

鹿児島大学 [院] ○加藤丈喜 鹿児島大学 小田美紀男
 鹿児島大学 有富正男 鹿児島大学 戸谷眞之

Growth of an Interface Crack in a MMF Specimen
 Subjected to Low Speed Impact

Takenobu KATOU, Mikio ODA, Masao ARITOMI and Masayuki TOYA

1 緒言

図1に示すような MMF 試験片は、静的および動的混合モード破壊靱性値を測定するときに用いられている。しかし、従来の研究⁽¹⁾では、はく離部を無視したモデルで解析を行い、破壊靱性値を求めている。静的問題でははく離部を無視したモデルで解析を行って問題は無いが、動的問題でははく離部の慣性力を無視して正確な値が測定できるかは疑問が残る。そこで、本研究では、はく離部を考慮して解析を行い、応力拡大係数に及ぼすはく離長さの影響を調べ、はく離部を無視したモデルでの破壊靱性値の測定法の有効性を確かめる。

2 理論解析

2.1 基礎式 図1に示すような時間的に変動する荷重 $P(t)$ を受ける MMF 試験片を考える。はりの支点間距離を L 、断面の幅を上下のはりともに b 、厚さ、ヤング率および密度を、上のはりについては h_1, E_1, ρ_1 、下のはりについては h_2, E_2, ρ_2 とする。領域①のたわみを w_1 、領域②のたわみを w_2 、領域③のたわみ w_3 をとする。領域におけるはりの諸量を以下のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{bh_i^3}{12}, A_i = bh_i, m_i = \rho_i A_i, D_i = E_i I_i \\ h &= h_1 + h_2, A = A_1 + A_2, m' = m_1 + m_2 \\ D' &= D + \frac{E_1 h_1 E_2 h_2 b h^2}{4(E_1 h_1 + E_2 h_2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

3つの部分のはりの自由振動時の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} D_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + m_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} &= 0 \\ D' \frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^4} + m' \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} &= 0 \\ D_2 \frac{\partial^4 w_3}{\partial x_3^4} + m_2 \frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

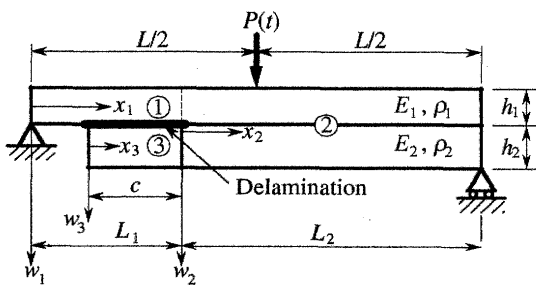


Fig. 1 MMF Specimen

たわみの一般解は

$$w_i(x_i) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{in}(x_i) (B_{1n} \cos p_n t + B_{2n} \sin p_n t) \quad (3)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} X_{in}(x_i) &= C_{i1n} (\sinh \xi_{in} + \sin \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i2n} (\cosh \xi_{in} + \cos \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i3n} (\sinh \xi_{in} - \sin \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i4n} (\cosh \xi_{in} - \cos \xi_{in} x_i) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\xi_{1n}^4 = \frac{m_1}{D_1} p_n^2, \xi_{2n}^4 = \frac{m'}{D'} p_n^2, \xi_{3n}^4 = \frac{m_2}{D_2} p_n^2$$

ここで、 p_n は固有角振動数である。

任意の n 次モードにおける正規関数 $X_{1n}(x_1)$ 、 $X_{2n}(x_2)$ 、 $X_{3n}(x_3)$ に境界条件および連続条件を適用し、 $C_{12n}=0$ 、 $C_{14n}=0$ 、 $C_{33n}=0$ 、 $C_{34n}=0$ を考慮すると

$$[M][C] = \{0\} \quad (5)$$

ここで、 $[M]$ は 8 行 8 列の正方行列である。これより振動数方程式は

$$|M| = 0 \quad (6)$$

2.2 直交性の証明 式(3)の正規関数において異なる次数 n 次および m 次に対する $X_n(x)$ と $X_m(x)$ を考える。 n 次における二つの運動方程式およびはりの境界条件と連続条件を用いることにより、

$$\begin{aligned} m_1 \int_0^{L_1} X_{1n} X_{1m} dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n} X_{2m} dx_2 \\ + m_2 \int_0^c X_{3n} X_{3m} dx_3 = 0 \quad (n \neq m) \end{aligned} \quad (7)$$

となり正規関数が直交性を有することが証明される。

2.3 衝撃荷重 静止したはりに垂直な強制力 $Q(x_i, t)$ が作用する場合、直交性を利用するとたわみの応答は正規関数 $X_{in}(x_i)$ を用いて、

$$\left. \begin{aligned} w_i(x_i, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} X_{in}(x_i) [B_{1n} \cos p_n t + B_{2n} \sin p_n t + \\ &\frac{\int_0^t Q_n(\tau) \sin p_n(t-\tau) d\tau}{p_n (m_1 \int_0^{L_1} X_{1n}^2 dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n}^2 dx_2 + m_2 \int_0^c X_{3n}^2 dx_3)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。本研究では、はりの負荷点 ($x_2 = L/2 - L_1$) に集中荷重が作用していると仮定しているため、

$$Q_n(t) = P(t)X_{2n} \left(\frac{L}{2} - L_1 \right) \quad (9)$$

となる。

本研究では着点速度として次のような時間関数を仮定して解析する。

$$v(t) = \begin{cases} \frac{V_0}{2}(1 - \cos \omega t) & \dots (0 \leq t \leq T_c) \\ V_0 & \dots (T_c \leq t) \end{cases} \quad (10)$$

ここで V_0 は衝撃速度、 T_c はパラメータ(時定数)、 $\omega = \pi/T_c$ である。初期条件より未定定数 B_{1n}, B_{2n} は 0 となる。負荷点における速度は式(8)より

$$v\left(\frac{L}{2} - L_1, t\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left[\int_0^t P(\tau) \sin p_n(t - \tau) d\tau \right] \quad (11)$$

ただし、

$$\alpha_n = \frac{\left[X_{2n} \left(\frac{L}{2} - L_1 \right) \right]^2}{\left(m_1 \int_0^{L_1} X_{1n}^2 dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n}^2 dx_2 + m_2 \int_0^c X_{3n}^2 dx_3 \right)} \quad (12)$$

初めに $0 \leq t \leq T_c$ の時間領域について考える。式(11)の積分方程式に対して 3 項近似を採用すると、式(10)の第一式、(11)より次式を得る。

$$V_0(1 - \cos \omega t)/2 = \int_0^t P(\tau) \{ \alpha_1 \cos p_1(t - \tau) + \alpha_2 \cos p_2(t - \tau) + \alpha_3 \cos p_3(t - \tau) \} d\tau \quad (13)$$

上式の両辺をラプラス変換し、さらにラプラス逆変換すると

$$P(t) = \frac{\omega^2 V_0}{2A_2} \left(\gamma_0 t + \frac{\psi_2}{\omega} \sin \omega t + \frac{\psi_4}{\lambda_1} \sin \lambda_1 t + \frac{\psi_6}{\lambda_2} \sin \lambda_2 t \right) \quad (14)$$

ここで、 $A_2, \lambda_1, \lambda_2, \gamma_0, \psi_2, \psi_4, \psi_6$ は定数である。次に式(14)で得られた荷重 $P(t)$ を式(8)に代入してたわみを求める。同様に $T_c \leq t$ の時間領域についても計算を行った。

2.4 エネルギー解放率の解析 Suo および Hutchinson⁽²⁾ は一般の荷重を受けている単位幅の積層はりのはく離についてエネルギー解放率を与える公式を二次元弾性論に基づいて導いた。彼らの結果に基づいて、エネルギー解放率を計算した。

3 数値解析および考察

解析モデルは上層にアルミ合金、下層にアクリル材を貼り合わせた異種材積層はりとし、厚さを上下ともに $h_1 = h_2 = 3$ mm、幅を $b = 20$ mm、スパンを $L = 480$ mm、 $L_1 = 160$ mm、 $L_2 = 320$ mm とする。ここで、アルミ合金の縦弾性係数は $E_1 = 75.0$ GPa、密度は $\rho_1 = 2700$ kg/mm³、アクリル材の縦弾性係数は $E_2 = 3.5$ GPa、密度は $\rho_2 = 1200$ kg/mm³ である。また、時間定数 T_c の値を決定するために、この解析モデルに対応する衝撃実験を行った。衝撃実験は、衝撃棒を高さ 40 mm から落下させ試験片に衝撃を与えた。その時の衝撃速度は 0.88 m/s である。 $c = 120$ mm のときの実験および解析結果を図 2 に示し、両結果を比較して、最も一致している $T_c = 5$ ms を採用した。

図 3、図 4 にそれぞれ、荷重点でのたわみが 30 mm までのモード I、モード II の応力拡大係数の最大値 $K_{I \max}$ 、 $K_{II \max}$ と初期

き裂長さ c の関係を示す。ここで、衝撃速度が $V_0 = 0.01$ m/s の場合を静的モデルとし、 $V_0 = 1.0$ m/s の場合を動的モデルとする。これより、 $K_{I \max}$ 、 $K_{II \max}$ ともに静的モデルの方が大きくなっていることがわかる。また、 c の増加にともない $K_{I \max}$ が増加し、 $K_{II \max}$ が減少する傾向がある。 $c = 0$ の場合ははく離を考慮しないモデルに対応する。はく離を考慮しないモデル ($c = 0$) と考慮するモデル ($c > 0$) を比較したとき、応力拡大係数の誤差が 5% 以内になる c の領域は $c \leq 50$ mm である。よって、この領域では誤差は小さいので、はく離を無視したモデルを用いて破壊靱性値を求めることができる。

参考文献

- 1) 日下貴之・他 3 名, 材料, Vol.50, No.3, pp.235-241
- 2) Suo, Z. and Hutchinson, J. W., Int. J. Fract., 43(1990), 1-18

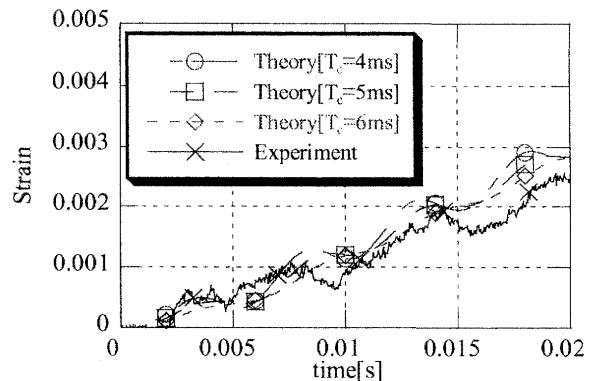


Fig.2 Variation of strain with time.

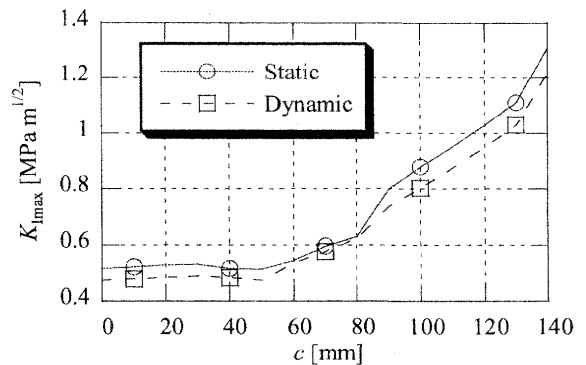


Fig.3 Variation of $K_{I \max}$ with c .

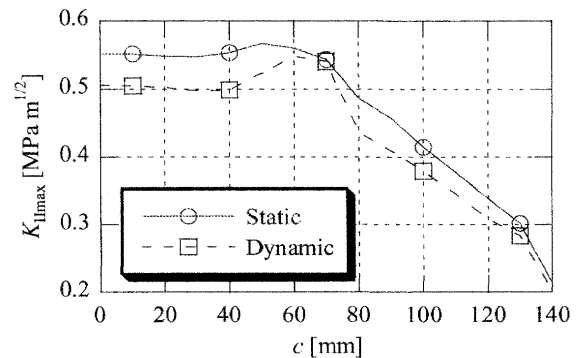


Fig.4 Variation of $K_{II \max}$ with c .