

電圧形インバータ駆動誘導電動機の トルク脈動低減PWM制御法

實成 義孝・篠原 勝次・福元 木草・入佐 俊幸
(受理 平成元年5月31日)

PWM METHOD FOR REDUCTION OF TORQUE PULSATIONS OF AN INDUCTION MOTOR DRIVEN BY VOLTAGE SOURCE INVERTER

Yoshitaka MINARI, katsuji SHINOHARA, Mokusou FUKUMOTO
and Toshiyuki IRISA

It is inevitable that the torque of an induction motor driven by a voltage source inverter contains many harmonic components. The instantaneous torque of the induction motor pulsates with six times the fundamental frequency in the sine-wave PWM system as compared to the fundamental sine-wave signals with a triangular carrier signal. This phenomenon is similar to an optimal PWM system using a sine-wave pattern. This pulsation is based upon a voltage vector pattern. A 6th harmonic signal of fundamental frequency is added to sine-wave signals of the sine-wave PWM system, in order to eliminate this pulsation.

The instantaneous torque and current of the induction motor were computed by the state variable method. As a result of computation, the 6th harmonic pulsation of torque vanishes as compared with the sine-wave PWM system, or the optimal PWM system. In the same manner as the sine-wave PWM system, however, the inner small ripple remains in the waveform. It does not appear in the optimal PWM system.

On the other hand, such a waveform as an instantaneous maximum torque constant is shown by the use of a modification of the optimal pattern. In this case, the bottom of the torque waveform varies by six times to the fundamental frequency.

The motor current is a sinusoidal waveform as is the sine-wave PWM system in all the patterns.

1. ま え が き

電圧形PWMインバータで駆動される誘導電動機のトルク脈動は、機械系との共振を発生したり、回転速度にリップルを含む原因となる。このトルク脈動の低減に関する研究として、誘導機を流れる高調波電流を考慮した評価関数から、それを最小とするPWMパターンを求める方法^{1), 2)}、トルクリップルの大きさを表す評価関数を考えそれを最小とするPWM波形合成法³⁾さらには瞬時トルクを制御する方法⁴⁾などがある。PWM波形の発生法には、あらかじめ決められたパルス幅パターンをROMなどに記憶させておき、クロック

信号により制御する方法、基本周波数の信号波とスイッチングパターンを決める搬送波とを比較制御する方式がある。正弦信号波と三角搬送波とを比較するいわゆる正弦波パターンPWM変調では、誘導電動機の瞬時トルクは基本周波数の6倍で脈動する⁵⁾。この6倍調波のトルク脈動を除去するために、基本正弦信号波に6倍調波の正弦信号波を加えてPWM変調することを試みる。そのときの電動機電流及び瞬時トルクを状態変数法により計算し、トルク脈動の低減効果について検討する。計算結果の一部についてはすでに報告したが⁶⁾、本文ではまず正弦波パターンでのトルク波形及び電流波形を求め、正弦波+6倍調波変調でのト

ルク波形及び電流波形と比較検討する。次に最適パターン¹⁾に基づいたトルク波形及び6倍調波を加味したトルク波形を計算し特徴について述べる。

2. 回路と計算法

計算に用いた電圧形インバータの回路を図1に示す。a, b, c各相において上アームトランジスタ T₁, T₂, T₃がオンのときを1, 下アームトランジスタ T₄, T₅, T₆がオンのときを0とすれば, スwitchingモードは, V₁(100), V₂(110), V₃(010), V₄(011), V₅(001), V₆(101), V₇(111), V₀(000)の8種類の電圧ベクトルで表される。図2は正弦波・三角波比較とSwitching状態及び電圧ベクトルを示したものである。e_a, e_b, e_cは直流電源の仮想中点からの端子 a, b, cの電位を表している。また波形の対称性から計算区間は60°である。その区間内にはV₅, V₆, V₁, V₀, V₇のモード

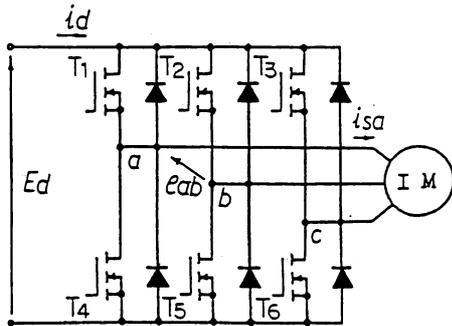


図1 三相電圧形インバータ

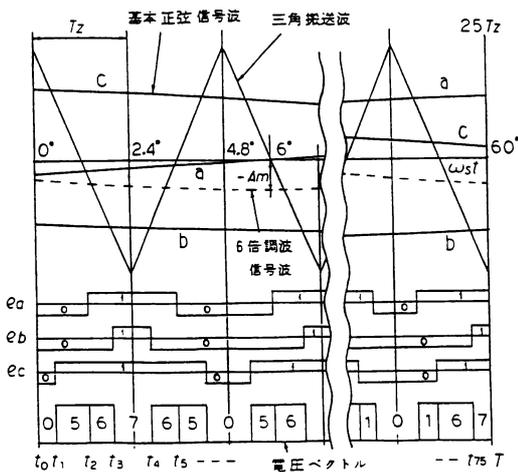


図2 正弦波・三角波変調

が存在する。ここに基本正弦信号波60Hz, 三角搬送波4.5kHzであり, 75パルスモードである。

2. 1 電圧電流方程式と瞬時トルク

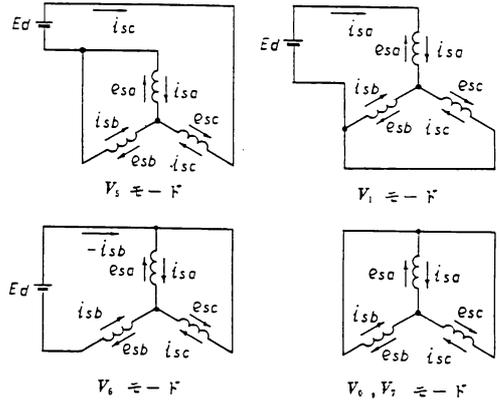


図3 回路の接続

各モードにおける回路の接続は図3に示される。電圧の関係式は次のようになる。

- V₅モード: $E_d - e_{sc} + e_{sa} = 0$ (1)
- $e_{sa} = e_{sb}$ (2)
- V₆モード: $E_d - e_{sa} + e_{sb} = 0$ (3)
- $e_{sa} = e_{sc}$ (4)
- V₁モード: $E_d - e_{sa} + e_{sb} = 0$ (5)
- $e_{sb} = e_{sc}$ (6)
- V₀, V₇モード: $e_{sa} = e_{sb} = e_{sc}$ (7)

電流については各モード共通に

$$i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} = 0 \quad \dots\dots (8)$$

となる。ここに e_{sa}, e_{sb}, e_{sc}は(9)式で, e_{sa}, e_{sb}に静止座標変換される。

$$\begin{pmatrix} e_{sa} \\ e_{sb} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{sa} \\ e_{sb} \\ e_{sc} \end{pmatrix} \quad \dots\dots (9)$$

i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}についても同様である。誘導電動機の瞬時電圧電流方程式は(10)式で表される。

$$\begin{pmatrix} e_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_s + L_s p & M p \\ M(p - jP\omega_r) & r_r + L_r(p - jP\omega_r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_s \\ i_r \end{pmatrix} \quad \dots\dots (10)$$

ただし

$$\begin{aligned} e_s &= (e_{sa} + j e_{sb}) / \sqrt{2} \\ i_s &= (i_{sa} + j i_{sb}) / \sqrt{2} \\ i_r &= (i_{ra} + j i_{rb}) / \sqrt{2} \end{aligned}$$

さらに二次鎖交磁束ベクトルは

$$\Psi_r = M i_s + L_r i_r = \Psi_{r\alpha} + j \Psi_{r\beta} \quad \dots\dots (11)$$

で表されるので、(10) 式は (12) 式となる。

$$\begin{bmatrix} e_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + p\sigma L_s & pM/L_r \\ -\sigma_r M & p-jp\omega_r + \sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} \quad \dots\dots (12)$$

ただし

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 - M^2/L_s L_r \\ \sigma_r &= r_r/L_r \end{aligned}$$

瞬時トルクは

$$\tau = PM(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) \quad \dots\dots (13)$$

で表されるので (11) 式の関係より

$$\tau = \sqrt{2} PM (i_{s\beta} \Psi_{r\alpha} - i_{s\alpha} \Psi_{r\beta}) / L_r \quad \dots\dots (14)$$

となる。

2. 2 状態方程式

(12) 式より電圧方程式を求め、電圧の関係式 (1) ~ (7), 及び座標変換の (9) 式より、状態方程式は (15) 式となる。

$$p\mathbf{x} = \mathbf{A}_\xi \mathbf{x} \quad (\xi = 5, 6, 1, 0) \quad \dots\dots (15)$$

ここに状態変数 \mathbf{x} は

$$\mathbf{x} = [E_d, i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \Psi_{r\alpha}, \Psi_{r\beta}]^T \quad \dots\dots (16)$$

V_6 モードの係数行列 \mathbf{A}_6 は

$$\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_{se}/\sigma L_s & 0 & \sigma r K & P\omega_r K \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3}{2}}\sigma L_s & 0 & -\gamma_{se}/\sigma L_s & -P\omega_r K & \sigma r K \\ 0 & \sigma r M/\sqrt{2} & 0 & -\sigma r & -P\omega_r \\ 0 & 0 & \sigma r M/\sqrt{2} & P\omega_r & -\sigma r \end{bmatrix}$$

..... (17)

である。ただし $r_{se} = r_s + (1 - \sigma) L_s L_r$
 $K = \sqrt{2} M / \sigma L_s L_r$

他モードの係数行列は、 \mathbf{A}_6 の2行及び3行の1列がそれぞれ次のように変わり、他要素は同じである。

$$\mathbf{A}_5: \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2}\sigma L_s \\ -1/\sqrt{6}\sigma L_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_1: \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2}\sigma L_s \\ -1/\sqrt{6}\sigma L_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_0: \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. 3 状態変数法

図2において、60°区間に全76個のモードが存在する。 $t_0 = 0$ とする。

(15) 式より

$$\begin{aligned} 0 \leq t < t_1: \\ \mathbf{x}(t_1) &= \exp(\mathbf{A}_0 t_1) \mathbf{x}(0_+) \\ &= \Phi_0(t_1) \mathbf{x}(0_+) = \Phi_0(t_1) \mathbf{B}_c \mathbf{x}(0_-) \\ &\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに $\Phi_0(t_1)$ は状態推移行列である。

\mathbf{B}_c は接続行列であり (19) 式で表される。

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{bmatrix} \dots\dots (19)$$

$t_1 \leq t < t_2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_2) &= \Phi_5(t_2 - t_1) \mathbf{x}(t_1) \\ &= \Phi_5(t_2 - t_1) \Phi_0(t_1) \mathbf{B}_c \mathbf{x}(0_-) \dots\dots (20) \end{aligned}$$

⋮
⋮
⋮

$t_{75} \leq t < T$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(T) &= \Phi_0(T - t_{75}) \Phi_6(t_{75} - t_{74}) \dots\dots \\ &\dots\dots \Phi_0(t_1) \mathbf{B}_c \mathbf{x}(0_-) = \mathbf{H} \mathbf{x}(0_-) \dots\dots (21) \end{aligned}$$

解の周期性 $\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}(0_-)$ より

$$(\mathbf{H} - \mathbf{I}) \mathbf{x}(0_-) = 0 \quad \dots\dots (22)$$

(22) 式をガウス消去法で解き $\mathbf{x}(0_-)$ を求め、接続行列 \mathbf{B}_c より初期値 $\mathbf{x}(0_+)$ を決めることができる。これより (15) 式をルンゲクッタ法で解き状態量を求める。

3. 計算結果

計算に用いた誘導電動機定数及び計算条件は表1に

表1 誘導電動機 (0.75KW 200V) 定数
及び計算条件

一次抵抗	r_s	3.45Ω
二次抵抗	r_r	2.09Ω
一次インダクタンス	L_s	0.192H
二次インダクタンス	L_r	0.192H
相互インダクタンス	M	0.184H
極対数	P	2
直流電源	Ed	294V
変調率		0.795
すべり		0.05

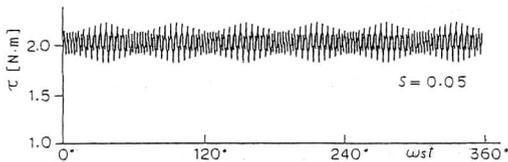


図5 トルク波形 (正弦波変調)

示される。

3. 1 正弦波変調におけるトルクと電流

図4は基本正弦信号波と三角波変調の場合の一次電流 $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$ と二次鎖交磁束 $\Psi_{r\alpha}$, $\Psi_{r\beta}$ を表している。(9)式の変換行列より, $i_{s\alpha}$ は $i_{sa} - i_{sc}$ に比例した量であり, 36° 付近でその脈動が小さくなっている。 $i_{s\beta}$ は i_{sb} に比例した量であり, i_{sb} の脈動を表している。なお磁束 $\Psi_{r\alpha}$, $\Psi_{r\beta}$ は脈動していないことがわかる。図5はトルク波形であり, 基本周波数の6倍で脈動する。トルクの脈動は(14)式からわかるように, 6° 付近では電流の脈動が互いに打ち消される部分があって全体的に小さくなり, 36° 付近では $i_{s\beta}$ の脈動が直接的に影響し脈動の幅が大きくなる。

このときの電動機電流波形 i_{sa} は図6に示される。図2の電圧ベクトルが, 対称三相正弦波のときの磁束ベクトル円に沿う正弦波パターンであり, i_{sa} は正弦波状に変化している。

3. 2 正弦波+6倍調波変調におけるトルクと電流

図7, 図8は電流 i_{sb} の脈動と電圧ベクトルパターンを 6° 付近と 36° 付近について示したものである。実線は正弦波変調での脈動であり電圧ベクトルパターンで定まる。脈動の幅は 6° 付近で小さく, 36° 付近で大

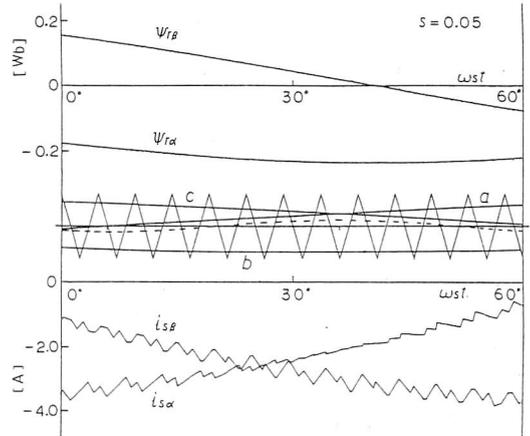


図4 磁束と電流波形 (正弦波変調)

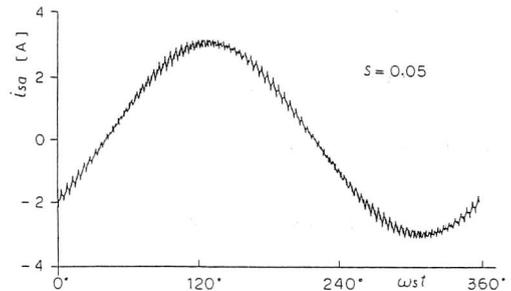


図6 電動機電流波形 (正弦波変調)

きい。トルクの脈動を低減するためには, この脈動幅ができるだけ均一になるように電圧ベクトルパターンを変化すればよい。図2, 図4に示されるように, 基本正弦信号波, $A_s \sin(\omega_s t - \theta)$ に, 破線で示される6倍調波の信号 $-Am \cos 6(\omega_s t - \theta)$ を加えて変調すれば, 電圧ベクトルパターンが脈動を均一にする方向へ変化する。図7, 図8の破線はこれを示したものである。ここに $A_s = 10$, $Am = 1.4$, $\theta = 6^\circ$ である。 6° 付近では電圧ベクトル0が大きくなり, 7が小さくなる。 36° 付近ではこの逆に電圧ベクトル0が小さくなり, 7が大きくなる。このように主に零電圧ベクトルが変化し, 電流の脈動幅は, 6° 付近と 36° 付近との差が小さくなっている。図9, 図10はトルク脈動の変化を示したものである。実線と破線を比較すると, 零電圧ベクトルの変化によりトルクの下り傾きの時間が調整され, 正弦波+6倍調波変調によりトルクの脈動幅が均一化されることがわかる。

図11はトルク波形を1周期について示したものであ

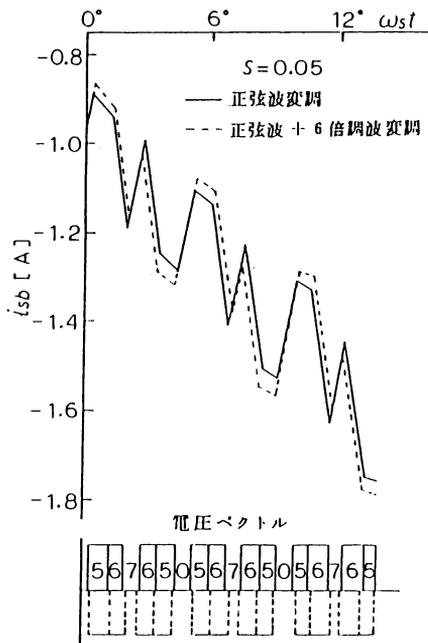


図7 電流と電圧ベクトル (6°付近)

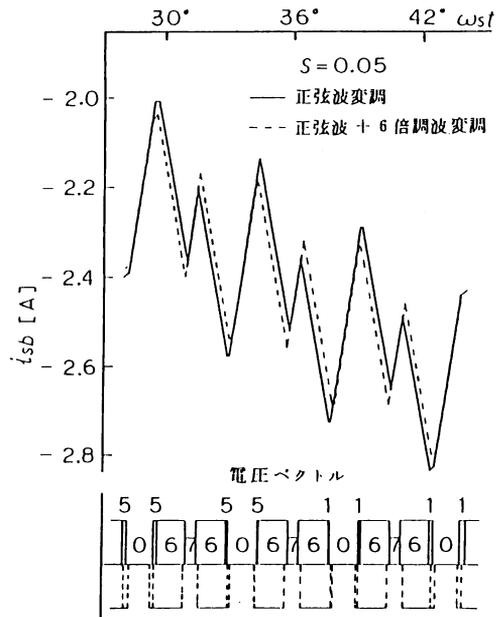


図8 電流と電圧ベクトル (36°付近)

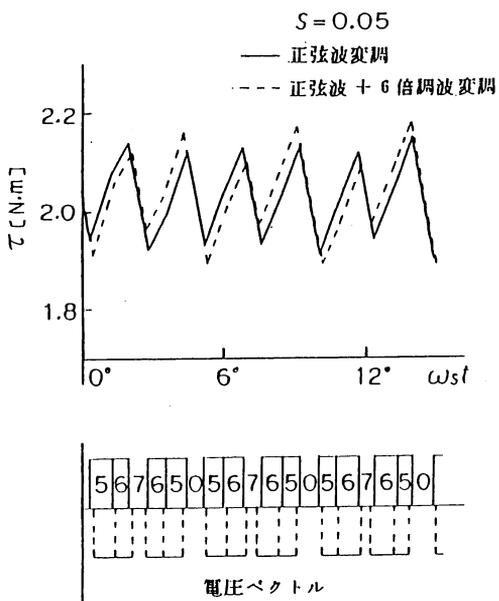


図9 トルクと電圧ベクトル (6°付近)

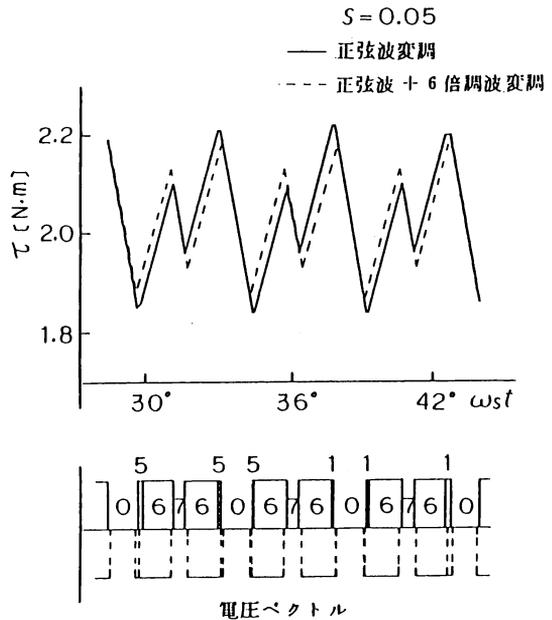


図10 トルクと電圧ベクトル (36°付近)

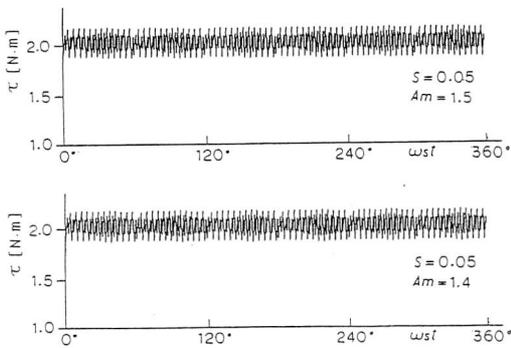


図11 トルク波形 (正弦波+6倍調波変調)

表2 電圧ベクトルの時間幅 [秒]

電圧ベクトル	6°付 近	
	正弦波変調	正弦波+6倍調波変調
7	0.37541E-04	0.26049E-04
6	0.35076E-04	0.34776E-04
5	0.40722E-04	0.40736E-04
0	0.33703E-04	0.45967E-04
5	0.38566E-04	0.38433E-04
6	0.38567E-04	0.38681E-04
7	0.33712E-04	0.21448E-04
6	0.40713E-04	0.40674E-04
5	0.35076E-04	0.35372E-04
0	0.37546E-04	0.49019E-04
5	0.32978E-04	0.32625E-04
6	0.43878E-04	0.43688E-04

る。図5と比較して6倍調波の脈動が除去され、 $Am=1.4, 1.5$ 付近において最適変調であると思われる。またトルク脈動の大きさも小さくなっている。図12は $Am=1.4$ のときの電動機電流波形である。零以外の電圧ベクトルも少し変化するが、正弦波パターンからのずれは僅少であり、図6とほとんど同じ正弦波状である。電圧ベクトルの時間幅の変化は表2、表3のように示される。

3. 3 最適パターンとの比較

図2において、1単位 T_2 にある電圧ベクトル5、6の幅を1として、 T_2 の中心からベクトルの前エッジまでの長さを0.531としたものは最適パターンである¹⁾。25単位すべてについて、これを適用して計算し

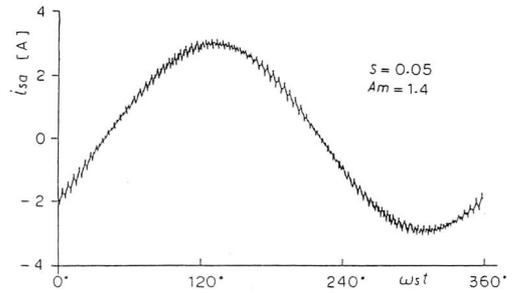


図12 電動機電流波形 (正弦波+6倍調波変調)

表3 電圧ベクトルの時間幅 [秒]

電圧ベクトル	36°付 近	
	正弦波変調	正弦波+6倍調波変調
7	0.23088E-04	0.33922E-04
6	0.63963E-04	0.64402E-04
5	0.41677E-05	0.40149E-05
0	0.63801E-04	0.51833E-04
5	0.22317E-05	0.24079E-05
6	0.65141E-04	0.64950E-04
7	0.22779E-04	0.35133E-04
6	0.65136E-04	0.64945E-04
1	0.22412E-05	0.24033E-05
0	0.63791E-04	0.51832E-04
1	0.41770E-05	0.40245E-05
6	0.63963E-04	0.64402E-04

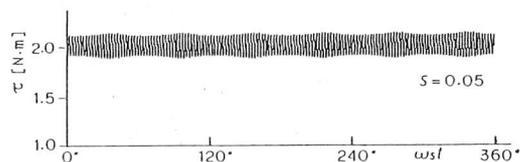


図13 トルク波形 (最適パターン)

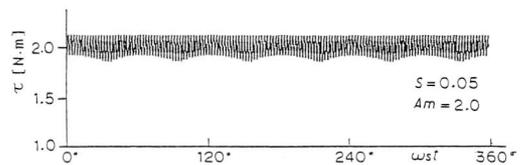


図14 トルク波形 (トルク最大値一定)

たトルク波形を図13に示す。電圧ベクトルパターンは正弦波パターンを用いているため、わずかであるが6倍調波の脈動が残っている。なお全単位について、電圧ベクトルを1単位の中央に配置するパターンは実用法²⁾であるが、トルク波形の計算結果は図13とほとんど

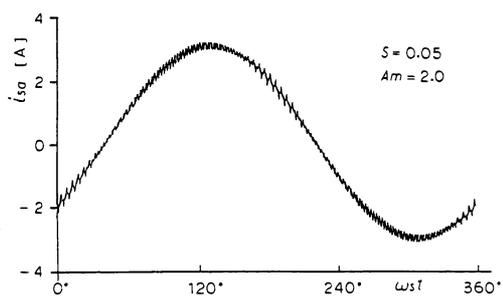


図15 電動機電流波形（トルク最大値一定）

ど同一である。最適パターンによるトルク波形は、脈動の内側に小振幅のリプルがないことが特徴である。図14は、正弦波+6倍調波変調で得られた電圧ベクトルパターンを各单位について電圧ベクトルの配置を移動させ、瞬時トルクの最大値をほぼ一定にしたものである。図よりわかるように平均トルクが変動することになるがその値は小さい。図15はこのときの電動機電流波形であり、最適パターンにおける電流波形と同様な正弦波状である。以上の4例について、平均トルク、電動機電圧、電動機電流の計算結果は表4に示されるがすべて同じ値であると言える。

4. あとがき

基本正弦信号波に6倍調波の正弦信号波を加えて変調するPWM制御法について、誘導電動機の瞬時トルク及び電流を計算し、トルクの6倍調波脈動が除去される結果が得られた。これは、従来の最適パターンでは6倍調波のトルク脈動が生じていたが、この問題点が解決されたことになる。しかしながら、最適パターンと比較すると、正弦波+6倍調波変調方式では脈動波形の内側の小振幅のリプルは残る。(正弦波変調方式においてもこの現象は生ずる)。トルク最大値一定PWM方式は最適パターンの変形であり、正弦波+6倍調波変調と比較してトルク脈動の振幅は小さくなるが、トルク波形の下部に基本周波数の6倍の脈動が現れる。

表4 電圧・電流・トルク

	平均トルク [N・m]	電動機電流 [A]	電動機電圧 [V]
正弦波変調	2.03	2.14	198
正弦波+ 6倍調波変調	2.03	2.15	198
最適パターン	2.03	2.15	198
トルク最大値 一定パターン	2.03	2.15	198

参考文献

- 1) 曾根・田中：「電圧形PWMインバータで誘導機を駆動した時のトルクリプルの低減策」電気学会半導体電力変換研究会資料 SPC-86-7 (昭61)
- 2) 陳・金：「インバータ誘導機系の新特性計算法とPWMパターン最適化への応用」電学論D, Vol. 108-D, No. 11 (昭63)
- 3) 曾根・田中：「電圧形インバータで誘導機を駆動した時のトルクリプルを低減するPWM波形合成法」電気学会全国大会 No. 546 (昭61)
- 4) 高橋・野口：「瞬時すべり周波数制御に基づく誘導電動機の新高速トルク制御法」電学論B, Vol. 106-B, No. 1 (昭61)
- 5) 村井・浅野・常広：「インバータ駆動誘導機のトルク脈動低減のためのPWM制御法の考察」電学論B, Vol. 101-B, No. 6 (昭56)
- 6) 実成・篠原・今村・福元・入佐：「電圧形インバータ駆動誘導電動機のトルク脈動を考慮したPWM制御法」電気学会全国大会 No. 546 (平1)