

Dixit and Nalebuff (1991) の三者決闘ゲームに関する考察 : 数値例を中心に

著者	王 鏡凱, 江 駿
雑誌名	経済学論集
巻	88
ページ	21-29
発行年	2017-03-17
別言語のタイトル	Analysis of the Triad Duel Game of Dixit and Nalebuff (1991): A Numerial Example
URL	http://hdl.handle.net/10232/00029515

Dixit and Nalebuff(1991)の三者決闘ゲームに関する考察： 数値例を中心に¹

王 鏡凱²・江 駿³

1. はじめに

本研究は Dixit and Nalebuff (1991) の三者決闘ゲームについて考察するものである。先行研究に対して本研究は主に 2 つの特徴がある。

1 つ目は解き方である。Dixit and Nalebuff (1991) では先読み手法を用いて 2 段階ゲームを解いたが、本研究ではより複雑な状況にも対応できるバックワード・インダクションの手法を用いた。Dixit and Nalebuff (1991) の先読み推論法と違い、本研究ではバックワード・インダクションの方法により、各サブゲームにおける各プレイヤーの行動が詳細に考察することができ、ゲームの構造をより深く理解することができるメリットがある。

バックワード・インダクションによる考察の結果、Dixit and Nalebuff (1991) の三者決闘ゲームの重要な性質は第 2 段階ゲームの特徴により得られたものであることが分かる。第 2 段階のゲームでは、自分にとって最も脅威である相手を先延ばしてはいけないというプレッシャーを各プレイヤーに与えている。このことにより、各プレイヤーは第 1 段階のゲームでは最適な行動を選択することになっている。

2 つ目はサブゲームを用いることにより、2 段階ゲームの構造を持つ三者決闘ゲームの特徴を維持したまま、1 人による意思決定の問題に変換したことである。この変換によって三者決闘ゲームの応用がより幅広くより活用しやすくなったと考えられる。サブゲームを用いることによって、3 プレイヤーによる 2 段階ゲームの複雑な分析手続きを大幅に省くことができ、1 人による意思決定とみることができる。それにより、最初のプレイヤーが意思決定するとき、2 段階ゲームの先読み推論とバックワード・インダクション推論をしなくて済む。最初のプレイヤーは各サブゲームについてどのような混合戦略を選択すればよいのか、だけを考えれば十分である。

本研究の構成は以下の通りである。まず第 2 節では Dixit and Nalebuff (1991) の三者決闘ゲームについて説明する。そして、第 3 節では Dixit and Nalebuff (1991) に基づき先読み手法による解き方を説明する。第 4 節ではバックワード・インダクションの方法による考察を行い、最後に全体をまとめる。

¹ 本論文はH28年度鹿児島大学学長裁量経費「若手・女性研究者研究支援事業」による成果の一部である。

² 本論文についての責任は、すべて第一著者である王鏡凱に帰する。

E-mail: kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp

³ 鹿児島大学大学院

2. Dixit and Nalebuff (1991) の三者決闘ゲームについて

ここでは Dixit and Nalebuff (1991, p.292) に基づき三者決闘ゲームについて説明する。プレイヤーは3人、ラリー・モー・カリー(ここではA・B・Cと呼ぶ)が2ラウンド制の逐次ゲームとして、A B Cの順に1発ずつ撃つことになっている。

各プレイヤーの戦略は2つしかなく、相手を撃つかまたはわざと外すかである。相手を撃つと決めた場合、3人の命中率はそれぞれ{A:B:C = 30% : 80% : 100%}となっている。

各プレイヤーにとっての最善の結果は、自分だけが生き残ることである。次によいのは2人が生き残り、そのうちの1人になることである。3番目によいのは3人全員が生き残ることである。最悪なのは自分だけが殺されることである。

以上のルールの下でプレイヤーAの生存確率を最大にする最適戦略とは何かについて求める問題である。

3. 先読み手法による解き方 : Dixit and Nalebuff (1991, p.292を参照)

ここでは先読み手法でAの選択肢を個々に検討する。もしAがBを狙い命中させたら、その次はA自身がやられてしまう。なぜなら次はCの番になり、彼はAを確実に撃ち当て最善の結果に至る。だからAにとってBを狙うのはいい選択肢ではない。

次にもしAがCを狙い命中させたら次はBの番となり、BはAを狙うことになる。そうすると、A自身の生き残れる確率は20%以下となる。だからこれもあまり魅力のある選択肢ではない。

Aの最適行動は第1ラウンドではわざと空に向けて撃つことで外す、そして第2ラウンドではBかCの生き残ったほうを狙うことである。第1ラウンドでAがわざと外した場合、BはCを狙い、もし失敗してもCがBを撃ち当てる。第2ラウンドに入り、再びAの番となる。AはBかCの生き残ったほうを狙えば、30%以上の確率でAは唯一の生き残りとなる。

三者決闘ゲームから得られる教訓としては、小物(A)がスターになるには最初のチャンスは見送ったほうがよい場合がある。ライバルが多数いるときは、トップを走っている者は2番手以降から集中攻撃を受け、潰されることがある。こういう状況では、実力者(BとC)が互いに潰し合うまでは小物(A)が後方に控えておくほうが得である。

4. バックワード・インダクションによる解き方

4.1. 第2段階のゲーム

まずは第2段階について考える。Cの命中率は100%であることに注目して、第1段階において生き残ったプレイヤーは{A・B}ペアかまたは{A・C}ペアのはずである⁴。プレイヤーが2人の場合は、わざと外すことは最適戦略ではなく、互いに順番に1発ずつ撃つことは最適戦略である。

そして、この第2段階のゲームの結果は各プレイヤーの命中率によって一意的に決まる。生き残ったプレイヤーは{A・B}ペアの場合は考えられる結果は以下の3つである。

結果 : 30%の確率(A・B)でAだけ生き残り、そしてゲーム終了；

結果 : 70%×80%の確率(A・B・A)でBだけ生き残り、そしてゲーム終了；

結果 : 70%×20%の確率(A・B・A)でA・Bともに生き残り、そしてゲーム終了。

また、生き残ったプレイヤーは{A・C}ペアの場合は考えられる結果は以下の2つである。

結果 : 30%の確率(A・C)でAだけ生き残り、そしてゲーム終了；

結果 : 70%の確率(A・C・A)でCだけ生き残り、そしてゲーム終了。

第2段階のゲームに参加するプレイヤーは{A・B}ペアかまたは{A・C}ペアであることから、第1段階のゲームにおいてAの生存確率は100%であることが分かる。このことについては第1段階のゲームを考察する際に詳細に述べる。

4.2. 第1段階のゲーム

4.2.1. Cの行動について

バックワード・インダクションにしたがって、第1段階のゲームについて考察する。まずはA・B・Cの順でCについて考える。第1段階のゲームにおいてA・B・Cの順でA・Bがそれぞれ一発を撃ち、誰に向けて発砲したのか結果はともかく、Cが撃たれて退場すればそれまでのことである。もしCが生き残っていれば、考えられるすべての結果は、{A・C}が生き残っているケース、{B・C}が生き残っているケース、{A・B・C}全員が生き残っているケース、の3通りである。

結果 : もし{A・C}が生き残っており、かつ今はCの出番とすれば、100%の確率(C・A)でCだけ生き残り、そしてゲーム終了；

結果 : もし{B・C}が生き残っており、かつ今はCの出番とすれば、100%の確率(C・B)でCだけ生き残り、そしてゲーム終了；

結果 : もし{A・B・C}全員が生き残っており、かつ今はCの出番とすれば、100%の確率(C・B)で{A・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになる。

⁴ Cの命中率は1のため、もし第1段階にCの出番があれば、Cが取れる行動は(わざと外す)、(C・A)、(C・B)の3通りしかない。そして、(わざと外す)と(C・A)の選択は(C・B)よりも劣ることについては、4.2.1節で詳細に説明しており、参照されたい。したがって、第1段階において生き残ったプレイヤーは{A・B}ペアかまたは{A・C}ペアである。

結果 について、もし{A・B・C}全員が生き残っており、かつ今はCの出番とすれば、Cが取れる行動は(わざと外す)(C A)(C B)の3通りしかない。Cが(わざと外す)を選んだ場合、{A・B・C}全員が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになる。これは各プレイヤーの選好に矛盾するので、(C A)または(C B)よりも劣る戦略である⁵。Cが(C A)を選んだ場合、{B・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになる。Cが(C B)を選んだ場合、{A・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになる。命中率の大小関係から、Cにとって{A・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入る方は{B・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入る方よりも望ましい。

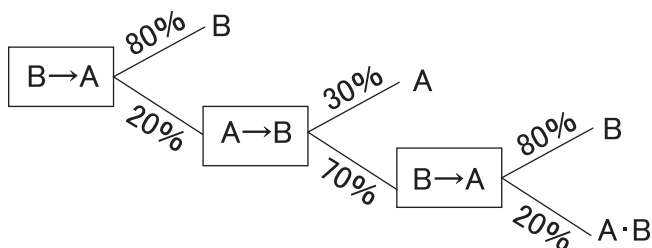
4.2.2. Bの行動について

次にA B Cの順でBについて考える。第1段階のゲームにおいてA B Cの順でAが一発を撃ち、誰に向けて発砲したのか結果はともかく、Bが撃たれて退場すればそれまでのことである。もしBが生き残っていれば、考えられるすべての結果は、{A・B}が生き残っているケースと{A・B・C}全員が生き残っているケースの2通りである⁶。

結果 : もし{A・B}が生き残っており、かつ今はBの出番とすれば、80%の確率(B A)でBだけが生き残り、そしてゲーム終了；または20%の確率(B A)で外れて{A・B}2人が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになり、結果 のどれかになる。したがって結果 では、第1段階のゲームにおけるBの最適な行動は(B A)であり、それによるBの生存確率は100%である。また、Cの生存確率は0%である。

後の説明を簡単にするため、第1段階の(B A)から始まり第2段階の最後までサブゲーム(結果)をゲームhと呼ぶ(図1を参照)。

図1：サブゲームh



ゲームhにおいてA・B・Cそれぞれの生存確率を $P_h(A) \cdot P_h(B) \cdot P_h(C)$ とする。結果 より、 $P_h(A) \cdot P_h(B) \cdot P_h(C)$ の計算結果は以下の通りである。

$$P_h(A) = 80\% \times 0\% + 20\% \times [P(\text{結果 }) + P(\text{結果 })]$$

⁵ 各プレイヤーにとっての最善の結果は、自分だけが生き残ることである。次によいのは2人が生き残り、そのうちの1人になることである。3番目によいのは3人全員が生き残ることである。最悪なのは自分だけが殺されることである。

⁶ {B・C}が生き残っているケースについては、Bの出番の前にAが消えることを意味し、つまりAが自殺以外は実現し得ない。

$$= 20\% \times (30\% + 14\%) = 8.8\%$$

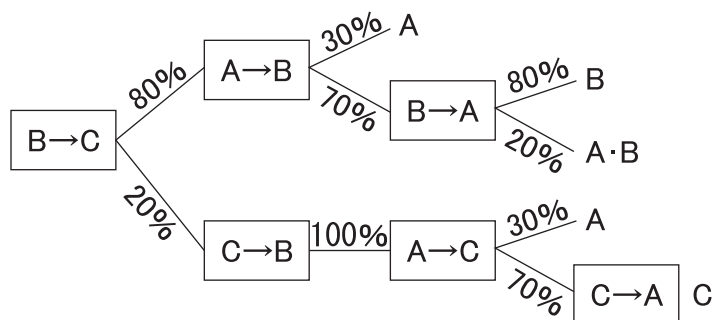
$$P_h(B) = 80\% + 20\% \times [P(\text{結果 } A) + P(\text{結果 } C)] \\ = 80\% + 20\% \times (56\% + 14\%) = 94\%$$

$$P_h(C) = 0\%$$

結果 A : もし{A・B・C}が生き残っており、かつ今はBの出番とすれば、80%の確率(B→C)で{A・B}が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになり、結果 A のどれかになる；または20%の確率(B→C)で外れてCの出番となり、そして結果 C より、100%の確率(C→B)でBが消えて{A・C}が生き残ったまま第2段階のゲームに入ることになり、結果 C のどれかになる。

したがって結果 C においてBの最適行動は(B→C)であり、それによるBの生存確率は80%である⁷。後の説明を簡単にするため、第1段階の(B→C)から始まり第2段階の最後の結果までのサブゲーム(結果 C)をゲーム g と呼ぶ(図2を参照)。

図2：サブゲーム g



ゲーム g において A・B・C それぞれの生存確率を $P_g(A) \cdot P_g(B) \cdot P_g(C)$ とする。結果 C および結果 A より、 $P_g(A) \cdot P_g(B) \cdot P_g(C)$ の計算結果は以下の通りである。

$$P_g(A) = 80\% \times [P(\text{結果 } A) + P(\text{結果 } C)] + 20\% \times P(\text{結果 } A) \\ = 80\% \times (30\% + 14\%) + 20\% \times 30\% \\ = 80\% \times 44\% + 6\% = 41.2\%$$

$$P_g(B) = 80\% \times [P(\text{結果 } B) + P(\text{結果 } C)] + 20\% \times 0\% \\ = 80\% \times (56\% + 14\%) = 56\%$$

$$P_g(C) = 80\% \times 0\% + 20\% \times P(\text{結果 } C) = 20\% \times 70\% = 14\%$$

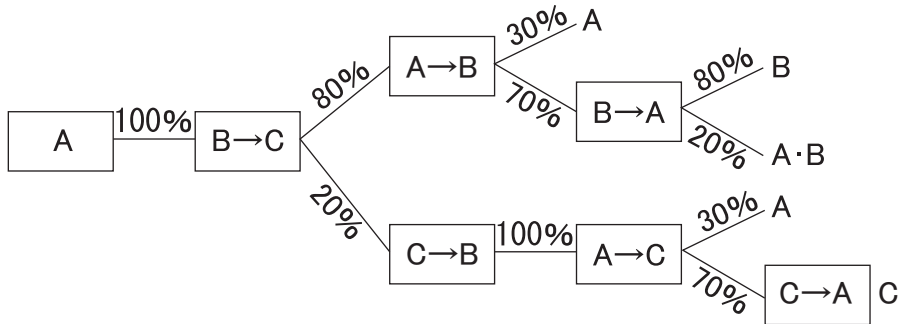
⁷ もし、結果 C においてBが(B→C)以外の行動を選択すれば、結果 C より、100%の確率(C→B)でBが消えるので、Bの生存確率は0%となるから、Bにとっては最適な行動ではない。

4.2.3. Aの行動について

最後にA B Cの順でAの出番となった場合、Aの最適行動について考える。この場合は考えられる結果は {A・B・C}全員が生き残っているケースのみである。この場合のAの行動集合は {わざと外す, A B, A C}である。

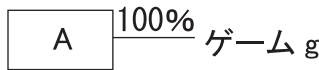
もしAが{わざと外す}を選んだ場合、三者決闘ゲームは図3のようにサブゲームgと同じになる。Aの意思決定問題は実質的に結果 (サブゲームg)を100%の確率でプレイすることである。

図3 : Aがわざと外した場合



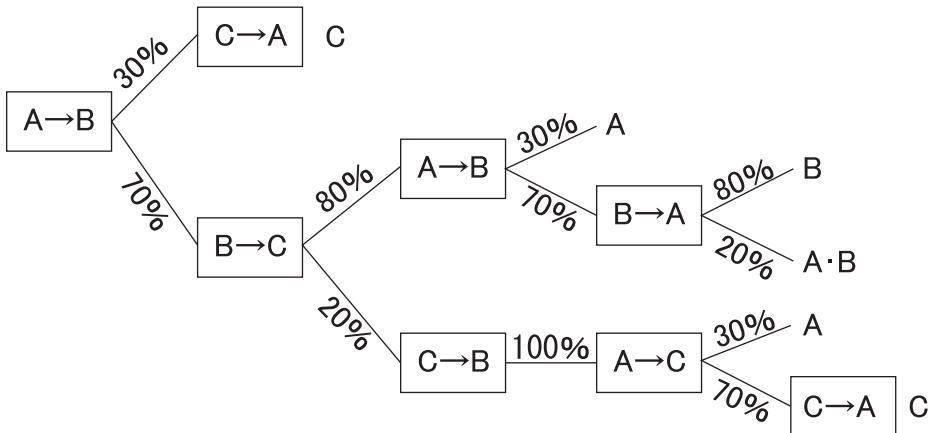
またA・B・Cそれぞれの生存確率はサブゲームgにおいて求めた $P_g(A) \cdot P_g(B) \cdot P_g(C)$ である。さらに、サブゲームg(図2)を用いることで図3は図4のように変換することができ、Aの意思決定問題を大幅に簡略化することができる。

図4 : Aがわざと外した場合のサブゲームによる表現



もしAが{A B}を選んだ場合、三者決闘ゲームは図5のようになる。Aの意思決定問題は実質的に結果 と結果 (サブゲームg)をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることである。

図5 : {A→B}の場合



さらに、サブゲーム g (図2)を用いることで図5は図6のように変換することができ、Aの意思決定問題を大幅に簡略化することができる。

図6：{A→B}の場合のサブゲームによる表現

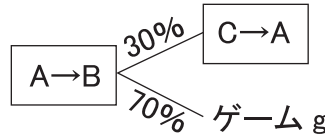
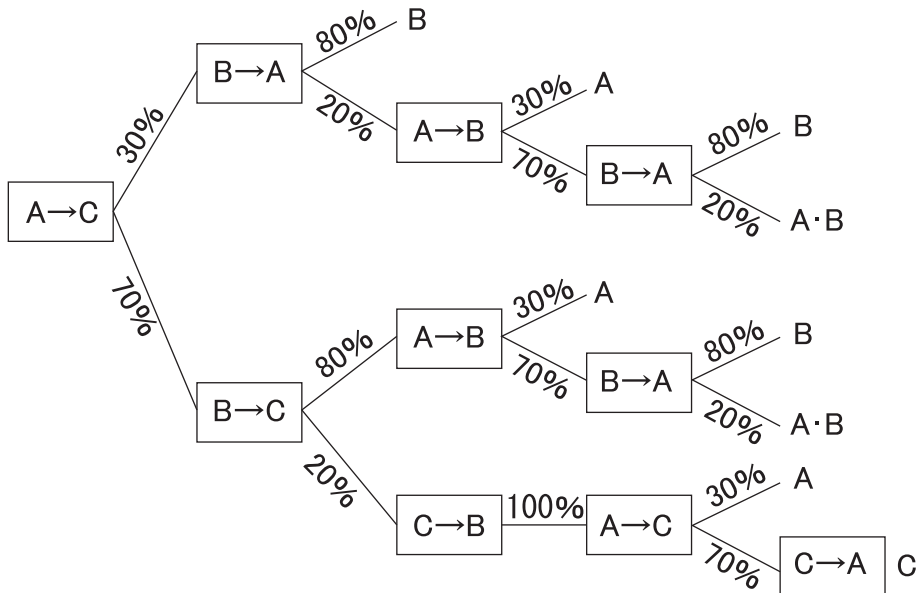


図5または図6から分かるように、三者決闘ゲームにおいてAの意思決定問題は実質的に結果と結果 (サブゲーム g)をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることである。しかし、結果においてAの生存確率は0%なので、明らかにサブゲーム g の生存確率 $P_g(A)$ よりも低い。したがってAにとっては、結果と結果 (サブゲーム g)をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることは最適な戦略ではない。それよりもAが{わざと外す}を選び、図3または図4のようにサブゲーム g を100%の確率でプレイしたほうが合理的である。

もしAが{A C}を選んだ場合、三者決闘ゲームは図7のようになる。Aの意思決定問題は実質的に結果 (サブゲーム h)と結果 (サブゲーム g)をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることである。

図7：{A→C}の場合



さらに、サブゲーム h (図1)とサブゲーム g (図2)を用いることで図7は図8のように変換することができ、Aの意思決定問題を大幅に簡略化することができる。

図8：{A→C}の場合のサブゲームによる表現

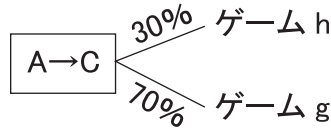


図7または図8から分かるように、三者決闘ゲームにおいてAの意思決定問題は実質的に結果（サブゲームh）と結果（サブゲームg）をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることである。しかし、結果ではAの生存確率は8.8%なので、明らかにゲームgの生存確率 $P_e(A)$ よりも低い。したがってAにとっては、結果（サブゲームh）と結果（サブゲームg）をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイすることは最適な戦略ではない。それよりもAが{わざと外す}を選び、図3または図4のようにサブゲームgを100%の確率でプレイしたほうが合理的である。

したがってAにとって行動集合{わざと外す, A B, A C}における意思決定問題は、選択集合{サブゲームgを確率100%でプレイする, 結果と結果（サブゲームg）をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイする, 結果（サブゲームh）と結果（サブゲームg）をそれぞれ30%と70%の確率で混合戦略をプレイする}における意思決定問題と等価である。

5. まとめ

本研究はDixit and Nalebuff (1991)の三者決闘ゲームについて考察するものである。Dixit and Nalebuff (1991)では先読み手法を用いて三者決闘ゲームを2段階ゲームとして解いたが、本研究ではより複雑な状況にも対応できるバックワード・インダクションの手法を用いた。先読み推論法と違い、バックワード・インダクションの方法は各サブゲームにおける各プレイヤーの行動が詳細に考察することができ、ゲームの構造をより深く理解することができるメリットがある。

バックワード・インダクションによる考察の結果、Dixit and Nalebuff (1991)の三者決闘ゲームの重要な性質は第2段階ゲームの特徴により得られたものであることが分かる。第2段階のゲームでは、自分にとって最も脅威である相手を先延ばしてはいけないというプレッシャーを各プレイヤーに与えている。このことにより、各プレイヤーは第1段階のゲームでは最適な行動を選択することになっている。

また、本研究ではサブゲームを用いることで三者決闘ゲームの構造を大幅に簡略化し、三者決闘ゲームの特徴を維持したまま、1人による意思決定の問題に変換した。この変換によって三者決闘ゲームの応用がより幅広くより活用しやすくなったと考えられる。

サブゲームを用いることによって、3プレイヤーによる2段階ゲームの複雑な分析手続きを大幅に省くことができ、1人による意思決定とみることができる。それにより、最初のプレイヤーが意思決定するとき、2段階ゲームの先読み推論とバックワード・インダクション推論をしなくて済む。最

初のプレイヤーは各サブゲームについてどのような混合戦略を選択すればよいのか、だけを考えれば十分である。

参考文献

Avinash Dixit and Barry Nalebuff (1991), *Thinking Strategically: Competitive Edge in Business, Politics and Everyday Life*, WW Norton & Co. (菅野隆, 嶋津祐一 訳[1991], 「戦略的思考とは何か エール大学式『ゲーム理論』の発想法」, TBS プリタニカ)