

単相 3 レベルインバータ駆動コンデンサ電動機の解析

李 鍾洙*・篠原 勝次

(受理 平成 6 年 5 月 31 日)

An Analysis of Capacitor Motor Driven by Single Phase Three-Level Inverter

Jong-Soo LEE and Katsuji SHINOHARA

Stator voltage control is widely used for fractional horsepower drives. However, the operating efficiency is poor, and derating is necessary at low speeds to avoid overheating due to excessive current and reduced ventilation. In this paper, the steady state characteristics of a capacitor motor driven by a single phase three-level PWM inverter are analyzed by the reference-frame theory. The waveforms of instantaneous currents of this motor are calculated numerically.

1. まえがき

現代社会では日常生活において多くの電機製品が使用されている。その回転機としては単相電動機の使用が多い。そこで単相電動機は大部分コンデンサ分相形誘導電動機（コンデンサ電動機）を使用しているのが実情である。コンデンサ電動機は起動時と運転時の特性が異なり、しかも起動時間が短いので制御システムとしてのデータが必要な時は実験より計算で状態を把握することが要求される。

このコンデンサ電動機は速度制御は一次電圧制御がこれまで使用されてきた。ここでは相補形トランジスタインバータでこの電動機を運転した時の解析法について述べる。

最初にコンデンサ電動機の基本回路⁽¹⁾の回路方程式から瞬時方程式を導いた。この方程式と単相 3 レベル相補形トランジスタインバータ⁽²⁾の PWM 電圧波形よりコンピュータプログラムによる起動特性を計算し、その結果を検討した。

2. 回路とその動作

本研究の特性解析に使用した単相 3 レベルインバータと単相コンデンサ電動機の回路は 次の通りである。

2.1 インバータ主回路

図 1 はインバータとコンデンサ電動機の接続図である。ここでインバータ端子 OA 間には 3 レベル PWM 電圧波形が印加される。この相補形トランジスタインバータではインバータのベース信号波形から出力波形を求めることが出来る。またベース信号において正と負の波形が独立して動作するので確実な中性点電位が得られる⁽³⁾。このインバータには 3 個の動作モードが存在する。

即ち図 1 で TR 1 と TR 3 のオン期間は TR 1 だけオンする時、TR 1 と TR 3 が共にオンする時、TR 3 だけオンする時の 3 種類である。TR 2 と TR 4 のオン動作も TR 1 と TR 3 のそれと同一である。

2.2 トランジスタへの信号波形

図 1 の単相 3 レベルインバータのトランジスタのベース信号波形を図 2 に示す。図 2 (a) は PWM 信号発生用の信号波 e_s とキャリア三角波 e_r の関係を表す。同図 (b)–(e) は各トランジスタのベース信号波形を示す。同図で (b) は TR 1 を、(c) は TR 3 を、(d) は TR 2 をそして (e) は TR 4 をそれぞれ駆動する。ここで (c) と (e) は中性点の電位確保用信号であるので PWM 出力波形とは異っており、正負区間のスイッチングの役割をする。(c)(e) の方形波はスイッチング素子のス

*韓国永進専門大学電気科

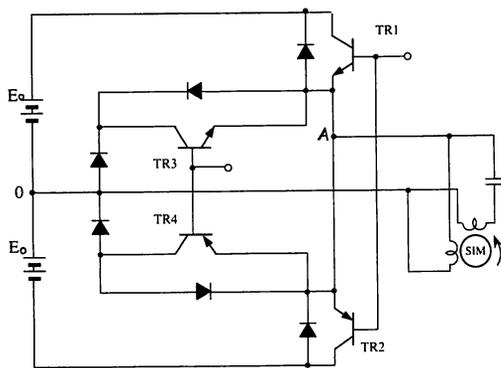


図1 インバータとコンデンサ電動機の接続図

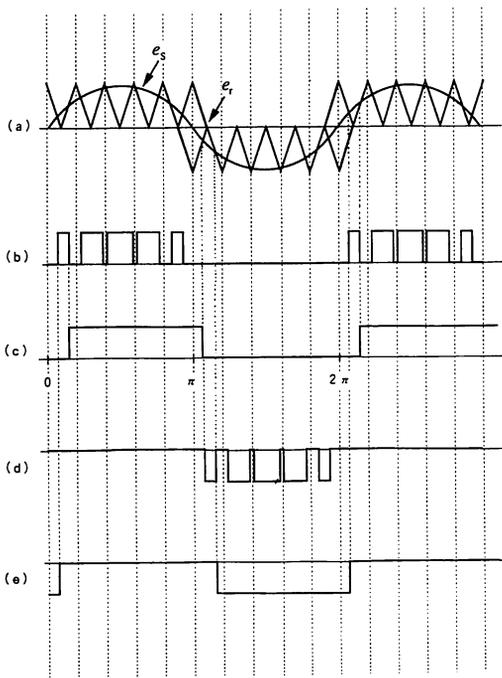


図2 トランジスタのベース信号波形

スイッチング電力損失を少なくするためである。このインバータ方式はスイッチング素子の直列接続のNPC方式⁽³⁾ではなく並列接続のNPC方式であるのでスイッチング損失が少く安定な中性点電位を確保することができる。また動作の安定性を増すためにスイッチング素子がエミッタ共通アースとなっている。また、インバータの容量を大きくする時は図1のTR2とTR4をNPNトランジスタに置き替え相補動作形で構成す

ればよい。図1のインバータ出力波形は図2(b)の信号と同図(d)の信号が反転する波形となる。また図2の信号は全て出力波形の半周期ずつであるので、図1のインバータのトランジスタは出力波形の半周期のみスイッチング動作を行う。

3. 駆動系の定式化

3.1 コンデンサ電動機の定式化

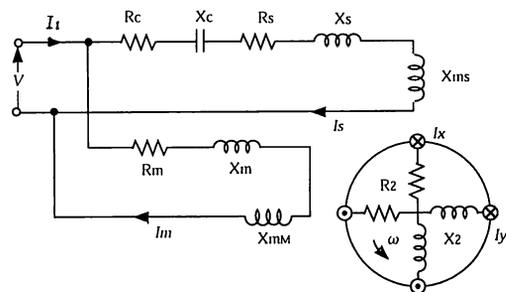


図3 コンデンサ電動機の等価回路

図3はコンデンサ電動機の等価回路である。コンデンサ始動コンデンサランモータであるので、起動時と運転時のコンデンサの値は異なっている。この電動機の回路方程式は(1)式で表示される。

$$\left. \begin{aligned}
 Z_s &= R_s + j\omega L_s = R_s + jX_s \\
 Z_c &= R_c + \frac{1}{j\omega c} = R_c - jX_c \\
 Z_m &= R_m + j\omega L_m = R_m + jX_m \\
 Z_{mm} &= j\omega M_m = jX_{mm} \\
 Z_{ms} &= j\omega M_s = jX_{ms} \\
 Z_2 &= R_2 + j\omega L_2 = R_2 + jX_2
 \end{aligned} \right\} (1)$$

回転子の巻線は固定子の起動巻線の座標方向と主巻線の座標方向による静止直交座標関係で回路方程式が表示される。回転子の量を固定子巻線に固定した静止座標で表せば次の通りである。ここで(a)と(b)は固定子に関して、(c)と(d)は回転子に関する表示である。

- a) 回転子の磁化電流による変圧器起電力と起動巻線における電圧降下との和
- b) 回転子の磁化電流による変圧器起電力と主巻線における電圧降下との和
- c) 回転子の起動巻線方向の電圧降下と起動巻線に流れる電流による変圧器起電力と主巻線により回

転子の起動巻線方向に誘起する速度起電力との和
 d) 回転子の主巻線方向の電圧降下と主巻線に流れる電流による変圧器起電力と起動巻線により回転子の主巻線方向に誘起する速度逆起電力との和
 上記の四つの関係から、固定子の起動巻線の電流 I_s 、主巻線の電流 I_m 、回転子の起動巻線方向の電流 I_x 、主巻線方向の電流 I_y に関して、すべり S で回路の電圧方程式は(2)式となる。

$$\left. \begin{aligned} V &= (Z_s + Z_c)I_s + Z_{ms}(I_s - I_x) \\ V &= Z_m I_m + Z_{mm}(I_m - I_y) \\ \frac{Z_{ms}}{a} (I_s - I_x) + (1-S) [-jZ_{mm}(I_m - I_y) - X_2 I_y] \\ &= a Z_2 I_x \\ Z_{mm}(I_m - I_y) + (1-S) [j \frac{Z_{ms}}{a} (I_s - I_x) + a X_2 I_x] \\ &= Z_2 I_y \end{aligned} \right\} (2)$$

但し、 a = 有効起動巻線の巻数/有効主巻線の巻数
 (2)式に(1)式の定数関係を代入して、係数 $j\omega$ を微分係数 P で書き直せば瞬時電圧電流方程式は(3)式となる。

$$\left. \begin{aligned} v &= [(R_s + R_c) + p(L_s + M_s) + \frac{1}{pc}] i_s - p M_s i_x \\ v &= [R_m + p(L_m + M_m)] i_m - p M_m i_y \\ 0 &= p \frac{M_s}{a} i_s + (1-S) \omega M_m i_m - [a R_2 + p(a L_2 + \frac{M_s}{a})] i_x \\ &\quad - (1-S) \omega (L_2 + M_m) i_y \\ 0 &= -(1-S) \omega \frac{M_s}{a} i_s + p M_m i_m + (1-S) \omega (a L_2 + \frac{M_s}{a}) i_x \\ &\quad - [R_2 + p(L_2 + M_m)] i_y \end{aligned} \right\} (3)$$

(3)の i_s の積分を i_o で表示すれば(4)式となる。

$$i_o = \frac{1}{p} i_s \quad \left. \right\} (4)$$

そして(3)式に(4)を代入して整理すれば(5)式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} v &= (R_s + R_c) i_s + p K_3 i_s - p M_s i_x - \frac{1}{C} i_o \\ v &= R_m i_m + p K_2 i_m - p M_m i_y \\ 0 &= p \frac{M_s}{a} i_s + W_3 i_m - a R_2 i_x - p K_4 i_x - W_1 K_1 i_y \\ 0 &= -\frac{W_2}{a} i_s + p M_m i_m + W_1 K_4 i_x - R_2 i_y - p K_1 i_y \\ 0 &= i_s - p i_o \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\begin{aligned} \text{但し、} K_1 &= L_2 + L_m, K_2 = L_m + M_m, K_3 = L_s + M_s, \\ K_4 &= a L_2 + M_s / a \\ W_1 &= \omega(1-S), W_2 = \omega(1-S) M_s, \\ W_3 &= \omega(1-S) M_m, \end{aligned}$$

3.2 コンデンサ電動機駆動系の定式化

コンデンサ電動機の瞬時状態を解析するには静止座標による微分方程式で表示する必要がある。本研究に使用したインバータのPWMの出力電圧 E_o に対する電圧と電流の状態方程式は(6)式となる。(6)式の係数行列は(7)式で表示される。

$$U(s) = DC(t) + pEC(t) \quad (6)$$

$$U(s) = [E_o, E_o, 0, 0, 0]^T$$

$$C(t) = [i_s, i_m, i_x, i_y, i_o]^T$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \begin{bmatrix} R_s + R_c & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & R_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_3 & -a R_2 - W_1 K_1 & 0 & 0 \\ -\frac{W_2}{a} & 0 & W_1 K_4 & -R_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ E &= \begin{bmatrix} K_3 & 0 & -M_s & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & -M_m & 0 \\ \frac{M_s}{a} & 0 & -K_4 & 0 & 0 \\ 0 & M_m & 0 & -K_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (7)$$

(6)式から(8)式が得られ、その時の状態変数は(9)式となる。

$$p x(t) = A x(t) \quad (8)$$

$$x(t) = [E_o, i_s, i_m, i_x, i_y, i_o]^T \quad (9)$$

ここで係数行列 A は次式なる。

$$A = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ -\frac{K_4}{K_6} & \frac{K_4(Rs+Rc)}{K_6} & -\frac{W_3Ms}{K_6} & \frac{aR_3Ms}{K_6} & \frac{W_1K_1Ms}{K_6} & \frac{K_4}{K_6C} \\ \frac{K_1}{K_5} & \frac{W_2Mm}{aK_5} & \frac{K_1Rm}{K_5} & \frac{W_1K_4Mm}{K_5} & \frac{R_2Mm}{K_5} & \circ \\ \frac{Ms}{aK_6} & \frac{Ms(Rs+Rc)}{aK_6} & -\frac{W_3K_1}{K_6} & \frac{aR_3K_1}{K_6} & \frac{W_1K_1K_3}{K_6} & \frac{Ms}{aK_6C} \\ \frac{Mm}{K_5} & -\frac{W_2K_1}{aK_5} & \frac{RmMm}{K_5} & \frac{W_1K_1K_4}{K_5} & -\frac{R_2K_1}{K_5} & \circ \\ \circ & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}$$

但し、 $K_5 = K_1K_2 - M^2m$, $K_6 = \frac{M^2s}{a} - K_3K_4$

4. 状態変数法による数値計算

図2の駆動信号によるインバータの出力波形(5パルスの3レベル)において状態変数の計算区間は1周期の間で行った。その時の区間の分割点は全部で22点となる。

即ち、 $t_0 = 0$ から $t_{22} = T (= 2\pi)$ までである。i番目のスイッチング区間における電圧差で表示すると(10)式となる。

$$\Delta v_i = [E_0(i+1) - E_0(i), 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

遷移行列 $\Phi(t)$ は(11)式で計算される。最初のスイッチングの位置と1周期の終りのスイッチング位置をつなぐ接続行列Bは単相インバータの1周期だから単位行列となる。

$$\Phi(t) = e^{At} = I + At + \frac{(At)^2}{2!} + \dots + \frac{(At)^n}{n!} \quad (11)$$

(8), (9), (10), (11)式より各時刻における状態方程式は(12)式となる。

$$\begin{aligned} 0 \leq t < t_1, \\ p \chi(t) &= A \chi(t) \\ \chi(t) &= \Phi(t) \chi(O_+) = \Phi(t) [\Delta v_0 + B \chi(O_-)] \\ &= \Phi(t) B \chi(O_-) \\ \chi(t_1) &= \Phi(t_1) B \chi(O_-) \\ t_1 \leq t < t_2 \\ p \chi(t) &= A \chi(t) \\ \chi(t) &= \Phi(t-t_1) [\Delta v_1 + \chi(t_2)] \\ \chi(t_1) &= \Phi(t-t_1) [\Delta v_1 + \Phi(t_1) B \chi(O_-)] \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{21} \leq t < T, \\ p \chi(t) &= A \chi(t) \\ \chi(t) &= \Phi(t-t_{21}) \{ \Delta v_{21} + \Phi(T-t_{21}) [\Delta v_{21} + \dots \\ &\quad \dots + \Phi(t_2-t_1) [\Delta v_1 + \Phi(t_1) B \chi(O_-)] \dots] \} \\ \chi(t_-) &= \Phi(T-t_{21}) \Delta v_{21} \\ &\quad + \Phi(T-t_{21}) \Phi(t_{21}-t_{20}) \Delta v_{20} \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \Phi(T-t_{21}) \Phi(t_{21}-t_{20}) \dots \Phi(t_2-t_1) \Delta v_1 \\ &\quad + \Phi(T-t_{21}) \Phi(t_{21}-t_{20}) \dots \Phi(t_2-t_1) \Phi(t_1) B \chi(O_-) \\ &= H \chi(O_-) \end{aligned} \quad (12)$$

インバータによる供給電圧の周期性で $X(T_-)$ と $X(O_-)$ の値が一致しなければならないので、(12)式の最終行より(13)式が得られる。

$$(H-I) \chi(O_-) = 0 \quad (13)$$

初期値 $x(0_-)$ は(13)式で連立方程式のガウス消去法による計算から求まる。そして、この初期値を利用して(8)式の微分方程式をルンゲクッタ・ジル法で解くことにより(9)式の状態変数の値が求まる。

5. 計算結果

この微分方程式の数値解析に使用した単相コンデンサ電動機の(4極 $\frac{1}{4}$ 馬力)の定数を表1に示す¹⁾。

表1 電動機定数 単位: Ω

	抵抗	リアクタンス	磁化リアクタンス	備考
主巻線	$R_m = 2.02$	$X_m = 2.79$	$X_{mM} = 66.8$	
起動巻線	$R_s = 7.13$	$X_s = 3.22$	$X_{ms} = 92.9$	
	$R_c = 9.0$	$X_c = 172.0$		運転時
	$R_c = 3.0$	$X_c = 14.5$		起動時
回転子	$R_2 = 4.12$	$X_2 = 2.12$		
巻数比	$a = 1.18$			

(1)式の基本式で表1の定数による計算した電流の実効値¹⁾と本論文で求めた(8)式の瞬時値計算による実効値は一致した。図4は $E_0 = 141.42$ [V] の時のインバータ出力波形である。この波形は図2(a)のスイッチング位置を時間で表わした3レベルPWM電圧波形である。図5、図6は図4のPWM電圧による(8)式の計算結果である。図5、図6はそれぞれす

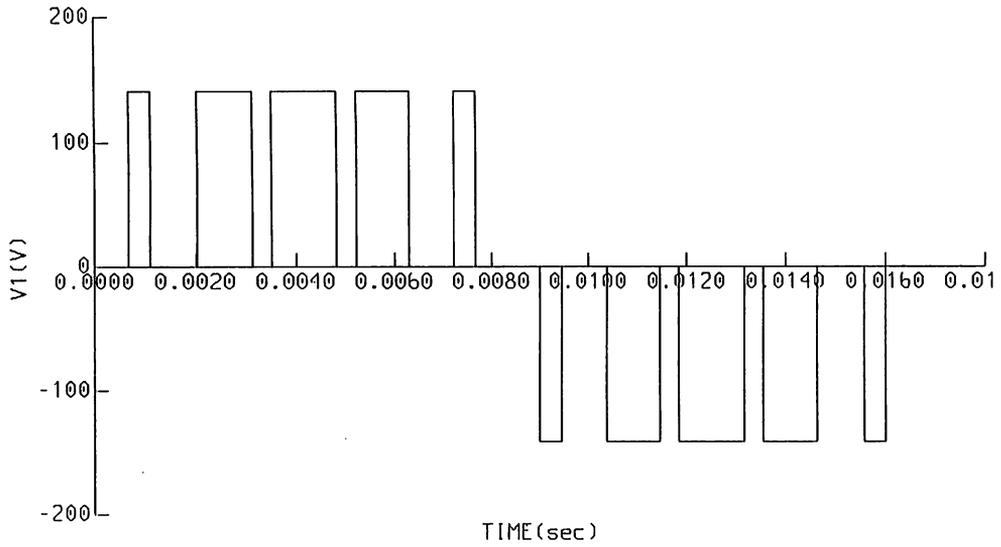


図4 インバータ出力波形

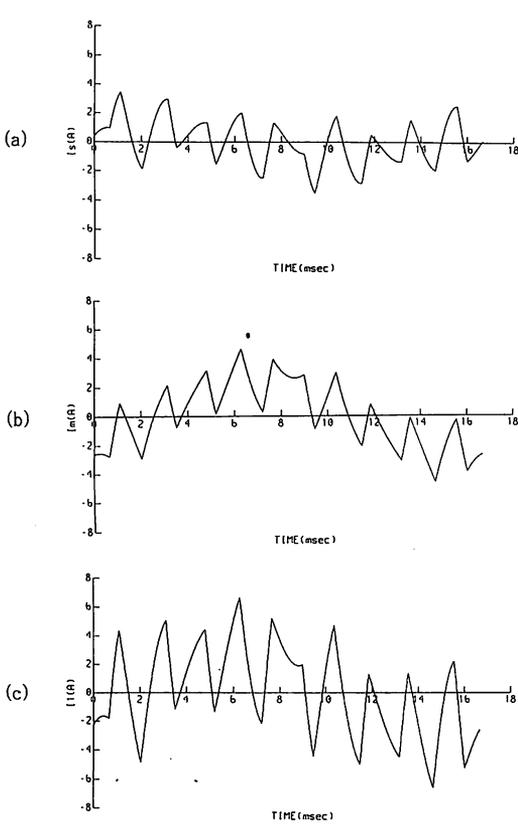


図5 固定子電流波形 (S=0.04)

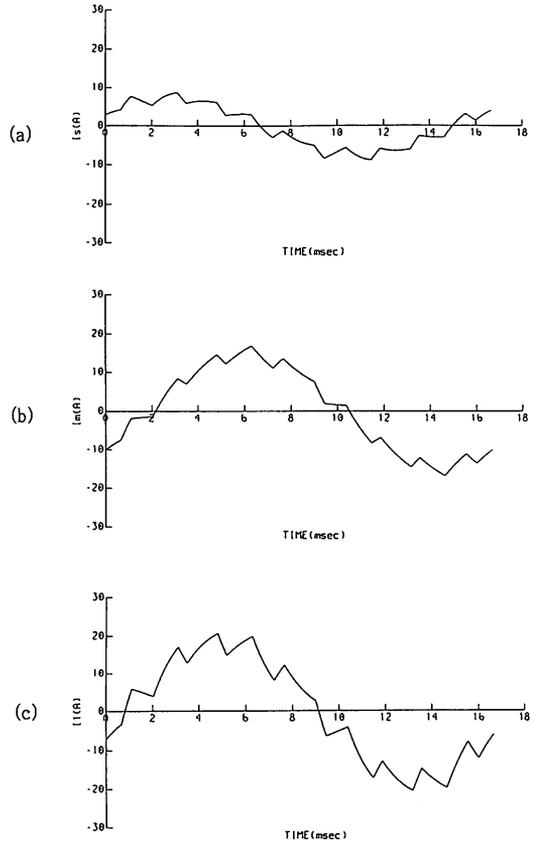


図6 固定子電流波形 (S=1)

べりが0.04及び1での(a)起動巻線電流, (b)主巻線電流, (c)固定子全電流である。図6で, (8)式より計算した瞬時波形はコンデンサ電動機の起動時の特性をよく表わしている。この状態変数を使用する方法はコンデンサ電動機の運転状態の解析に有用であることがわかった。

6. 結 論

単相コンデンサ電動機の等価回路に関する回路方程式から状態方程式を導出した。この方程式よりコンピュータプログラミングによる瞬時電流値を計算し, その結果が基本回路方程式の結果と一致するのを確認した。よって本研究で示した状態方程式はコンデンサモータの起動および運転状態計算に利用することができる。また単相インバータの運転特性の解析にも利用することが可能である。

参考文献

- (1) A. F. Puchstein, T. C. Lloyd & A. G. Conrad: Alternating-Current Machines, Modern Asia Edition, pp411-417, 1959
- (2) Yon-Tack Chang, Kyung-Hee Han & Jong-Soo Lee: "Three Phase Stair Case Waves PWM Inverter of Complementary Transistor Bridge Method", KIEE, 32, 2, pp. 42-48, 1987
- (3) J. K. Steinke: "Switching Frequency Optimal PWM Control of a three-Level Inverter", IEEE Trans. Power Elec., 7, 3, pp 487-498, 1992
- (4) FACOM FORTRAN SSL 使用手引書, pp 50-72, 富士通, 1976