

## 二次安定化補正の拡大次元自動抽出制御によるシミュレーション実験

著者	高田 等, 松元 大悟, 八野 知博
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	45
ページ	7-13
別言語のタイトル	ON SIMULATION OF THE AUGMENTED AUTOMATIC CHOOSING CONTROL USING A QUADRATIC STABILIZATION THEORY
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10232/610">http://hdl.handle.net/10232/610</a>

## 二次安定化補正の拡大次元自動抽出制御によるシミュレーション実験

著者	高田 等, 松元 大悟, 八野 知博
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	45
ページ	7-13
別言語のタイトル	ON SIMULATION OF THE AUGMENTED AUTOMATIC CHOOSING CONTROL USING A QUADRATIC STABILIZATION THEORY
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10232/00001252">http://hdl.handle.net/10232/00001252</a>

# 二次安定化補正の拡大次元自動抽出制御による シミュレーション実験

高田 等\* 松元 大悟\*\* 八野 知博\*

## ON SIMULATION OF THE AUGMENTED AUTOMATIC CHOOSING CONTROL USING A QUADRATIC STABILIZATION THEORY

Hitoshi TAKATA , Daigo MATSUMOTO and Tomohiro HACHINO

We consider a global stabilization of an augmented automatic choosing control(AACC) approach for nonlinear systems. The AACC is designed by augmenting a stable zero dynamics and by smoothly uniting a set of LQ controls based on the sectionwise Taylor expansion. Moreover, another control designed by a quadratic stabilization theory is added to it for securing a global stability of the system. Simulation results show that the new control improves the transient stability of an electric power system remarkably.

**Keywords:** Nonlinear system, LQ control, Augmented automatic choosing control, Quadratic stabilization

### 1. はじめに

システムは一般に線形システムと非線形システムに大別される。現実のシステムにおいては、そのほとんどが非線形システムである。その取り扱いにおいて線形システムは容易であるが、非線形システムは容易でない。非線形性の強いシステムの制御法として我々は拡大次元自動抽出制御法を提案してきた<sup>1)2)3)</sup>。この手法は、まず非線形性を考慮していくつかの領域に分割し、各小領域ごとにテラー展開一次近似により線

形化を行い、区分的線形最適制御則群を構成する。この時、テラー展開の定数項に安定なゼロダイナミクス変数を導入して乗ずることにより定数項のない次元拡大システムを構成する。次に、各領域ごとに構成した最適制御則群をシグモイド型自動抽出関数により滑らかに結合し、全領域を対象とした単一フィードバック制御則を合成する手法である。本論文ではさらに二次安定化論<sup>4)5)6)</sup>を適用することにより、大域的ロバスト安定性の確保を目的とした。すなわち、非線形システムに対するロバスト安定な拡大次元型の自動抽出制御(RACC:Robust automatic choosing control)の合成である。本手法を電力系統の一機無限大母線システムに適用し、シミュレーション実験でその有効性を確かめた。

2003年8月31日受理

\* 電気電子工学科

\*\* 博士前期課程電気電子工学専攻

## 2. 拡大次元自動抽出制御法

非線形システム：

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad x \in \mathbf{D} \quad (1)$$

の制御問題について考える。

ただし、 $\bullet = d/dt$ ,  $x = [x[1], \dots, x[n]]^T$  は  $n$  次元状態ベクトル、 $u = [u[1], \dots, u[r]]^T$  は  $r$  次元制御ベクトル、 $f$  は連続微分可能な非線形  $n$  次元ベクトル値関数で  $f(0) = 0$ 、 $g$  は連続微分可能な非線形  $n \times r$  行列値関数で  $g(0) \neq 0$ 、 $\mathbf{D} \subset R^n$  は有界凸閉集合の定義域、右肩  $T$  は転置記号である。

連続微分可能な  $L$  次元分離ベクトル値関数  $C: \mathbf{D} \rightarrow R^L$  を導入し、その値域を  $D$  とする。次に領域  $D$  を  $M+1$  個の小領域に分割  $D = \cup_{i=0}^M D_i$  する。(1) 式に対し、各小領域  $D_i$  ごとに、 $\hat{X}_0 = 0$  および  $\hat{X}_i \in C^{-1}(D_i)$  点近傍でのテーラー展開線形化は、

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad \text{on } C^{-1}(D_i) \quad (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_i &= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x^T} \right|_{x=\hat{X}_i} \\ w_i &= f(\hat{X}_i) - A_i \hat{X}_i \\ B_i &= g(\hat{X}_i) \end{aligned}$$

である。ここで、安定なゼロダイナミクス  $\dot{x}[n+1] = -\sigma_i x[n+1]$  を導入し、(2) 式を次のように拡大次元化する。

$$\dot{\mathbf{X}} = \bar{A}_i \mathbf{X} + \bar{B}_i u \quad (3)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [x[1], \dots, x[n], x[n+1]]^T \\ \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix} \\ \bar{B}_i &= \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。ここで、 $x[n+1](0) \simeq 1$ ,  $0 < \sigma_i \ll 1$  である。

次に二次形式評価関数：

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + u^T \mathbf{R} u) dt \quad (4)$$

を導入する。ただし、 $\mathbf{Q}$  は  $(n+1) \times (n+1)$  準正定値対称行列、 $\mathbf{R}$  は  $r \times r$  正定値対称行列である。

(3)、(4) 式より、LQ 制御則：

$$u_i(\mathbf{X}) = -R^{-1} \bar{B}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{X} \quad (5)$$

が得られる。

ただし  $\mathbf{P}_i$  はリカッチ方程式：

$$\mathbf{P}_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{Q} - \mathbf{P}_i \bar{B}_i \mathbf{R}^{-1} \bar{B}_i^T \mathbf{P}_i = 0 \quad (6)$$

の解の  $(n+1) \times (n+1)$  正定値対称行列である。これを用いて拡大次元型自動抽出制御：

$$u(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^M u_i(\mathbf{X}) I_i(x) \quad (7)$$

が得られる。ただし、 $I_i(x)$  は  $D_i = \Pi_{j=1}^L [a_{ij}, b_{ij}]$  上でほぼ1、それ以外の領域ではほぼ零となるようなシグモイド型自動抽出関数：

$$I_i(x) = \prod_{j=1}^L \left\{ \frac{1}{1 + \exp(2N(C_j(x) - a_{ij}))} - \frac{1}{1 + \exp(-2N(C_j(x) - b_{ij}))} \right\}$$

である。ここで  $N$  は正の実数である。図-1 に領域分割とテイラー展開を、図-2 に自動抽出関数を示す。

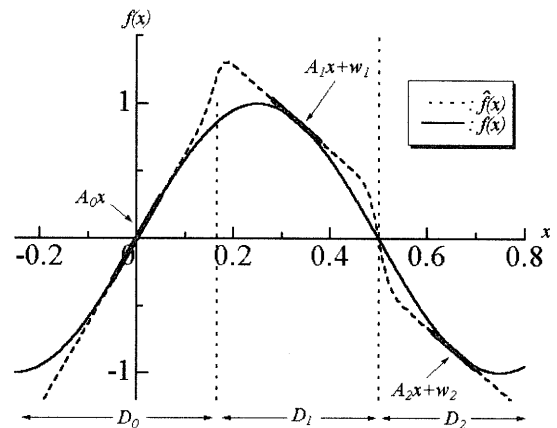


図-1 領域分割とテイラー展開

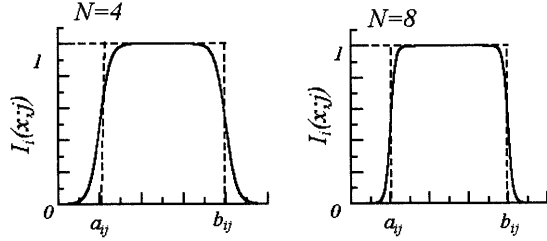


図-2 自動抽出関数

### 3. 二次安定化論による制御補正

(1), (7) 式で表されるシステムに対して安定領域を確保するため二次安定化論を用いた補正を行う。(7) 式を (1) 式に代入し, 新たな制御補正量  $\nu$  を追加した

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + \nu) \quad (8)$$

を考える。近似システムを

$$\dot{\hat{X}} = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M (\bar{A}_i - \bar{B}_i F_j) \hat{X} I_i(x) I_j(x) \quad (9)$$

と定義する。

誤差を  $e = \mathbf{X} - \hat{X}$  とおけば

$$\begin{aligned} \dot{e} = & \left\{ \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M (\bar{A}_i - \bar{B}_i F_j) \hat{X} I_i(x) I_j(x) \right\} e \\ & + \bar{h}(\mathbf{X}) + \bar{g}(\mathbf{X})\nu \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ただし

$$\bar{h}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} (f(x) - \hat{f}(\mathbf{X})) + (g(x) - \hat{g}(\mathbf{X}))u(\mathbf{X}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{h}(0) &= 0 \\ \bar{g}(\mathbf{X}) &= \begin{bmatrix} g(x) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。

$\bar{h}$  の  $i$  要素に平均値の定理を適用すれば

$$\begin{aligned} h_i(\mathbf{X}) &= \Delta_{1i}(\xi_i)\mathbf{X}, \\ \Delta_{1i}(\xi_i) &= \frac{\partial h_i(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \Big|_{\mathbf{X}=\xi_i} \end{aligned}$$

である。ここで,  $\xi_i = t_i \mathbf{X}, t_i \in (0, 1)$  である。したがって

$$\begin{aligned} \bar{h}(\mathbf{X}) &= [h_1(\mathbf{X}), \dots, h_n(\mathbf{X}), 0]^T \\ &= \sum_{j=1}^{l_1} \varphi_{\tau_j} h_{\tau_j}(\mathbf{X}) \\ &= \sum_{j=1}^{l_1} \varphi_{\tau_j} \Delta_{1\tau_j}(\xi_{\tau_j})\mathbf{X} \\ &= \Delta_1(\xi)\mathbf{X} \\ &= \Delta_1(\xi)(e + \hat{X}) \end{aligned}$$

となる。ただし,

$$\Delta_1(\xi) = \sum_{j=1}^{l_1} \varphi_{\tau_j} \Delta_{1\tau_j}(\xi_{\tau_j})$$

$$\Psi_1 \bar{h}(\mathbf{X}) = \bar{h}(\mathbf{X})$$

$$\Psi_1 \Delta_1(\xi) = \Delta_1(\xi)$$

$\tau_j (j = 1, \dots, l_1) : \bar{h}(\mathbf{X})$  の非零要素番号

$$\varphi_i = [0 \cdots \overset{(i)}{1} \cdots 0]^T \in R^{n+1}$$

$$\Psi_0 = \varphi_{n+1} \varphi_{n+1}^T$$

$$\Psi_1 = \sum_{j=1}^{l_1} \varphi_{\tau_j} \varphi_{\tau_j}^T$$

である。

$d_1 = \sup\{\|\Delta_1(\xi)\| : \xi_{\tau_j} \in \mathbf{D}, 1 \leq j \leq l_1\}$  とおくと

$$\Delta_1^T(\xi) \Delta_1(\xi) \leq d_1^2 I \quad (11)$$

が成立する。また、定数行列  $\bar{A}, \bar{B}$  を次の  $d_2, d_3$  がそれぞれ最小になるように選ぶ。

$$d_2 = \sup\{\|\Delta_2(x, \xi)\| : x \in \mathbf{D}, \xi_{\tau_j} \in \mathbf{D}, 1 \leq j \leq l_2\}$$

$$d_3 = \sup\{\|\Delta_3(x) \Theta^{-\frac{1}{2}}\| : x \in \mathbf{D}\}$$

ただし

$$\begin{aligned} \Delta_2(x, \xi) &= \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M (\bar{A}_i - \bar{B}_i F_j) I_i(x) I_j(x) \\ &\quad + \Delta_1(\xi) - \bar{A}, \end{aligned}$$

$$\Delta_3(x) = \bar{g}(\mathbf{X}) - \bar{B} = \begin{bmatrix} g(x) \\ 0 \end{bmatrix} - \bar{B},$$

$$\Delta_2^T(x, \xi) \Delta_2(x, \xi) \leq d_2^2 I,$$

$$\Theta^{-\frac{1}{2}} \Delta_3^T(x) \Delta_3(x) \Theta^{-\frac{1}{2}} \leq d_3^2 I.$$

さらに、

$$\begin{aligned}\Psi_1\Delta_1(\xi) &= \Delta_1(\xi) \\ \Psi_2\Delta_2(x, \xi) &= \Delta_2(x, \xi) \\ \Psi_3\Delta_3(x) &= \Delta_3(x)\end{aligned}$$

なる  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  を導入する。  
このとき (10) 式が

$\dot{e} = (\bar{A} + \Delta_2(x, \xi))e + \Delta_1(\xi)\hat{X} + (\bar{B} + \Delta_3(x))v$   
となる。(8) と (9) 式から  $z = [\hat{X}^T, e^T]^T$  に対する運動方程式:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M (\bar{A}_i - \bar{B}_i F_j) I_i(x) I_j(x) & 0 \\ \Delta_1(\xi) & \bar{A} + \Delta_2(x, \xi) \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} + \Delta_3(x) \end{bmatrix} v$$

は不確定パラメータ  $q(t)$  を含む線形時変システムの

$$\dot{z}(t) = \tilde{A}(q(t))z(t) + \tilde{B}(q(t))v(t)$$

とみなせる。したがって、この問題は 2 次安定化問題に帰着される。このときの制御補正量は

$$v = -\frac{\gamma}{2\varepsilon} \Theta^{-1} \bar{B}^T \Pi e \quad (12)$$

として求められる。

ここで  $\Pi$  は

$$\begin{aligned}\bar{A}\Pi + \Pi\bar{A}^T - \Pi\{(\gamma/\varepsilon)(1 - (d_3^2 \varepsilon_3^{-1}/2))\bar{B}\Theta^{-1}\bar{B}^T \\ - \varepsilon_1 \Psi_1 - \varepsilon_2 \Psi_2 - (\gamma \varepsilon_3 \varepsilon^{-1}/2)\Psi_3\}\Pi \\ + (d_2^2 \varepsilon_2^{-1} I + \varepsilon S) = 0\end{aligned}$$

の解の正定値対称行列である。ただし、

$\varepsilon > 0, \gamma > 0, \varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \varepsilon_3 > 0, S = S^T > 0,$

$\Theta = \Theta^T > 0$

図-3 に本手法の概略図を示す。

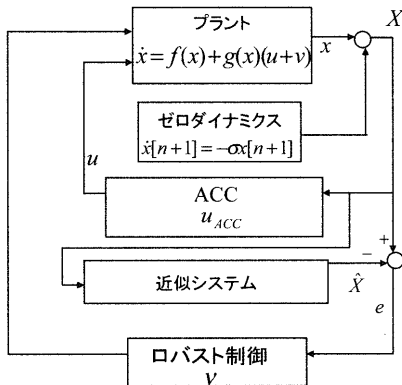


図-3 概略図

#### 4. シミュレーション実験

発電機動揺方程式の

$$\tilde{M} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \tilde{D} \frac{d\delta}{dt} + P_e (1 + \Delta E_{fd}) \sin \delta = P_{in}$$

$\tilde{M} = \tilde{D} = 0.06, P_e = 1.0, P_{in} = 0.8, \hat{\delta}_0 = 53^\circ$  を考える。 $x = [\delta - \hat{\delta}_0, \dot{\delta}]^T, u = \Delta E_{fd}, C(x) = x_1, \mathbf{Q} = \mathbf{E}$  (単位行列),  $R = 1$ , 定義域  $\mathbf{D}$  を 2 種類の  $\mathbf{D}_A = [-1, 2] \times [-1, 3]$  および  $\mathbf{D}_B = [-1, 2.5] \times [-1, 5]$  とした。

数値実験として本手法 (RACC) と従来の線形制御法 (LOC), 拡大次元自動抽出制御法 (AACC) の比較を行う。図-4 に実安定領域の比較を、図-5 に定義域  $\mathbf{D}_B$  において線形制御法に二次安定化論を適用したロバスト線形制御法 (RLC: Robust Linear Control) と本手法の比較を行った結果を示す。図-6~図-9 には、図-4 のある与えた点を初期値  $x(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T$  としたときの  $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$  の時間変化を示す。図-6 は初期値が  $x(0) = [1, 1]^T$ , 図-7 は  $x(0) = [1.5, 4]^T$ , 図-8 は  $x(0) = [2, 3]^T$ , 図-9 は  $x(0) = [2.5, 1]^T$  の時の  $x(t)$  の時間変化である。また、表-1 には本手法で得られた定義域別のパラメータ値を示す。

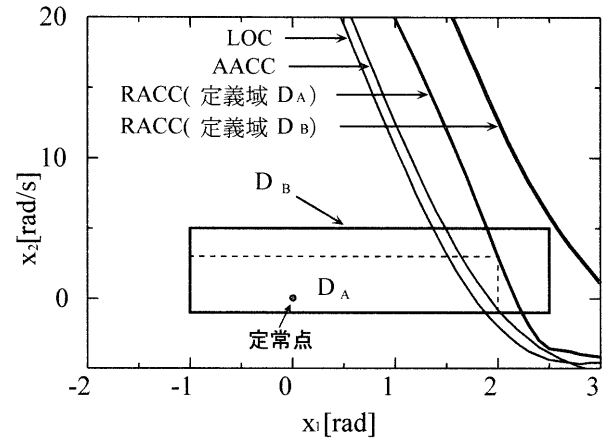


図-4 安定領域の比較 1

表-1 定義域別のパラメータ

	$D_A$	$D_B$
$\varepsilon$	0.5	0.5
$\gamma$	1	1
$\bar{A}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -7 & -20 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -7 & -25 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{bmatrix}$
$\bar{B}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -50 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -50 \\ 0 \end{bmatrix}$
$d_2$	104	160.1
$d_3$	21	21
$\epsilon_1$	559	559
$\epsilon_2$	24000	24000
$\epsilon_3$	441	441
$\Pi$	$\begin{bmatrix} 1.547 & 0.068 & -0.04 \\ 0.068 & 0.027 & 5.423 \times 10^{-3} \\ -0.04 & 5.423 \times 10^{-3} & 4.723 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3.035 & 0.111 & -0.03 \\ 0.111 & 0.036 & 8.389 \times 10^{-3} \\ -0.03 & 8.389 \times 10^{-3} & 7.758 \end{bmatrix}$
$\Theta$	0.1	0.1
$S$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\hat{X}_0$	0	0
$\hat{X}_1$	0.9276	0.9276
$Q$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$R$	1	1
$D_0$	$[-\infty, \pi/2]$	$[-\infty, \pi/2]$
$D_1$	$[\pi/2, \infty]$	$[\pi/2, \infty]$
$x[n+1](0)$	1	1
$N/h_{ij}$	2	2
$\sigma$	0.1	0.1
$M$	1	1

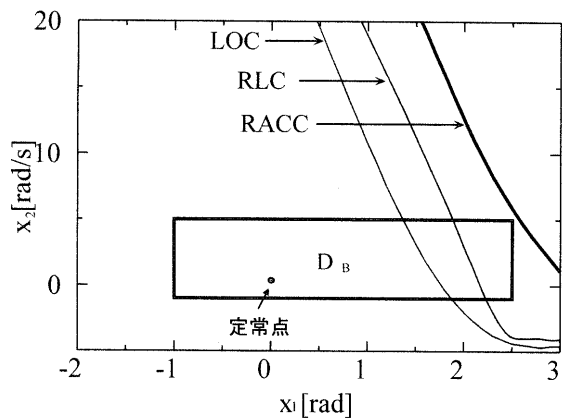
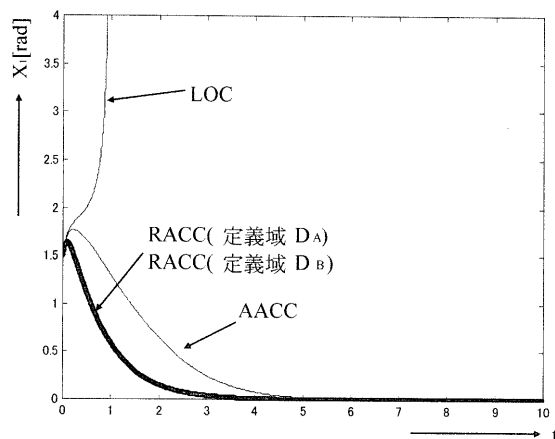
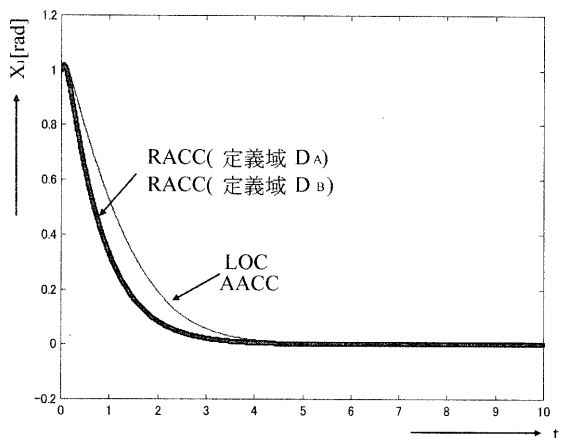


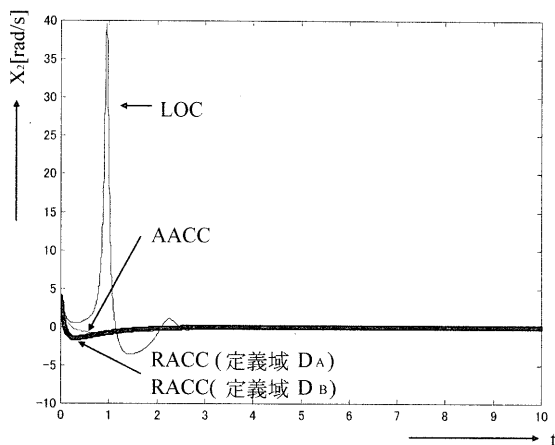
図-5 安定領域の比較 2



(7.a)  $x_1$  の時間変化

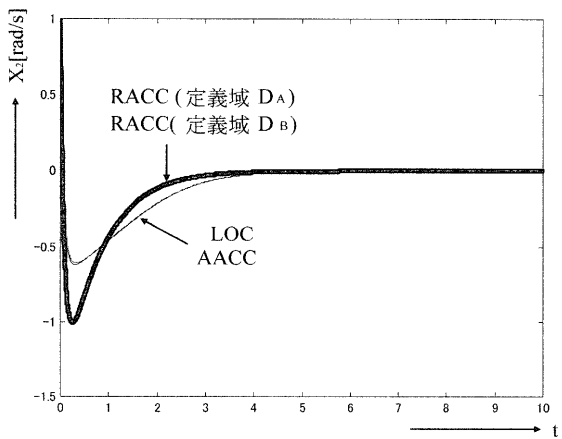


(6.a)  $x_1$  の時間変化



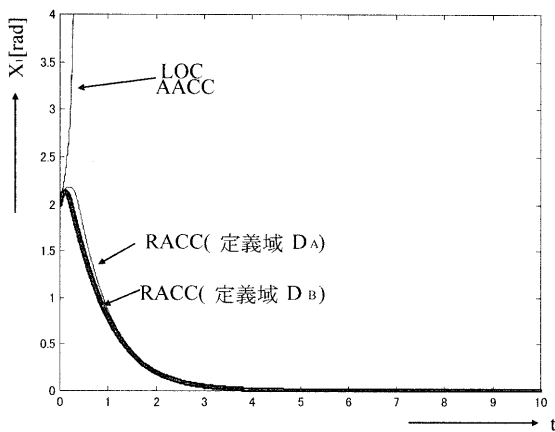
(7.b)  $x_2$  の時間変化

図-7  $x(0) = [1.5, 4]^T$  の時の  $x(t)$  の時間変化



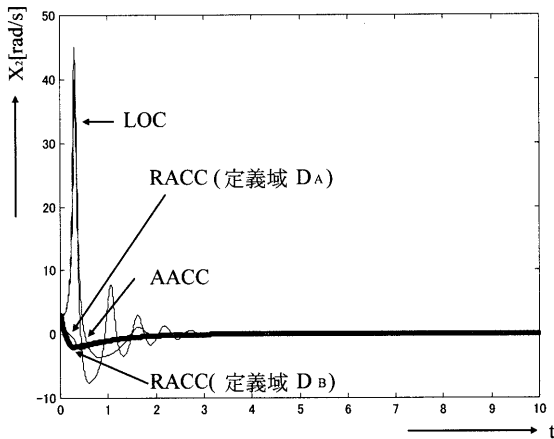
(6.b)  $x_2$  の時間変化

図-6  $x(0) = [1, 1]^T$  の時の  $x(t)$  の時間変化



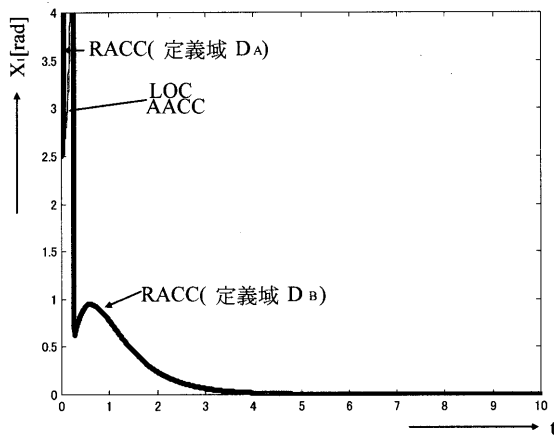
(8.a)  $x_1$  の時間変化



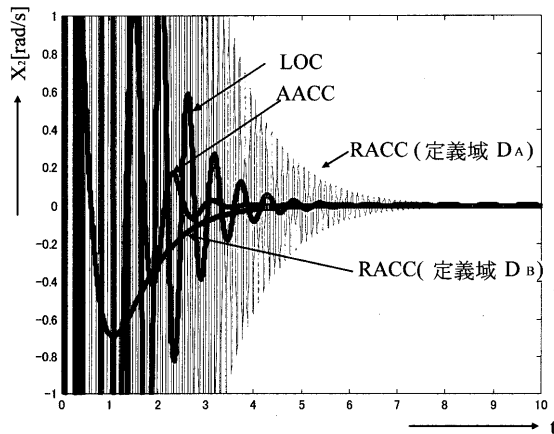


(8.b)  $x_2$  の時間変化

図-8  $x(0) = [2, 3]^T$  の時の  $x(t)$  の時間変化



(9.a)  $x_1$  の時間変化



(9.b)  $x_2$  の時間変化

図-9  $x(0) = [2.5, 1]^T$  の時の  $x(t)$  の時間変化

## 5. あとがき

我々は非線形性の強いシステムの制御法として拡大次元自動抽出制御法を提案してきた。本論文ではこの拡大次元自動抽出制御法に二次安定化論を適用して制御補正量を追加する方法を研究した。シミュレーション実験により、線形制御法 (LOC)、ロバスト線形制御法 (RLC)、拡大次元自動抽出制御法 (AACC)、および本手法 (RACC) との比較検討を行った。この結果から、線形制御法やロバスト線形制御法そして拡大次元自動抽出制御法よりも本手法の方が定常点近傍において安定領域が広がることが確認でき、定義域内においてロバスト線形制御は安定でないが本手法は安定であることが確認できた。

以上により拡大次元自動抽出制御法に対して二次安定化論を適用して制御補正量を追加する方法の有効性が確認できた。また、今後の課題としてはモデル化に対する検討やさまざまなシステムに対する適用などが挙げられる。

## 参考文献

- 1) 縄田 俊則、高田 等：“拡大次元自動抽出制御法について” 第 19 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.53-54 (2000)
- 2) 縄田 俊則、高田 等：“ゼロダイナミクスによる拡大次元自動抽出制御法とその電力システムへの応用” 平成 13 年度電気関係学会九支連大 (2001)
- 3) 高田 等、縄田 俊則：“非線形システムに対する拡大次元自動抽出制御のゼロダイナミクスと GA による設計” 電学論 C, 122 巻 7 号, pp.1172-1178 (2002)
- 4) 木村, 藤井, 森：“ロバスト制御” コロナ社 (1994)
- 5) 高田 等、松元 大悟、八野 知博：“二次安定化論によるロバスト自動抽出制御の設計について” 第 46 回システム制御情報学会研究発表講演会, pp.113-114 (2002)
- 6) 高田 等、松元 大悟、八野 知博：“二次安定化論による拡大次元自動抽出制御のシミュレーション実験について” 第 20 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.195-196 (2001)