

先細ダクトを通る二つの亜音速流れの合流による複合チョーク*

権 眞 卿^{*1}, 与那嶺 牧子^{*2}, 宮里 義 昭^{*3}
片野田 洋^{*4}, 益田 光 治^{*3}, 松尾 一 泰^{*4}

Compound Choking by Confluence of Two Subsonic Flows
through a Converging Duct

Jin-Kyung KWON^{*5}, Makiko YONAMINE, Yoshiaki MIYAZATO,
Hiroshi KATANODA, Mitsuharu MASUDA and Kazuyasu MATSUO

^{*5} Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University,
6-1 Kasuga-kouen, Kasuga-shi, Fukuoka, 816-8580 Japan

The compound choking by confluence of two subsonic and parallel streams through a converging duct is experimentally investigated for various ratios of the upstream stagnation pressure to the static pressure at the duct exit. The optical observations by schlieren method are carried out as well as the pressure measurements. The critical pressure ratio across the converging duct when the compound choking occurs at the duct exit is calculated by a simple flow model where the mixing of the two streams is taken into consideration. The calculated results agree well with the present experimental data.

Key Words: Compressible Flow, Internal Flow, Flow Visualization, Converging Duct, Compound Choking

1. ま え が き

単一の作動気体先細ノズルを通して背圧まで膨張する場合のチョーク(閉そく)については、一次元的取扱いが確立されている⁽¹⁾。一方、速度の異なる二つの流れ先細ノズルに平行に流入し、背圧まで膨張する場合についても、二つの流れの貯気圧をそれぞれ一定にし、背圧をある圧力まで下げるとチョークが発生する。このような流れのチョークは複合チョーク(複合閉そく, compound choking)⁽²⁾と呼ばれ、超音速エゼクタ⁽³⁾⁻⁽⁵⁾、スクラムジェットエンジン⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾、ノズル内の非一様流の効果によるチョーク⁽¹¹⁾⁻⁽¹⁴⁾に関連して研究が行われている。

Bernsteinら⁽²⁾は、二つの平行な高速流れと低速流れの複合チョークに関する非粘性一次元解析を行うとともに、超音速エゼクタにおける超音速の一次流れと亜音速の二次流れが混合部スロートで複合チョークす

るときのスロート圧力を実験的に求め、実験値と彼らの一次元解析結果が比較的よく一致することを示している。彼らの解析によれば、複合チョークが起こったときのノズルスロートでは、高速流れのマッハ数は1より大きく、低速流れのマッハ数は1より小さい。すなわちスロート断面における低速流れは亜音速であるから、流れはチョークしているにもかかわらずその下流の圧力変動はこの亜音速領域を伝わってスロートより上流に及ぶことになる。Bernsteinらはこの矛盾を回避するために、複合音波の概念を導入し、複合チョークが起こった場合でも単一流れの場合と同じように背圧の影響は上流に及ばないと理論的に説明している。しかし、これについての実験的検証はまったくない。上記の研究のほかに複合チョークに関しては、これまで超音速エゼクタに関して行われたPearsonら⁽³⁾やHogeら⁽⁴⁾の実験的研究の中で言及されているが、複合音波についてはまったく述べられていない。

一般に、速度差のある複数の流れが同じダクト内を平行に流れる際には必然的に流れの混合が行われ、複合チョークにその影響があらわれることが予想される。しかし、従来の研究の多くは混合の影響は無視できると考えている⁽²⁾⁻⁽⁴⁾か、混合の影響を考慮してい

* 原稿受付 2001年8月10日。

^{*1} 九州大学大学院総合理工学府 (☎ 816-8580 春日市春日公園6-1)。

^{*2} 学生員, 九州大学大学院総合理工学府。

^{*3} 正員, 九州大学大学院総合理工学府。

^{*4} 正員, 北九州市立大学国際環境工学部 (☎ 808-0135 北九州市若松区ひびきの1-1)。

E-mail: Kwon@ence.kyushu-u.ac.jp

る場合でも流れ方向に圧力が一定の単純な流れについて解析を行っている⁽¹⁴⁾。このように、複合チョークについては不明な点や未解決の問題が多く残されている。

本研究では、複合チョーク現象の解明を目的として、まず最も基本的な場合、すなわち速度の異なる二つの平行な亜音速流れが先細ダクトを通るときの複合チョークについて実験的に調べた。また、流れの混合を考慮した複合チョークに関する流れモデルを考案し、実験結果と比較検討して考察を行った。

2. 流れの混合を伴わない一次元解析

2.1 解析方法 複合チョークに関する非粘性一次元解析についてはいくつかの論文⁽²⁾⁻⁽⁴⁾⁽¹⁴⁾があるが、いずれも速度の異なる二つの平行な流れ間の混合を無視した理論である。本節では Decher の手法⁽¹⁴⁾に基づいて解析する。

図1に示すように、全温度 T_0 が等しく、全圧が p_{01} および p_{02} である高速の亜音速流れ①と低速の亜音速流れ②が仕切板先端から先細ダクトに平行に流入し、ダクト出口から流出する流れを考える。ただし、解析を行うにあたって以下の仮定をする。(1)二つの流れの流体は同じ種類の完全気体で、ともに定常一次的に流れる。(2)二つの流れの流体は、先細ダクト入口から出口まで混合せずに流れ、それぞれの流管の断面における速度分布は一様である。(3)二つの流れの貯気圧および任意の流れ方向断面における速度と密度は異なるが、二つの流れの断面にわたっての静圧は等しい。(4)それぞれの流れは貯気状態からノズル出口まで等エントロピー流れである。

解析を簡単にするため、流れの無次元速度 V_i と、ダクト内の任意の位置における局所静圧 p と p_{01} から構成される無次元変数 s をそれぞれ次のように定義する。

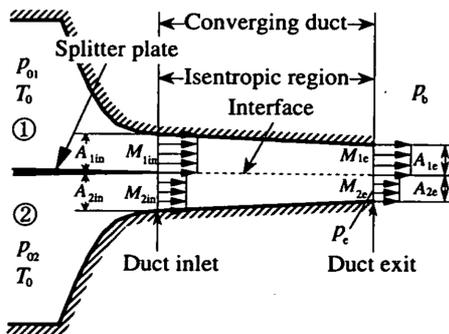


Fig. 1 Inviscid one-dimensional flow model

$$V_i \equiv \frac{u_i}{\sqrt{2\gamma RT_0/(\gamma-1)}} \dots\dots\dots (1)$$

$$s \equiv \left(\frac{p}{p_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2\right)^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 u は流れ方向速度、 γ は比熱比、 R はガス定数、 M は流れの局所マッハ数を示し、式(1)の添字 i は高速側の流れに対して $i=1$ 、低速側の流れに対して $i=2$ とする。

上述した仮定と定義式(1)、(2)を使うと、高速側あるいは低速側の流れに対するエネルギー式は

$$\frac{T_i}{T_0} = 1 - V_i^2 = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2\right)^{-1} \dots\dots\dots (3)$$

式(1)~(3)より、

$$V_1 = \sqrt{1-s}, \quad V_2 = \sqrt{1-s/\sigma} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\sigma \equiv (p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} = (\phi)^{(\gamma-1)/\gamma}$ である。したがって、式(2)~(4)より

$$M_1^2 = \frac{2}{\gamma-1} \frac{1-s}{s}, \quad M_2^2 = \frac{2}{\gamma-1} \frac{\sigma-s}{s} \dots\dots\dots (5)$$

次に、高速流れあるいは低速流れの質量流量は

$$\dot{m}_i = b \frac{p}{p_{01}} \frac{A_i V_i}{1 - V_i^2} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 A_i はダクト内の任意の位置における高速流れ ($i=1$) あるいは低速流れ ($i=2$) の流路面積を示し、 $b \equiv p_{01} [2\gamma / \{(\gamma-1)RT_0\}]^{1/2}$ である。

高速流れの質量流量に対する低速流れの質量流量の比 α は式(4)、(6)より

$$\alpha \equiv \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \sigma \frac{A_2 \sqrt{1-s/\sigma}}{A_1 \sqrt{1-s}} \dots\dots\dots (7)$$

となる。式(2)、(4)、(6)、(7)を使うと、ダクト内の全質量流量は、ダクトの任意の位置における諸量を使って次のように表される。

$$\dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = bs^{1/(\gamma-1)} \{A_1 \sqrt{1-s} + \alpha A_2 \sqrt{1-s/\sigma}\} \dots\dots\dots (8)$$

流れがダクト出口でチョークしているときには、 \dot{m}_e のダクト出口静圧 p_e に対する微分が零という条件

$$\frac{\partial \dot{m}_e}{\partial p_e} = \frac{\partial \dot{m}_e}{\partial s_e} \frac{\partial s_e}{\partial p_e} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

を式(8)に $A_1 + A_2 = A$ (s によらず一定) を考慮しつつ適用し、式(7)を使って整理した後、 s_e をチョークを示す添字 ch を使って $(s_e)_{ch}$ とおくと、

$$\frac{\gamma-1}{2} \frac{(s_e)_{ch}}{1 - (s_e)_{ch}} = \frac{1 + A_{2e}/A_{1e}}{1 + \frac{1}{\sigma} \frac{A_{2e}}{A_{1e}} \frac{1 - (s_e)_{ch}}{1 - (s_e)_{ch}/\sigma}} \dots\dots\dots (10)$$

上述した式に、先細ダクト入口と出口の面積と $\phi = p_{02}/p_{01} = \sigma^{7/(\gamma-1)}$ および p_{01}/p_{02} を与えると、二つの異なる流れが先細ダクトを通るときの流れのダクト出口

での諸量をダクトの長さに関係なく計算できる。また、後述する図3で示すように、先細ダクトの入口から出口までの面積変化を与えると、先細ダクト内部の流れの諸量を計算できる。

2.2 計算例 $\phi=0.9, \gamma=1.4, A_{1in}/A_{in}=0.5$ (ただし、 A_{1in} はダクト入口における高速流れの断面積、 $A_{in}=A_{1in}+A_{2in}$ はダクト入口の全断面積)、 $A_e/A_{in}=0.5$ (ただし、 A_e はダクト出口の全断面積)のときの先細ダクト出口における静圧 p_e の無次元値 $p_e/p_{01}, p_e/p_{02}$ と質量流量 \dot{m}_1 と \dot{m}_2 の無次元値 \hat{m}_1, \hat{m}_2 ($\hat{m}_1 \equiv \dot{m}_1/\dot{m}_1^*, \hat{m}_2 \equiv \dot{m}_2/\dot{m}_2^*$, ただし \dot{m}_i^* はダクトの全断面を高速側の流れだけが流れ、ダクト出口で流れがチョークすると考えたときの質量流量 $\dot{m}_i^* = bA_e(\gamma-1)/(\gamma+1)[2/(\gamma+1)]^{1/(\gamma-1)}$) を全圧 p_{01} と背圧 p_b の比 p_{01}/p_b に対して図2に示す。図2の斜線で示す $1 \leq p_{01}/p_b < 1.1$ の範囲では、 $p_{01}/p_b < 1$ となるから物理的に意味のない領域である。流れがチョークする前は背圧 p_b と出口圧 p_e は等しいため、図2より、 p_e/p_{01} および p_e/p_{02} は、最初 p_{01}/p_b の増加に伴い減少するが、縦の破線で示す $p_{01}/p_b = 1.97$ の位置で式(10)が満足され、複合チョークが起こる。その結果、 p_{01}/p_b をこれ以上大きくしても p_e/p_{01} と p_e/p_{02} は背圧に関係なく一定値になると考える。 p_e/p_{01} あるいは p_e/p_{02} が一定値になる p_{01}/p_b の値 1.97 は単一の気体先細ノズルを通して出口でチョークするときの値 1.89 より大きい。高速側および低速側の質量流量は、最初 p_{01}/p_b の増加に伴い増加するが、 p_{01}/p_b が 1.97 の位置でピークに達し、それ以上では背圧に関係なく一定値になる。またチョークする前は、低速側の質量流量の変化に比べて高速側の質量流量の変化はかなり

小さい。

次に、図2と同じ条件の下で、流れが先細ダクト出口でチョークしているときのダクト軸に沿うマッハ数と静圧の変化を実線と点線でそれぞれ図3に示す。ただし、先細ダクトの形状は、後述する本実験のダクト形状 $A/A_e = 2-x/L$ ($x/L=0 \sim 1$, x は先細ダクト入口からの距離、 L は先細ダクトの長さ)とした。高速側および低速側のマッハ数 M_1 と M_2 は、ダクト出口に近付くにつれて連続的に増加し、ダクト出口では、 $(M_{1e})_{ch} = 1.03, (M_{2e})_{ch} = 0.94$ となる。すなわち、高速側のダクト出口流れは超音速で、低速側のダクト出口流れは亜音速である。なお高速側では流れが途中で超音速になっているが、これは高速側の流路の途中で

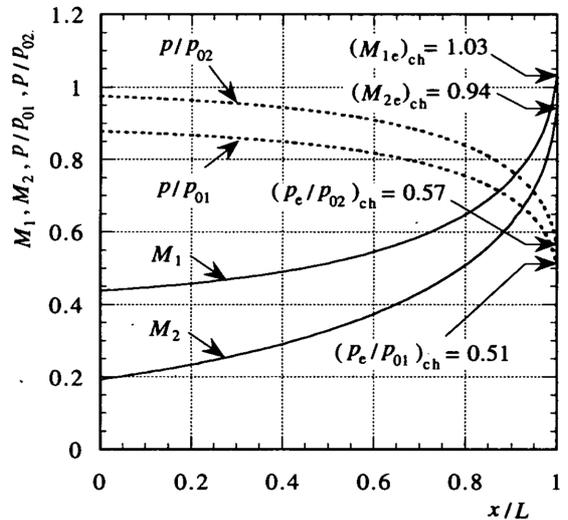


Fig. 3 Flow properties in converging duct during choked flow ($\phi=0.9, \gamma=1.4, A/A_e=2-x/L, A_{1in}/A_{in}=0.5$)

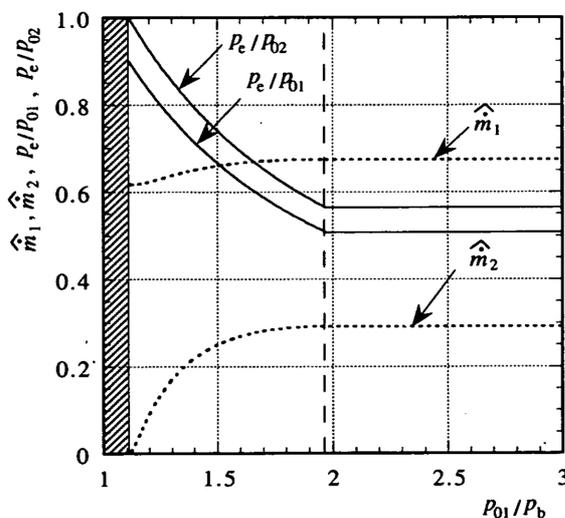


Fig. 2 Flow properties at duct exit by 1-D calculation ($\phi=0.9, \gamma=1.4, A_{1in}/A_{in}=0.5, A_e/A_{in}=0.5$)

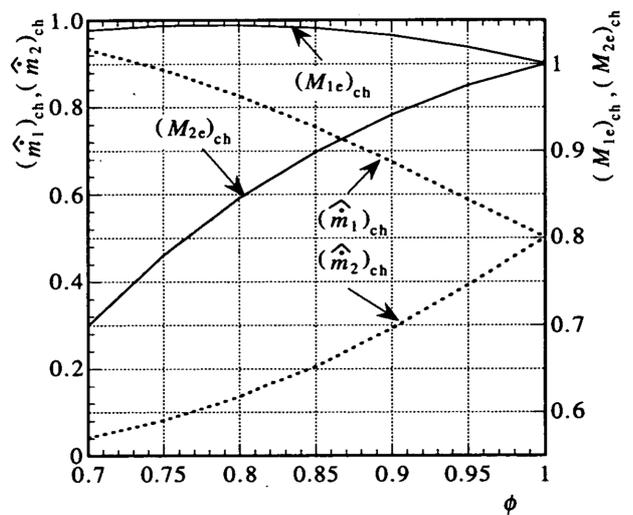


Fig. 4 Flow properties during choked flow ($\gamma=1.4, A_{1in}/A_{in}=0.5, A_e/A_{in}=0.5$)

スロートが形成されていることによる。

$\gamma=1.4$, $A_{1in}/A_{in}=0.5$, $A_e/A_{in}=0.5$ で, ϕ が 1 から 0.7 まで減少した場合の, 流れがダクト出口で複合チョークするときの高速側のダクト出口マッハ数 $(M_{1e})_{ch}$ と低速側ダクト出口マッハ数 $(M_{2e})_{ch}$ および高速側と低速側の無次元質量流量 $(\hat{m}_1)_{ch}$, $(\hat{m}_2)_{ch}$ の変化を図 4 に示す. $(M_{1e})_{ch}$ は最初 ϕ が減少すると 1 よりわずかに増加するが変化の程度は小さい. $(M_{2e})_{ch}$ は ϕ の減少に伴い 1 よりかなり小さくなる. 本計算例と実験値との比較は 4 章で述べる.

3. 実験装置と方法

本研究で用いた実験装置の模式図を図 5 に示す. 二つの圧縮機によって別々の貯気槽に蓄えられた高圧の乾燥空気は, 図 5 の左端に示す上部および下部の手動バルブを通り, スクリーンおよびハニカムを通過した後よどみ状態になり, 仕切板先端(先細ダクト入口)で合流し, 先細ダクト, 一定断面積ダクト, 後部よどみ室, 消音器を通過後大気に解放される. 本実験では先細ダクト上流にある上部集合洞のよどみ圧力が下部集合洞のよどみ圧力と同じかつねに高い値になるように手動バルブを調節した. そのため, 先細ダクト入口における上部の流れの速度は下部の流れの速度に等しいか速い. 先細ダクト入口の高さは, 上部側と下部側ともに 20 mm, 先細ダクトの長さは 155 mm, 先細ダクト出口高さは 20 mm で, 先細ダクトの上壁と下壁は入口から出口まで直線壁となっている. また先細ダクト上流の集合洞から一定断面積ダクトまでの測定部の幅はすべて 80 mm である. 図 5 に示す破線は, シュリーレン法による流れの可視化のための光学ガラスの範囲を示している. シュリーレンには発光時間が約 20 ns のキセノン光源 [(有)ピオレック社製, ナノスパーク NS-1400 P] を用いた. 圧力測定は, 上部集合洞と下部集合洞および先細ダクト出口の中心の側壁に設けた直径 0.5 mm の静圧孔の直後に取付けた半導体圧力センサ [豊田工機(株)社製, PMS-5 M, 固有振動

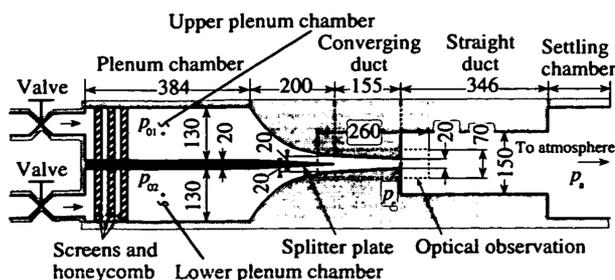


Fig. 5 Schematic of experimental apparatus

数 15 kHz] により行った. 三つの圧力センサからの信号は, 増幅器, デジタルストレージスコープ(岩崎通信社製, DS 9121)を通った後, パーソナルコンピュータに入力される. データのサンプリング周波数は 40 kHz, データ点数は 1000 点である. なお実験では, 図 5 の左端に示す上部と下部の手動バルブの調節によって, 上部集合洞のよどみ圧力 p_{01} と下部集合洞のよどみ圧力 p_{02} の測定値が設定値の ± 3 kPa の範囲に入った時点で, p_{01} と p_{02} および先細ダクト出口の静圧 p_e の値が同時に測定された.

4. 実験結果と考察

4.1 流れの可視化 先細ダクト上流の上部集合洞よどみ圧力 p_{01} を 190 kPa の一定に保ち, 下部集合洞のよどみ圧力 p_{02} を 190~133 kPa (圧力比 $\phi \equiv p_{02}/p_{01}=1.0\sim 0.7$) に変化させた場合のダクト内の流れ場のシュリーレン写真(ナイフエッジは流れに平行)を図 6 に示す. 図 6 では, 先細ダクト入口(仕切り板先端)の位置を白い縦の破線で示している. また 4.2 節で述べるように, 先細ダクト上流のよどみ圧力と先細ダクト出口静圧の測定結果から, 図 6(a)~(d)の流れはすべてダクト出口でチョークしている. 図 6(a)では, $\phi=1.0$ であるから, 単一の気体が先細ダクトを通過してダクト出口でチョークする場合と同様であるが, 厳密には上側の流れと下側の流れは同一では

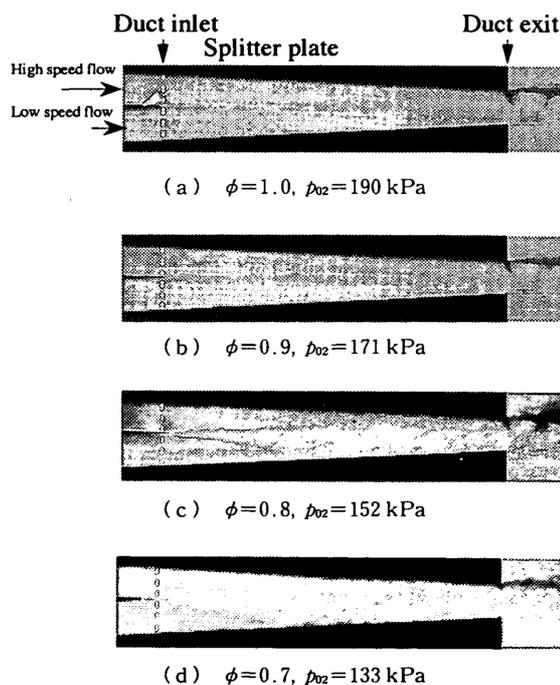


Fig. 6 Typical schlieren photographs of compound compressible duct flows (horizontal knife edge, $p_{01}=190$ kPa)

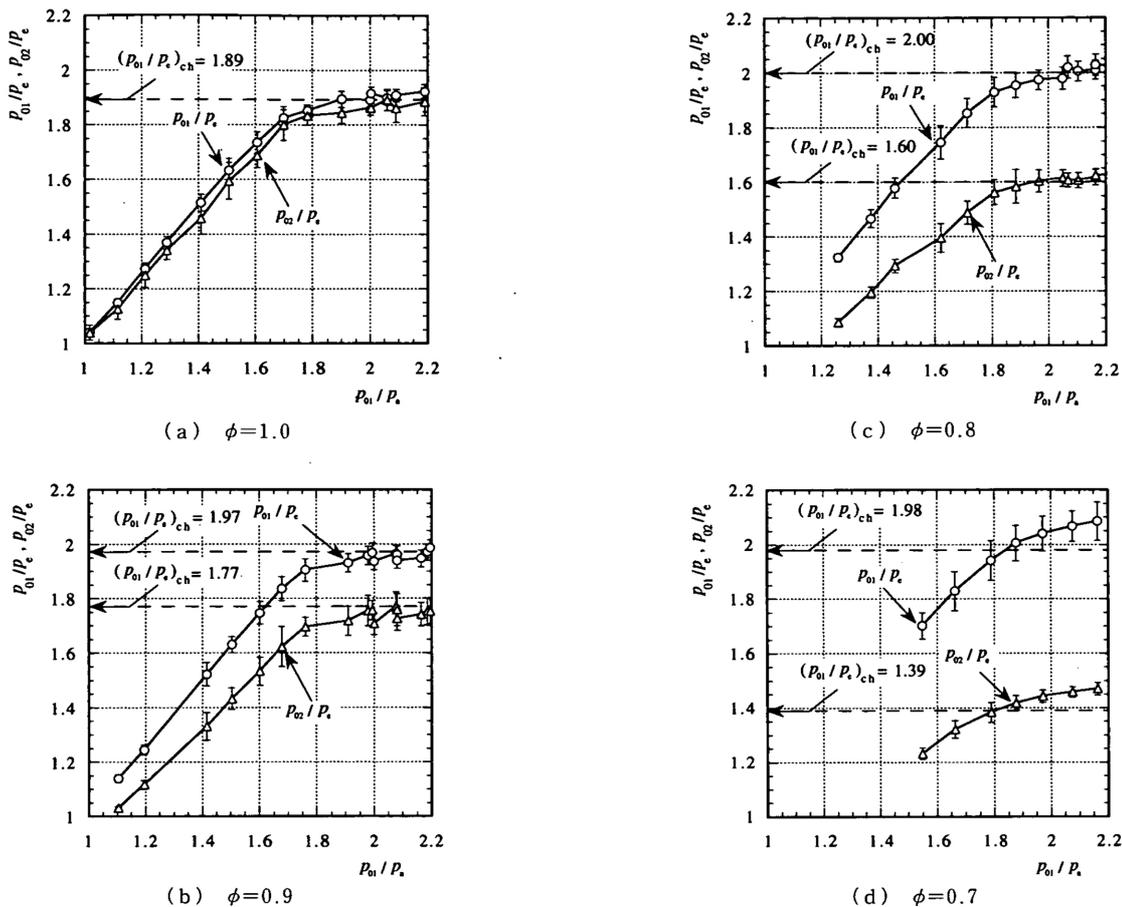


Fig. 7 Relationship between plenum pressures and duct exit static pressure

ないので、仕切り板先端からダクトの下流に向かって高速側(上側)と低速側(下側)の流れの間に弱いせん断層が観察される。参考のため、先細ダクト入口における高速側のマッハ数 M_{1in} と低速側のマッハ数 M_{2in} を2章で述べた解析によって求めると、図6(a)では、 $M_{1in}=M_{2in}=0.31$ 、図(b)では、 $M_{1in}=0.44$ 、 $M_{2in}=0.19$ (この値は図3の $x/L=0$ に対する M_1 と M_2 の値)、図6(c)では、 $M_{1in}=0.58$ 、 $M_{2in}=0.10$ 、図(d)では、 $M_{1in}=0.73$ 、 $M_{2in}=0.03$ であり、 ϕ が小さくなるにつれて、高速側の入口マッハ数は増加し、低速側の入口マッハ数は小さくなる。すなわち、 ϕ が小さいほど、高速側と低速側の入口マッハ数の差が大きくなるため、図6のせん断層の広がりから定性的にわかるように、 ϕ の減少に伴いダクト内における高速流れと低速流れの間の混合の度合いが大きくなる。また参考のため、高速側と低速側の流れがまったく混合することなく等エントロピー的に先細ダクトを流れ、先細ダクト出口で複合チョークしたと仮定したときの高速側の出口マッハ数 M_{1e} と低速側の出口マッハ数 M_{2e} を2章で述べた解析によって求めると(図4)、図6(a)では、 $M_{1e}=M_{2e}=1.0$ 、(b)では、 $M_{1e}=1.03$ 、 $M_{2e}=$

0.94、(c)では、 $M_{1e}=1.04$ 、 $M_{2e}=0.85$ 、(d)では、 $M_{1e}=1.04$ 、 $M_{2e}=0.70$ である。したがって、もし流れがまったく混合せずに流れて出口で複合チョークすれば、高速側は超音速流れ、低速側は亜音速流れである。なお図6のすべての写真において、先細ダクト出口下流に衝撃波が観察される。この衝撃波は、ダクト上流のよどみ圧力とダクト出口圧力が4・2節で述べる複合チョークの条件になると生じ、ナイフエッジを流れ方向に垂直においたシュリーレン写真により観察すると、ダクトの軸に対してほぼ対称であった。

4・2 先細ダクト上流のよどみ圧力と先細ダクト出口静圧の関係 先細ダクト上流の上部集合洞のよどみ圧力 p_{01} と先細ダクトの十分下流の後部集合洞のよどみの圧力 p_a (ほぼ大気圧に等しい)の比 p_{01}/p_a を徐々に増加させたときの p_{01} および下部集合洞のよどみ圧力 p_{02} と先細ダクト出口の静圧 p_e の比の変化を図7に示す。図7の白丸印は、 p_{01}/p_e 、白三角印は、 p_{02}/p_e で、これらは5回の実験の平均値であり、その際の最大値と最小値をエラーバーによって示している。また2章の解析で求めたチョークのときの p_{01}/p_e と p_{02}/p_e の値 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ を横軸に平行な

破線で示す。

図7(a)は、単一流れの場合の先細ノズルの出口における静圧と背圧およびノズル上流のよどみ圧力の関係とほぼ同じ変化を示している。すなわち、 p_{01}/p_a が1.0から約1.8まで増加するにつれて p_{01}/p_e と p_{02}/p_e は1.0から約1.8まで直線的に増加し、これよりさらに p_{01}/p_a が増加すると p_{01}/p_e と p_{02}/p_e は p_{01}/p_a にほとんど無関係に $p_{01}/p_e = p_{02}/p_e =$ 約1.9の一定値となる。これは流れがチョークしていることを意味している。図7(b)~(d)から明らかなように、 $\phi < 1$ の場合にもこれと同様な現象が生じる。すなわち、最初 p_{01}/p_e と p_{02}/p_e は、 p_{01}/p_a の増加に伴い増加するが、ある p_{01}/p_a 以上になると、一定値におちつく。これが流れのチョークである。なお、 ϕ が小さくなるにつれて複合チョークが生じるときの実験値と非粘性一次元解析との差は大きくなるが、これは流れの混合の影響を無視したことによる。複合チョークに及ぼす流れの混合の影響については5章で述べる。

5. 流れの混合を考慮した一次元解析

5.1 解析モデル 図1において、二つの流れの混合の程度は、二つの流れの速度差や先細ダクトの形状、特にダクト長さに依存する。本実験では、図6のシュリーレン写真から明らかなように、 ϕ が小さくなるほど、混合は無視できなくなる。そこで混合の影響を考慮に入れる最も簡単な方法として図8に示す流れモデルを考える。すなわち、簡単のため高速の亜音速流れ①と低速の亜音速流れ②は、仕切板先端から平行ダクトに流入した後、平行ダクトの出口で完全に混合して一様流となり、先細ダクトを通して出口まで定常一次元等エントロピー的に流れると仮定する。

平行ダクトの入口と出口にエネルギー保存則を適用すれば

$$V_m = \sqrt{1 - s_m / \sigma_m} \dots\dots\dots (11)$$

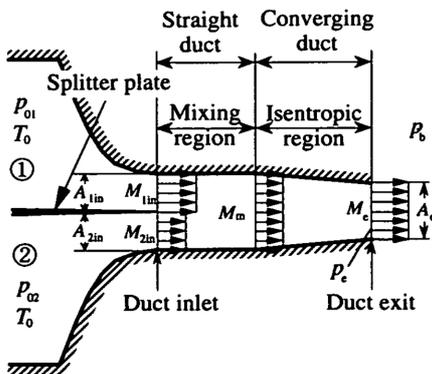


Fig. 8 Present flow model

ただし、 V_m は、平行ダクト出口での一様流の無次元速度を示す。

平行ダクトの入口(添字 in)と出口(添字 m)に連続の式を使うと

$$\begin{aligned} & s_{in}^{1/(\gamma-1)} (\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1-s_{in}/\sigma}) \\ & = 2s_m^{1/(\gamma-1)} \sigma_m \sqrt{1-s_m/\sigma_m} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ただし、 $s_m \equiv (p_m/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}$ 、 $\sigma_m \equiv (p_{0m}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}$ である。平行ダクトの入口と出口に運動量保存則を適用すると

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{V_m}{s_{in}} (\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1-s_{in}/\sigma}) \\ & - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1+\sigma-2s_{in}}{s_{in}} = 1 - \left(\frac{s_m}{s_{in}}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

式(11)を式(13)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{\gamma-1} s_{in}^{1/(\gamma-1)} \sqrt{1-s_m/\sigma_m} (\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1-s_{in}/\sigma}) \\ & - \frac{\gamma}{\gamma-1} s_{in}^{1/(\gamma-1)} (1+\sigma-2s_{in}) = s_{in}^{\gamma/(\gamma-1)} - s_m^{\gamma/(\gamma-1)} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

先細ダクト入口(平行ダクト出口)から先細ダクト出口までの流れは等エントロピー流れと仮定しているので、先細ダクト出口の全圧 p_{0e} は平行ダクト出口の全圧 p_{0m} と等しいから

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_{01}}{p_e}\right)_{ch} &= \frac{p_{01}}{p_{0m}} \frac{p_{0m}}{(p_e)_{ch}} = \frac{p_{01}}{p_{0m}} \frac{p_{0e}}{(p_e)_{ch}} = \left(\frac{\gamma+1}{2\sigma_m}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \\ \left(\frac{p_{02}}{p_e}\right)_{ch} &= \frac{p_{02}}{p_{01}} \left(\frac{p_{01}}{p_e}\right)_{ch} = \phi \left(\frac{p_{01}}{p_e}\right)_{ch} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

したがって、ある与えられた γ と σ に対して式(12)と式(14)を連立させて解くと、 s_{in} と σ_m が得られ、式(15)を使えば、 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の関係を求めることができる。この結果については5.2節で述べる。

5.2 実験結果との比較 複合チョークしている

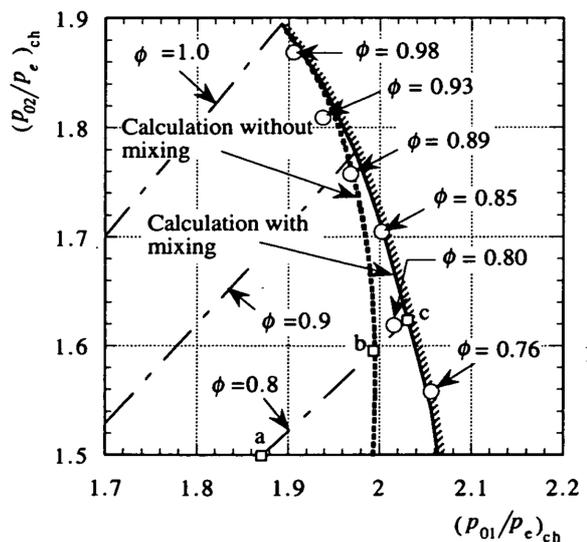


Fig. 9 Compound choking conditions

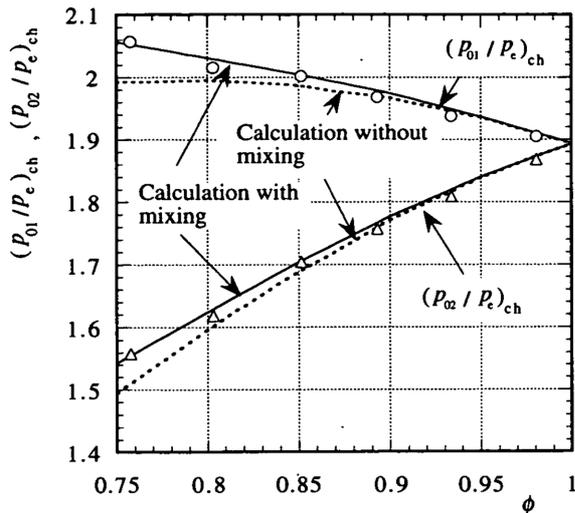


Fig. 10 Compound choking conditions

ときの先細ダクト上流の上部集合洞のよどみ圧力 p_{01} と先細ダクト出口の静圧 p_e の比 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ を横軸にとり、先細ダクト上流の下部集合洞のよどみ圧力 p_{02} と p_e の比 $(p_{02}/p_e)_{ch}$ を縦軸にとって実験結果をプロットした結果を図9に白丸印で示す。各実験点には ϕ の値が記入してある。図9中の点線は流れの混合を考慮しない2章の方法で求めた複合チョーク時における $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の関係で、この線の左側では複合チョークは起こらない。また図9中の実線は5・1節で述べた方法により流れの混合を考慮したときの両者の関係を示し、この線より左側では複合チョークは起こらない。なお図9中の3本の一点鎖線は ϕ ($\equiv p_{02}/p_{01}$) が一定の線で、例えば、 $\phi=0.8$ の一定に保ち p_{01}/p_e を増加させると、 p_{02}/p_e は図9中の点aより $\phi=0.8$ の線に沿って増加し、混合を考慮しない解析では点bで、混合を考慮する解析では点cで複合チョークが起こる。その後は p_{01} が増加しても p_{01}/p_e は $(p_{01}/p_e)_{ch}$ の値に、 p_{02}/p_e は $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の値に保たれる。

図9より、 ϕ が1に近い場合には実験点は点線に近いが ϕ が小さくなるにつれて、点線より離れ、実線とかなりよく一致する。したがって、 ϕ が1より小さい場合には本論文で述べた極めて簡単な方法で流れの混合を考慮することによって複合チョーク時の流れを求めることができる。図9の結果をさらに明りょうに示すため、 ϕ を横軸にとり、 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の値を縦軸にとると図10が得られる。白丸印と白三角印は、それぞれ $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の実験値、実線と点線はそれぞれ混合を考慮した計算値と混合を考慮しない計算値を示す。図10より、任意の $\phi (< 1)$ の値に対して複合チョーク時の $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ を求

めることができる。

6. 結 論

先細ダクトを通る二つの亜音速流れの合流による複合チョーク現象をシュリーレン法による可視化と圧力測定によって実験的に調べた。また二つの亜音速流れの混合を考慮した複合チョークの流れモデルを提案し、実験結果と比較検討した。得られた結論を要約すると以下のとおりである。

(1) 先細ダクト上流の上部集合洞のよどみ圧力 p_{01} に対する下部集合洞のよどみ圧力 p_{02} の比 $\phi \equiv p_{02}/p_{01}$ を一定に保った状態で、 p_{01} とダクトの十分下流の後部集合洞の圧力 p_a の比 p_{01}/p_a を1より徐々に増加させると、 p_{01} とダクト出口の静圧 p_e の比 p_{01}/p_e および p_{02}/p_e は、最初 p_{01}/p_a にほぼ比例して増加するが、 p_{01}/p_a がある値以上になると p_{01}/p_a に無関係にほぼ一定の値となる。すなわち、流れの複合チョークが実験的に確認された。複合チョークするときの p_{01}/p_e と p_{02}/p_e の値 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ はダクト形状と ϕ の値に依存する。本ダクト形状に対する $(p_{01}/p_e)_{ch}$ 、 $(p_{02}/p_e)_{ch}$ と ϕ の関係が得られた。

(2) ϕ を一定に保った状態で、複合チョークする前後の先細ダクト内の流れをシュリーレン観察した結果、 p_{01}/p_e と p_{02}/p_e が複合チョークの条件、すなわち、 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ になると、ダクト出口下流に衝撃波が生じる。したがって、シュリーレン写真から流れが複合チョークしているかどうかを判断することができる。また出口下流の衝撃波はダクト軸に対してほぼ対称である。

(3) 従来の非粘性一次元理論⁽¹⁴⁾ による $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の計算値は、 ϕ が1.0に近い場合には実験値とよく一致するが、 ϕ が小さくなるにつれて実験値からのずれが大きくなる。これは ϕ が小さいほど二つの流れの混合が促進され、これが複合チョーク現象に影響を与えるためである。

(4) 先細ダクト内における二つの流れの混合を考慮に入れた極めて簡単な流れモデルを考え解析した。本解析による $(p_{01}/p_e)_{ch}$ と $(p_{02}/p_e)_{ch}$ の値は、 ϕ が1より小さい場合でも本実験結果とかなりよく一致する。

本研究の実験に際し、ご協力いただいた益坂公治氏 [当時：九州大学大学院生 現：三井化学(株)] に深く感謝する。

文 献

- (1) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, (1994), 65, 理工学社.

- (2) Bernstein, A., Heiser, W. H. and Hevenor, C., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **34** (1967), 548-554.
- (3) Pearson, H., Holliday, J. B. and Smith, S. F., *J. R. Aeronaut. Soc.*, **62** (1958), 746-751.
- (4) Hoge, H. J. and Segars, R. A., *AIAAJ.*, **3-12** (1965), 2177-2183.
- (5) Clark, L. T., *AIAA Paper*, No. 95-0645 (1995).
- (6) Lewis, M. J. and Hastings, D. E., *AIAA Paper*, No. 87-2079 (1987).
- (7) Sato, T. and Kaji, S., *AIAA Paper*, No. 92-5102 (1992).
- (8) 佐藤哲也・梶昭次郎, 日本航空宇宙学会誌, **41-476** (1993), 515-523.
- (9) 佐藤哲也・梶昭次郎, 日本航空宇宙学会誌, **41-476** (1993), 524-530.
- (10) Schindel, L., *J. Propuls. Power*, **15-2** (1999), 363-364.
- (11) Fage, E. L., *AIAA Paper*, No. 74-1176 (1974).
- (12) Fage E. L., *AIAA J.*, **14-5** (1976), 681-683.
- (13) Decher, R., *J. Aircraft*, **15-7** (1978), 416-421.
- (14) Decher, R., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **117** (1995), 617-622.
-