. Harashima, H. Hama and K. Matsuzaki (1997). A numerical study of the seasonal differences of circulation processes in a nearly closed coastal basin. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, **44**: 557-567.
- 3) 大谷賢樹、菊川浩行、折田和三、幸野淳一、木下紀正（1998）：鹿児島湾への外洋水の流入。海の研究, 7(4): 245-251。
- 4) Kohno,J., K.Hosotani, Y.Ono and H.Kikukawa (2004). Warm water intrusion into Kagoshima Bay. *J. Visualization*, **7**(4): 331-340.
- 5) 細谷和範、菊川浩行（2005）。鹿児島湾への暖水流入に関する流れ解析。日本リモートセンシング学会誌, 25(5): 443 – 458.
- 6) 第十管区海上保安本部（1977）。鹿児島湾の潮流。
- 7) Kikukawa, H. and N. Komaki (1987). Numerical simulation of tide in Kagoshima Bay by two-dimensional subdomain finite element method. *Mem. Fac. Fish. Kagoshima Univ.*, **36**: 177-187.
- 8) Kikukawa, H. (1988). Numerical simulation of tidal residual flow by an explicit subdomain finite element method. *Computers & Fluids*, **16**(2): 195-206.
- 9) Kikukawa, H. and H. Ichikawa (1990). A numerical study of a tide with four harmonic constituents at the open boundary. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **46**(4): 143-155.
- 10) 細谷和範(2006). 鹿児島湾の流れの組織構造解析。海の研究(投稿中)。
- 11) Lynch, D.R., and C.E. Naimie(1993). The M2 tide and its residual on outer banks of Gulf of Maine. *J. Phys. Oceanogr.*, **23**: 2222-2253.
- 12) Lynch, D.R., J.T. Ip, C.E. Naimie and F.E. Werner (1996). Comprehensive coastal circulation model with application to the Gulf of Maine. *Continental Shelf Res.*, **16**(7): 875-906.
- 13) Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment. *Monthly Weather Rev.*, **91**: 99-164.
- 14) Mellor, G.L. and T. Yamada (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**: 851-875.
- 15) Blumberg, A.F., B. Galperin and D.J. O'Connor (1992). Modeling vertical structure of open-channel flows. *ASCE J. Hydraulic Engineer.*, **118**: 1119-1134.
- 16) Kohno, J., H. Kikukawa and K. Ueda (2001). Numerical study of tidal water mass exchange in an inland sea with archipelago. *J. Visualization*, **3**(4): 369-378.
- 17) 横山貴弘、幸野淳一、菊川浩行、上田耕平（2001）。有明海・八代海における潮流と拡散。鹿児島大学水産学部紀要, 50: 1 – 12.

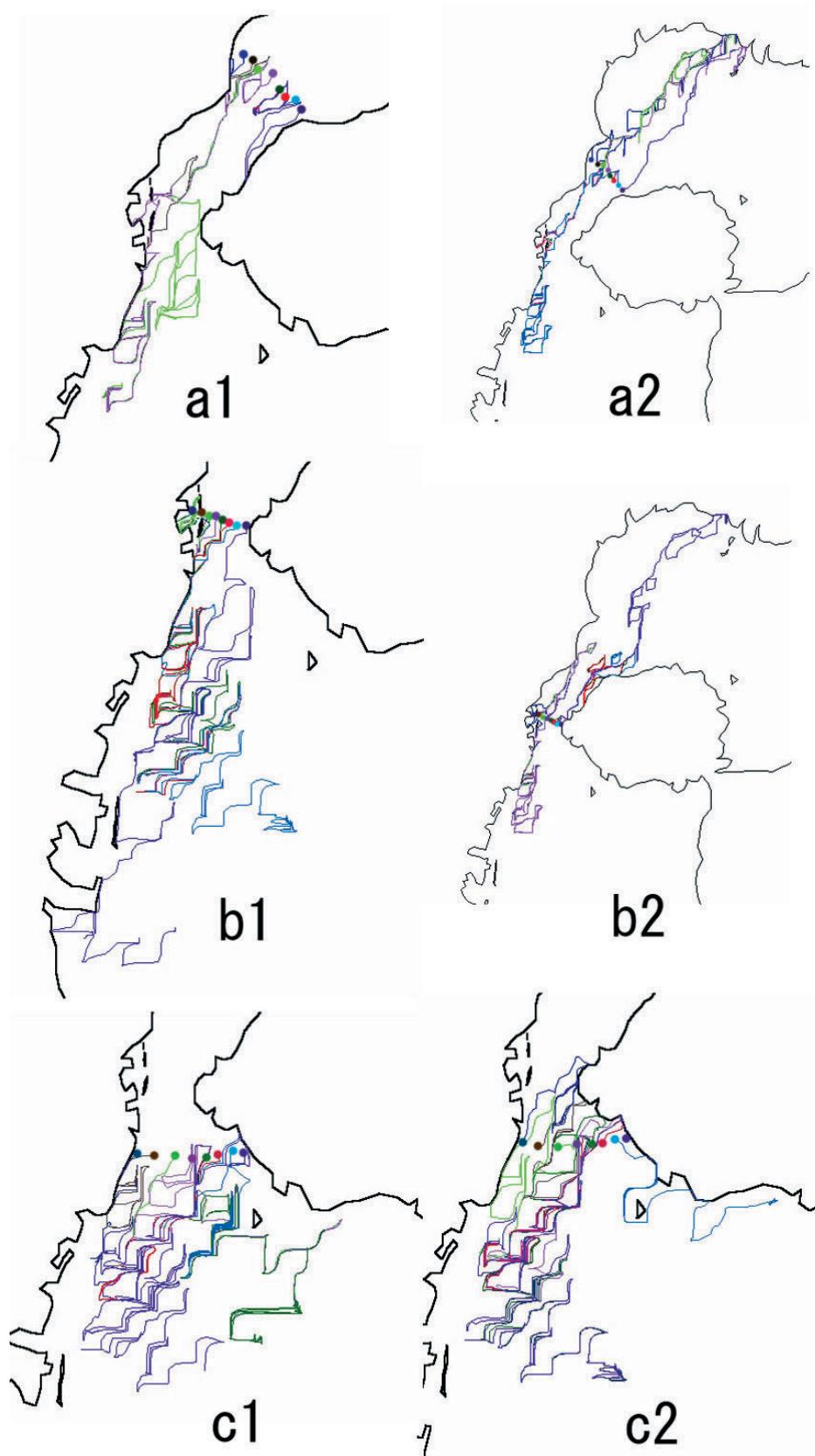


Plate 3. Behavior of Lagrange particles at (a) north Sakurajima Channel, (b) middle Sakurajima Channel, (c) south Sakurajima Channel, (d) off Kiire oil reservation base, (e) the mouth sill of the bay, (f) Tarumizu fish farm, and (g) Ushine fish farm. Suffixes 1 and 2 denote that the throw of Lagrange particles was done at low and high water, respectively.

