

Dynamic Response of a MMF specimen Subject to Low Speed Impact.

○学 小野 純平 (鹿児島大学) 正 有富 正男 (鹿児島大学)

正 小田 美紀男 (鹿児島大学) 正 戸谷 眞之 (鹿児島大学)

Junpei ONO, Masao ARITOMI, Mikio ODA and Masayuki TOYA

Kagoshima University, 1-20-40 Korimoto, Kagoshima-shi, Kagoshima

Key Word : Energy Release Rate, Fracture Mechanics, Delamination, Impact, End Crack

1. まえがき

端部はく離を有する2層の積層材からなるMMF試験片が、低速度の衝撃三点曲げを受ける場合の解析を行い、衝撃速度がひずみや荷重の高次モードに及ぼす影響について調べる。また実験を行い、解析結果と比較し、解析の正当性を確かめる。最後に、Suo および Hutchinson の理論に基づきエネルギー解放率を求め、はく離長さの変化による影響を調べる。

2. 理論解析

2.1 基礎式 図1に示すような時間的に変動する荷重 $P(t)$ を受けるMMF試験片を考える。はく離長さが小さく、その部分の慣性力は小さいと考え、図2のような簡単なモデルを用いて解析を行った。はりの長さ L 、断面の幅を上下ともに b 、厚さ、ヤング率および密度を、上のはりについては E_1, ρ_1 、下のはりについては E_2, ρ_2 とする。単層部分のたわみを w_1 、接着部分のたわみを w_2 とする。

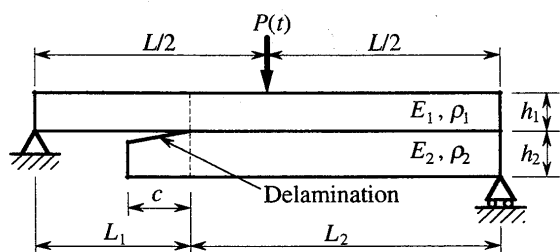


Fig. 1 MMF Specimen

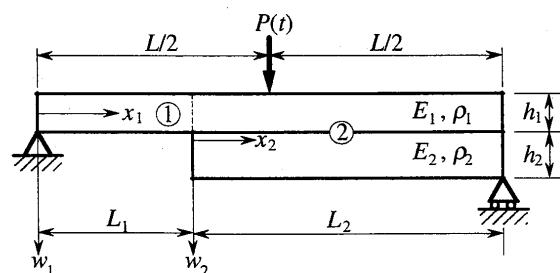


Fig. 2. Analyzing Model

領域におけるはりの諸量を以下のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{bh_i^3}{12}, A_i = bh_i, m_i = \rho_i A_i, D_i = E_i I_i \\ h &= h_1 + h_2, A = A_1 + A_2, m' = m_1 + m_2 \\ D' &= D + \frac{E_1 h_1 E_2 h_2 b h^2}{4(E_1 h_1 + E_2 h_2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

はく離部分と接着部分のはりの自由振動時の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} D \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + m \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} &= 0 \\ D \frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^4} + m' \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

たわみの一般解は

$$w_i(x_i) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{in}(x_i) (B_{1n} \cos p_n t + B_{2n} \sin p_n t) \quad (3)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} X_{in}(x_i) &= C_{i1n} (\sinh \xi_{in} + \sin \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i2n} (\cosh \xi_{in} + \cos \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i3n} (\sinh \xi_{in} - \sin \xi_{in} x_i) \\ &+ C_{i4n} (\cosh \xi_{in} - \cos \xi_{in} x_i) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\xi_{1n}^4 = \frac{m}{D} p_n^2, \xi_{2n}^4 = \frac{m'}{D'} p_n^2$$

ここで、 p_n は固有角振動数である。

任意の n 次モードにおける正規関数 $X_{1n}(x_1)$ と $X_{2n}(x_2)$ に境界条件および連続条件を適用し、 $C_{12n} = 0, C_{14n} = 0$ を考慮すると

$$[M][C] = \{0\} \quad (5)$$

ここで、 $[M]$ は6行6列の正方行列である。これより振動数方程式は

$$\det[M] = 0 \quad (6)$$

2.2 直交性の証明 式(3)の正規関数において異なる次数 n 次および m 次に対する $X_n(x)$ と $X_m(x)$ を考える。 n 次における二つの運動方程式およびはりの境界条件と連続条件を用いることにより、

$$m_1 \int_0^{L_1} X_{1n} X_{1m} dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n} X_{2m} dx_2 = 0 \quad (n \neq m) \quad (7)$$

となり正規関数が直交性を有することが証明される。

23 衝撃荷重 静止したはりの中央に垂直な強制力 $Q(x_i, t)$ が作用する場合、直交性を利用するとたわみの応答は正規関数 $X_{in}(x_i)$ を用いて、

$$w_i(x_i, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{in}(x_i) \left[B_{1n} \cos p_n t + B_{2n} \sin p_n t \right. \\ \left. \frac{\int_0^t Q_n(\tau) \sin p_n(t-\tau) d\tau}{p_n \left(m_1 \int_0^{L_1} X_{1n}^2 dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n}^2 dx_2 \right)} \right] \quad (8)$$

となる。本論文では着点速度として次のような時間関数を仮定して解析する。

$$v(t) = \begin{cases} \frac{V_0}{2}(1 - \cos \alpha t) & \dots (0 \leq t \leq T_c) \\ V_0 & \dots (T_c \leq t) \end{cases} \quad (9)$$

ここで V_0 は衝撃速度、 T_c はパラメータ(時定数)、 $\omega = \pi/T_c$ である。初期条件より未定数 B_{1n}, B_{2n} は 0 となる。負荷点

($x = \frac{L}{2} - L_1$) における速度は式(8)より

$$v\left(\frac{L}{2} - L_1, t\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left[\int_0^t P(\tau) \sin p_n(t-\tau) d\tau \right] \quad (10)$$

ただし、

$$\alpha_n = \frac{\left[X_{2n}\left(\frac{L}{2} - L_1\right) \right]^2}{\left(m_1 \int_0^{L_1} X_{1n}^2 dx_1 + m' \int_0^{L_2} X_{2n}^2 dx_2 \right)} \quad (11)$$

式(10)の積分方程式に対して3項近似を採用すると、式(9)、(10)より次式を得る。

$$V_0(1 - \cos \alpha t)/2 = \int_0^t P(\tau) \{ \alpha_1 \cos p_1(t-\tau) + \alpha_2 \cos p_2(t-\tau) + \alpha_3 \cos p_3(t-\tau) \} d\tau \quad (12)$$

両辺をラプラス変換し、さらにラプラス逆変換すると

$$P(t) = \frac{\omega^2 V_0}{2A_2} \left(\gamma_0 t + \frac{\psi_2}{\omega} \sin \alpha t + \frac{\psi_4}{\lambda_1} \sin \lambda_1 t + \frac{\psi_6}{\lambda_2} \sin \lambda_2 t \right) \quad (13)$$

ここで、 $A_2, \lambda_1, \lambda_2, \gamma_0, \psi_2, \psi_4, \psi_6$ は定数である。

24 エネルギー解放率の解析 Suo および Hutchinson⁽¹⁾ は一般の負荷を受けている単位幅の積層はりのはく離のエネルギー解放率を与える公式を二次元弾性論に基づいて導いた。彼らの結果に基づいて、エネルギー解放率を計算した。

3. 数値解析および考察

解析モデルは上層にアルミニウム材、下層にアクリル材を貼り合わせた異種材積層はりとし、厚さを上下ともに $h_1 = h_2 = 3$ mm、幅を $b = 20$ mm、スパンを $L = 500$ mm とする。また、この解析モデルに対応する実験を行った。まず時間定数 T_c の値を決定するために、衝撃速度 0.88 m/s で実験を行った。その結果を図3に示し、実験値と解析解を比較して、最も一致している $T_c = 1$ m/s を採用した。

図4は衝撃速度 1 m/s における荷重点でのたわみが 30 mm までのエネルギー解放率とたわみの関係を示したものである。エネルギー解放率はたわみの増加と共に振動しながら増加することがわかる。

図5は荷重点でのたわみが 30 mm までのエネルギー解放率の最大値と L_1 の関係を示したものである。 $L_1 = 120$ mm のとき最も大きい値をとっていることより試験片が最も壊れやすい長さだと思われる。また、静的負荷より動的負荷のほうがエネルギー解放率が大きい値をとることがわかる。

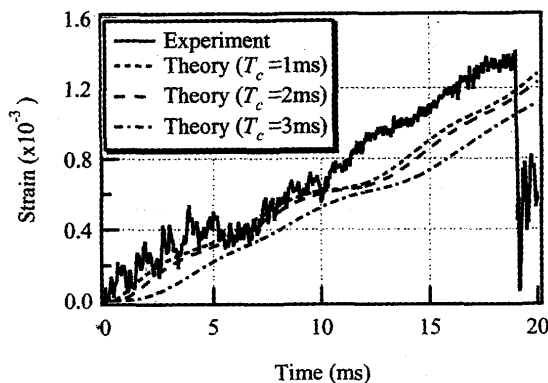


Fig. 3 Relation between strain and time

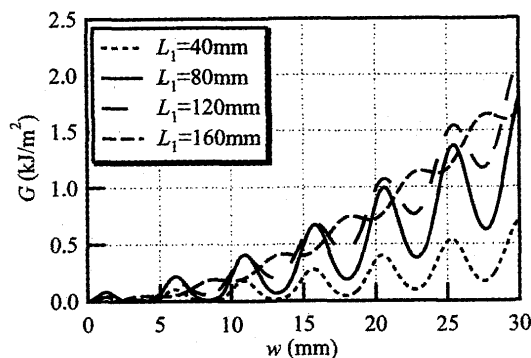


Fig. 4 Relation between energy release rate and deflection

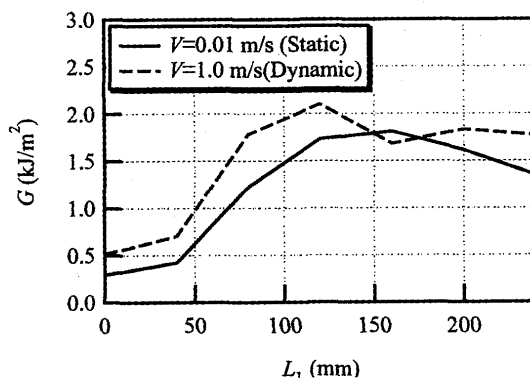


Fig. 5 Relation between energy release rate and L_1

参考文献

(1)Suo, Z and Hutinson, J. W., Int. J. Fract. 43(1990), 1-18