

円管内を移動する仕切板後方における輸送現象

— 管壁の流体摩擦 —

松本 利達, 上村 浩, 久木崎 浩二
重久 義明, 松山 勉*
(受理 昭和62年5月30日)

TRANSPORT PHENOMENA IN THE FLOW BEHIND A MOVING ROD FITTED IN A PIPE — Shear stress at the wall —

Toshitatsu MATSUMOTO, Hiroshi KAMIMURA, Kohji KUKIZAKI
Yoshiaki SHIGEHISA and Tsutomu MATSUYAMA*

The wall shear stress induced by the flow behind a moving rod fitted in a pipe, were investigated experimentally and analytically. An electrochemical method was used in this experiment.

In the turbulent flow region, where Reynolds number based on the tube diameter is above 15900, the measured friction factor of the flow decreases proportionally to the inverse square-root of the distance from the rod. This behavior of the flow near the wall was analogous to that of a laminar boundary-layer flow with negligible pressure gradient.

In the laminar flow region where Reynolds number is 10 or less, a good agreement was found between the observed friction factor and the numerically solved one. When Reynolds number is increased from 100 to 1000, the observed friction factor was much greater than that calculated by numerical solution of momentum equation.

緒 言

本研究は、円管内におかれた仕切板が管軸方向に定速運動する場合における、板後方の流れを対象とする。このような流れの例は、生体内では毛細血管内を流れる赤血球の後方に、工業的にはピストンに接して存在し、管内の異物を除去することを目的としたピグ輸送¹⁾やカプセル輸送²⁾等に見られる。また、内燃機関やガス圧縮機における高温ガスとシリンダー内壁との伝熱に関連して、この流れを解析した例^{3), 4)}もある。

しかし、軸方向に移動する仕切板後方の流れについて伝熱あるいは物質移動等の輸送現象を考察する場合、特に液体においては次の配慮が必要である。すな

わち、プラントル数あるいはシュミット数が1よりかなり大きいことより、対流項を支配する壁近傍の速度分布の重要性が高まり、同時に層流底層内に存在する微小な乱れが拡散項に影響する可能性がある点である。したがって、本研究では、対象とする流れ場の特性を解明するための手段として管壁における速度勾配に注目し、それに比例する量である管壁における剪断応力を測定して解析結果と比較する。

管壁の剪断応力の測定には電気化学的方法⁵⁾を採用した。この方法は、微小電極を流れる電流がイオンの拡散に支配され、同時に拡散速度がその位置での対流すなわち速度勾配に支配される状況下で電流を測定しておこなう。また、解析の一部は電子計算機により数値解を求めておこなった。

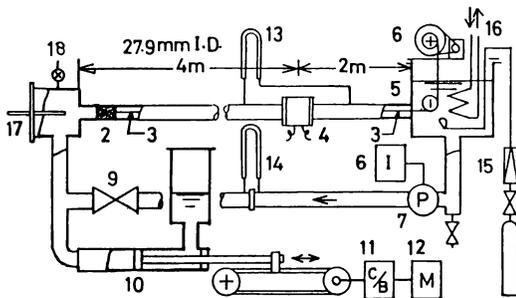
*新菱冷熱(株)

1. 実験

1.1 実験装置および操作条件

Fig. 1 に実験装置の概略を示す。貯槽 5 には液として、フェリシアン化カリウム 0.01 mol/l、フェロシアン化カリウム 0.01 mol/l、支持電解質としての苛性ソーダ 2~6 mol/l を含む水溶液が入っており、この液は次の 3 つの管路にも充滿している。すなわち、第 1 は測定用の管路で、内径 27.9 mm、全長約 6 m の透明塩化ビニール管 1、電極部 4 および電極部の陰極電流と剪断力との関係を検定する際に用いるマノメーター 13 より成る。この管路内をテストピース 2 が、背圧またはニッケル線 3 に引かれて走行する。第 2 の管路は液循環用で、ポンプ 7、流量計 14、バルブ 9 を経て第 1 の管路につながっている。液循環時にはテストピースを棒 17 の方に退避させておく。第 3 の管路はテストピース移動用で、ピストン 10 を移動させることにより、テストピース 2 は管 1 の全長にわたって正、逆向きに走行する。電解液中の溶存酸素分圧を低くするため、装置 15 より N_2 ガスを供給してバブリングさせておく。また、液温を室温にはほぼ一致させるため、貯槽内には冷却コイル 16 がある。第 1 の管路を用いた緒測定に先立って、数分間にわたって液を循環させた。

Fig. 2 にテストピース、電極部および信号処理回路

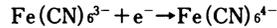


- | | |
|---------------------|-------------------------|
| 1 PVC pipe | 10 Reciprocating piston |
| 2 Test piece | 11 Clutch/break unit |
| 3 0.25 mm Ni wire | 12 Varispeed motor |
| 4 Electrode section | 13 Manom. for friction |
| 5 Reservoir | 14 Flow meter |
| 6 Winding device | 15 N_2 gas supply |
| 7 Circulating pump | 16 Cooling coil |
| 8 Inverter | 17 Handling rod for 2 |
| 9 Valve | 18 Bubble removal |

Fig. 1. Experimental setup.

の構成を示す。テストピースは直径 $d=27.0$ mm の円柱に、柔軟かつ弾力性に富む O-リング 2 本をはめており、O-リングの外径は 28.5 mm、図の x_0 は 2.5 mm であった。この O-リングは、外径 3 mm、内径 2 mm の生ゴム管を環状に接着して製作した。

電極部の内径は管 1 と同じで、ニッケル製円筒状の電極が 4 個埋め込まれている。陰極部は軸方向の厚さが 0.4 mm と小さく、別に予備用がある。陽極部の 2 個は並列に使用し、陰極に比べて約 100 倍の面積がある。陰極の電位を陽極に対して -0.1 V 程度の一定値に保つ場合、陰極上では次の還元反応がおこる。



この反応はきわめて高速であるから、陰極電流 i は両シアン・イオンの等モル相互拡散の速度のみによって定まる。しかも、陰極面上の濃度境界層はきわめて薄く、直線的層流速度分布の範囲内にあるので、剪断応力 τ_w と

$$i \propto \tau_w^{1/3}$$

なる関係にあり⁵⁾、かつ、 τ_w の変化に対する応答特性も良好である⁶⁾。電流 i が標準抵抗を流れる際の電圧降下を 2000 倍に増し、デジタル化してマイクロ

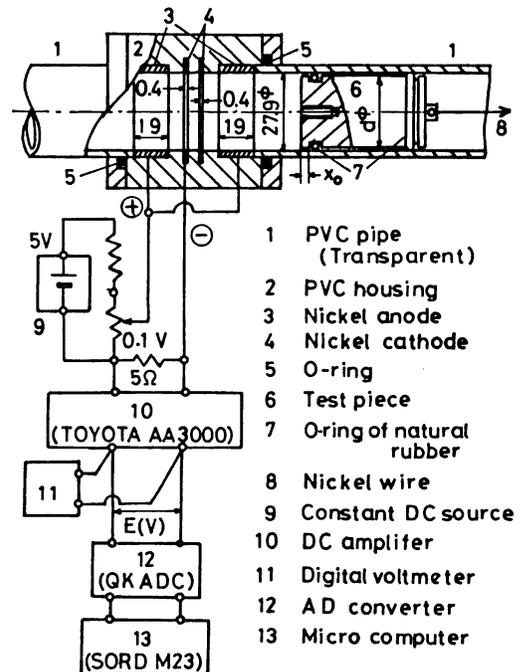


Fig. 2. Test piece, electrode section and electronic assembly (Not to a scale).

ンピューターに取り込んだ。使用した A/D 変換器のセトリング・タイムは45 μ S, 総合的な取込時間々隔は最高250 μ Sであった。Fig. 3 に $\tau_w^{1/3}$ と取込み電圧 E との関係を示した。両者の間に完全な比例関係は得られなかったが、1 次式によって相関できた。

実験は、液の粘度およびテストピースの定常走行速度 u_w を変化させておこない、管径基準のレイノズル数 Re_D について10~31300の範囲でおこなった。その際、液粘度も変化させた。また、 u_w は実測した。こうして測定された τ_w から流体摩擦係数 f を次式から算出した。

$$f = 2\tau_w / (\rho u_w^2) \tag{1}$$

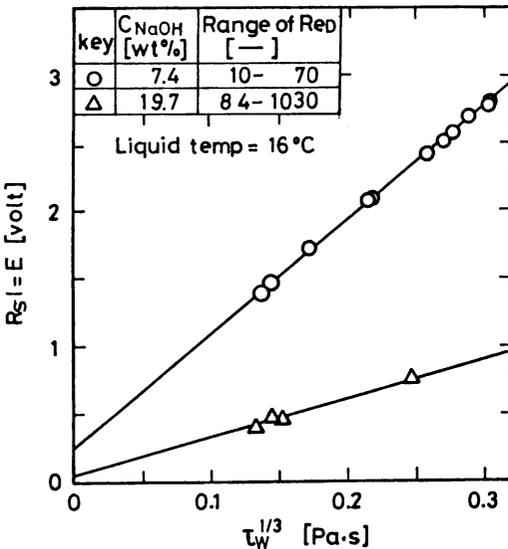


Fig. 3. Example of correlation between observed voltages and shear stresses at wall.

1. 2 時間または距離データの整理方法

取り込まれた電圧信号 E とデータ番号 n との関係の例を Fig. 4 に示す。図中に矢印で示したように、E に2つの顕著なピークが現われる。この中より大きいデータ番号に対するピークをテストピース背面が陰極位置を通過したことに対応して現れたものと考えた。したがって、その位置におけるデータ番号を n' とすると、任意のデータ番号 n (n > n') までの経過時間 t および軸方向距離 X は次のように表わされる。

$$t = (n - n')T, \quad x = u_w t \tag{2,3}$$

ここに、T は取込時間々隔である。したがって、t および x は次の無次元量に対応させて考察してよい。

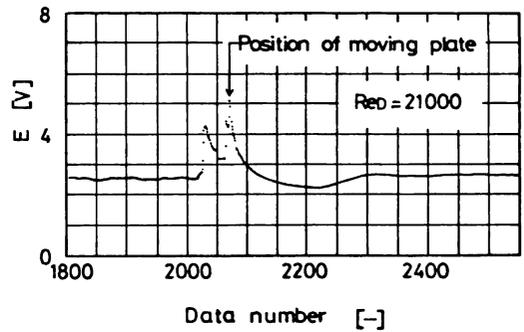


Fig. 4. Example of voltage signals.

$$t^* \equiv u_w^2 t / \nu = x u_w / \nu \equiv Re_x \tag{4}$$

1. 3 乱流領域における実験方法

$Re_D = 15900 \sim 31300$ における実験は、Fig. 1 において、ピストンによってテストピースを走行させることによっておこない、図中のニッケル線は接続されていない。この場合における $\tau_w^{1/3}$ 対 E の検定曲線は、第2の管路を用いて液を循環させ、マンローメータ13に示される圧力損失から τ_w を算出して作成した。また、この過程で求められた Re_D 対 f の関係は Blasius の式によく一致した。

なお、 Re_D がより低い乱流領域における測定も試みたが、管壁との接触によってテストピースの円滑な運動が阻害されたために実現しなかった。

1. 4 層流領域における実験方法

Fig. 1 に示したように、テストピースに直径 0.25mm のニッケル線を接続し、巻取り装置6で引くことによって走行させた。一方、粘度を高くしての実験もおこなった。この場合における $\tau_w^{1/3}$ 対 E の検定曲線は、 τ_w を直接測定することができなかったため、層流の完全発達域における関係式 $f = 16/Re_D$ より得られる τ_w を用いて作成した。

なお、テストピース走行実験における Re_D の上限は、管内流において充分な層流と考えられる範囲である1000に留めた。

2. 実験結果および考察

2. 1 座標系および基礎方程式

考察に先立って、本研究で扱う座標系および流れ場の概要を Fig. 5 に示す。テストピースは定常走行速度 u_w で z 方向に移動し、陰極位置 ($z = 0$) を通過

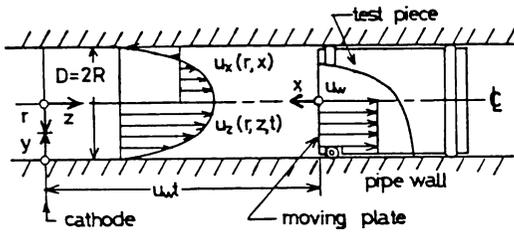


Fig. 5. Flow configuration and coordinate system.

する時刻を $t=0$ とする。また、テストピースと管壁との間隔は無視できるほど小さく、したがってテストピース後面 ($x=0$) に相対的な先行流体の洩れはないと仮定する。さらに、物性一定、かつ層流とする。この場合、陰極位置基準の流速分布は r, z および t の関数となるが、変数を $x=u_w t - z, u_x=u_w - u_z$ によって変換すれば、流速 u_x および u_r は r および x のみの関数となり、次式で表わされる。

連続の式：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

管軸方向の運動方程式：

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \rho g_x \quad (6)$$

半径方向の運動方程式：

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) \right\} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right] + \rho g_r \quad (7)$$

境界条件：

$$r=0; u_r=0, \frac{\partial u_x}{\partial r}=0 \quad (8. a)$$

$$r=R; u_r=0, u_x=u_w \quad (8. b)$$

$$x=0; u_x=u_r=0 \quad (8. c)$$

$$x=\infty; u_r=0, u_x = \text{func.}(r), \int_0^R u_x r dr = 0 \quad (8. d)$$

2. 2 乱流領域における実験結果

Fig. 6 に示す。 Re_x の小さい範囲では $f \propto Re_x^{-1/2}$ に近い関係にあるから、 $x=0$ の近くの管壁上で層流境界層の発達過程が存在すると考えられる。しかし、平板に沿って流れる主流速度一定の流れと比較して、同じ Re_x における f は約 2 倍の大きさとなっている。 Re_x の増加に対応する f の値の変化は $Re_x=10^5$ 付近

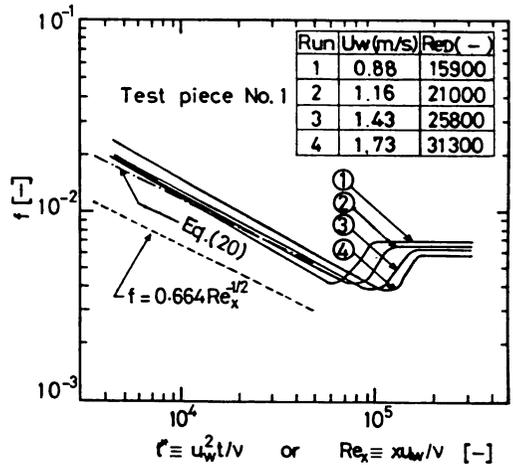


Fig. 6. Changes of friction factor with non-dimensional elapsed time or distance for turbulent flow.

で増加の方向に転じ、 Re_D の大きさに対応してそれぞれ発達した乱流における値に漸近している。また、 Re_D が大きいほど、層流境界層の発達過程と考えられる領域の f は大きく、発達した乱流への遷移 Re_x の値も大きくなる傾向が認められる。

その他、 Fig. 2 における $d=27.4\text{mm}$ のテストピースおよび $d=27.4\text{mm}, x_0=7.5\text{mm}$ のものについても実験したが、結果は実験誤差の範囲内で Fig. 6 と一致した。したがって、同図の実験事実はテストピース後方の流れ場に固有な特性を表わしているものと考えられる。

2. 3 発達する層流境界層モデルとの比較

前項での指摘に基づいて、 Re_x の比較的小さい領域を対象にモデル式を導く。ここで、1)境界層近似が可能な程度に x は小さい範囲とする、2)管壁近傍のみに速度境界層が存在し、かつ層流である、3)境界層の外のポテンシャル流領域では速度 0 とする、4) x 方向に圧力一定とする、等の仮定をおき、 Fig. 7 のような流れを考える。したがって、 $u_x(x, y)$ に対して次の基礎方程式および境界条件が成立する。

連続の式：

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

x 方向の運動方程式：

$$\frac{\partial}{\partial x} (u_x^2) + \frac{\partial}{\partial y} (u_y u_x) = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad (10)$$

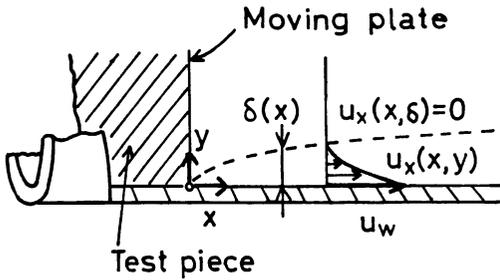


Fig. 7. Developing boundary-layer model.

境界条件：

$$x=0: u_x=0, \delta=0 \quad (11. a)$$

$$y=0: u_x=u_w, u_y=0 \quad (11. b)$$

$$y=\delta: u_x=0 \quad (11. c)$$

式(10)を境界層の厚さ方向に積分して境界条件を適用すれば von Kármán の境界層運動量収支式となり、さらに $u_x(x, y)$ に対して相似解

$$u_x/u_w = \phi(\eta), \quad \eta = y/\delta \quad (12, 13)$$

を仮定することにより、最終的に次の諸式を得る。

$$\delta^* \equiv \frac{u_w \delta}{\nu} = \sqrt{\frac{B}{A} Re_x}, \quad f = \frac{2B}{\delta^*} \quad (14, 15)$$

ここに、A および B は次の量である。

$$A \equiv \int_0^1 \phi^2 d\eta, \quad B \equiv -d\phi/d\eta|_{\eta=0} \quad (16, 17)$$

いま、近似速度分布として式(18)を採用すると、(14)~(15)に対応する関係は次のようになる。

$$\phi = 1 - 2\eta + 2\eta^3 - \eta^4 \quad (18)$$

$$\delta^* = 3.31\sqrt{Re_x}, \quad f = 1.208 Re_x^{-1/2} \quad (19, 20)$$

式(20)の関係を Fig. 6 の実測値と比較すると、両者はかなり良く一致していると言える。しかし、式(20)は f が Re_x のみならず Re_D にも依存している事実を説明できない。この原因は、層流境界層の外のポテンシャル流領域の速度をすべて 0 と仮定したことにあるものと推察される。

2. 4 層流領域における実験結果

$Re_D = 1000 \sim 10$ における実験結果を Fig. 8 に示す。 Re_x が比較的小さい領域において、 Re_x の増加と共に f が低下する傾向は乱流領域の場合と同じであるが、式(20)とは一致せず、かつ、 Re_x に対する依存性を単一の指数で表現することはできない。この現象は Re_D が小さいほど顕著であり、 $Re_D < 1000$ の領域ではテストピースに近い範囲における f の値の変化を説明する上で層流境界層モデルは適当でないことが判る。また、

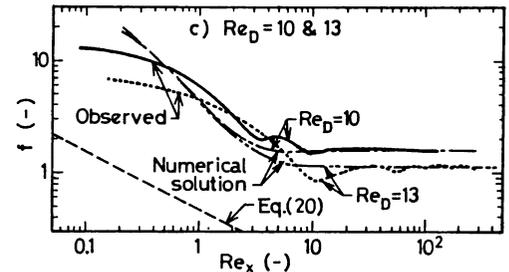
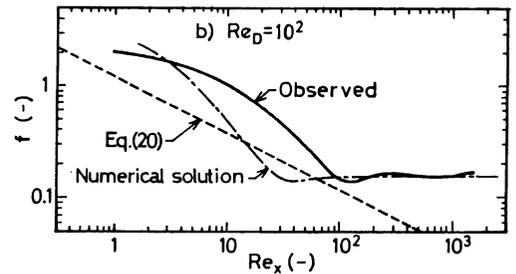
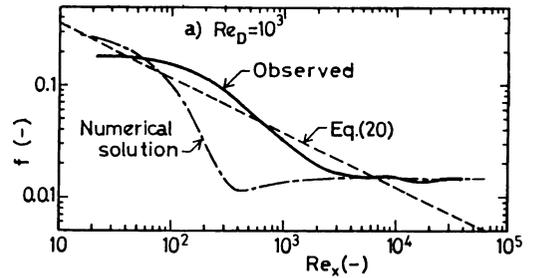


Fig. 8. Comparison of observed friction factors with theoretical ones for laminar flow.

Re_x に対して f が減少する傾向から完全発達域における f 一定の傾向への遷移は、乱流領域における傾向に比べて緩やかであり、遷移点の Re_x は Re_D に近い値になっている。

2. 5 層流領域における数値解との比較

式(5)~(8)を数値的に解いて得られる Re_x と f との関係を実験と比較する。このため、流れ関数 ψ および渦度 ω を用い、基礎方程式および境界条件を無次元量の間の関係式に変換する。

流れ関数と速度成分との関係および渦度の定義：

$$u_x = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

$$\omega = \frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial r} \quad (21, 22, 23)$$

無次元量の定義：

$$U = \frac{u_x}{u_w}, \quad V = \frac{u_r}{u_w}, \quad X = \frac{x}{R}, \quad \lambda = \frac{r}{R}$$

$$\Psi = \frac{\psi}{R^2 u_w}, \quad \Omega = \frac{R \omega}{u_w} \tag{24}$$

連続の式：

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right) + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \Omega \tag{25}$$

渦度輸送方程式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (V\Omega)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (U\Omega)}{\partial X} \\ &= \frac{2}{Re_D} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial (\lambda \Omega)}{\partial \lambda} \right\} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} \right] \end{aligned} \tag{26}$$

境界条件

$$\lambda = 0; \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = 0, \quad \Omega = 0 \tag{27.a}$$

$$\lambda = 1; \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = -1, \quad \Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda^2} + 1 \tag{27.b}$$

$$X = 0; \quad \Psi = 0, \quad \Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \tag{27.c}$$

$$X = \infty; \quad \Psi = \frac{\lambda^2(1-\lambda^2)}{2}, \quad \Omega = -4\lambda \tag{27.d}$$

式26左辺の慣性項を1次近似風上差分法⁷⁾，右辺および式25を中心差分で，境界条件中の導関数を前進差分公式を用いて近似し，反復法によって式25~27を解く。その際， $X=100$ の位置を完全発達域とみなし，格子間隔を等比級数的に増加させ， X 方向を M 区分， λ 方向を N 区分した。したがって，格子点 (i, j) の座標は次のごとくなる。(Fig.9参照)

$$X_i = \Delta X_1 (a^{i-1} - 1) / (a - 1) \tag{28.a}$$

$$\lambda_j = 1 - \Delta \lambda_1 (\beta^{j-1} - 1) / (\beta - 1) \tag{28.b}$$

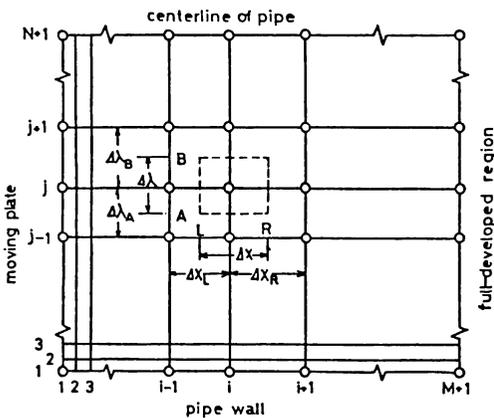


Fig. 9. Grid distribution for finite difference solution.

ここに， ΔX_1 および $\Delta \lambda_1$ は最初の格子間隔で，両者がほぼ等しくなるように公比 α および β を選んだ。なお，収束判定は次式でおこなった。

$$\frac{\sum_{i=2j=2}^M \sum_{i=2j=2}^N |\Psi_{i,j}^{P+1} - \Psi_{i,j}^P|}{\sum_{i=2j=2}^M \sum_{i=2j=2}^N |\Psi_{i,j}^{P+1}|} \leq 10^{-5} \tag{29}$$

ここに，上付添字 P は反復回数を示す。

$\Psi_{i,j}$ および $\Omega_{i,j}$ について収束解が得られた後，距離 X_i における流体摩擦係数は次式から求められる。

$$f_i = -4\Omega_{i,1} / Re_D \tag{30}$$

Fig. 10に計算結果の一例を示す。 $M=60, N=26$ の計算結果はより細かい格子の場合とほぼ同じ結果を与えているので，以後の計算はこの M および N の値でおこなった。Fig. 11に計算より求められた流れ場の一例を図示した。

実験された Re_D に対応する計算結果をFig. 8に併記した。数値は層流境界層を考慮した式20とは全く異

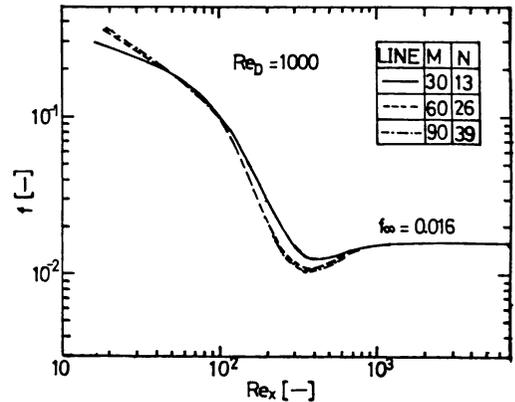


Fig. 10. Example of effect of grid size on calculated friction factor.

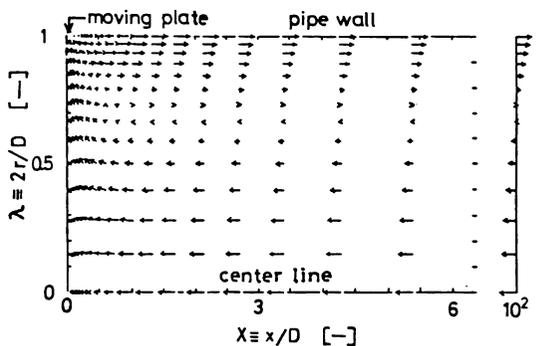


Fig. 11. Example of flow vectors ($Re_D=10$).

なる傾向を示し、実験値とは $Re_D=10$ 付近を除いて一致していない。特に Re_D が100および1000の場合では、 $Re_x=(0.1\sim 1)Re_D$ の範囲で計算値よりかなり高い f の値が観測されている。この理由としては Re_x のこの範囲で、テストピースの運動に関連して、液体中に乱流境界層の構造が発生している可能性が考えられる。

結 言

管内を軸方向に定速で移動する仕切後方における流体の流動機構を明らかにするために、壁面における流体摩擦係数 f の分布を電気化学的方法によって測定し、若干の理論的考察をおこなって次の結論を得た。

1. 管径および平面の移動速度に基づくレイノルズ数 Re_D が1500~31300の範囲では、平板からの距離に基づく Re_x の $-1/2$ 乗に比例して f が変化する領域が存在し、この領域における流体の挙動は層流境界層の発達過程とほぼみなしてよいが、境界層の外のポテンシャル流領域における流れの影響もある。

2. Re_D が1000を超えない程度の層流の範囲では境界層の挙動はみられず、 Re_D が10程度と小さい場合の流れ場は運動方程式の層流解とほぼ一致する。一方、 $Re_D=100\sim 1000$ の場合では、 $Re_x=(0.1\sim 1)Re_D$ の付近に乱流的挙動を示す領域があり、ここでの f の値は運動方程式の層流解に基づく値よりかなり大きい。

なお、次の課題として、速度分布の実測、あるいは $k-\epsilon$ モデルによる乱流拡散係数を用いた数値解析により、流れ場をシミュレートする必要がある。

謝 辞

本研究を推進するに当り、月星化成株式会社より柔軟で強力なゴム用接着剤を提供していただいた。ここに記して謝意を表す。

Nomenclature

A, B	= constants defined by Eqs. (16) and (17)	[-]
D	= diameter of test tube	[m]
d	= diameter of test piece	[m]
E	= input of microcomputer	[V]
f	= friction factor	[-]
g	= gravitational acceleration	[m·s ⁻²]
i	= grid position in X-direction	[-]
j	= grid position in λ-direction	[-]

M	= number of division for X-coordinate	[-]
N	= number of division for λ-coordinate	[-]
n	= data number	[-]
n'	= data number for the rear peak	[-]
p	= pressure	[Pa]
R	= tube radius	[m]
Re	= Reynolds number	[-]
r	= radial position from center	[m]
T	= time interval	[s]
t	= time	[s]
u	= velocity	[m·s ⁻¹]
x	= axial distance from the moving plate	[m]
y	= radial distance from the wall	[m]
z	= axial distance from cathode	[m]
U, V, X, λ, Ψ, Ω	= dimensionless variables defined in Eq. (24)	[-]
α, β	= factors used in Eq. (28)	[-]
δ	= boundary-layer thickness	[m]
η	= y/δ	[-]
λ	= r/R	[-]
μ	= viscosity of fluid	[Pa·s]
ν	= μ/ρ = kinematic viscosity of fluid	[m ² ·s ⁻¹]
ρ	= density of fluid	[kg·m ⁻³]
φ	= function of η	[-]
ψ	= stream function	[m ² ·s ⁻¹]
ω	= vorticity	[s ⁻¹]

<Subscripts and Superscript>

D	= tube diameter based
r	= r-direction
w	= wall
x	= x-direction
y	= y-direction
z	= z-direction
*	= dimensionless
P	= number of iteration

Literature cited

- 1) Sagawa, S. and H. Washimi : Proceedings of the 5th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, E4-45 (1978)
- 2) Polderman, H. G. : Proceedings of the 6th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, Paper D1, 169 (1979)
- 3) Polman, J. : Int. J. Heat Mass Transfer, 24, 184

-
- (1981)
- 4) Greif, R., T. Namba and M. Nikanjam, : Int. J. Heat Mass Transfer, 22, 901 (1979)
- 5) Mizushina, T. : "Advances in Heat Transfer", Vol. 7, Edt. by F. Irvine and J. Hartnett, Academic Press, NewYork (1984)
- 6) Mizushina, T., T. Maruyama, S. Ide and Y. Mizukami : J. Chem. Eng. Japan, 6, 152 (1973)
- 7) Bejan, A. : "Convective Heat Transfer", John Willy & Sons, NewYork (1984)