

## 自動抽出関数モデルとPSOによる連続時間 Hammersteinシステムの同定

著者	八野 知博, 岡江 祥男, 高田 等
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	51
ページ	45-50
別言語のタイトル	Identification of Continuous-time Hammerstein Systems Using Automatic Choosing Function Model and PSO
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10232/9043">http://hdl.handle.net/10232/9043</a>

# 自動抽出関数モデルとPSOによる連続時間 Hammersteinシステムの同定

著者	八野 知博, 岡江 祥男, 高田 等
雑誌名	鹿児島大学工学部研究報告
巻	51
ページ	45-50
別言語のタイトル	Identification of Continuous-time Hammerstein Systems Using Automatic Choosing Function Model and PSO
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10232/00004325">http://hdl.handle.net/10232/00004325</a>

# 自動抽出関数モデルと PSO による 連続時間 Hammerstein システムの同定

八野 知博\* 岡江 祥男\*\* 高田 等\*

## Identification of Continuous-time Hammerstein Systems Using Automatic Choosing Function Model and PSO

Tomohiro HACHINO\*, Yoshio OKAE\*\* and Hitoshi TAKATA\*

In this paper an identification method of continuous-time Hammerstein systems is proposed by using automatic choosing function (ACF) model and particle swarm optimization (PSO). An unknown nonlinear static part to be estimated is approximately represented by the ACF model. The weighting parameters of the ACF and the system parameters of the linear dynamic part are estimated by the least-squares method, while the adjusting parameters of the ACF model structure are determined by PSO. Simulation results are shown to illustrate the proposed method.

**Keywords:** System identification, Continuous-time system, Hammerstein system,  
Automatic choosing function model, Particle swarm optimization

### 1. はじめに

多くの実システムは飽和不感帯などの非線形性を有している。一般に、このようなシステムの解析や制御などを行うためには、対象システムの精度良いモデルが必要となる。Hammerstein モデルは広範な非線形システムを表現できるモデルとして知られており、非線形システム同定にしばしば用いられる。本モデルは非線形静的部と線形動的部が直列に接続されたブロック指向モデルの一つである<sup>1)</sup>。Hammerstein モデルに基づくシステム同定問題に対し、主に離散時間システムを対象として、相関法による手法<sup>2)</sup>やニューラルネットワークモデルによる手法<sup>3)</sup>などが提案されてきた。しかし、現実のシステムはそのほとんどが連続時

間であることを考慮すると、連続時間モデルに基づくシステム同定法の開発も重要な課題である。そこで、本報告では自動抽出関数 (Automatic Choosing Function; ACF) モデル<sup>4),5)</sup>と Particle Swarm Optimization (PSO)<sup>6)</sup>を用いた連続時間 Hammerstein システムの同定について検討する。本同定法では、入力データ領域をいくつかの小領域に分割し、各小領域ごとの局所線形モデルを ACF で結合することにより、非線形部を表現する。線形動的部のシステムパラメータ及び ACF の重みパラメータを最小二乗法により推定する。その際、ACF モデル構造に関する調整パラメータ、すなわち ACF の分割数、分割点及び形状を最適に選ぶことが望ましい。この非線形最適化問題に対し、本報告では粒子群最適化手法の一つである PSO を適用する。PSO は鳥や魚の群れの行動を工学モデル化した最適化手法の一つであり、そのアルゴリズムがシンプルであるため、近年様々な分野で注目されている<sup>7)</sup>。本報告では、赤池情報量規準 (Akaike Information Criterion; AIC)<sup>8)</sup>を目的関数とし、最小二乗法と PSO を組み

---

2009 年 7 月 10 日受理

\* 電気電子工学専攻

\*\* 博士前期課程電気電子工学専攻

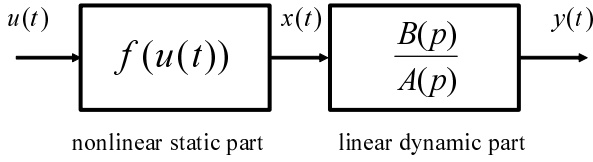


図-1 連続時間 Hammerstein モデル

合わせて推定モデルを得る。飽和要素と不感帯要素を有する複雑な非線形システムを対象とした数値シミュレーション実験を行い、提案法の有効性を示す。

## 2. 問題設定

図-1の Hammerstein モデルで表される一入出力連続時間非線形システムを同定の対象とする。

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} y(t) = \sum_{j=0}^r b_j p^{r-j} x(t) \\ x(t) = f(u(t)) \quad (a_0 = 1, n \geq r) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $u(t)$  および  $y(t)$  はそれぞれ入出力信号であり、 $x(t)$  は観測できない中間信号、 $f(\cdot)$  は未知の非線形関数である。 $p$  は微分演算子を表す。 $n, r$  はそれぞれ  $A(p), B(p)$  の次数で既知とする。本報告の目的は、入出力データから未知の非線形関数  $f(\cdot)$  と線形動的部のシステムパラメータ  $\{a_i\}, \{b_j\}$  を同定することである。

## 3. 同定

信号の高次微分を取り扱うために、状態変数フィルタ  $F(p)$  を導入し、 $F(p)$  を (1) 式の両辺に掛けると、次式を得る。

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} y^f(t) = \sum_{j=0}^r b_j p^{r-j} x^f(t) \\ x^f(t) = F(p)f(u(t)) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{cases} y^f(t) = F(p)y(t) \\ x^f(t) = F(p)x(t) \end{cases} \quad (3)$$

$F(p)$  が遅延型フィルタの場合、フィルタと非線形関数は順序交換が可能であり<sup>9)</sup>、 $F(p)f(u(t)) = f(F(p)u(t)) = f(u^f(t))$  となるので、(2) 式は

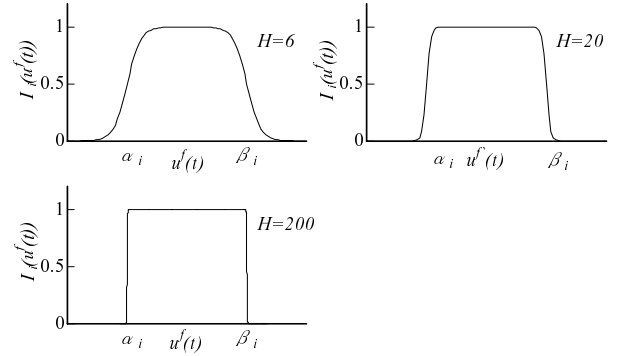


図-2 自動抽出関数 (ACF)

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} y^f(t) = \sum_{j=0}^r b_j p^{r-j} x^f(t) \\ x^f(t) = f(u^f(t)) \end{cases} \quad (4)$$

となる。なお、本報告では、遅延型状態変数フィルタとして、二次のオールパスフィルタで補償されたバタワースフィルタを使用する。

次に、(4) 式の未知非線形関数を ACF モデルにより表す。ACF は (5) 式のように定義される。

$$I_i(u^f(t)) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(H(u^f(t) - \alpha_i))} - \frac{1}{1 + \exp(-H(u^f(t) - \beta_i))} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (5)$$

ここで、 $H$  は正の実数である。この  $I_i(u^f(t))$  は、小領域  $D_i = [\alpha_i, \beta_i]$  ではほぼ 1 となり、その他の領域ではほぼ 0 となるような解析関数である。 $H = 6, 20, 200$  のときの ACF を図-2 に示す。

未知非線形関数  $f(\cdot)$  が各小領域  $D_i = [\alpha_i, \beta_i]$  で次のように線形近似されると仮定しよう。

$$f(u^f(t)) \cong c_i + d_i u^f(t) \quad \text{on } D_i \quad (6)$$

(6) 式の局所線形方程式群を (5) 式の ACF を用いて結合することにより、全領域における非線形関数を次のように表現できる。

$$f(u^f(t)) = \sum_{i=1}^M (c_i + d_i u^f(t)) I_i(u^f(t)) + \epsilon(t) \quad (7)$$

ただし、 $\epsilon(t)$  は近似誤差である。

(7) 式を (4) 式に代入すると、次の同定モデルが得られる。

$$p^n y^f(t) = \mathbf{z}^T(t) \boldsymbol{\theta} + v(t) \quad (8)$$

ここで、 $v(t)$  は式誤差であり、 $\theta$  および  $z(t)$  はそれぞれ

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = [\theta_a^T, \theta_{c_1}^T, \theta_{c_2}^T, \dots, \theta_{c_M}^T, \theta_{d_1}^T, \theta_{d_2}^T, \dots, \theta_{d_M}^T]^T \\ \theta_a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T \\ \theta_{c_i} = [\theta_{c_i}(1), \theta_{c_i}(2), \dots, \theta_{c_i}(r+1)]^T \\ \quad = [b_0 c_i, b_1 c_i, \dots, b_r c_i]^T \\ \theta_{d_i} = [\theta_{d_i}(1), \theta_{d_i}(2), \dots, \theta_{d_i}(r+1)]^T \\ \quad = [b_0 d_i, b_1 d_i, \dots, b_r d_i]^T \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z(t) = [z_a^T(t), z_{c_1}^T(t), z_{c_2}^T(t), \dots, z_{c_M}^T(t), \\ \quad \quad \quad z_{d_1}^T(t), \dots, z_{d_M}^T(t)]^T \\ z_a(t) = [-p^{n-1}y^f(t), -p^{n-2}y^f(t), \dots, -y^f(t)]^T \\ z_{c_i}(t) = [p^r I_i(u^f(t)), p^{r-1} I_i(u^f(t)), \\ \quad \quad \quad \dots, I_i(u^f(t))]^T \\ z_{d_i}(t) = [p^r \{u^f(t) I_i(u^f(t))\}, \\ \quad \quad \quad p^{r-1} \{u^f(t) I_i(u^f(t))\}, \dots, u^f(t) I_i(u^f(t))]^T \\ \quad \quad \quad (i = 1, 2, \dots, M) \end{array} \right. \quad (10)$$

である。

(8) 式に最小二乗法を適用すると、未知パラメータベクトル  $\theta$  が次式のように推定される。

$$\hat{\theta} = \left[ \sum_{k=k_s+1}^{k_s+N} z(t_k) z^T(t_k) \right]^{-1} \left[ \sum_{k=k_s+1}^{k_s+N} z(t_k) p^n y^f(t_k) \right] \quad (11)$$

ここで、 $N$  は入出力データ数である。

$\hat{c}_1 = 1$  とおいても一般性は失われないので、線形動的部のシステムパラメータは次式で得られる。

$$\begin{aligned} & [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_r]^T \\ & = \left[ \mathbf{I}_{(n+r+1) \times (n+r+1)} : \mathbf{0} \right] \hat{\theta} \end{aligned} \quad (12)$$

また、ACF の重みパラメータは、再度最小二乗法を適用して、次式より得られる。

$$\begin{aligned} \hat{c}_i &= \sum_{j=1}^{r+1} \hat{\theta}_{c1}(j) \hat{\theta}_{c_i}(j) / \sum_{j=1}^{r+1} \hat{\theta}_{c1}^2(j) \\ & \quad (i = 2, 3, \dots, M) \\ \hat{d}_i &= \sum_{j=1}^{r+1} \hat{\theta}_{c1}(j) \hat{\theta}_{d_i}(j) / \sum_{j=1}^{r+1} \hat{\theta}_{c1}^2(j) \\ & \quad (i = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (13)$$

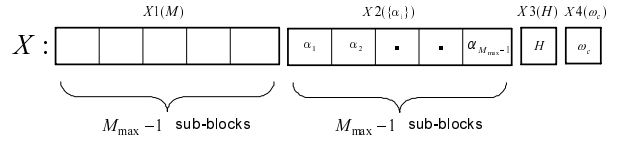


図-3 X の実現

したがって、非線形関数は (13) 式の  $\hat{c}_i$  と  $\hat{d}_i$  から次のように推定される。

$$\hat{f}(u^f(t)) = \sum_{i=1}^M (\hat{c}_i + \hat{d}_i u^f(t)) I_i(u^f(t)) \quad (14)$$

#### 4. 同定アルゴリズム

上記同定アルゴリズムの精度は、ACF モデル構造に関する調整パラメータ、(ACF の分割数  $M$ 、分割点  $\{\alpha_i\}$  および形状  $H$ ) と遅延型状態変数フィルタの遮断周波数  $\omega_c$  に大きく依存する。そこで、 $\mathbf{X} = [M, \{\alpha_i\}, H, \omega_c]$  を最適に決定することが望まれる。本報告では、PSO を用いて  $\mathbf{X}$  を準最適に決定する。 $\mathbf{X}$  は図-3 のように  $\mathbf{X1}$ 、 $\mathbf{X2}$ 、 $\mathbf{X3}$ 、 $\mathbf{X4}$  の4つのブロックで構成されている。 $\mathbf{X1}$  ブロックは ACF の分割数  $M$  に関するブロック、 $\mathbf{X2}$  ブロックは ACF の分割点  $\{\alpha_i\}$  に関するブロック、 $\mathbf{X3}$  ブロックは ACF の形状を決めるパラメータ  $H$  に関するブロック、 $\mathbf{X4}$  ブロックはフィルタの遮断周波数  $\omega_c$  に関するブロックである。なお  $\mathbf{X1}$  ブロックと  $\mathbf{X2}$  ブロックについては、以下の方法でパラメータを生成する。

[ $\mathbf{X1}$  ブロックについて]

ACF の分割数  $M$  に関する  $(M_{max} - 1)$  個の値であり、この値をさらに四捨五入により "0" と "1" に変換する。"1" となる個数の総和 +1 が ACF の分割数  $M$  となる。

[ $\mathbf{X2}$  ブロックについて]

ACF の分割点  $\{\alpha_i\}$  に関する  $(M_{max} - 1)$  個の値であり、 $\mathbf{X1}$  ブロック中の対応するサブブロックの値が "1" であるときのみ、候補値として採用する。

提案するアルゴリズムは以下の通りである。

##### step 1: 初期化

位置  $\mathbf{X}_i^0$  と速度  $\mathbf{V}_i^0$  ( $i = 1, 2, \dots, Q$ ) を持つ  $Q$  個の Particle をランダムに発生させる。 $\mathbf{X1}$  ブロックについては、 $[0, 1]$  の一様乱数とする。繰り返しカウンタ  $l = 0$  とする。

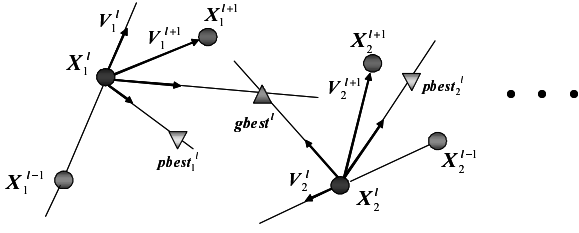


図-4 Particle 位置の更新

### step 2: フィルタリング

フィルタの遮断周波数の候補  $\omega_{ci}$  より、フィルタリングされた信号の候補  $u_i^f(t)$ ,  $y_i^f(t)$  およびそれらの高次微分を求める ( $i = 1, 2, \dots, Q$ )。

### step 3: 同定

$Q$  個の ACF モデルとフィルタリングされた信号を用いて、(11)~(14) 式から  $\hat{\theta}_i$  と  $\hat{f}_i(u^f(t))$  ( $i = 1, 2, \dots, Q$ ) を推定する。

### step 4: 評価値計算

各 Particle の評価値 (AIC) を次式より求める。

$$J_i(\mathbf{X}_i^l) = N \log \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=k_s+1}^{k_s+N} \{y(t_k) - \hat{y}_i(t_k)\}^2 \right\} + 2P_i \quad (15)$$

$(i = 1, 2, \dots, Q)$

ここで、 $y(t)$  は真の出力、 $\hat{y}_i(t)$  は推定モデルの出力、 $P_i = n + M_i(r+1)$  は同定モデル (8) 式に含まれるパラメータ数である。

### step 5: 最良候補 $pbest$ 及び $gbest$ の更新

計算された評価値に基づき  $pbest$  及び  $gbest$  を (16), (17) 式から決定する。ここで、 $pbest$  及び  $gbest$  はそれぞれ各 Particle 及び全 Particle がこれまでに探索した最良評価値を与える解候補を表す。

$l = 0$  のとき

$$\begin{aligned} pbest_i^l &= \mathbf{X}_i^l \\ gbest^l &= \mathbf{X}_{i_{best}}^l \quad i_{best} = \arg \min_i J(\mathbf{X}_i^l) \end{aligned} \quad (16)$$

$l \geq 1$  のとき

$$\begin{aligned} pbest_i^l &= \begin{cases} \mathbf{X}_i^l & (J(\mathbf{X}_i^l) < J(pbest_i^{l-1})) \\ pbest_i^{l-1} & (\text{otherwise}) \end{cases} \\ gbest^l &= pbest_{i_{best}}^l \quad i_{best} = \arg \min_i J(pbest_i^l) \end{aligned} \quad (17)$$

### step 6: 速度及び位置の更新

位置  $\mathbf{X}_i^l$  と速度  $\mathbf{V}_i^l$  を (18) 式により更新する。

$$\begin{cases} \mathbf{V}_i^{l+1} = w^l \cdot \mathbf{V}_i^l + c_1 \cdot rand_1() \cdot (pbest_i^l - \mathbf{X}_i^l) \\ \quad \quad \quad + c_2 \cdot rand_2() \cdot (gbest^l - \mathbf{X}_i^l) \\ \mathbf{X}_i^{l+1} = \mathbf{X}_i^l + \mathbf{V}_i^{l+1} \end{cases} \quad (18)$$

ここで、 $w^l$  は慣性係数、 $c_1$ 、 $c_2$  は加速係数、 $rand_1()$ 、 $rand_2()$  は 0 から 1 までの一様乱数である。 $w^l$  は (19) 式のように、 $l$  に関して線形的に  $w_{max}$  から  $w_{min}$  まで減少させる。

$$w^l = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{l_{max}} l \quad (19)$$

ただし、 $l_{max}$  は最大反復回数である。図-4 に Particle 位置の更新の様子を示す。

### step 7: 繰り返し

$l = l_{max}$  ならば停止する。そうでなければ、繰り返しカウンタ  $l = l + 1$  とし、step 2 へ戻る。

最終的に、ACF モデル構造に関する調整パラメータ及びフィルタの遮断周波数  $\hat{\mathbf{X}}$  は  $gbest^{l_{max}}$  で得られる。したがって、推定モデルは、 $\hat{\mathbf{X}}$  と対応する  $\hat{\theta}$  および  $\hat{f}(u^f(t))$  から構成される。

## 5. シミュレーション実験

次のシステムを同定対象とする。

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} y(t) = \sum_{j=0}^r b_j p^{r-j} x(t) \quad (n=2, r=1) \\ a_1 = 0.3, \quad a_2 = 0.8, \quad b_0 = 0.5, \quad b_1 = 1.0 \\ x(t) = f(u(t)) \\ = \begin{cases} -2.0 & (u(t) < -1.8) \\ \frac{2.0}{1.2}u(t) + 1.0 & (-1.8 \leq u(t) < -0.6) \\ -2.0 & (-0.6 \leq u(t) < 0.6) \\ \frac{4.0}{1.2}u(t) - 4.0 & (0.6 \leq u(t) < 1.8) \\ 2.0 & (1.8 \leq u(t)) \end{cases} \end{cases} \quad (20)$$

入力  $u(t)$  は帯域幅 1[rad/s] のランダム信号とし、出力  $y(t)$  は NS 比 5% の雑音に乱されているとした。入出力データ数は  $N = 5000$  とした。PSO の設定パラメータは、最大反復回数： $l_{max} = 200$ 、Particle 数： $Q = 100$ 、加速係数： $c_1 = 1.5$ 、 $c_2 = 1.4$ 、慣性係数：最大値  $w_{max} = 0.9$ 、最小値  $w_{min} = 0.6$ 、とした。また探索範囲は、ACF の分割数： $[M_{min}, M_{max}] = [1, 20]$ 、分割点： $[\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [-2.86, 3.14]$ 、形状に関するパラメータ： $[H_{min}, H_{max}] = [1.0, 20.0]$ 、フィルタ遮断周波数： $[\omega_{c(min)}, \omega_{c(max)}] = [0.5, 10]$ 、とした。

PSO によって、ACF の分割数  $M = 9$ 、形状に関

表-1 線形動的部の推定パラメータ

	$a_1$	$a_2$	$b_0$
真値	0.3	0.8	0.5
本手法	0.293	0.813	0.469
GA手法	0.294	0.816	0.463

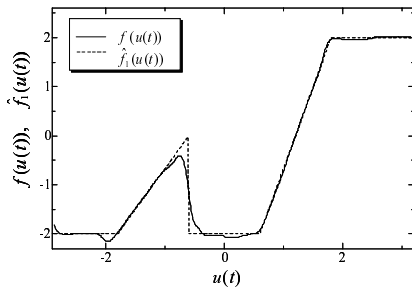


図-5 推定非線形関数 (本手法)

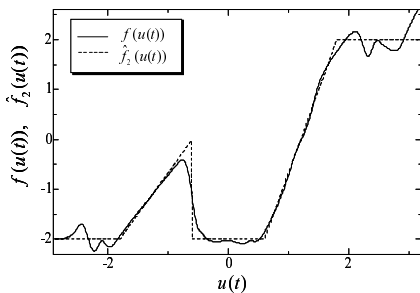


図-6 推定非線形関数 (GA手法)

するパラメータ  $H = 19.98$ 、フィルタ遮断周波数  $\omega_c = 5.03$  [rad/s] と決定された。比較対象として  $X$  (ACFモデル構造に関する調整パラメータ及びフィルタの遮断周波数) の最適化に遺伝的アルゴリズム (GA) <sup>10)</sup> を用いた同定実験も行った。GA手法では、ACFの分割数  $M = 13$ 、形状に関するパラメータ  $H = 17.08$ 、フィルタ遮断周波数  $\omega_c = 4.76$  [rad/s] と決定された。

表-1に、本手法とGA手法で得られた線形動的部の推定パラメータを示す。なお、推定モデルは  $b_1$  によって規格化されているため、本表では  $b_1$  の結果は省かれている。本表より、本手法とGA手法による線形動的部の推定結果はほぼ同等の精度を有することが確認できる。

本手法とGA手法で得られた推定非線形関数を、それぞれ図-5および図-6に示す。GA手法による推定非線形関数は、特に飽和部において真の非線形関数に対する誤差が大きいのにに対し、本手法による推定非線形関数は真の非線形関数に対する誤差が少ない結果が得られている。

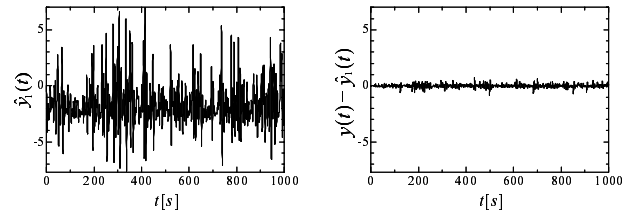


図-7 推定モデルの出力 (本手法)

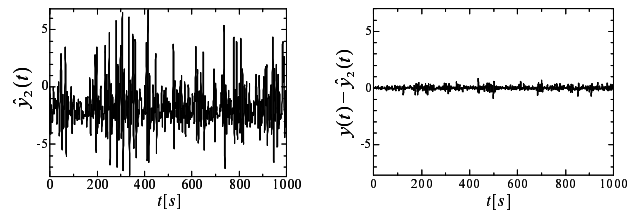


図-8 推定モデルの出力 (GA手法)

表-2 評価値 (AIC)

	最良値	平均値	最悪値
本手法	-16802	-16672	-16295
GA手法	-15145	-15043	-14892

本手法による推定モデルの出力  $\hat{y}_1(t)$  および真の出力との誤差を図-7に示す。また、GA手法による推定モデルの出力  $\hat{y}_2(t)$  および真の出力に対する誤差を図-8に示す。推定モデルの出力の平均絶対値誤差は、本手法では  $\sum_{k=k_s+1}^{k_s+N} |y(t_k) - \hat{y}_1(t_k)| / N = 0.112$ 、GA手法では  $\sum_{k=k_s+1}^{k_s+N} |y(t_k) - \hat{y}_2(t_k)| / N = 0.120$ 、であった。本手法による推定モデルの出力は、GA手法による推定モデルの出力と比べて精度が高いことが確認できる。

さらに詳細な比較を行うため、本手法とGA手法による同定をそれぞれ20回行った。各手法の評価値 (AIC) の最良値、平均値、最悪値を表-2に示す。本表より、本手法の方がGA手法と比べて最良値、平均値、最悪値のすべての値が小さく、優れた結果が得られていることがわかる。

## 6. おわりに

ACFモデルとPSOを用いた連続時間Hammersteinシステムの一併定法を提案した。PSOにより、ACFモデル構造に関する調整パラメータと前処理フィルタの遮断周波数を準最適に決定した。シミュレーショ

ン実験により、出力データが雑音に乱されている場合でも、線形動的部のシステムパラメータと非線形関数を精度良く同定できることを確認した。今後の課題として、より複雑な Hammerstein システムに対する本同定法の有効性の検討や、実システムへの適用等が挙げられる。

#### 参考文献

- 1) O. Nelles: Nonlinear System Identification, Springer (2000).
- 2) S. A. Billings and S. Y. Fakhouri: Identification of Systems Containing Linear Dynamic and Static Nonlinear Elements, *Automatica*, Vol.18, No.1, pp.15–26 (1982).
- 3) H. Al-Duwaish and M. N. Karim: A New Method for the Identification of Hammerstein Model, *Automatica*, Vol.33, No.10, pp.1871–1875 (1997).
- 4) H. Takata: An Automatic Choosing Control for Nonlinear Systems, *Proc. of the 35th IEEE CDC*, pp.3453–3458 (1996).
- 5) T. Hachino and H. Takata: Structure Selection and Identification of Hammerstein Type Nonlinear Systems Using Automatic Choosing Function Model and Genetic Algorithm, *IEICE Trans. Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol.E88-A, No.10, pp.2541–2547 (2005).
- 6) J. Kennedy and R. C. Eberhart: Particle Swarm Optimization, *Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks*, pp.1942–1948 (1995).
- 7) H. Yoshida, K. Kawata, Y. Fukuyama, S. Takayama and Y. Nakanishi, A Particle Swarm Optimization for Reactive Power and Voltage Control Considering Voltage Security Assessment, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol.15, No.4, pp.1232–1239 (2000).
- 8) H. Akaike: A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.19, No.6, pp.716–723 (1974).
- 9) K. M. Tsang and S. A. Billings: Identification of Continuous Time Nonlinear Systems Using Delayed State Variable Filters, *Int. J. Control*, Vol.60, No.2, pp.159–180 (1994).
- 10) D. E. Goldberg: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley (1989).