

脆性材料の破壊条件に関する面量とそれを適用したシラスの三軸圧縮試験

著者	徳富 久二
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	27
ページ	35-43
別言語のタイトル	Failure criterion of brittle materials such as "shirasu" (voleanic deposit), based on "plane quantity" and its application
URL	http://hdl.handle.net/10232/11297

脆性材料の破壊条件に関する面量とそれを適用したシラスの三軸圧縮試験

著者	徳富 久二
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	27
ページ	35-43
別言語のタイトル	Failure criterion of brittle materials such as "shirasu" (voleanic deposit), based on "plane quantity" and its application
URL	http://hdl.handle.net/10232/00002155

脆性材料の破壊条件に関する面量と それを適用したシラスの三軸圧縮試験

徳 富 久 二
(受理 昭和60年5月31日)

FAILURE CRITERION OF BRITTLE MATERIALS SUCH AS “SHIRASU” (VOCANIC DEPOSIT), BASED ON “PLANE QUANTITY” AND ITS APPLICATION

Hisashi TOKUTOMI

Mohr-Coulomb's failure criterion for brittle materials is based on resistance to friction. Generally, the failure of materials can be explained by this criterion, but this does not completely describe the failure for brittle materials, because their failure is caused by tensile fracture. Therefore, it would be better if the failure criterion for the brittle materials is established by the condition of tensile fracture. Thus, a “plane quantity” was assumed for the failure criterion for brittle materials, and it was calculated by the state of stress under the condition of Griffith's failure criterion.

Failure caused by compound stress was analyzed. Applying the “plane quantity”, the state of the triaxial compression tests on “Shirasu” were analyzed by the finite element method, and the calculated results were compared with the experimental results.

The failure of the biaxial and the triaxial state of stress can be explained from the calculation based on the “plane quantity”

1. 序

延性金属材料に属する軟鋼・アルミニウム・銅などの降伏条件は、せん断スベリ機構の関係としてとらえられ、せん断応力が重要な要素である。Trescaの降伏条件（最大せん断応力）、von Mises（偏差応力2次不偏量）、Hencky（せん断ひずみエネルギー）、Nadai（八面体せん断応力）などの降伏条件がある¹⁾。これらの中で Tresca の降伏条件は中間主応力が無視されてはいるが誤差は3軸応力下で最大15%程度であり、最大・最小主応力により決まるので実用的解析には屢々使用される。さらに精確な降伏条件としては Mises-Heucky の降伏条件が実験的に支持される²⁾。八面体せん断応力説も Mises-Heucky のせん断歪エネルギーとは解釈の相異であり演算上は同一の結果を示す。

一方、コンクリートや石材のような脆性材料は顕著な降伏現象を示すことがなく、比較的小さい変形で内

部にキレツが拡がり、破壊に至る。金属材料とは基本的に異なった破壊の様相を呈する。脆性材料の破壊条件として従来支配的なものは Mohr-Coulomb の内部摩擦説であり、せん断変形に伴う摩擦抵抗で説明される。脆性材料のこのような破壊理論は概略の性質としては表現できるが、引張破壊が初期に起り、圧縮破壊は引張キレツの成長として現象することなどを考慮すると、破壊現象との対応に難点がある。これらを説明するために Griffith はガラスの破壊について、内部微小キレツを偏平楕円孔としてその応力集中条件より、解析し³⁾、その結果脆性材料に引張破壊を導入して破壊条件を説明した。この条件を一般の脆性材料に適用したとき、実験結果の下界を示すことは良く知られる。

筆者等は、このグリフィスの条件をキレツ成長開始の条件と考え、破壊を引き起すまでのキレツの成長と関連するものとして、破壊現象と応力状態の新しい対応を、種々のコンクリート材料に対して求め、コンク

リートの物性的対応について説明した⁴⁾。

地山シラスは引張破壊が主たる要因で変形あるいは破壊する。土質力学が主としてきた対象材料が、歴史的に砂や粘土であるため、破壊条件はせん断スベリ破壊を前提にしている。シラスの破壊もこのせん断スベリ破壊として着目された経緯をもつ。上田はシラスの破壊を観察し、破壊条件は引張裂け破壊であるとした⁵⁾。天然シラス崖の崩壊を観察した結果「天然シラスは固結している。固結力が基だしく弱体化又は失われなかがり、自重によるスベリ崩壊はない。」と結論した⁶⁾。その後、岩の力学が注目されはじめ、シラスの破壊もそのような観点から引張裂け破壊として検討される機運が生じ、現在では裂け破壊とすることに異論はないものと思われる。筆者は脆性材料であるシラスの破壊現象も引張破壊条件を拡張した破壊過程から定量的に解釈できることを考え、破壊条件をコンクリートなどの脆性材料と基本的に同一の条件として扱え、統一視することを試みている。

本報では、地山シラスに Griffith の破壊条件をキレツ成長開始の条件として位置づけ、キレツの成長条件を内部の応力状態で決まる面量の関係として破壊過程を表現し、シラスの既往の三軸圧縮試験の結果について検討したものである。

2. 破壊過程

Griffith の破壊条件をキレツ成長開始の条件と考えるとき、破壊過程はその条件を越えたところでいわゆる塑性化が進行し、その程度は内部の応力状態によって決まる面量(面量)と関連づけられると仮定する。以下、破壊過程に関する面量の定義・その算出法および塑性化の過程について述べる。

2.1 面量(面量)

垂直応力(σ)—せん断応力(τ)平面上の Mohr 応力円が、ある条件(例えば、キレツ成長の開始条件)を越える面の範囲は、球面上の面積で表現される。図-1の AB をその条件とすると、図-1の斜線内の点(p)は図-2に示すように 0 点を中心として単位の長さの半径を有する球面を描き、主応力軸を 1・2・3 としてそれらの作る座標面で区切られる第一象限の $\frac{1}{8}$ 球面を考えると、球面上の一点(p)であり、斜線部はその点の集合として表現される。すなわち、図-1の AB による斜線部は図-2の AB の面で表現される。同様に図-1の CDEF より上の部分は図-2の

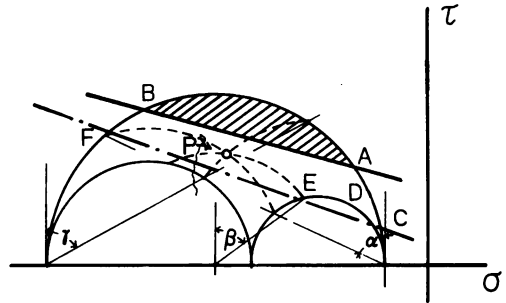


図1 Mohr 円と破壊規準

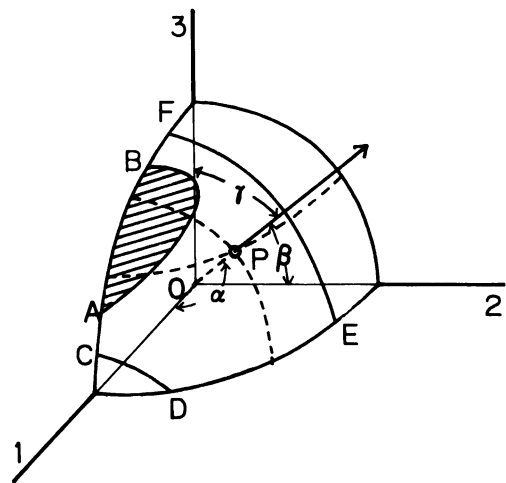


図2 面の量(面量)

CDEF に対応して表現される。このようなある条件を設定し、応力円内でその設定された条件を超過する応力状態を球面上に表現したとき、境界状態が形成する部分の面積を面量と定義する。この面量が破壊の塑性化に寄与する物理量とするものである。

2.2 面量の算出

面量は中間主応力の位置によっては解析的に算出することができるが、任意の中間主応力の位置では、解析的に求めることができない。以下、その算出法について述べる。

球の媒介変数表示式は、球の半径を a とするとき(図-3)、

$$r(u,v) = a \cos u \cdot \cos v \cdot i + a \sin u \cdot \cos v \cdot j + a \sin v \cdot k \quad \dots(1)$$

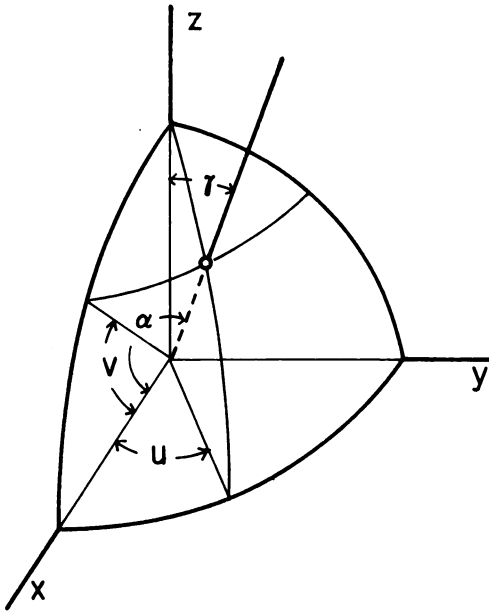


図3 球の媒介変数表示

$$x = a \cos \alpha \cdot \cos \gamma, y = a \sin \alpha \cdot \cos \gamma, z = a \sin \alpha$$

線素を ds とすると、

$$ds^2 = dr \cdot dr = r_u \cdot r_u du^2 + 2r_u \cdot r_v du dv + r_v \cdot r_v dv^2 \quad \dots(2)$$

規格量 $E = r_u \cdot r_u, F = r_u \cdot r_v, G = r_v \cdot r_v$ とすると、
 $= E du^2 + 2F du dv + G dv^2$

曲面 S $r(u, v)$ の面積 A は、

$$A = \iint_{\kappa} \sqrt{EG - F^2} du dv \quad \dots(3)$$

$$dA = \sqrt{EG - F^2} du dv \quad \dots(4)$$

次に単位球面 ($a=1$) について $1/8$ 球面を考えると

$$r_u = -\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot i + \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot j \quad \dots(5)$$

$$r_v = -\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot i - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot j + \cos \gamma \cdot k \quad (6)$$

であり、 $E = \cos^2 \gamma, F = 0, G = 1$ だから

$$dA = \cos \gamma \cdot du dv \quad \dots(7)$$

u, v を α と γ で表示すると

$$v = \pi/2 - \gamma \quad \dots(8)$$

$$\cos \alpha = \sin \gamma \cdot \cos \gamma \quad \dots(9)$$

$$u = \cos^{-1}(\cos \alpha / \sin \gamma) \quad \dots(10)$$

$$\cos \gamma \cdot dv = \cos \gamma \quad \dots(11)$$

図-4 (a) の応力状態では A 点, B 点, C 点, D 点の (α, γ) はそれぞれ (12.2, 77.8), (22.0, 90), (58.3, 90), (68.0, 22.0) となり、(C) 図の点に斜線部

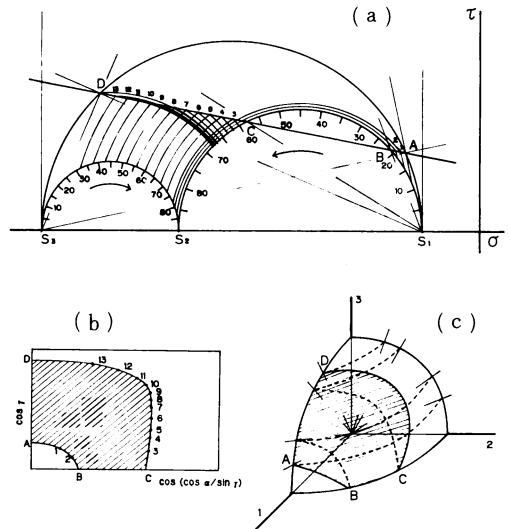


図4 面量の算出

に示される範囲となる。この面積は上述したように、(10), (11)式より、(b)図の変換され、面量を求めることができる。具体的な面量を図-4 (a) について求めるための計算表が表-1 である。算出された各点を結び、プランメーターで計測するなどの方法で面量が算出される。

三軸圧縮試験の場合は中間主応力が固定される。すなわち、Lode のパラメータ (μ) で中間主応力を表示すると、 $\sigma_1 = \sigma_3$ だから

表-1 計算表

	α°	γ°	$\cos \gamma$	$\cos^2 \gamma / \sin \gamma$	$\cos^{-1} \cos \alpha / \sin \gamma$
A	12.94	77.06	0.2239	1.0000	0.0000
1	15.52	80.06	0.0725	0.3782	0.2091
2	18.66	83.45	0.1140	0.8535	0.3059
B	20.91	90.00	0.0000	0.9341	0.3651
C	58.33	90.00	0.0000	0.5250	1.0181
3	60.19	78.64	0.1970	0.5071	1.0389
4	61.79	73.52	0.2836	0.4929	1.0553
5	63.22	69.18	0.3555	0.4820	1.0678
6	64.57	64.84	0.4251	0.4743	1.0765
7	65.73	60.61	0.4907	0.4716	1.0795
8	66.68	56.37	0.5537	0.4753	1.0754
9	67.43	51.87	0.6137	0.4879	1.0611
10	67.79	47.83	0.6712	0.5084	1.0374
11	68.10	42.80	0.7337	0.5489	0.9897
12	68.07	38.18	0.7860	0.6041	0.9221
13	67.79	32.35	0.8447	0.7065	0.7861
D	67.02	22.98	0.9206	1.0000	0.0000

$$\mu = 2(\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) - 1 \quad (-1 \leq \mu \leq 1) = 1$$

の場合であり、面量は解析的に求めることができる。図-5 (a) のように Mohr 円と破壊条件の交点との角度を α_A, α_D とすると、図-5 (b) に示す面量となる。

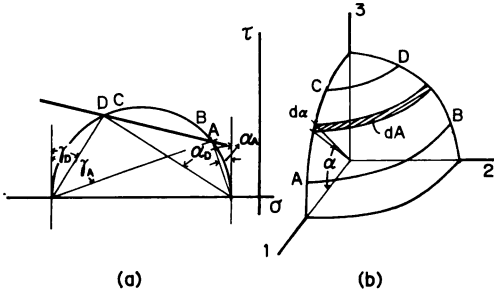


図5 三軸圧縮状態の面量

このときの面素 dA は、

$$dA = \pi/2 \times \cos \alpha \cdot d\alpha$$

で表わすことができ、図-5 (a) の面量は

$$A = \int_{\alpha_A}^{\alpha_D} \pi/2 \times \cos \alpha \cdot d\alpha = \pi/2 \times (\sin \alpha_D - \sin \alpha_A) \quad \dots(12)$$

で与えられる。

同様に $\mu = -1$ のとき

$$dA = \pi/2 \times \sin \alpha \cdot d\alpha$$

$$A = \pi/2 \int_{\alpha_A}^{\alpha_D} \sin \alpha \cdot d\alpha = \pi/2 \times (\cos \alpha_A - \cos \alpha_D) \quad \dots(13)$$

となり、中間主応力が $\mu = \pm 1$ のときは解析的に求めることができる。

以上、ある条件（キレツ開始条件）より上にある面の量は、その主応力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ によって決めることができる。

2.3 三軸圧縮試験における破壊過程

三軸圧縮試験において Griffith 放射物を超過するときキレツの成長が開始すると仮定する。Griffith の破壊条件は偏平楕円キレツの応力集中条件であるので、ガラスのような一つの潜在キレツが破壊し、そのキレツの成長により最終破壊に到達するような極めて脆性的破壊をする材料の破壊条件である。一般の脆性材料・コンクリート・シラスなどは引張条件によりキレツが進行するが、その部分で成長を最終破壊まで続けず、他の剛性の大きい部分でのキレツの成長を促進

し、キレツが相互に連結することにより最終破壊に至る。Griffith の破壊条件までは材料は弾性的に挙動し、それを超過すると、キレツは材料内の応力状態により決まるある部分に入り、塑性化するとする。塑性化の程度を塑性化度として表わす。三軸試験の場合、塑性化が完全に進行した状態では、せん断破壊の条件と一致する。

図-6 はこれら破壊過程の様子を図示したものである。図において A の応力状態までは材料は弾性的に

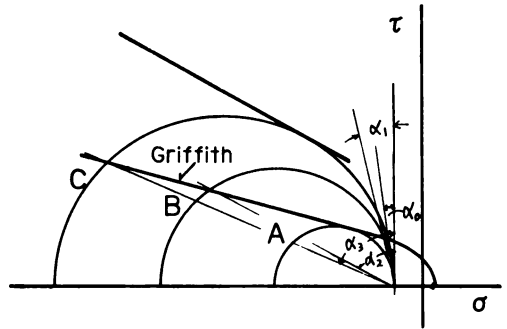


図6 破壊過程

挙動し、Griffith 放物線を超過するときキレツの成長を開始、塑性化する。Griffith の放物線を超過するまで弾性挙動をすと仮定しても応力度歪度関係が Griffith によって決まる圧縮強度まで弾性挙動する意味ではない。例えばコンクリートの応力度-歪度関係で考えると、引張強度は $|\sigma_c|/10$ 付近であることより Griffith の圧縮状態は $0.8\sigma_c$ となるが、これは応力度-歪度関係がコンクリートの圧縮強度の8割まで弾性的であることを意味するものではなく、応力をうけるある一点が Griffith のキレツ開始条件に到達するとき塑性化するものと解する。塑性化が完全に進行した状態を図-6 の C 円とみなし、進行段階では図の B 円と考えられる。

塑性化の程度（塑性化度）は塑性化が完全に進行した面量 S_0 （図-6 の C 円の面量）に対する過程段階の面量 S_g （図-6 の B 円の面量）で表わされると仮定する。図-6 について塑性化度 (S) を表現すると、図中の記号に従って、

$$S_0 = \pi/2 \times (\sin \alpha_3 - \sin \alpha_0) \quad \dots(14)$$

$$S_g = \pi/2 \times (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad \dots(15)$$

$$S = S_g/S_0 = (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) / (\sin \alpha_3 - \sin \alpha_0) \quad \dots(16)$$

となる。

2. 4 接線変形係数と塑性化度

Griffith の破壊条件はキレツ開始の条件であり、対象とする材料内の一点での応力状態により塑性化度が異なる。すなわち塑性化の程度は応力状態に依存する。

本報では内部の応力状態を有限要素法（以下 F. E. M）で算出することにした。材料内の各点で塑性化度が異なり、その塑性化度によって剛性変化するような材料を取り扱うとき、F. E. M が有力である。これらの解析において F. E. M における諸量と塑性化度の関係が必要となる。F. E. M 解析における変化量は変形係数とポアソン比であり、ここでは接線変形係数とポアソン比の非線形関係が塑性化度の関数として表現されるものとする。

接線変形係数と塑性化度の関係を浜田式で仮定して求めることにする。浜田式はコンクリートの応力度—歪度関係を実験的に表現するとき広く使用され、実験結果をよく代表することで知られる。浜田式は一般に

$$\sigma = 1 - (1 - \epsilon)^{K_0} \quad \dots(17)$$

K_0 : 材料定数

で表わされる。無次元化量として表現されているので σ を応力レベルと考えることができ、塑性化度 (S) に置き換えることができる。

圧縮強度試験における接線変形係数を E_i とすると塑性化度 S における接線変形係数は、(17)式を変形して次のように表現できる。

$$\sigma' = E_i(1 - S)^K \quad \dots(18)$$

K : 材料定数

K をここでは材料定数と定義したが、初期の接線変形係数と合理的に連続するためには、(17)式・浜田式の材料定数 K_0 との間に $K = (K_0 - 1) / K_0$ なる関係がある。

ポアソン比と塑性化度の関係は、本報告では考慮の対象外に置いた。今後の問題として残す。

3 F. E. M 解析

本報告の F. E. M 解析プログラムは三角形要素における軸対称問題として開発されたもの⁷⁾を参考に、自動分割・面量の計算・塑性化度と接線変形係数の関係などを導入したものを開発使用した。図-7に示すような分割により半無限弾性地盤上に集中荷重が作用する状態の解析を行い、その精度を検討する。接点数 144、要素数 288 とし、周辺の拘束状態は地表面に垂直

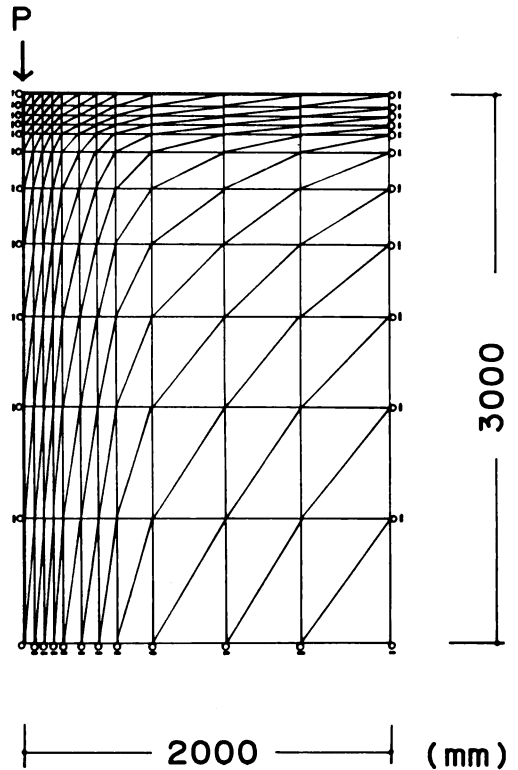


図7 集中荷重による半無限地盤の要素分割

な境界は、x 方向を、水平な境界は y 方向を拘束したものとす。この半無限体に集中荷重が作用するときの解は Boussinesq により求められているので、これと F. E. M 弾性解を比較する。

地表面から地盤中の深さ (d) が 5 cm, 10 cm, 20 cm の位置における変位を半径方向に見たとき、変位量を図-8に、F. E. M 解と弾性理論解を比較して示す。F. E. M 解は弾性理論解の下界を与えるので変位量は少ない結果を示すが、深さが増加するに従い、誤差は少なくなる。この程度の分割数でも実用的には使用に耐える。

以下の F. E. M 解析において、上述の F. E. M 弾性解析を元にしたプログラムを使用することとした。

4 面量—塑性化度を導入したシラスの三軸圧縮応力状態における F. E. M 弾塑性解析

これまで筆者等は、地山シラス地盤と建築物の基礎の相互作用を解析的に把握することを目的として、その物理的基本量を求めるために、三軸圧縮試験を行っ

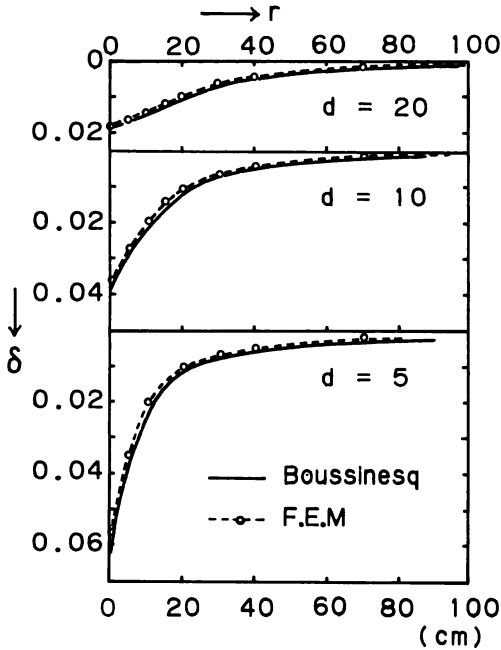


図8 集中荷重による半無限地盤のF. E. M解

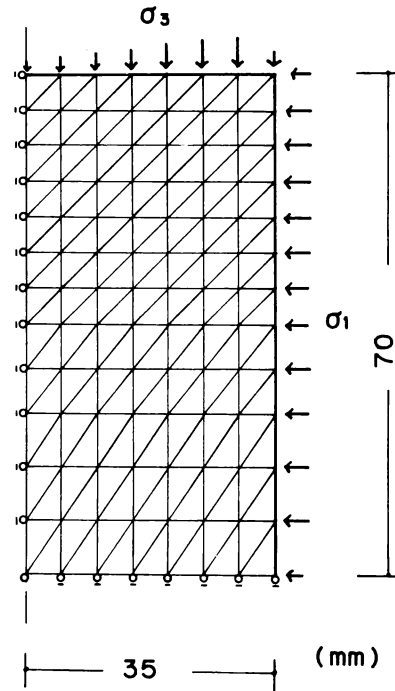


図9 三軸圧縮応力状態のF. E. M分割

てきた。これらの実験から求められる結果と面量-塑性化度の概念を導入したF. E. M弾塑性解析とを比較検討する。

三軸圧縮試験供試体の寸法は直径7 cm, 高さ14 cmである。対称性を考慮して、図-9に示す分割・寸法について解析をおこなう。

解析荷重条件は図-9の側圧 σ_1 を0, 2, 4, 6, 8, 10 kg/cm²の6通りとし、軸圧 σ_3 は予測最大荷重より大きい荷重を想定し、その荷重の $\frac{1}{2}$ 側圧を初期荷重として与え、初期接線変形係数、ポアソン比を使用し第一段階の弾性解析を行う。後段はいわゆる荷重増分による弾塑性解析である。面量・塑性化度の導入は前後階で得られた応力解から求められた主応力値に対し、面量、塑性化度を算出し、接線変形係数を介して応力-ひずみマトリックスに反映、後段の解析条件となる。

使用した初期接線変形係数は、原位置における圧縮強度試験および室内の三軸圧縮試験における側圧0 kg/cm²の結果から求められた数値をまるめ、150 kg/cm², 200 kg/cm²の2種類を採用した。Griffith放物線を決定する引張強度は、割裂引張試験および曲げ試験結果から求められた平均的強度である0.055 kg/cm²と、これらをまるめた0.100 kg/cm²を採用した。

図-10は面量・塑性化度を導入したF. E. M弾塑性解析から得られた、三軸圧縮応力状態の応力度-変位量曲線である。(a), (b)は(17)式の K を0.5とした結果である。2.4に説明したように $K=(K_0-1)/K_0$ であり、 $K_0=(E_i \cdot \epsilon_{max})/\sigma_c$ の関係がある。これらに圧縮強度試験の結果を代入すると $K_0=2.145, 2.85$, したがって $K=0.53, K=0.64$ となるが、本計算では個々の数値の相異に意味はないので簡単に $K=0.5$ とした。

計算された応力度-変位量曲線の関係と実験結果のそれと比較検討する。これらの検討は無次元化した応力度-変位量曲線に変換するとよくわかる。図-11は実験による無次元化した応力度変位量関係を示す。バラツキはあるもののひとつの式で表現でき、側圧と最大応力度の関係から無次元化しない応力度-変位関係が求められる。図-12は図-10の最大応力、最大応力時の変位量で除した無次元化した応力度-変位量関係であり、これは図-11と対応する。

これらと比較して、計算結果は応力レベルの低い段階で塑性化の進行が遅く、実験結果のそれと異なる傾

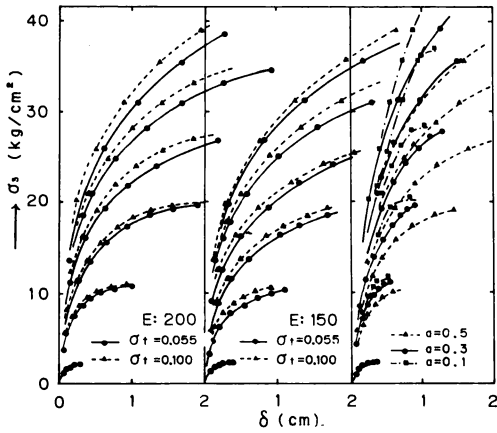


図10 応力度—変位曲線

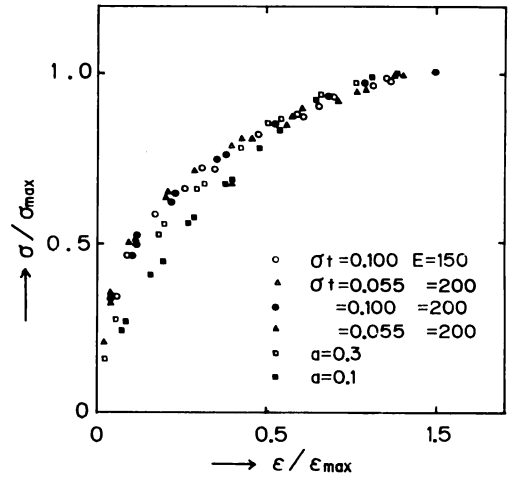


図12 応力度—変位量関係 (計算結果)

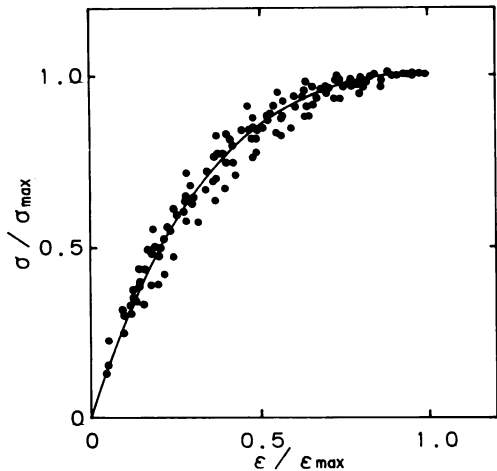


図11 応力度—変位関係 (実験結果)

向を示す。この原因は塑性化度すなわち面量に起因するもの、初期接線変形係数に起因するもの、ポアソン比の与え方に起因するものが考えられる。初期接線変形係数を与える浜田式は実験式であり、最大応力と最大応力時の歪度およびその歪度の1/2の歪度の応力度で与えられるので一応は、実験事実を忠実に表現するが、本報告で問題とする真の応力歪関係を表現しているものではない。ポアソン比の変化は今後検討の余地を残す。

以上の問題点は残るが図-10の結果に見られるように、側圧の増大とともに応力と変位の相互に増加する

結果となって現れ、実験結果のそれと対応する。この現象はシラスに限らず他の一般の脆性材料に共通な現象であり、計算結果はこれらの現象を定性的によく説明していることがわかる。また面量を規準とする塑性化度は、次章で述べる、2次元の破壊状態、すなわち中間主応力が変化するときの破壊現象とも対応がとれることなどから、面量を使用して破壊問題を考えることは脆性材料の引張破壊を対象にした非線形関係の問題に対処するための一方向を示すものと考えられる。

(17)式の材料定数(K)として塑性化度を導入した数値として、すなわち $K=a$ としたときの F. E. M 弾塑性解析の結果を図-10(C)に、 a が 0.3, 0.1 に関して求めた。図-12にもそれらを表わす。実験結果とよく一致することがわかる。

5 二軸試験における面量の変化

脆性材料の破壊曲面を π 平面 (主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の静水圧線に垂直な面) に表示するとよく知られるように外側がふくらんだおむすび形になる。これは中間主応力の影響によるものであり、面量から塑性化度を算出するこれまで述べてきたような弾塑性解析による破壊過程は二軸試験にも成立しなげなければならない、また脆性材料一般に示される破壊曲面を形成する必要がある。

図-13は二軸試験の中間主応力の変化に応じて面量の変化の様子を示すものであり、図-4(C)で求めた手法で逐次計算したものである。この例は Griffith

の引張強度を $0.1|\sigma_c|$ として Lode のパラメータで $\mu=0.8$ から -0.8 まで変化した様子を示す。 $\mu=1$ と -1 は(12)(13)式から求められるので、Lode のパラメータの変化に対する面量の変化は図-14に示すようになる。

これによると面量は $\mu=1$ のときが最大で $-0.2 \sim \mu \sim 0.2$ 付近では最小を示し、 $\mu=-1$ になるとそれらの中間の値を示す。面量が小さいことは破壊に至るまでの抵抗性、余力があることを意味する。すなわち面量による規準は材料内の一点の塑性化度評価の規準であり、応力状態によって面量は成長、塑性化の過程をたどる。したがって図-14から予想破壊荷重の傾向は、 $\mu=1$ のときを基準にとると、 $\mu=-0.2 \sim 0.2$ の面量の最小値をとるところで最大を示し、 $\mu=-1$ では基準値と最大値の中間に位置する。これらの傾向は中間主応力を変化させた二軸圧縮試験の結果と一致する。

6 結 び

以上、脆性材料の破壊現象を表現するために、Griffithの引張破壊をキレット成長開始の条件と考えて、応力状態によって決まる面量を導入した。それを適用

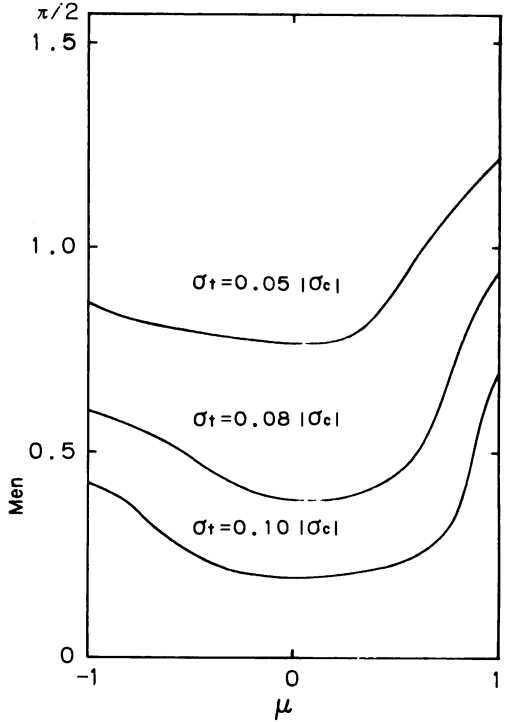


図14 Lode のパラメータによる面量の変化

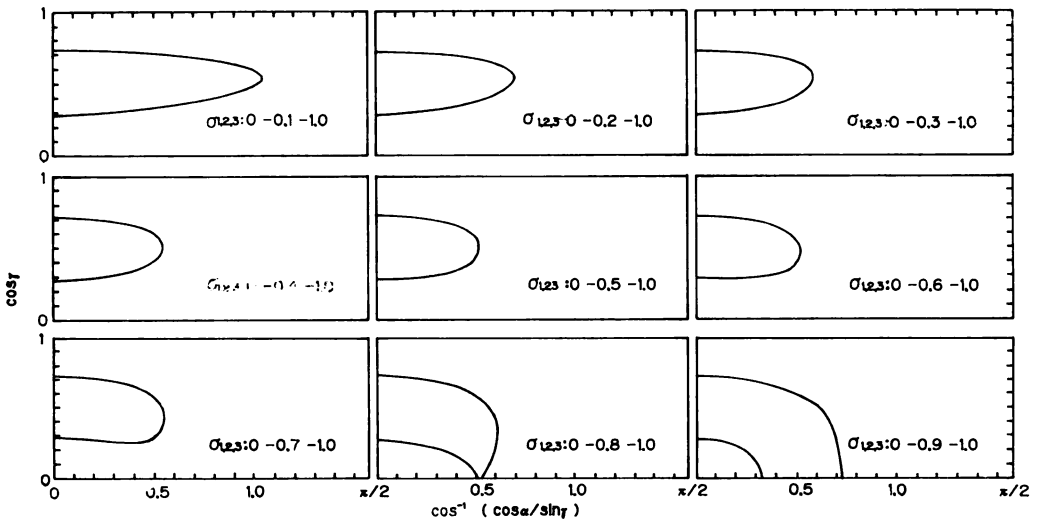


図13 面量の変化

して、シラスの三軸圧縮試験を想定し、有限要素法による弾塑性解析を行い、検討した。その結果をまとめると、

1. 面量から算出された塑性化度によるシラスの三軸試験を想定した有限要素法による弾塑性解析結果はほぼ実験結果を表現できる。
2. 面量の変化状況は二軸試験の中間主応力が変化するときの結果とも付合し、破壊が面量により表現できるものであることを示す。
3. 一般の材料の非線形挙動に使用される構成式は多くのパラメータを必要とするが、この方法では基本的に少ない材料パラメータでよいと考えられる。
4. 材料の種類によって破壊までの面量が決定できることが判明すると、圧縮試験、引張試験あるいは割裂引張試験によって、破壊条件を決定できることなどへの応用が可能である。

参 考 文 献

- 1) 藤松進著, 建築材料, 森北出版(株)
- 2) Socolousky 塑性学, (株)朝倉書店
- 3) Griffith, The Theory of Rupture, 1st Intern. Congr. Appl. Mech, 1924
- 4) 藤松進・徳富久二, コンクリートの破壊条件に関する“位相化面モーメント仮説”日本建築学会論文報告集, 第219号, 昭和49年5月
- 5) 上田通夫, 長野紀俊, シラスの破壊は引張で起る, 日本建築学会中国・九州支部研究報告第1号, 昭和44年4月
- 6) 上田通夫著, シラスの力学的性状の解明と防災技術の研究
- 7) 瀬口靖幸・北川浩・富田佳宏, 有限要素法の基礎, 日刊工業新聞発行
- 8) 徳富久二: 地山シラスの三軸圧縮試験およびその時間依存性について, 日本建築学会論文報告集, 第326号, 昭和58年4月