核沸騰における気ほう径と気ほう成長期間についての一考察

松　村　博　久*

(受理　昭和44年5月30日受付)

A CONSIDERATION ON THE RELATIONS BETWEEN THE DIAMETER AND THE GROWING PERIOD OF THE VAPOR BUBBLES UNDER NUCLEATE BOILING

Hirohisa MATSUMURA*

The relation between the diameter and the growing period of the vapor bubbles under saturated and subcooled boiling is represented by the expression, $D_d \propto \tau_g{}^n$, where D_d is the diameter of a bubble departing from a heated surface, τ_g the time needed for a bubble to reach the diameter D_d, and n constant from 0.5 to 3 by the usual correlations.

In the case where n is 0.5, the values calculated by the correlation find in good agreement with those obtained from the other investigators' experiments.

1. まえがき

核沸騰において，気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係は，伝熱機構にたいする気ほうの挙動の主要部をしめている．この関係については前に報告[1]したが，その報告における伝熱面離脱時の気ほう径と気ほうの成長期間の関係は，つぎのZuber[2]の理論式を用いている．

$$D_d = \frac{2b}{\sqrt{\pi}} \frac{C_p \gamma_l \varDelta T_{sat}}{r \gamma_v} \sqrt{a \tau_g} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

すなわち，

$$D_d \propto \sqrt{\tau_g} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに，

a：温度伝導率，
b：定数，
C_p：液体の比熱，
D_d：伝熱面離脱時の気ほう径，
r：蒸発の潜熱，
$\varDelta T_{sat}$：過熱度，
γ_l：液体の比重量，
γ_v：蒸気の比重量，
τ_g：気ほうの成長期間または気ほう発生より気ほうが伝熱面を離脱するまでの期間，

である．

しかし，自然対流飽和核沸騰の実験から山県ら[3]は，

$$D_d \propto \tau_g{}^3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

の関係を得ており，また筆者ら[4]の強制対流を伴う表面核沸騰の実験では，近似的につぎの関係にあった．

$$D_d \propto \tau_g \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

上述のように，伝熱面離脱時の気ほう径と気ほうの成長期間（または気ほう発生より気ほうが伝熱面を離脱するまでの期間）の関係は，実験条件などによりまちまちに表現されている．このことから，ここでは核沸騰における伝熱面離脱時の気ほう径と気ほうの成長期間の関係について，従来の報告による理論式および実験結果の考察を試みた．

2. 気ほう成長にたいする理論式

2・1 単純模型の場合

過熱温度にある液体内の蒸気ほうを考えるとき，気ほうが成長するための外部から受ける熱負荷は，

$$q = r \gamma_v \frac{dR}{dt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

* 鹿児島大学工学部機械工学第二教室・助教授

ここに,

q: 熱負荷（熱流束),

R: 気ほうの半径,

t: 時間,

である.

気ほう周囲の液体の温度分布を半無限物体の非定常熱伝導として取扱えば,

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \cdots\cdots(6)$$

この場合の初期条件は,

$$\left.\begin{array}{l} t=0\,; \\ \quad x=0,\ T=0 \\ \quad x>0,\ T=T_0-T_s \\ t>0\,; \\ \quad x=0,\ T=0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(7)$$

ここに,

T: 温度,

T_0: 過熱液体の温度,

T_s: 液体の飽和温度,

x: 気ほう表面からの距離,

である.

したがって，(6)式の解は

$$T=(T_0-T_s)\,\mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{(T_0-T_s)}{\sqrt{\pi at}}\exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \quad \cdots\cdots(9)$$

気ほう表面では,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}=\frac{(T_0-T_s)}{\sqrt{\pi at}} \quad \cdots\cdots(10)$$

液体の熱伝導率を λ とすると，熱量平衡の関係から

$$q=\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} \quad \cdots\cdots(11)$$

この式に(5)式および(10)式を代入すると,

$$\frac{dR}{dt}=\frac{\lambda}{r\gamma_v}\frac{(T_0-T_s)}{\sqrt{\pi at}} \quad \cdots\cdots(12)$$

$$R=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{\lambda(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{\frac{t}{a}} \quad \cdots\cdots(13)$$

$\dfrac{\lambda}{C_p\gamma_l}=a$ より

$$R=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{at} \quad \cdots\cdots(14)$$

または，気ほうの直径を D とすると,

$$D=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{at} \quad \cdots\cdots(15)$$

2・2 球形模型の場合

球形気ほうにたいする Rayleigh の運動方程式は,

$$R\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=\frac{1}{\gamma_l}\left(\varDelta P-\frac{2\sigma}{R}\right) \cdots(16)$$

ここに,

$\varDelta P$: 気ほう内の圧力と気ほうから遠く離れたところの圧力との差,

σ: 表面張力,

である.

圧力と温度の関係は，Clausius-Clapeyron の式

$$\frac{dP}{dT}=\frac{r}{T(v_v-v_l)} \quad \cdots\cdots(17)$$

より

$$\varDelta P \fallingdotseq \frac{r}{T_s(v_v-v_l)}\varDelta T \quad \cdots\cdots(18)$$

ここに,

P: 圧力,

$\varDelta T$: 気ほう内の温度と気ほうから遠く離れたところの温度との差,

v_l: 液体の比体積,

v_v: 蒸気の比体積,

である.

球の熱伝導方程式は,

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2}+\frac{2}{R}\frac{\partial T}{\partial R}\right) \quad \cdots\cdots(19)$$

初期条件は,

$$\left.\begin{array}{l} t=0\,; \\ \quad R=0,\ T=0 \\ \quad R>0,\ T=T_0-T_s \\ t>0\,; \\ \quad R=0,\ \mathrm{T}=0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(20)$$

熱量平衡の関係から,

$$\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial R}\right)_{R=R(t)}=r\gamma_v\frac{dR}{dt} \quad \cdots\cdots(21)$$

以上のことより，つぎの解が求まる.

$$\frac{dR}{dt}=K_1\frac{\lambda}{r\gamma_v}\frac{(T_0-T_s)}{\sqrt{\pi at}} \quad \cdots\cdots(22)$$

$$R=K_2\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{at} \quad \cdots\cdots(23)$$

または,

$$D=2K_2\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{at}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ここに, K_1 および K_2 は定数である.

2•3　気ほう径と気ほう成長期間

気ほうの成長期間，すなわち気ほうが発生してから伝熱面を離脱するまでの期間を τ_g, 伝熱面離脱時の気ほう径を D_d とすると，$t\rightarrow\tau_g$ で $D\rightarrow D_d$ となるので，(15)式および(24)式は

$$D_d=K\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{a\tau_g}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

(T_0-T_s) を過熱度 $\varDelta T_{sat}$ で表わすと,

$$D_d=K\frac{C_p\gamma_l\varDelta T_{sat}}{r\gamma_v}\sqrt{a\tau_g}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

ここに，K は定数であり，K の値は Plesset-Zwick[5] および Birkhoff ら[6] によると $4\sqrt{3}/\sqrt{\pi}$, Forster-Zuber[7] によると $2\sqrt{\pi}$ である．また, (15)式では $4/\sqrt{\pi}$ である.

飽和温度以下にある液体内での蒸気ほうの成長について，Zuber[2] は(12)式または(22)式をつぎの式におきかえている.

$$\frac{dR}{dt}=\frac{K_3}{r\gamma_v}\left[\frac{\lambda(T_0-T_s)}{\sqrt{\pi at}}-q_b\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

ここに,

K_3:　定数,

q_b:　成長中の蒸気ほうから液体に伝達する熱負荷,

である.

したがって,

$$R=\frac{2K_3}{\pi}\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{\pi at}\left[1-\frac{q_b\sqrt{\pi at}}{2\lambda(T_0-T_s)}\right]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

気ほうが最大径に達したら,

$$t=\tau_m,\ \frac{dR}{dt}=0$$

であるから，(27)式より

$$\frac{\lambda(T_0-T_s)}{q_b}=\sqrt{\pi a\tau_m}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

ここに，τ_m は気ほうが発生してから最大気ほう径になるまでの期間である.

(29)式を(28)式に代入すると,

$$R=\frac{2K_3}{\pi}\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{\pi at}\left(1-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{\tau_m}}\right)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

R_m を最大気ほう半径とすると，$R\rightarrow R_m$ で $t\rightarrow\tau_m$ となるので,

$$R_m=\frac{K_3}{\pi}\frac{C_p\gamma_l(T_0-T_s)}{r\gamma_v}\sqrt{\pi a\tau_m}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

表面核沸騰においては，$2R_m=D_m$ とすれば,

$$D_m\doteqdot D_d,\ \tau_m\doteqdot\tau_g$$

であるから，$T_0-T_s=\varDelta T_{sat}$ より

$$D_d=K'\frac{C_p\gamma_l\varDelta T_{sat}}{r\gamma_v}\sqrt{a\tau_g}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

ここに，K' は定数であり，K との関係は

$$K'=\frac{K}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

である.

3.　実験結果との比較

3•1　自然対流飽和核沸騰

自然対流飽和核沸騰における実験のおもなものとして，山県ら[3] の結果を図1に示す．山県らの実験範囲

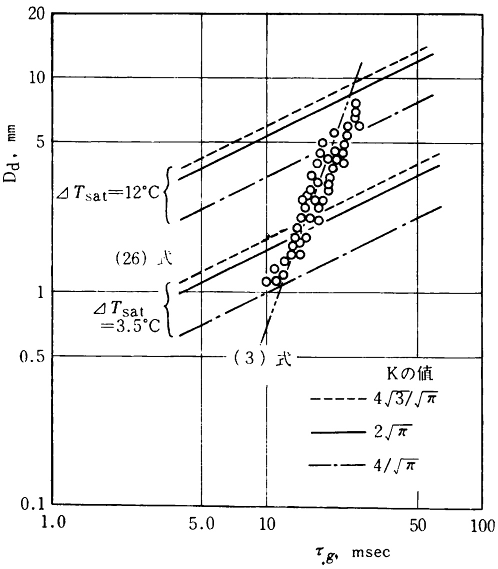

図1　山県らの実験結果

は, 圧力 1.0 ata, 熱負荷 $4\times10^3\sim1.8\times10^4$ kcal/m²h および過熱度 3.5～12°C である．図中の二点鎖線は，山県らの報告している(3)式の関係を表わしている．また (26) 式において，$K=4\sqrt{3}/\sqrt{\pi}$ の場合を破線，$K=2\sqrt{\pi}$ を実線および $K=4/\sqrt{\pi}$ の場合を一点鎖線で示している.

3・2 自然対流表面核沸騰

圧力 1.0 ata, 熱負荷 5.2×10^5～2.1×10^6 kcal/m²h, サブクーリング85°C および過熱度 27°C と 36°C の範囲で実験を行なった Gunther-Kreith[8] の結果を図2に示す．図3には，圧力 1.0 ata, 熱負荷 4.8×10^5～3.1×10^6 kcal/m²h, サブクーリング 43°C と 75°C および過熱度 26～33°C の実験範囲である Ellion[9] の結果を示し，図4には，圧力 1.0 ata, 熱負荷 1.8×10^5 kcal/m²h, サブクーリング 2.1°C, 6.0°C と 14.6°C および過熱度 17～21°C の実験範囲である秋山―瀬川[10] の結果を示している．図2～図4には，(32) 式において，$K'=2\sqrt{3}/\sqrt{\pi}$ を破線，$K'=\sqrt{\pi}$ を実線および $K'=2/\sqrt{\pi}$ を一点鎖線で示している．

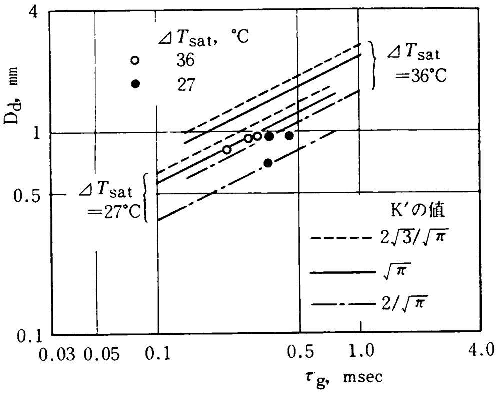

図2　Gunther-Kreith の実験結果

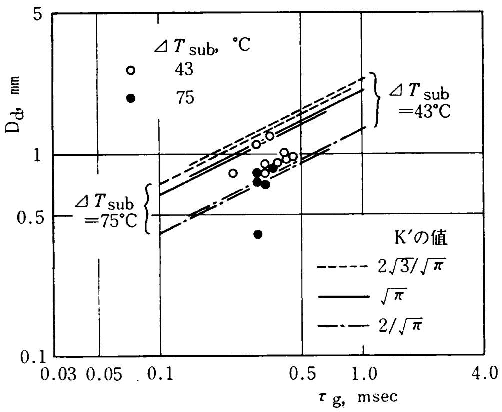

図3　Ellion の実験結果

なお，図3には過熱度30°C における (32)式を表わしている．図4の場合は，サブクーリング 2.1～14.6°C であるが，図5に示すように，この範囲のサブクーリングの影響による物性値の差異はあまり大きくないので，(32)式を示すのに代表としてサブクーリング 6°C の場合を表わしている．

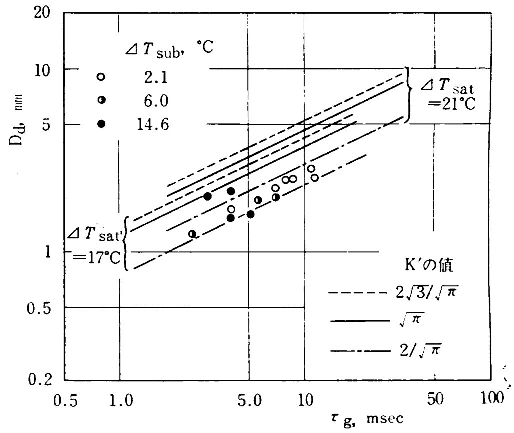

図4　秋山―瀬川の実験結果

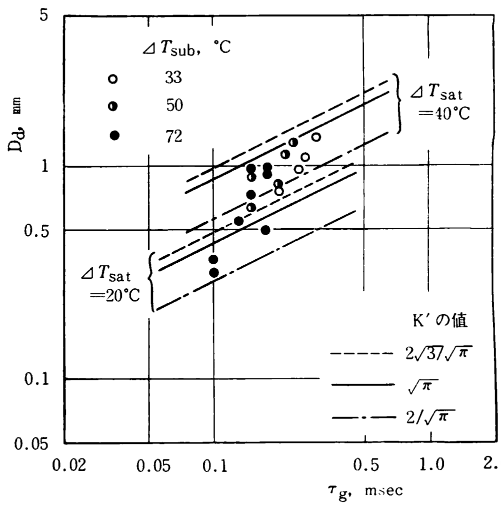

図5　サブクーリングの影響

3・3 強制対流表面核沸騰

実験範囲が圧力 1.0 ata, 熱負荷 3.87×10^6 kcal/m²h, 流速 3.05 m/s およびサブクーリング 33°C, 50°C と 72°C である Gunther[11] の結果を図6に示す．また，実験範囲が圧力 1.0 ata, 熱負荷 1.1×10^5～3.5×10^5 kcal/m²h, 流速 0.15～0.45 m/s, サブクーリング 30°C と 60°C および過熱度5～25°C である筆者ら[4] の結果を図7に示す．

Gunther の実験結果からは過熱度が不明であるために，推定した過熱度範囲 20～40°C として，図6には過熱度 20°C および 40°C における (32) 式でもって比較してある．なお，代表としてサブクーリングは50°C

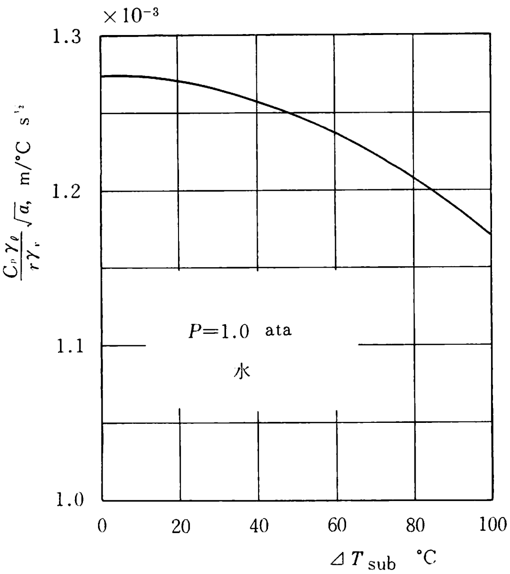

図 6　Gunther の実験結果

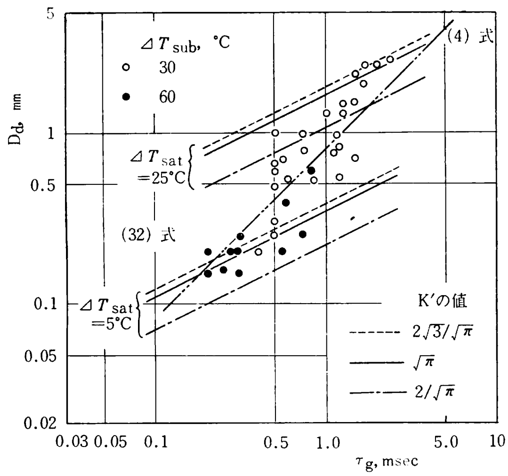

図 7　筆者らの実験結果

である．図 7 にはサブクーリング 60°C の場合の (32) 式を示してあり，同時に (4) 式の関係も二点鎖線にて表わしてある．

4.　考　　察

自然対流飽和核沸騰の実験結果と (26) 式の比較をした図 1 では，K の値は $4/\sqrt{\pi}$～$2\sqrt{\pi}$ である．自然対流表面核沸騰の実験結果と (32) 式の比較をした図 2 ～図 4 および強制対流表面核沸騰の実験結果と (32) 式の比較をした図 6 と図 7 においては，K' の値は $2/\sqrt{\pi}$～$\sqrt{\pi}$ である．すなわち，K と K' の関係は (33) 式であるから，K および K' の値は同じ範囲を示している．

図1～図4，図 6 および図 7 の各研究者の実験結果を一つにまとめて示したのが図 8 である．図 1 における実験結果と (3) 式の関係は良く一致しているし，また，図 7 における実験結果と (4) 式の関係も定性的な一致を与えているが，ほかの実験結果と (3) 式および (4) 式の関係においては，かならずしも同じ関係を表わすとは限らないようである．

核沸騰時における伝熱面離脱時の気ほう径と気ほうの成長期間の関係については，(26) 式および (32) 式で表わされることが，図 1 ～図4, 図 6 および図 7 から確認された．しかしながら，実験条件の相違により伝熱面離脱時の気ほう径の大きさは変るので，与えられた実験条件にたいする伝熱面離脱時の気ほう径の大きさが定まるような関係をみいだす必要がある．ただし，伝熱面離脱時気ほうの大きさの存在範囲は，沸騰が開始する時の過熱度およびバーンアウトが発生する時の過熱度は従来の多くの報告により知られているので，(26) 式および (32) 式より容易に示すことができる．

自然対流飽和核沸騰における伝熱面離脱時の気ほうについて，Fritz[12] はつぎの実験式をあげている．

$$V_d^{1/3}=0.0119\phi\sqrt{\frac{2\sigma}{(\gamma_l-\gamma_v)}} \quad \cdots\cdots(34)$$

ここに，

V_d:　伝熱面離脱時気ほうの体積，

ϕ:　接触角，

である．

$$V_d=\frac{\pi}{6}D_d^3 \quad \cdots\cdots(35)$$

より

$$D_d=0.0209\phi\sqrt{\frac{\sigma}{(\gamma_l-\gamma_v)}} \quad \cdots\cdots(36)$$

ここで大気圧下の飽和核沸騰を考えると，ϕ の平均値を 50° とし，$\gamma_l \gg \gamma_v$ とすれば，D_d は 2.6 mm となる．図 1 の D_d は 1.0～7.0 mm であるから，この値はあくまでも平均値を表わしている．

また，伝熱面離脱時の気ほう径は，熱負荷が増加すれば大きくなり，液体の流速およびサブクーリングが増加すると小さくなる傾向にある．このことは，温度境界層すなわち過熱層の厚さに左右されるのである．

以上述べたように，核沸騰の実験においては，気ほうの挙動に影響を与える因子があまりにも多すぎるために，各研究者の報告した結果をひとまとめにすることは容易でない．この点に関しては，今後の詳細な多くの実験による結果を期待せざるを得ない．

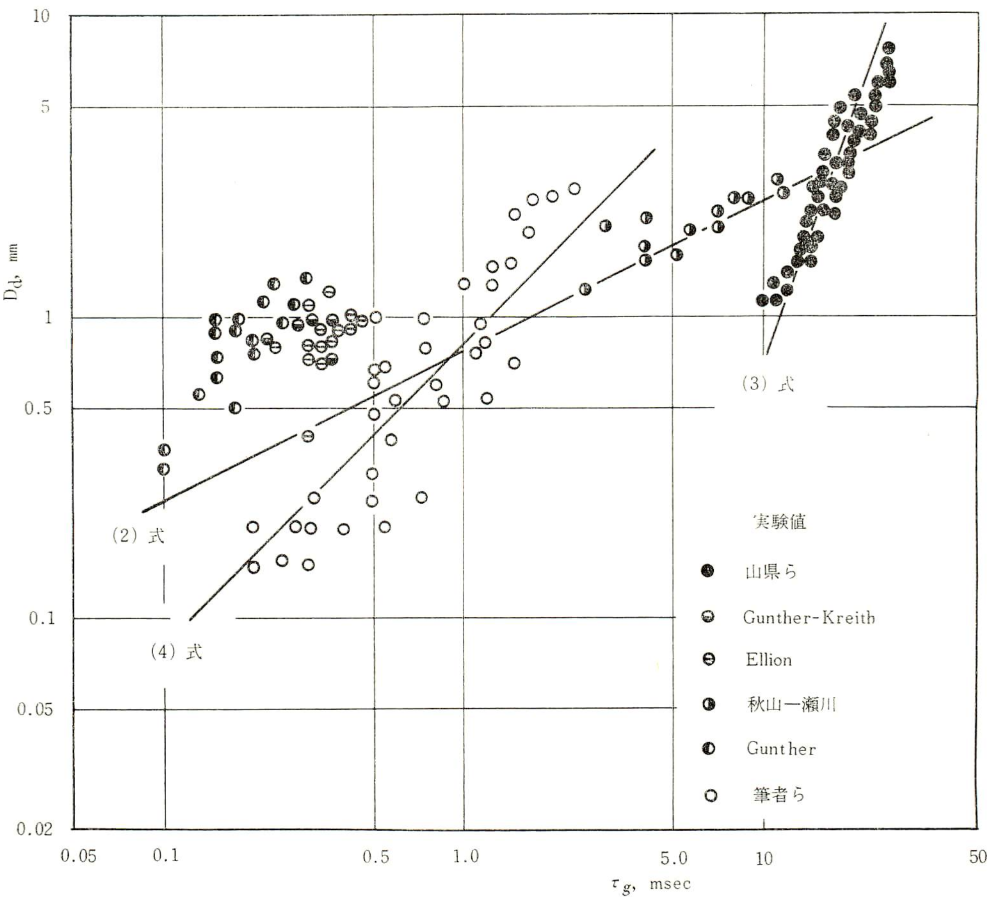

図8 各研究者の実験結果

文　　献

1) 松村：核沸騰における気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係について，鹿児島大学工学部研究報告，6 (1966-9)，55.

2) N. Zuber: The Dynamics of Vapor Bubbles in Nonuniform Temperature Fields, Int. J. Heat & Mass Transfer, 2 (1961), 83.

3) 山県・平野・西川・松岡：水の沸騰について(水平伝熱面における気ほうの発生)，日本機械学会論文集，17, 62 (1951)，163.

4) 佐藤・松村・岡田：強制対流表面沸騰における気ほうの挙動について，第3報，日本機械学会関西支部第39期定時総会講演会前刷 (1964-3)，31.

5) M. S. Plesset & S. A. Zwick: The Growth of Vapor Bubbles in Superheated Liquids, J. Appl. Phys., 25, 4 (1954-4), 493.

6) G. Birkhoff, R. S. Margulies & W. A. Horning: Spherical Bubble Growth, Phys. Fluids, 1, 3 (1958-5), 201.

7) H. K. Forster & N. Zuber: Growth of a Vapor Bubble in a Superheated Liquids, J. Appl. Phys., 25, 4 (1954-4), 474.

8) F. C. Gunther & F. Kreith: Photographic Study of Bubble Formation in Heat Transfer to Subcooled Liquids, Heat & Fluid Mech. Inst., Berkley, (1949), 113.

9) M. E. Ellion: A Study of the Mechanism of Boiling Heat Transfer, Jet Prop. Lab. Rept., Memo. 20-88, Calif. Inst. Tech., Pasadena, (1954).

10) 秋山・瀬川：プール沸騰における気ほうの成長と消滅（未飽和)，日本機械学会第39期総会講演会前刷集68 (1962-4)，65.

11) F. C. Gunther: Photographic Study of Surface-Boiling Heat Transfer to Water with Forced Convection, Trans. ASME, (1951-2), 115.

12) W. Fritz: Berechnung des Maximalvolumens von Dampfblasen, Phys. Zeitsch., 36, 11 (1935), 379.