

クラックを有する木材はりのモードII エネルギー解放率

| | |
|-----|---|
| 著者 | 大草 克己 |
| 雑誌名 | 鹿児島大学農学部演習林報告 |
| 巻 | 11 |
| ページ | 1-20 |
| URL | http://hdl.handle.net/10232/943 |

クラックを有する木材はりのモードIIエネルギー解放率

大 草 克 己
(森林土木学研究室)

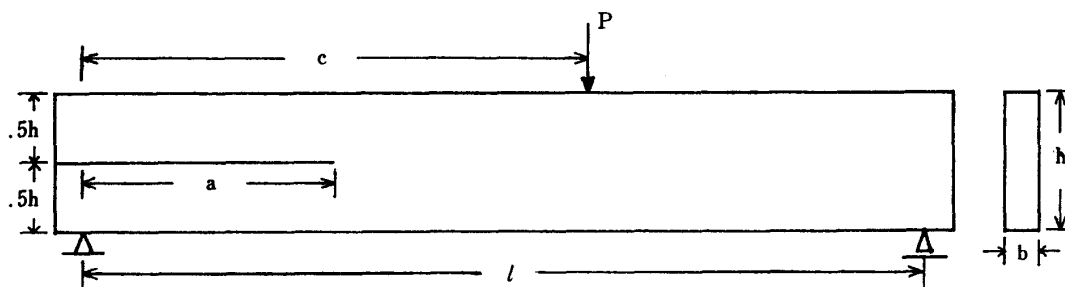
Mode II Energy Release Rate for the End-Cracked Wood Beam

Katsumi OKUSA
(Laboratory of Forest Civil Engineering)

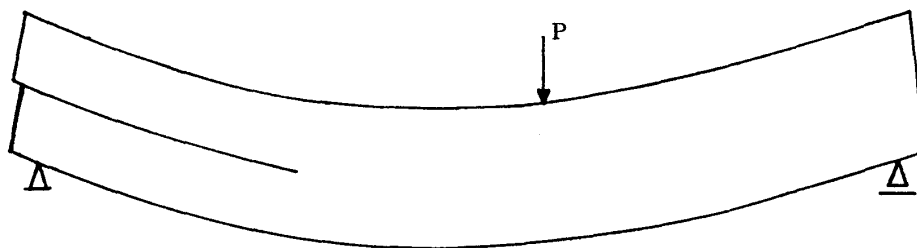
緒 言

木材のモードII（面内せん断型）の破壊靱性を定めるために、著者は先に Fig.1 のように幅= b 、高さ= h の長方形断面、高さの中央に水平なクラックを有する木材はりの単純支持、集中荷重方式での曲げ試験について報告した¹⁾。そこでは Fig.1 のはりを、区間 a では $2 \times (b \times h/2)$ の重ねはり、区間 $(l-a)$ では $(b \times h)$ の単体はりともなし、材料力学のはり理論を適用して、荷重点の撓み \hat{v} 、およびクラック進展にともなうエネルギー解放率 $\hat{\mathcal{G}}$ を計算する式として次の (1)、(2) を提示した。

$$\hat{v} = 4P[(l-c)^2(3a^3+c^2l)/h^3l + 3(E/G)(l-c)c/10hl]/Eb \quad (1)$$



(a)



(b)

Fig.1. Cracked wood beam for measuring the mode II fracture toughness (\mathcal{G}_{IIc}).

P: concentrated load, l : span, h : beam depth,
b: beam width, a : crack length, c : distance
from crack-side supported point to the loaded point.

$$\hat{G} = (18/Eh^3)(P/b)^2(l-c)^2a^2/l^2 \quad (2)$$

これらの式で E はヤング率, G はせん断弾性係数であり, 木材のはりでは $E=E_L$, $G=G_{LR}$ または G_{LT} などとなる。

(1) および (2) 式は, 単純なはり理論にもとづく近似式であるから, その精度を吟味するため, 有限要素法による数値解析を行い, 上式に対する補正の方法を検討した。

水平なクラックを有するはりの有限要素法プログラム

プログラムの説明

FORTRAN ソースプログラムおよび使用されている記号の説明を Appendix に示す。

文献2) のプログラムと同様に, 一次式の変位関係を仮定する三角形要素と, 積 xy の項をも含む長方形要素 (各辺は直交座標軸にそれぞれ平行) とを用いるものである。

サブルーチン **ESTIF** は要素の剛性マトリックスを作成するものであるが, 文献2) のサブルーチン **FEM** と同様であり, またサブルーチン **INPUT** は入力データの読み込みと印刷であるから Appendix では省略した。

サブルーチン **BANDM** は全体剛性マトリックスの対角線より右上半分, 非零成分の部分を配列 **GST** に組み込むものであり, 完成された **GST** はそのままファイル (9) に記録する。

つづいて配列 **TF** に所定の節点荷重値を入れ, 変位が規定されている節点については, その変位成分に応じてサブルーチン **PREDIS** で **GST** および **TF** の修正を行う。

クラックに関する処理は, サブルーチン **CRACK** で行うが, その内容は次の通りである。Fig. 2 で i, j および k, l は, クラック面上の相対する節点の組であって, 節点番号は常に $j=i+1$, $l=k+1$ とする。節点 n はクラック面上に1辺を有する要素において, クラック面上にない節点を表わす。各節点の x (水平) 方向および y (垂直) 方向の変位を u および v で表わし, 対応する節点力を f, g とすると, 全体剛性方程式は $i, j, \dots, k, l, \dots, n$ 節点に対して次のようになる。

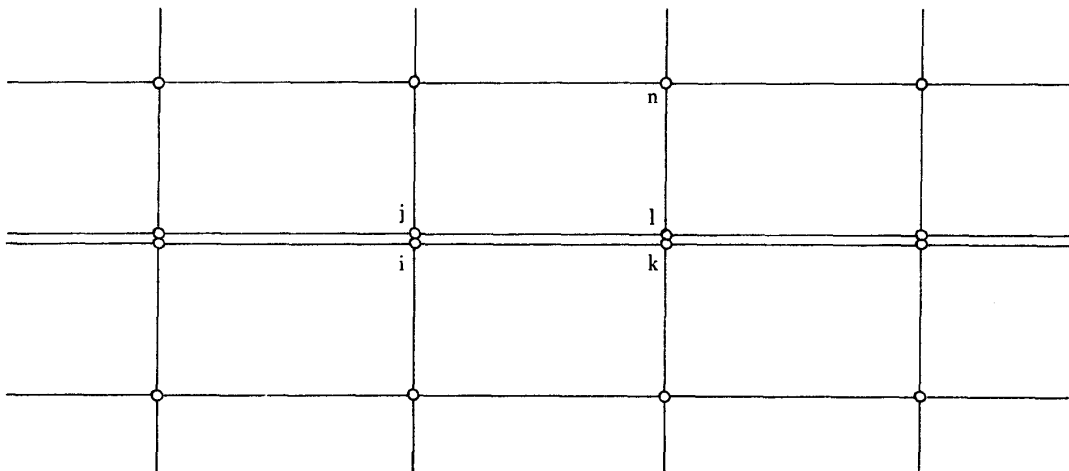


Fig. 2. Elements along the crack.

i, k : nodal points on the lower surface of crack.
 j, l : nodal points on the upper surface of crack.
 n : nodal point not on the crack surface.

$$\cdots + C_{2i-1,2i-1}u_i + C_{2i-1,2i}v_i + \cdots + C_{2i-1,2k-1}u_k + C_{2i-1,2k}v_k + \cdots = f_i \quad (3.1)$$

$$\cdots + C_{2i,2i-1}u_i + C_{2i,2i}v_i + \cdots + C_{2i,2k-1}u_k + C_{2i,2k}v_k + \cdots = g_i \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2j-1,2j-1}u_j + C_{2j-1,2j}v_j + \cdots + C_{2j-1,2l-1}u_l + C_{2j-1,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2j-1,2n-1}u_n + C_{2j-1,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = f_j \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2j,2j-1}u_j + C_{2j,2j}v_j + \cdots + C_{2j,2l-1}u_l + C_{2j,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2j,2n-1}u_n + C_{2j,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = g_j \quad (3.4)$$

$$\cdots + C_{2k-1,2i-1}u_i + C_{2k-1,2i}v_i + \cdots + C_{2k-1,2k-1}u_k + C_{2k-1,2k}v_k + \cdots = f_k \quad (3.5)$$

$$\cdots + C_{2k,2i-1}u_i + C_{2k,2i}v_i + \cdots + C_{2k,2k-1}u_k + C_{2k,2k}v_k + \cdots = g_k \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2l-1,2j-1}u_j + C_{2l-1,2j}v_j + \cdots + C_{2l-1,2l-1}u_l + C_{2l-1,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2l-1,2n-1}u_n + C_{2l-1,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = f_l \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2l,2j-1}u_j + C_{2l,2j}v_j + \cdots + C_{2l,2l-1}u_l + C_{2l,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2l,2n-1}u_n + C_{2l,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = g_l \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2n-1,2j-1}u_j + C_{2n-1,2j}v_j + \cdots + C_{2n-1,2l-1}u_l + C_{2n-1,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2n-1,2n-1}u_n + C_{2n-1,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = f_n \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2n,2j-1}u_j + C_{2n,2j}v_j + \cdots + C_{2n,2l-1}u_l + C_{2n,2l}v_l + \cdots \\ \cdots + C_{2n,2n-1}u_n + C_{2n,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = g_n \quad (3.10)$$

Fig.1(a) のようにクラックが水平 (x) 方向, 荷重が垂直 (y) 方向に作用するとき, 同図 (b) のように変形することが予想されるから, クラック面上の相対する節点の変位は y 方向では等しく, x 方向では自由である。また相対する節点はクラック面を介して上, 下に互いに押し合うことになるから, これら節点の y 方向節点力は互いに大きさが等しく逆向きでなければならない。したがって

$$v_i = v_j, \quad v_k = v_l \quad (4.1)$$

$$g_i + g_j = 0, \quad g_k + g_l = 0 \quad (4.2)$$

となり, これらの条件を用いて剛性方程式を次のように修正する。ただし (3.1) および (3.5) は変更の必要がない。

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2i,2i-1}u_i + (C_{2i,2i} + C_{2j,2j})v_i + C_{2j,2j-1}u_j + \cdots \\ \cdots + C_{2i,2k-1}u_k + (C_{2i,2k} + C_{2j,2l})v_k + C_{2j,2l-1}u_l + \cdots \\ \cdots + C_{2j,2n-1}u_n + C_{2j,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = 0 \quad (3.2)'$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2j-1,2j}v_i + C_{2j-1,2j-1}u_j + 0 \cdot v_j + \cdots \\ \cdots + C_{2j-1,2l}v_k + C_{2j-1,2l-1}u_l + 0 \cdot v_l + \cdots \end{aligned} = g_j \quad (3.3)'$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2k,2i-1}u_i + (C_{2k,2i} + C_{2l,2j})v_i + C_{2l,2j-1}u_j + \cdots \\ \cdots + C_{2k,2k-1}u_k + (C_{2k,2k} + C_{2l,2l})v_k + C_{2l,2l-1}u_l + \cdots \\ \cdots + C_{2l,2n-1}u_n + C_{2l,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = 0 \quad (3.6)'$$

$$\begin{aligned} \cdots + C_{2l-1,2j}v_i + C_{2l-1,2j-1}u_j + 0 \cdot v_j + \cdots \\ \cdots + C_{2l-1,2l}v_k + C_{2l-1,2l-1}u_l + 0 \cdot v_l + \cdots \end{aligned} = g_l \quad (3.7)'$$

$$\begin{aligned} & \cdots + c_{2n-1,2j}v_i + c_{2n-1,2j-1}u_j + 0 \cdot v_j + \cdots \\ & \quad \cdots + c_{2n-1,2l}v_k + c_{2n-1,2l-1}u_l + 0 \cdot v_l + \cdots \\ & \quad \quad \cdots + c_{2n-1,2n-1}u_n + c_{2n-1,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = f_n \quad (3.9)'$$

$$\begin{aligned} & \cdots + c_{2n,2j}v_i + c_{2n,2j-1}u_j + 0 \cdot v_j + \cdots \\ & \quad \cdots + c_{2n,2l}v_k + c_{2n,2l-1}u_l + 0 \cdot v_l + \cdots \\ & \quad \quad \cdots + c_{2n,2n-1}u_n + c_{2n,2n}v_n + \cdots \end{aligned} = g_n \quad (3.10)'$$

上の修正を行った後 (3.4) および (3.8) 式は削除する。しかしこのプログラムでは (3.4), (3.8) 式をとり除いてつめる代りに、全体剛性マトリックスの対応する対角成分 (配列 **GST** の第 $2j$ および第 $2l$ 行の第 1 列の成分) を 1.0 とし、その行の他の成分および右辺の節点力 (g_j, g_l) を 0 にする。(このようにすると次の **SOLVE** の処理で $v_j=0, v_l=0$ と出るから、つづいて $v_j=v_i, v_l=v_k$ とする。)

SOLVE は剛性方程式を消去法によって解くサブルーチンであり、処理の結果、配列 **DELTA** に節点変位が求まる。

サブルーチン **RESULT** では節点変位の印刷につづいて、先にファイル (9) に記憶させている未修正の **GST** と **DELTA** とから節点力の計算をサブルーチン **FORCE** で行い、その結果を印刷する。これによって与えられた所定の節点力との差を知ることができ、計算の精度がチェックできる。さらにサブルーチン **ESTIF** で求め、ファイル (8) に記録してある各要素毎の応力-変位マトリックス **DBA** を読み込み、各要素の応力およびひずみエネルギーなどを計算して印刷する。

要素法プログラムによる計算精度の吟味

ここでのプログラムにおいて、 $\text{NCP}=1, \text{NCPP}(1)=0$ とするとクラックのない普通の平面応力問題の解が得られる。

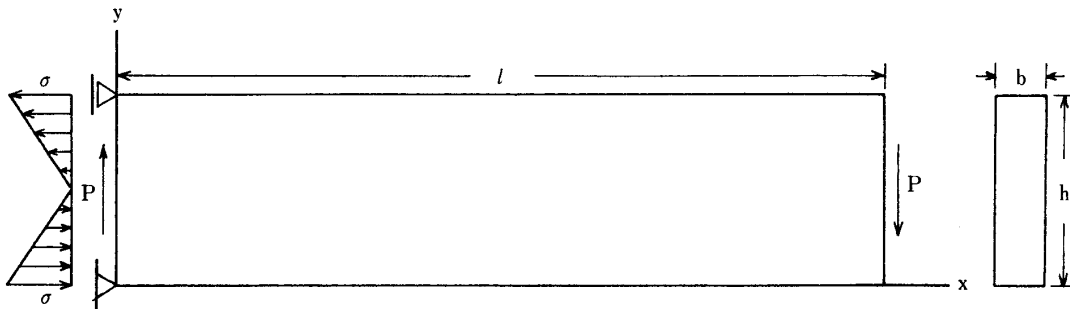


Fig. 3. Cantilever beam subjected to vertical distributed load at the free end.

Fig. 3 に示す自由端に垂直荷重 P を受ける等方体の片持はりに対しては、Airy の応力関数 ϕ を

$$\phi = (6P/bh^3)(l-x)(y^3/3 - hy^2/2) \quad (5)$$

とすれば³⁾、応力成分は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \partial^2 \phi / \partial y^2 = (6P/bh^3)(l-x)(2y-h) \\ \sigma_y &= \partial^2 \phi / \partial x^2 = 0 \\ \tau_{xy} &= -\partial^2 \phi / \partial x \partial y = -(6P/bh^3)(h-y)y \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となり、力に関する境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y=0, y=h &: \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \\ x=l &: \sigma_x = 0, \quad \int_0^h b\tau_{xy} dy = -P \\ x=0 &: \sigma_x = (12Pl/bh^3)(y-h/2) = \sigma(2y-h)/h; \\ &\quad \sigma = 6Pl/bh^2 = M/W, \\ &\quad \int_0^h b\tau_{xy} dy = P \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

また (6) に対応するひずみ成分を積分して、変位に関する境界条件

$$\left. \begin{aligned} x=0, y=0 &: u=v=0 \\ x=0, y=h &: u=0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

を与えると、 y 方向の変位 v は

$$v = -(P/Ebh^3)[6\nu(l-x)(y^2-hy) - 2x^3 + 6lx^2 + (2+\nu)h^2x] \quad (9)$$

となる。 ν はポアソン比を表わす。(7), (8) の境界条件は Fig. 3 のそれに対応するものであり $x=l, y=0$ の変位を \bar{v} で表わすと次式を得る。

$$\bar{v} = -(P/Ebh^3)[4l^3 + (2+\nu)h^2l] \quad (10)$$

いま

$$P=b=1, h=20, l=320, E=500, \nu=0.25$$

とすると

$$\bar{v} = -32.840$$

となる。

条件 (7), (8) のもとで、要素 (長方形) 分割を変えて計算し、 $(x=l, y=0)$ 節点の y 方向変位 v_{FEM} を要素総数 M , 節点総数 N とともに示すと次のようになった。($M=n \times m$ の n ははりの高さ方向, m は長さ (スパン) 方向の要素数を表わす。)

| | | | |
|----------------------|---------|------------------|--------------------------|
| $M=12 \times 32=384$ | $N=429$ | $v_{FEM}=29.727$ | $v_{FEM}/\bar{v}=0.9052$ |
| $12 \times 64=768$ | 845 | 31.964 | 0.9733 |
| $20 \times 64=1280$ | 1365 | 31.978 | 0.9738 |
| $12 \times 79=948$ | 1040 | 32.203 | 0.9806 |
| $12 \times 107=1284$ | 1404 | 32.513 | 0.9900 |

骨組構造の場合でも、全体として横移動 (sway) を伴うようなタイプの問題では、剛性マトリックスが擬特異 (ill-conditioning) となり、反復法では収束がきわめて悪くなる⁴⁾とされているが、Fig. 3 のようなはり問題を連続体の平面問題として解く場合、消去法を用いても相当にこまかい分割を行わなければ十分な精度が得られない⁵⁾。上の結果から、片持はりの自由端のたわみが弾性論による厳密解に対し 1~2% の精度となるためには、1,000個以上の要素分割を必要とすることがわかる。なお、これらはいずれも倍精度 (64 bit, うち仮数部 56 bit, したがって10進数で有効数字16桁) で

計算したものである。これに対し $12 \times 32 = 384$ 要素の場合を単精度 (32 bit, うち仮数部 24 bit, したがって10進数で有効数字8桁) で計算すると $v_{FEM} = 24.894$, $v_{FEM}/\bar{v} = 0.7580$ となって著しく変位が小さく計算される。また $x=0$ の端面の y 方向節点力 g_i から $\sum y_i g_i$ を求めると -1654 となるが, この値は $-P \times l = -320$ となるべきもので問題にならない程に計算誤差が大きい。倍精度で計算するといずれの場合も $\sum y_i g_i = -320$, $\sum g_i = 1.0$ となり力のつり合い条件は厳密に満足される。このようにこの種の問題では数値の丸め (打ち切り) の誤差が大きく影響するので, 以下の計算はすべて倍精度で行った。

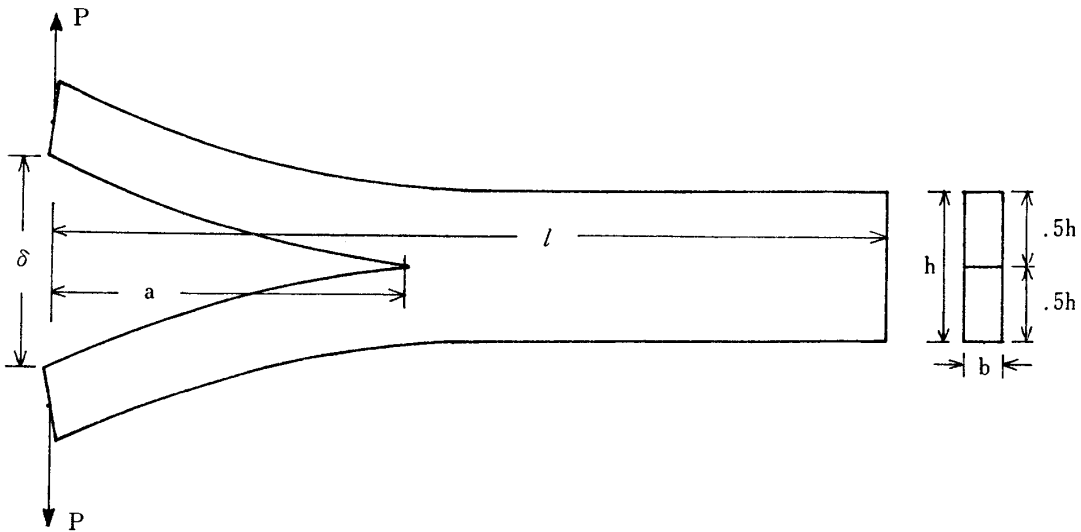


Fig. 4. Double cantilever beam used to measure the mode I fracture toughness (\mathcal{G}_{Ic}) of wood.

Fig. 4 はモード I の破壊靱性測定のためによく用いられる二重片持はり試験体である。スギ気乾材の弾性定数に相当する値として,

$$E_x = E_L = 850, \quad E_y = E_R = 95, \quad G_{xy} = G_{LR} = 85 \text{ kg/mm}^2, \quad \nu_{xy} = \nu_{LR} = 0.40 \quad (11)$$

を用い

$$P = 1 \text{ kg}; \quad b = 1, \quad h = 20, \quad l = 320, \quad a = 90 \text{ mm} \quad (12)$$

とし, クラック長が $a - \Delta a/2$ および $a + \Delta a/2$ の場合 ($\Delta a = 8.0 \text{ mm}$) について, 要素法 (要素数 = $12 \times 86 = 1032$) によって計算し, 荷重点の相対変位 δ を求めると

$$\begin{aligned} a - \Delta a/2 = 86 & : \delta_1 = 8.7706 \\ a + \Delta a/2 = 94 & : \delta_2 = 11.0932 \end{aligned}$$

となった。したがってエネルギー解放率 $\mathcal{G} (= \mathcal{G}_I)$ は

$$\mathcal{G} = \partial \bar{U} / \partial A = (P/2b) (\delta_2 - \delta_1) / \Delta a = 2.3226 / (2 \times 8.0) = 0.14516 \text{ kg/mm} \quad (13)$$

となる。(13) 式はいわゆるエネルギー法にもとづく \mathcal{G} の算定法であるが, 比較的粗い要素分割でもかなりよい精度が得られるとされている^{7,8)}。

Komatsu ら⁶⁾ は Fig. 4 の部分 a は片持はり, 部分 $(l-a)$ は十分に長い弾性支承上のはりとみ

なして次式を導いている。

$$\mathcal{G} = (2/E_x h) (P/b)^2 \{12[2a/h + (E_x/6E_y)^{0.25}]^2 + 1.2(E_x/G_{xy})\} \quad (14)$$

(11), (12) の諸数値を代入すると

$$\mathcal{G} = 0.14557 \text{ kg/mm}$$

となり, (13) 式の値ときわめてよく一致する。

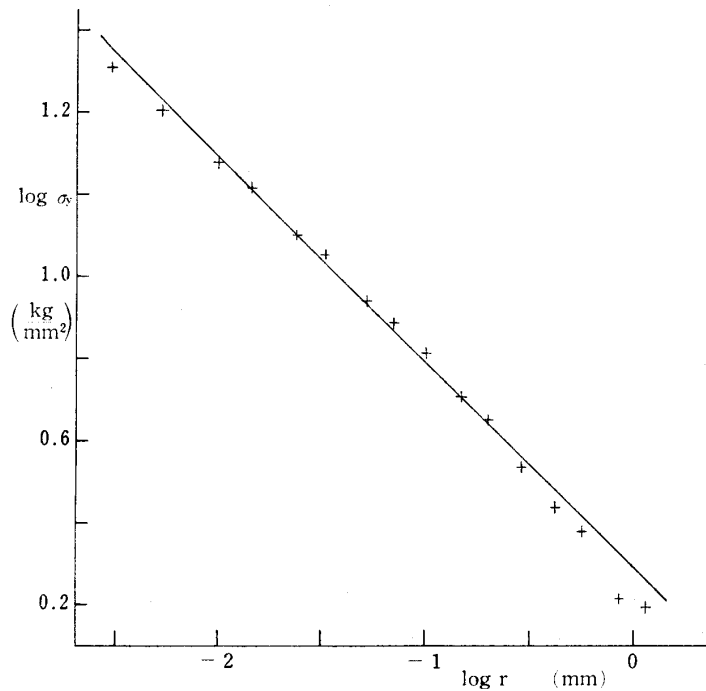


Fig. 5. Tensile stress (σ_y) in the vicinity of the front of crack tip for the double cantilever beam (Fig. 4).

r : distance measured along the prolongation of the crack line from the crack tip.

弾性定数, 試片の寸法は同じく (11), (12) とし, 三角形要素と長方形要素を併用して, クラック先端近傍の要素分割を特に密にした場合 (要素総数=1266, 最小要素: 0.002×0.001 mm), その計算結果から, クラック先端前方, クラック延長線上の応力 σ_y を, クラック先端からの距離 r に対して両対数目盛でプロットしたものが Fig. 5 である。 $r=0.005 \sim 0.6$ mm の範囲の値に対して次式

$$\sigma_y = Ar^{-1/2} \quad (15)$$

を当てはめると

$$A = 1.950 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3/2}$$

となる。

直交異方体においても, その弾性対称面内にある直線クラックの先端, クラック延長線上の応力は, クラック先端のごく近傍では, 等方体と同様に破壊力学の他の一つのパラメータである応力拡大係数 K を用いて, モード I に対して

$$\sigma_y = K_1 / \sqrt{2\pi r} \quad (16)$$

で表わせる⁹⁾。したがって (15) 式の A は

$$A = K_1 / \sqrt{2\pi}, \quad K_1 = \sqrt{2\pi} A$$

であり、 $A=1.950$ に対しては $K_1=4.888 \text{ kg/mm}^{3/2}$ となる。

ところで応力拡大係数 K は、エネルギー解放率 \mathcal{G} と次式によって関係づけられる¹⁰⁾。
モード I, 平面応力の場合

$$\mathcal{G}_I = K^2 \{ [(E_x/E_y)^{1/2} - \nu_{xy} + E_x/2G_{xy}]^{1/2} / (2E_x E_y)^{1/2} \} \quad (17)$$

で与えられるから、 $K_1=4.888$ と (11) の弾性定数を用いて計算すると $\mathcal{G}_I=0.1638 \text{ kg/mm}$ となり、(13) 式のそれと比較すると 28% 過大な結果を与える。有限要素法によって応力拡大係数またはエネルギー解放率を求めるのに、応力による方法は一般に余りよい結果が得られない⁸⁾から、以下 \mathcal{G} の算定はエネルギー法によることにする。

木材のはりにおけるモード II のエネルギー解放率

Fig. 1 に示す方法で荷重を次第に増大していくと、ある限界荷重でクラックの進展が始まる。この場合のクラック進展がほとんど純粋にモード II であることは、文献 1) に述べた通りである。すなわち $a=80 \text{ mm}$, $P=10 \text{ kg}$, 他は (9), (10) と同じ条件で計算した結果 (15) 式の係数 A が、 τ_{xy} に関しては 4.68 であるのに対し、 σ_y に関しては 1.72×10^{-3} となった。前述のようにこの係数 A は応力拡大係数 K の絶対値を求めるには十分な精度をもたないが、これらの比 $1.72 \times 10^{-3} / 4.68 = 0.37 \times 10^{-3}$ は応力拡大係数の比 K_I/K_{II} の程度を評価し得ると考えられるから、Fig. 1 の方法で得られるエネルギー解放率は実質的にモード II のみによるものとして差し支えない。

また Fig. 1 においてクラックの全長にわたり上、下面の節点の垂直変位が同一であるとして計算すると、 $a=80 \text{ mm}$, $P=10 \text{ kg}$ の場合、左支点から右に 28 mm の範囲までは節点力が圧縮力になるが、28~80 mm の区間では引張力になる。実際の試験体ではクラック面間に引張力が働くことはあり得ないので、この区間の節点について、垂直方向の変位自由として解けば実際の試験に対応した結果が得られる。しかしいずれの場合も、荷重点の垂直変位は有効数字 6 桁まで全く同一の値となる。これはクラック面間に働く圧縮力の最大の intensity が 0.117 kg/mm^2 に対して引張力の intensity の最大値は $2.08 \times 10^{-3} \text{ kg/mm}^2$ に過ぎず、また 28~80 mm 区間の垂直方向の変位自由としたとき、試片左端でのクラック面水平方向の相対変位 0.966 mm に対し、クラック面間の開きの最大値は (支点から右 42 mm の位置) $3.30 \times 10^{-3} \text{ mm}$ のようにきわめて微小であることによる。したがって以下の計算ではすべて、クラックの全長にわたり上、下面間の垂直変位は同一という条件で行った。

クラック長、スパンーはりたけ比とエネルギー解放率の関係

Fig. 1 の試験体においてはりの全長を 320 mm, $l=300$, $h=20$, $b=1$, $c=0.6l=180 \text{ mm}$, $P=1 \text{ kg}$, 弾性定数に (11) 式の値を用い、クラック長 a を 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 96, 104, 112 mm とし、要素数 1062 で計算した結果から、荷重点の垂直変位 (たわみ) v をプロットしたものが Fig. 6 の○印である。同図の実線は同じ条件に対し (1) 式による計算値である。(1) 式による値は要素法による値より $a=60\sim 120 \text{ mm}$ の範囲で 1.8~2.8% 小さい。

(1) 式は材料力学のはり理論にもとづくものであって、クラック先端近傍の特異な応力分布、および荷重点と支点附近における σ_y による附加たわみが全く考慮されていないから、過小な値となることは当然に予想される。

各クラック長 a_i についての荷重点の垂直変位 v_i からひずみエネルギーは $\bar{U}_i = \frac{1}{2} P v_i$ として得られるから $a = (a_i + a_{i+1})/2$ に対するエネルギー解放率 \mathcal{G} を

$$\mathcal{G} = \partial \bar{U} / \partial A = (P/2b) (\Delta v / \Delta a) ; \Delta a = a_{i+1} - a_i, \Delta v = v_{i+1} - v_i, \Delta A = b \Delta a \quad (18)$$

として計算すると Fig. 7 の \odot 印となる。これに沿う同図の実線は (2) 式による計算値である。

要素法による \mathcal{G} が (2) 式による $\hat{\mathcal{G}}$ より厳密値に近い値であると考えられるので

$$\mathcal{G} = F_1 \hat{\mathcal{G}}, \quad F_1 = \mathcal{G} / \hat{\mathcal{G}} \quad (19)$$

として (2) 式の $\hat{\mathcal{G}}$ に対する補正係数 F_1 を定義し、その値をプロットしたものが Fig. 7 の + 印である。これに2次式を当てはめると

$$F_1 = 1.2036 - 0.7350(a/l) + 0.7875(a/l)^2 \quad (20)$$

となり、+印に沿う Fig. 7 の曲線がそれを表わす。ここでの a または a/l の範囲では (2) 式の計

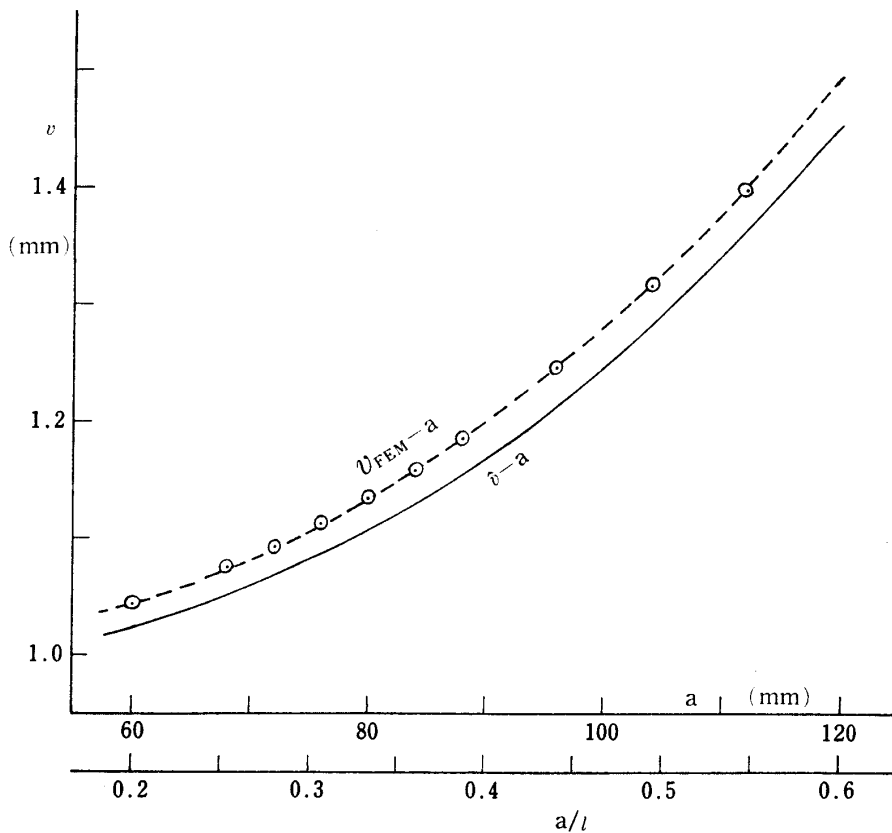


Fig. 6. Relationships between the deflection of loaded point (v) and the crack length (a) (or crack length-span ratio (a/l)) for the cracked beam as shown in Fig. 1.

\odot : values calculated by FEM.
 —: curve calculated by eq. (1).

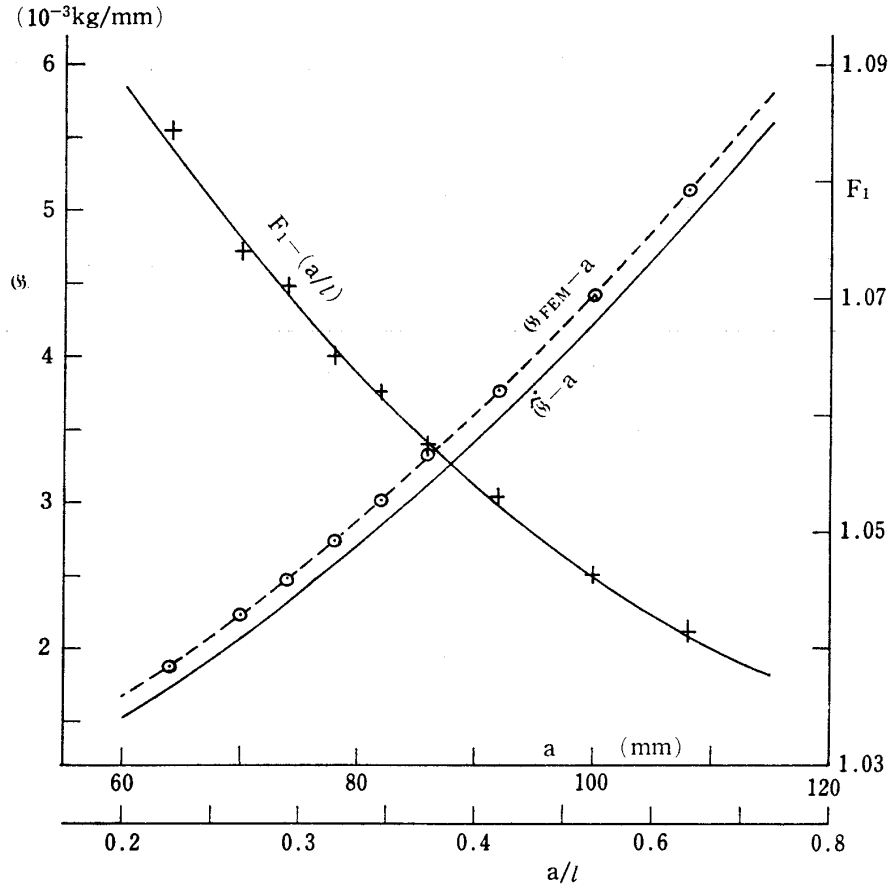


Fig. 7. Relationships of the energy release rate (\mathcal{G}) versus crack length (a) and the coefficient of correction (F_1) versus crack length-span ratio (a/l).

- : values of energy release rate calculated by FEM.
- : curve of energy release rate calculated by eq. (2).
- + : values of F_1 calculated by eq. (19).

算値 $\hat{\mathcal{G}}$ に対し4.0~8.5%の補正を要することになる。

次にスパン l を 200, 250, 300, 350, 400 mm したがってはりたけ—スパン比 h/l を1/10, 1/12.5, 1/15, 1/17.5, 1/20とし, $a=0.3l$, $c=0.6l$ で, $a-\Delta a/2$, $a+\Delta a/2$ に対する計算値から (18) 式と同様にして \mathcal{G} を求め, 対応する (2) 式の $\hat{\mathcal{G}}$ とから次式

$$\mathcal{G} = F_2 \hat{\mathcal{G}}, \quad F_2 = \mathcal{G} / \hat{\mathcal{G}} \quad (21)$$

の F_2 を求めると Fig. 8 の+印の結果を得る。これに3次式を当てはめると

$$F_2 = 1.1165 - 4.7460(h/l) + 78.027(h/l)^2 - 313.60(h/l)^3 \quad (22)$$

となり, 同図の曲線がそれを表わす。 $h/l=1/10 \sim 1/20$ の範囲では (2) 式の $\hat{\mathcal{G}}$ に対し3.5~11%の補正を必要とする。 h/l が大きくなると補正係数 F_2 も急激に増大する傾向がみられるが, 単純なはり理論は, クラックのない場合でも, h/l が大きくなれば弾性論的に厳密な理論値との差が増大することとも関連する。

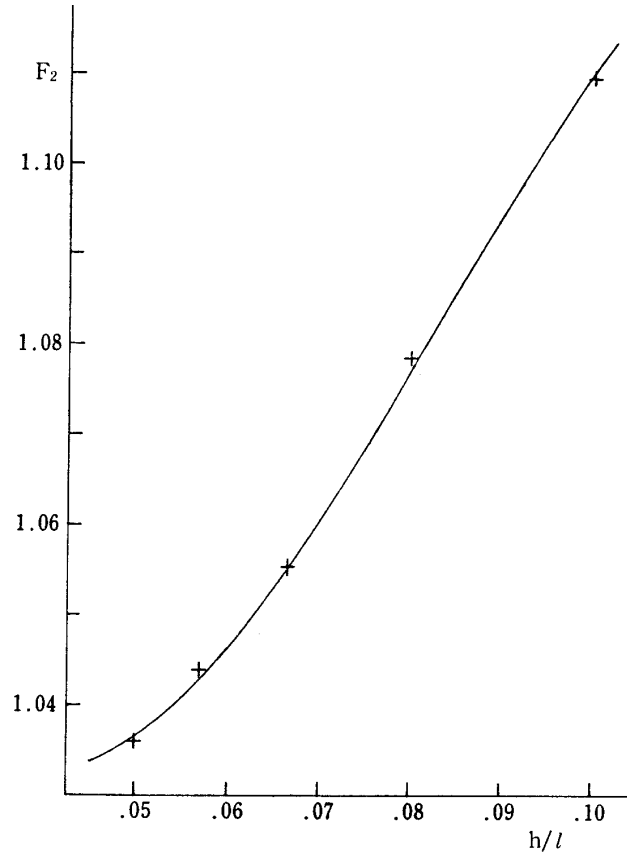


Fig. 8. Relationships between the coefficient of correction (F_2) and the depth-span ratio (h/l).

材料力学公式に対する一般的な補正

スパンに対して、クラック側の支点から荷重点までの距離の比 c/l を固定したとき、(2) 式の \hat{G} に対する補正係数 F は、

$$a/l = \xi, \quad h/l = \eta \tag{23}$$

の関数と考えられる。 $\xi = \xi_0, \eta = \eta_0$ における F を F_0 とすると $\Delta\xi = \xi - \xi_0, \Delta\eta = \eta - \eta_0$ の絶対値が 1 に比べて十分小さいとき

$$F(\xi, \eta) = F_0 + \frac{\partial F}{\partial \xi} \Delta\xi + \frac{\partial F}{\partial \eta} \Delta\eta \tag{24}$$

とかける。定義にしたがって

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \xi} &= [F(\xi, \eta_0) - F(\xi_0, \eta_0)] / \Delta\xi \\ \frac{\partial F}{\partial \eta} &= [F(\xi_0, \eta) - F(\xi_0, \eta_0)] / \Delta\eta \end{aligned}$$

であるから (24) 式は

$$F(\xi, \eta) = F(\xi, \eta_0) + F(\xi_0, \eta) - F(\xi_0, \eta_0)$$

となり、 $\xi_0 = (a/l)_0 = 0.3, \eta_0 = (h/l)_0 = 1/15$ とすると上式右辺の第 1 項および第 2 項は、それぞれ

前節の F_1 および F_2 となる。

$$F(\xi_0, \eta_0) = F_1(0.3) = F_2(1/15) = 1.0540$$

を用いると

$$F(\xi, \eta) = 1.2662 - 0.7350\xi + 0.7875\xi^2 - 4.7460\eta + 78.027\eta^2 - 313.60\eta^3 \quad (25)$$

を得る。(25) 式は $\xi = a/l = 0.3$, $\eta = h/l = 1/15$ を基準とし, ξ, η がこれと余り大きく異ならない範囲で任意な値をとるとき, その ξ, η に対する補正係数である。

すなわち (2) 式で $(l-c)/l = 0.4$ とすると次の (26) 式

$$\hat{\mathcal{G}} = (18 \times 0.4^2 / Eh) (P/b)^2 (a/h)^2 = (2.88 / Eh) (P/b)^2 (\xi/\eta)^2 \quad (26)$$

となるが, この $\hat{\mathcal{G}}$ に対し

$$\mathcal{G} = F(\xi, \eta) \hat{\mathcal{G}} \quad (27)$$

としてより正確なエネルギー解放率を算出することが出来る。

Barrett and Foschi¹¹⁾ は Fig.1 の方法, ただし中央集中荷重, したがって $c = l/2$ で western hemlock の K_{IIc} (モード II の応力拡大係数の限界値) を求めている。

Barrett らはそこで, K_{II} を次の式で計算した。

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} H \quad ; \quad \tau = \frac{3S}{2bh} = \frac{3P}{2bh} \frac{l-c}{l} \quad (28)$$

この式の H は a/c と c/h をパラメータとする係数で, アイソパラメトリック, 特異要素を用いての計算¹²⁾ 結果から次式で表わせるとした。

$$H = \{0.368 + 0.5450(a/c) - [0.0717 - 0.4900(a/c)](c/h) + [0.0045 - 0.0209(a/c)](c/h)^2\} / (a/c)^{1/2} \quad (29)$$

平面応力の場合, K_{II} と \mathcal{G}_{II} の間には

$$\mathcal{G}_{II} = K_{II}^2 f / \sqrt{2} E_x \quad ; \quad f = [(E_x/E_y)^{1/2} - \nu_{xy} + E_x/2G_{xy}]^{1/2} \quad (30)$$

の関係^{9,10)} が存在するから, 式 (28) と (30) とから

$$\mathcal{G}_{II} = \frac{9\pi}{4\sqrt{2}hE_x} \left(\frac{P}{b}\right)^2 \left(\frac{l-c}{l}\right)^2 \left(\frac{a}{h}\right) H^2 f \quad (31)$$

となる。

ところで, ここで導いた $\mathcal{G}(=\mathcal{G}_{II})$ の式は (2) と (27) から

$$\mathcal{G}_{II} = \frac{18}{hE_x} \left(\frac{P}{b}\right)^2 \left(\frac{l-c}{l}\right)^2 \left(\frac{a}{h}\right)^2 F \quad (32)$$

とかける。(31) を (32) と比較するために (29) 式で $c = kl$, $a/h = (a/l)(l/h)$ として書きかえると

$$H = (a/h)^{1/2} \tilde{H} \quad ; \quad \tilde{H} = \sqrt{k} \{ [0.5450/k + 0.368/(a/l)] (l/h)^{-1/2} + [0.4900 - 0.0717k/(a/l)] (a/h)^{1/2} - k[0.0209 - 0.0045k/(a/l)] (l/h)^{3/2} \} \quad (33)$$

となる。したがって (31) 式は

$$\mathcal{G}_{II} = \frac{9\pi}{4\sqrt{2}hE_x} \left(\frac{P}{b}\right)^2 \left(\frac{l-c}{l}\right)^2 \tilde{H}^2 f \quad (34)$$

となり、これと (32) 式の比は

$$\mathcal{G}_{II}(34)/\mathcal{G}_{II}(32) = (\pi/8\sqrt{2})\tilde{H}^2 f/F$$

とかける。弾性定数に (11) の値を用いると、 $f=2.7552$ であるから

$$\mathcal{G}_{II}(34)/\mathcal{G}_{II}(32) = 0.76506 \tilde{H}^2/F \quad (35)$$

となる。 F は $k=0.6$ のものであるから、(33) で $k=0.6$ とすると

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & [0.7036 + 0.2851/(a/l)](l/h)^{-1/2} \\ & + [0.3796 - 0.03332/(a/l)](l/h)^{1/2} \\ & - [0.009713 - 0.001255/(a/l)](l/h)^{3/2} \end{aligned} \quad (36)$$

となる。文献11)によれば (29) は

$$2 < c/h < 8, \quad 0.1 < a/c < 0.8$$

で成り立つとしているから、 $c=0.6l$ に対して (36) は

$$3.3 < l/h < 13.3, \quad 0.06 < a/l < 0.48$$

の範囲で成り立つことになる。

いま $a/l=0.35$ とし

$$l/h = 10., 10.5, 11., 11.5, 12., 12.5, 13. \quad (37)$$

について式 (25) と (36) を用いて (35) 式の値を計算すると

$$\mathcal{G}_{II}(34)/\mathcal{G}_{II}(32) = 0.980, 0.979, 0.979, 0.978, 0.976, 0.974, 0.970 \quad (38)$$

となる。

Barrett¹¹⁾らが実験に用いた試片は ($l/h=4$; $a/l=0.25$), ($l/h=9.43$; $a/l=0.133, 0.250, 0.375$) であって、 l/h の比較的小さい範囲で行っているが、この論文では、はり公式を基礎にしてその補正係数を求めるという考えに立っているから、 l/h は比較的大きい範囲を想定している。(37) はおおむね両者の重なる範囲と考えられるが、(38) にみられるように (34) 式と (32) 式は、実用的に十分な精度でよく一致する。

要 約

木材のモードII破壊靱性を定める方法が十分には確立されていないので、著者¹⁾は先に Fig.1 のように木材のはりの高さの中央で、水平に走っているクラックが、曲げ荷重によってさらに進展するときのエネルギー解放率を (2) 式で計算することを提案した。しかしこの (2) 式は材料力学のはり理論にもとづく近似式であるから、この論文において有限要素法による数値解析を行い、(2) 式による算定値の補正を検討した。

解析に使用した FORTRAN プログラムは Appendix に示すものであるが、クラック面における

相対する節点の垂直変位は常に等しいという条件が組み込まれている。有限要素法で破壊力学のパラメータを求めるには、いわゆるエネルギー法が良い結果を与え、モード I の靱性試験に常用される Fig. 4 の二重片持はり試験体について、要素数を 1,000 個以上にとれば、要素法による計算結果は十分な精度を与えることが確かめられた。

Fig. 1 の試験体での数値解析は、いずれも $c=0.6l$ で行った。 $h/l=1/15$ とし、 a/l が 0.2~0.55 の範囲に変化するとき、(2) 式でのエネルギー解放率 \mathcal{G} に対する補正係数 F_1 は (20) 式、また $a/l=0.3$ とし h/l が $1/20 \sim 1/10$ の範囲で変化するときの補正係数 F_2 については (22) 式が導かれた。

$a/l=\xi$, $h/l=\eta$ とおき、 $\xi=0.3$, $\eta=1/15$ を基準とし、 ξ , η がこの近辺で余り大きく異ならない任意の値をとるときの補正係数 $F(\xi, \eta)$ は (25) 式で計算することができる。これらの補正係数を用いてのエネルギー解放率 \mathcal{G}_Π は、Barrett and Foschi¹¹⁾ が l/h の比較的小さい範囲に適用し得るとして、別の方法で導いた式 (28), (29) による値と比較し、 $l/h=10 \sim 13$ に対し (38) のようによく一致する。

文 献

- 1) 大草克己: 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究 (第 4 報) 面内せん断破壊じん性. 鹿大農学術報, No. 33, (1983), 193-202.
- 2) 大草克己: 木材強度試験体 (割裂・横引張・部分横圧縮) 応力の数値的解析. 鹿大農演報, No. 4, (1976), 1-84.
- 3) Timoshenko, S. P. and J. N. Goodier: "Theory of Elasticity". McGrawHill, New York, (1970), p. 41-46.
- 4) 山田嘉昭 (編): "マトリックス法の応用". 東大出版, 東京, (1972), p. 29.
- 5) 三本木茂夫, 吉村信敏: "有限要素法による構造解析プログラム". 培風館, 東京, (1976), p. 229-230.
- 6) Komatsu, K., Sasaki, H. and Maku, T.: Strain energy release rate of double cantilever beam specimen with finite thickness of adhesive layer. Wood Research (Bull. Wood Res. Inst., Kyoto Univ.), No. 59/60, (1976), 80-92.
- 7) Dixon, J. R. and Pook, L. P.: Stress intensity factors calculated generally by the finite element technique. Nature, 30, (1972), 365-394.
- 8) 宮本博: "有限要素法と破壊力学". 培風館, 東京, (1972), p. 25-28.
- 9) Sih, G. C., P. C. Paris and G. R. Irwin: On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. Intern. J. Fract. Mech., 1, (1965), 189-203.
- 10) Liebowitz, H. (ed): "Fracture, An Advanced Treatise", Vol. II. Academic Press, New York, (1968), p. 127.
- 11) Barrett, J. D. and R. O. Foschi: Mode II stress-intensity factors for cracked wood beams. Engng Fracture Mech., 9, (1977), 371-378.
- 12) Foschi, R. O. and J. D. Barrett: Stress intensity factors in anisotropic plates using singular isoparametric elements. Int. J. Numer. Methods Engng, 10, (1976), 1281-1287.

Summary

The method with firm foundation for determining the mode II fracture toughness (\mathcal{G}_{IIc}) of wood has not been established yet. In the previous paper, the author proposed a bending test method which is applicable to measure \mathcal{G}_{IIc} , as shown in Fig. 1, and derived the equation (2) for calculating the energy release rate (\mathcal{G}_{II}). However, the corrections for the value ($\hat{\mathcal{G}}$) calculated by eq. (2) should be examined because eq. (2) is an approximate formula which is based on the beam theory of "Material Strength".

In this research work, the deflection (v) of the loaded point and the strain energy (\bar{U}) of the cracked beam, as shown Fig. 1, were calculated by use of the finite element method (FEM). The source list of FORTRAN program used for the calculation is presented in the appendix. For analysing the problems of the cracked beam, the subroutine "CRACK", which makes the vertical displacement of the upper crack surface exactly equal to that of the lower crack surface, is included in this program.

After the vertical displacement v_1 (for the crack length a_1) and v_2 (for the crack length $a_2 = a_1 + \Delta a$) of the loaded point in the cracked beams are obtained by use of the FEM, the energy release rate calculated as follows;

$$\mathcal{G}_{II} = \partial \bar{U} / \partial A = P(v_2 - v_1) / (2b\Delta a),$$

in which A is $b\Delta a$, b the beam width, and P the vertical concentrated load.

The coefficients of correction to the value $\hat{\mathcal{G}}_{II}$ contain the parameter $a/l (= \xi)$ and $h/l (= \eta)$, in which a is the crack length, l the span and h the beam depth. In the case of $\eta = 1/15$ the coefficient F_1 is obtained by use of eq. (20), which is applicable to the range $\xi = 0.20 \sim 0.55$, and in the case of $\xi = 0.3$ the coefficient F_2 is obtained by use of eq. (22), which is applicable to the range $\eta = 0.05 \sim 0.10$. The relationships of F_1 versus (a/l) , and F_2 versus (h/l) are shown in Fig. 7, and Fig. 8, respectively. When $\xi \approx \xi_0 = 0.3$ and $\eta \approx \eta_0 = 1/15$, the coefficient of correction $F(\xi, \eta)$ is obtained by use of eq. (25), if the values of ξ and η differ little from ξ_0 and η_0 , respectively. Using these coefficients, the accurate value of the energy release rate can be determined as follows;

$$\mathcal{G}_{II} = (F_1 \text{ or } F_2 \text{ or } F) \times \hat{\mathcal{G}}.$$

APPENDIX

SOURCE LIST

```

1 - C          MAIN PROGRAM
2 - C          FEM(BAND MATRIX), CRACKED BEAM
3 -          COMMON/B1/MTLK,NP0IN,NELEM,NB0UN,NCONC,NCP,TH
4 -          COMMON/B2/EE1(10),EE2(10),EG(10),EPR(10)
5 -          COMMON/B3/X(1400),Y(1400),N0D(1500,5)
6 -          COMMON/B4/NF(20),NBX(20),NBY(20),VBXY(40),NL(50),VLXY(100)
7 -          COMMON/B5/NCPP(80)
8 -          COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
9 -          COMMON/B7/D(3,3),DBA(3,8),CK(8,8)
10 -         DATA NO,MO,NB0/2800,124,60/
11 - C
12 -         CALL INPUT
13 -         NN2=2*NP0IN
14 -         NB1=0
15 -         D0 225 LK=1,NELEM
16 -         KN=4
17 -         IF(N0D(LK,4).EQ.0) KN=3
18 -         KN1=KN-1
19 -         D0 250 I=1,KN1
20 -         I1=I+1
21 -         D0 250 J=I1,KN
22 -         NB=IABS(N0D(LK,I)-N0D(LK,J))
23 -         IF(NB.GT.NB1) NB1=NB
24 -         250 CONTINUE
25 -         IF(NB1.LE.NB0) GO TO 225
26 -         WRITE(6,700) LK,NB1,(N0D(LK,J),J=1,KN),NB0
27 -         700 FORMAT(1H0,3HLK=,I4,5X,4HNB1=,I3,5X,4HN0D=,4I3,5X,4HNB0=,I3)
28 -         STOP
29 -         225 CONTINUE
30 -         NBW=(NB1+1)*2
31 -         WRITE(6,200) NN2,NBW
32 -         200 FORMAT(1H0,4HNN2=,I4,5X,4HNBW=,I3/)
33 - C
34 -         D0 210 MT=1,MTLK
35 -         D0 220 I=1,NO
36 -         TF(I)=0.0
37 -         D0 220 J=1,MO
38 -         220 GST(I,J)=0.0
39 -         REWIND 8
40 -         WRITE(6,600) MT
41 -         600 FORMAT(1H0,10X,3HMT=,I2/)
42 -         Q=1./(1.-EPR(MT)**2*EE2(MT)/EE1(MT))
43 -         D(1,1)=EE1(MT)*Q
44 -         D(2,1)=D(1,2)=EE2(MT)*EPR(MT)*Q
45 -         D(2,2)=EE2(MT)*Q
46 -         D(3,3)=EG(MT)
47 -         D(1,3)=D(2,3)=D(3,1)=D(3,2)=0.
48 - C
49 -         D0 230 LK=1,NELEM
50 -         KN=4
51 -         IF(N0D(LK,4).EQ.0) KN=3
52 -         CALL ESTIF(LK,KN)
53 -         CALL BANDM(LK,KN)
54 -         230 CONTINUE
55 -         REWIND 9
56 -         WRITE(9)((GST(I,J),I=1,NN2),J=1,NBW)
57 - C
58 -         IF(NL(1).EQ.0) GO TO 110
59 -         D0 120 I=1,NCONC
60 -         NI=NL(I)
61 -         TF(NI*2-1)=VLXY(2*I-1)
62 -         120 TF(NI*2)=VLXY(2*I)
63 -         110 CONTINUE

```

```

64 - C
65 -     DO 130 I=1,NBOWN
66 -     K=1
67 -     IF(NBX(I).EQ.0) GO TO 140
68 -     160 NI=2*(NF(I)-1)+K
69 -     VB=VBXY(2*(I-1)+K)
70 -     CALL PREDIS(NN2,NBW,NI,VB)
71 -     IF(K.EQ.2) GO TO 130
72 -     140 K=K+1
73 -     IF(NBY(I).EQ.1) GO TO 160
74 -     130 CONTINUE
75 - C
76 -     IF(NCPP(1).EQ.0) GO TO 150
77 -     CALL CRACK(NN2,NBW)
78 -     150 CONTINUE
79 - C
80 -     CALL SOLVE(NN2,NBW)
81 -     IF(NCPP(1).EQ.0) GO TO 170
82 -     DO 180 K=1,NCP
83 -     KK1=NCPP(K)*2
84 -     KK2=KK1+2
85 -     180 DELTA(KK2)=DELTA(KK1)
86 -     170 CONTINUE
87 - C
88 -     REWIND 9
89 -     READ(9) ((GST(I,J),I=1,NN2),J=1,NBW)
90 -     CALL RESULT(MT,NN2,NBW)
91 -     210 CONTINUE
92 -     STOP
93 -     END

277 - C
278 -     SUB (3)
279 -     SUBROUTINE BANDM(LK,KN)
280 -     COMMON/B3/X(1400),Y(1400),NOD(1500,5)
281 -     COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
282 -     COMMON/B7/D(3,3),DBA(3,8),CK(8,8)
283 -     DIMENSION NS(8)
284 -     KN2=KN*2
285 -     DO 10 I=1,KN
286 -     NS(I*2-1)=NOD(LK,I)*2-1
287 -     10 NS(I*2)=NOD(LK,I)*2
288 -     DO 20 I=1,KN2
289 -     DO 20 J=I,KN2
290 -     II=NS(I)
291 -     JJ=NS(J)
292 -     IF(JJ-II) 30,40,40
293 -     30 KK=II
294 -     II=JJ
295 -     JJ=KK
296 -     40 JJ=JJ-II+1
297 -     GST(II,JJ)=GST(II,JJ)+CK(I,J)
298 -     20 CONTINUE
299 -     RETURN
300 -     END

300 - C
301 -     SUB (4)
302 -     SUBROUTINE PREDIS(NN2,NBW,NI,VB)
303 -     COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
304 -     IE=JE=NBW
305 -     IF(NI.LT.NBW) IE=NI
306 -     IF((NN2-NI).LT.NBW) JE=NN2-NI+1

```

```

306 -      GST(NI,1)=1.
307 -      TF(NI)=VB
308 -      IF(NI.EQ.1) GO TO 40
309 -      DO 10 I=2,IE
310 -      TF(NI-I+1)=TF(NI-I+1)-GST(NI-I+1,I)*VB
311 -      10 GST(NI-I+1,I)=0.
312 -      40 IF(NI.EQ.NN2) GO TO 30
313 -      DO 20 J=2,JE
314 -      TF(NI+J-1)=TF(NI+J-1)-GST(NI,J)*VB
315 -      20 GST(NI,J)=0.
316 -      30 RETURN
317 -      END

318 - C          SUB (5)
319 -      SUBROUTINE CRACK(NN2,NBW)
320 -      COMMON/B1/MTLK,NPOIN,NELEM,NBOWN,NCNC,NCP,TH
321 -      COMMON/B5/NCPP(80)
322 -      COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
323 -      DO 10 K=1,NCP
324 -      KK1=NCPP(K)*2
325 -      KK2=KK1+2
326 -      GST(KK1,1)=GST(KK1,1)+GST(KK2,1)
327 -      GST(KK1,2)=GST(KK2-1,2)
328 -      JE=NBW+1
329 -      IF(KK2.LE.NBW) JE=KK2
330 -      DO 20 J=4,JE
331 -      GST(KK1-J+2,J-1)=GST(KK1-J+2,J-1)+GST(KK2-J,J+1)
332 -      20 GST(KK2-J,J+1)=0.
333 -      IE=NBW-1
334 -      IF(NN2-KK2.LT.NBW) IE=NN2-KK2+1
335 -      DO 30 I=2,IE
336 -      GST(KK1,I+2)=GST(KK1,I+2)+GST(KK2,I)
337 -      30 GST(KK2,I)=0.
338 -      GST(KK2,1)=1.
339 -      GST(KK2-1,2)=0.
340 -      10 TF(KK1)=TF(KK2)=0.
341 -      RETURN
342 -      END

343 - C          SUB (6)
344 -      SUBROUTINE SOLVE(NN2,NBW)
345 -      COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
346 -      NBW=NBW+1
347 -      NN1=NN2-1
348 -      DO 10 I=1,NN1
349 -      MJ=I+NBW-1
350 -      IF(MJ.GT.NN2) MJ=NN2
351 -      NJ=I+1
352 -      MK=NBW
353 -      IF((NN2-I+1).LT.NBW) MK=NN2-I+1
354 -      ND=0
355 -      DO 20 J=NJ,MJ
356 -      MK=MK-1
357 -      ND=ND+1
358 -      NL=ND+1
359 -      DO 30 K=1,MK
360 -      NK=ND+K
361 -      30 GST(J,K)=GST(J,K)-GST(I,NL)*GST(I,NK)/GST(I,1)
362 -      20 TF(J)=TF(J)-GST(I,NL)*TF(I)/GST(I,1)
363 -      10 CONTINUE

```

```

364 -      DELTA(NN2)=TF(NN2)/GST(NN2,1)
365 -      DO 40 K=1,NN1
366 -      I=NN2-K
367 -      MJ=NBW
368 -      IF((I+NBW-1).GT.NN2) MJ=NN2-I+1
369 -      S=0.
370 -      DO 50 J=2,MJ
371 -      N=I+J-1
372 -      50 S=S+GST(I,J)*DELTA(N)
373 -      40 DELTA(I)=(TF(I)-S)/GST(I,1)
374 -      NBW=NBW-1
375 -      RETURN
376 -      END

377 - C          SUB (7)
378 -          SUBROUTINE RESULT(MT,NN2,NBW)
379 -          COMMON/B1/MTLK,NP0IN,NELEM,NBOUN,NCONC,NCP,TH
380 -          COMMON/B2/EE1(10),EE2(10),EG(10),EPR(10)
381 -          COMMON/B3/X(1400),Y(1400),NOD(1500,5)
382 -          COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
383 -          COMMON/B7/D(3,3),DBA(3,8),CK(8,8)
384 -          DIMENSION EDIS(8),SIGMA(6)
385 -          WRITE(6,5300)
386 -      5300 FORMAT(1H0,/,10X,'NODAL DISPLACEMENT'/)
387 -          WRITE(6,5400)(N,DELTA(N*2-1),DELTA(N*2),N=1,NP0IN)
388 -      5400 FORMAT(4(1X,1H(.I4,1H),1X,2E13.5))
389 - C
390 -          CALL FORCE(NN2,NBW)
391 -          WRITE(6,5500)
392 -      5500 FORMAT(1H0,'FORCE(J)'/)
393 -          WRITE(6,5400)(N,TF(N*2-1),TF(N*2),N=1,NP0IN)
394 -          REWIND 8
395 -          ENERGY=ENEG1=ENEG2=ENEG3=ENEG4=0.
396 -          WRITE(6,5000)
397 -      5000 FORMAT(1H0,4H LK,5X,3HORX,7X,3HORY,7X,2HSX,12X,2HSY,11X,3HTXY,12X
398 -      1,4HENE1,10X,4HENE2,10X,4HENE3,10X,4HENE4,10X,4HESUM///20X,78H(ENE1
399 -      2=(SX)**2/EX/2,ENE2=-P12*SX*SY/EX, ENE3=(SY)**2/EY/2,ENE4=(TXY)**2
400 -      3/GXY/2)/)
401 -          DO 410 JE=1,NELEM
402 -          READ(8) LK,ORX,ORY,KN2,((DBA(I,J),I=1,3),J=1,KN2),AREA
403 -          KN=KN2/2
404 -          DO 420 J=1,KN
405 -          JJ=(NOD(LK,J)-1)*2
406 -          II=(J-1)*2
407 -          DO 420 L=1,2
408 -          EDIS(II+L)=DELTA(JJ+L)
409 -      420 CONTINUE
410 -          DO 430 I=1,3
411 -          SW=0.
412 -          DO 440 K=1,KN2
413 -      440 SW=SW+DBA(I,K)*EDIS(K)
414 -          SIGMA(I)=SW
415 -      430 CONTINUE
416 -          VOL=AREA*TH
417 -          ENE1=SIGMA(1)**2*VOL*.5/EE1(MT)
418 -          ENE2=-SIGMA(1)*SIGMA(2)*VOL*EPR(MT)/EE1(MT)
419 -          ENE3=SIGMA(2)**2*VOL*.5/EE2(MT)
420 -          ENE4=SIGMA(3)**2*VOL*.5/EG(MT)
421 -          ESUM=ENE1+ENE2+ENE3+ENE4
422 -          ENEG1=ENEG1+ENE1
423 -          ENEG2=ENEG2+ENE2
424 -          ENEG3=ENEG3+ENE3
425 -          ENEG4=ENEG4+ENE4
426 -          ENERGY=ENERGY+ESUM

```

```

427 -      IF(NOD(LK,5).EQ.0) GO TO 410
428 -      WRITE(6,5100) LK,ORX,ORY,(SIGMA(I),I=1,3),ENE1,ENE2,ENE3,ENE4,ESUM
429 -      410 CONTINUE
430 -      5100 FORMAT(1H ,I4,2F10.3,8E14.5)
431 -      WRITE(6,5200) ENEG1,ENEG2,ENEG3,ENEG4,ENERGY
432 -      5200 FORMAT(1H0.5X,6HENEG1=,E13.5,5X,6HENEG2=,E13.5,5X,6HENEG3=,E13.5,5
433 -      1X,6HENEG4=,E13.5,10X,13HTOTAL ENERGY=,E13.5/)
434 -      RETURN
435 -      END

```

```

436 - C          SUB (8)
437 -      SUBROUTINE FORCE(NN2,NBW)
438 -      COMMON/B6/GST(2800,124),TF(2800),DELTA(2800)
439 -      DO 10 I=1,NN2
440 -      S=GST(I,1)*DELTA(I)
441 -      IF(I.EQ.1) GO TO 50
442 -      JE=NBW-1
443 -      IF(I.LT.NBW) JE=I-1
444 -      DO 20 J=1,JE
445 -      20 S=S+GST(I-J,J+1)*DELTA(I-J)
446 -      50 CONTINUE
447 -      IF(I.EQ.NN2) GO TO 40
448 -      KE=NBW
449 -      IF((NN2-I+1).LT.NBW) KE=NN2-I+1
450 -      DO 30 K=2,KE
451 -      30 S=S+GST(I,K)*DELTA(I+K-1)
452 -      40 TF(I)=S
453 -      10 CONTINUE
454 -      RETURN
455 -      END

```

記号の説明

MTLK: 材料の種類数, **NPOIN**: 節点総数, **NELEM**: 要素総数, **NBOUN**: 変位が規定されている節点数, **NCONC**: 荷重が与えられる節点数, **TH**: 板の厚さ, **EE1(MT)**, **EE2(MT)**, **EG(MT)**, **EPR(MT)**: MT 番目の材料のヤング率 E_x , E_y , せん断弾性係数 G_{xy} , ポアソン比 ν_{xy} ; **X(N)**, **Y(N)**, $N=1\sim NPOIN$: 第N節点のX, Y座標; **NOD(M, J)**, $M=1\sim NELEM$, $J=1\sim 5$: 第M要素の節点番号, **NOD(M, 4)=0** は三角形要素, **NOD(M, 5)=1 or 0** は要素応力などの印刷の要または否を表す。

NF(I), $I=1\sim NBOUN$: 変位が規定される節点の番号; **NBX(I)=1 or 0**, **NBY(I)=1 or 0** はそれぞれX方向, Y方向の変位が規定または自由; **VBXY(2*I-1)**, **VBXY(2*I)**: X方向, Y方向の変位の規定値, **NL(I)**, $I=1\sim NCONC$: 荷重が与えられる節点の番号, **NL(1)=0** は荷重が与えられる節点のない事を表す; **VLXY(2*I-1)**, **VLXY(2*I)**: 荷重のX方向, Y方向の成分。

NCPP(I), $I=1\sim NCP$: クラックの下側面の節点番号, 対応する上側面の節点番号は **NCPP(I)+1**, **NCPP(1)=0** はクラックが存在しないことを意味する。**NCP**: クラック面上の相対する節点の組数。

GST(I, J), $I=1\sim 2*NPOIN$, $J=1\sim NBW$: 全体剛性マトリックスの対角線より右上半分, 非零成分の部分に格納する配列, **NBW** はいわゆるバンド幅で $NBW=(NB1+1)*2$, **NB1**: 一要素における節点番号の差の最大値, **TF(I)**, $I=1\sim 2*NPOIN$: 節点荷重ベクトル。

DELTA(I), $I=1\sim 2*NPOIN$: 節点変位ベクトル。

D(I, J): 平面応力状態における応力一ひずみマトリックス, **DBA(I, J)**: 応力一節点変位マトリックス, **CK(I, J)**: 要素の剛性マトリックス。