

**地盤の安定評価への不飽和土質力学モデルの
適用に関する研究**

Application of Mechanical Model for Unsaturated Soil to
Evaluation of Ground Stability

2013 年 3 月

山田 満秀

目次

第1章 序論

1.1	研究の背景と目的	1
1.2	既往の研究	2
1.3	論文の構成	4
1.3	入力パラメータについて	5
	参考文献	6

第2章 確率・統計を援用した土の基本特性のモデル化

2.1	確率・統計を援用した土の状態のモデル化	8
2.1.1	基本粒状体モデル	10
2.1.2	基本粒状体モデルに用いる確率分布	14
2.1.3	土の基本的物理量の導出	21
2.2	単位体積当たりの粒子数	23
2.3	単位面積当たりの粒子接点数	25
2.4	代表粒径	27
2.5	本章のまとめ	28
	参考文献	29

第3章 粒子間力・粒子間力度の導出

3.1	飽和度と不飽和土の有効応力	30
3.2	粒子間力・粒子間力度	34
3.2.1	外圧による粒子間力・粒子間力度	36
3.2.2	表面張力による粒子間力・粒子間力度	44
3.2.3	自重による粒子間力・粒子間力度	47
3.2.4	浸透力による粒子間力・粒子間力度	52
3.3	本章のまとめ	54
	参考文献	54

第4章 潜在すべり面

4.1	粒子間摩擦係数	55
4.2	潜在すべり面の定義	57
4.3	本章のまとめ	61
	参考文献	62

第5章 地盤の安定評価への適用

5.1	既往の研究	63
5.2	潜在すべり面による安定性評価	63
5.3	土圧問題への適用	65
5.3.1	臨界高さの導出	65
5.3.2	臨界高さの計算結果	68
5.3.3	ランキンの主働土圧	73
5.3.4	潜在すべり面による土圧計算	75
5.3.5	土圧の計算結果	76
5.4	支持力問題への適用	81
5.4.1	従来の支持力算出式	81
5.4.2	潜在すべり面を用いた支持力	82
5.4.3	計算結果	84
5.5	斜面安定問題への適用	85
5.5.1	既往の研究	85
5.5.2	斜面安定性評価	86
5.5.3	斜面安定の計算	88
	参考文献	92

第6章 結論

6.1	本論文のまとめ	93
6.2	今後の展望・課題	94
	参考文献	94

【参考】見かけの粘着力度の導出

参.1	概要	95
参.2	見かけの粘着力度の導出	96
参.3	計算結果	98
参.4	実験値と計算値の比較	102
	参考文献	105
	謝辞	106

第1章 序論

1.1 研究の背景と目的

土質力学では、飽和土についての力学モデルが多数提案・確立されてきており、実用に供されているモデルもある。一方、不飽和土については、幾つかのモデルが提案されているが、まだ実用的な形にまとめられておらず、現場への適用例は非常に少ないのが実状である。つまり、土の力学モデルは飽和状態と乾燥状態(粉体力学)という両極端だけはほぼ完成しているが、広範な中間部はまだ研究段階にあるといえる。

土は自然物であり、金属や高分子材料のような人工物と同じような力学理論の俎上に載せることは困難である。最上¹⁾、村山²⁾は、土粒子レベルでの考察に基づいた土に固有な力学体系の構築を試みた。しかし、最上・村山のコンセプトを継承したその後の研究は数少ない。土粒子の形状と大きさは不規則であり、その結果、土粒子骨格構造は複雑になり、不飽和土を構成する土粒子骨格構造、間隙空気、間隙水の力学的挙動を定量的に評価するためには、統計力学や確率論を援用して最上・村山のコンセプトを発展させたアプローチが必要である。このような認識に立ち、土粒子レベルでの力学的考察とそれを土塊全体に拡張するために統計・確率論的考察を加え、土に固有な力学、すなわち、不飽和土質力学の確立をめざしたアプローチを行う必要があるものと考えている。

土の力学特性を解釈する上で最も重要な考え方として、有効応力原理がある。飽和土に関しては、1920年代に Terzaghi が圧密現象を研究する過程で有効応力原理を明らかにしている。不飽和土については、1950年代から幾つかの有効応力式が提案され、「Bishop の有効応力式」が一般性を備えていると認められた³⁾。Bishop の有効応力式は、マトリックスサクションがゼロの状態、つまり飽和状態になると Terzaghi の有効応力式に一致する。しかし、Bishop の有効応力式は、全ての不飽和状態の体積変化特性を説明できるものではないとの指摘もある⁴⁾。飽和度が高い状態においてマトリックスサクションを増加・減少させると、試料の体積は減少・増加し、Bishop の有効応力式は成り立つが、飽和度が高くなく、しかも締固めが緩い土試料の場合は、一定値の基底応力状態で、給水によるマトリックスサクションを低下させると非可逆的な圧縮、つまりコラプス現象が起こるものである。つまり、マトリックスサクションの減少に対する不飽和土の体積が変化する方向が、ある飽和度またはマトリックスサクションを境にして反転しているのである。不飽和土の力学モデルは、このような不飽和土特有の遷移メカニズムを解明し、表現されなければならない。

1960年代、不飽和土の力学挙動の解明を目指した実験的・理論的研究は、飽和土と同様に活発に行われていた。しかし、不飽和土の実験的・理論的研究は複雑で困難であるため、その後の不飽和土に関する研究ポテンシャルは、飽和土と比較すると高くなく、1980～90年代の飽和土に関

する研究成果の延長線上で不飽和土の解析を行う傾向が続いている。飽和土と乾燥土は、三相混合体である不飽和土の両極端（飽和度 100%と 0%）であり、本来の土質力学は、主に不飽和土を対象とし、飽和土・乾燥土の力学を包含した不飽和土質力学とならなければならない。

不飽和土の力学に関する問題は、3つの土質特性、すなわち浸透特性(透気・透水)、体積-質量特性(含水比、飽和度)、せん断強度特性(粒子間力度)を明瞭にし、それらを連成させることが重要である。また、不飽和地盤においては、荷重-変位関係も透水現象も飽和地盤とは異なる挙動を示す。それは、不飽和土内部(土粒子間)に生成されるメニスカス部に引き付けあう内力が働いているためである。内力の大きさは、不飽和土の間隙水圧と含水量に支配されるので、これらの関係を明らかにし、その関係を取り入れた力学モデルを開発しなければならない。さらに、不飽和土の力学モデルは、不飽和土が飽和状態や乾燥状態に移行した際、従来の飽和土質力学と整合するものでなければならない。この意味では、飽和土・乾燥土の力学を包含した「不飽和土質力学」は、本来の「土質力学」と呼べる。

土質力学に基礎をおく地盤工学が対象とする主な問題は、安定問題、変形問題、浸透問題である。安定問題の解は、土が破壊するか、しないか、すなわち、安定か、不安定かを明らかにすることである。安定問題は、モール・クーロンの破壊規準を用いて解析される。安定問題では土の破壊について議論され、破壊に至る過程(変形)は取り扱わない。一方、変形問題には地盤沈下など、破壊に至るまでの変形過程が議論される。地盤を等方線形弾性体と仮定した弾性解析は変形問題の解を求めるための代表的な解析法である。等方線形弾性体の変形挙動は、2つの弾性係数(例えば、ヤング率とポアソン比)を用いて記述される。浸透問題は、土の透水性を取り扱うものである。雨水等の浸透・蒸発により地盤(土)の状態は時々刻々と変化している。飽和土では、主に透水係数を用いているが、不飽和土では、それに透気係数や保水性のパラメータも追加される。

安定問題について、支持力問題、土圧問題、斜面安定問題がある。従来の土質力学では、支持力問題はテルツァギの支持力公式に基づいて解析され、土圧問題はクーロンあるいはランキンの土圧論を用いて解析される。斜面安定問題は、極限平衡法を用いた各種安定解析が提案され、その中の円弧すべり解析が一般によく用いられている。ここで、地盤の破壊のメカニズムは、同じであるにもかかわらず、上述のようにせん断強度パラメータの適用手法は、支持力問題、土圧問題、斜面安定問題のそれぞれに異なっている。

また、土のせん断強度パラメータは、三軸試験結果を整理して得られるモール・クーロンの破壊基準(破壊包絡線)で表される。しかし、このせん断強度である見かけの粘着力は、基底応力とせん断応力を軸とするグラフ整理上の値であり、物理的意味を持つものではない。

ところで、北村らは、土粒子レベルでの力学的考察とそれを土塊全体へ拡張するために統計・確率論的考察を援用した土に固有な力学、すなわち新しい不飽和土質力学を確立を目指したアプローチを行っている^{5)~10)}。さらに、確立された不飽和土質力学を地圏シミュレータに取り込み、豪雨による斜面崩壊、地球温暖化による地圏環境の変化を予知するシステムの構築を目指してき

ている。

本論文は、地盤工学の中の強度問題を対象とし、従来の地盤工学では異なった手法が適用されている支持力問題、土圧問題、斜面安定問題に新たな物理量を適用して統一的に解析する手法を提案している。それは、これまでの強度問題で適用していたモール・クーロンの破壊規準を捨象し、単位体積当たりの粒子数、単位面積当たりの粒子接点数、粒子当たりの粒子接点数、代表粒径を用いて算出される粒子間力度と潜在すべり面を介して強度問題を解析する手法であり、その有用性を明らかにしている。

1.2 論文の構成

本論文は、6章と従来の土質力学に対応した強度に関する参考章から構成されており、各章の内容について以下に述べる。また、本論文の流れについて図-1.2.1に示す。

第1章では、研究の背景と目的、既往研究の現状や論文構成について整理し、本研究の位置付けについて明確に示している。また、入力パラメータに関して若干述べている。

第2章では、本システムの骨格を成す基本粒状体モデル(北村モデル)についての説明を行っている。土粒子の形状・大きさは不規則であり、土粒子から構成される土塊の土粒子骨格構造・間隙構造もまた複雑である。北村モデルは、社会科学や土木計画学の各種問題に援用され、その有用性が明瞭となっている推測統計学の手法(ランダムに抽出された標本から母集団の性質を同定する手法)を土塊に適用し、不飽和土質力学を確立しようとするものである。本章では、確率密度関数を用いて土の状態を規定する基本物理量(間隙比、飽和度等)の導出について説明を行っている。また、土粒子レベルから考察した粒子間力と粒子間力度を関連づけるために必要な、代表粒径および単位体積当たりの粒子数・接点数、単位面積当たりの接点数について物理的意味を説明している。

第3章では、第2章で述べた北村モデルから導出された基本物理量に基づいた粒子間力と粒子間力度および外力によって生じる粒子間力・粒子間力度の概要を説明している。また、土粒子レベルから Bishop の有効応力式について考察を行っている。

第4章では、潜在すべり面について概要を説明し、第3章で導出した粒子間力度を用いて潜在すべり面を定義している。つまり、ある接平面に作用する粒子間力度から接線応力と垂直応力を導き、その比が最大となる面を潜在すべり面とし、粒子の相対移動が最も活発化する面であると解釈している。

第5章では、潜在すべり面を力学問題(斜面安定問題・土圧問題・支持力問題)の評価に適用する試みを行っている。現在の土質力学では、地盤の支持力問題、土圧問題および斜面安定問題は、個々に安定解析法が適用され、それに際して土のせん断強度パラメータ(見掛けの粘着力度、内部摩擦角)が用いられてきた。用極法による潜在すべり面を用いることで、土のせん断強度パラメー

タを使用することなく、これら全ての力学問題を一意的に評価することができることを示している。また、当数値力学モデルに土質パラメータを入力・計算を行い、その数値計算から得られる結果について考察を行っている。

第6章は、結論であり、研究成果の結論についてとりまとめている。また、今後の展望と課題について述べている。

また、参考として、北村モデルから導出されたサクシオンおよび表面張力から土のせん断強度パラメータである見かけの粘着力度の導出を行っている。これまでの土質力学で用いられている見かけの粘着力度は、三軸試験結果における応力空間での整理方法で決定されるものであったが、北村モデルでは、含水比または飽和土に依存して変化する粘着モデルを考案しているので紹介している。また、排気・排水試験結果との比較を行い、粘着モデルの妥当性を検討している。ただし、第5章で述べたように、本論文では土のせん断強度パラメータの1つである見かけの粘着力度を用いない数値力学モデルの構築を目指しており、従来の土質力学で用いられてきた見かけの粘着力度と本論文で提案する不飽和土質力学モデルとの関係を明らかにしたものである。

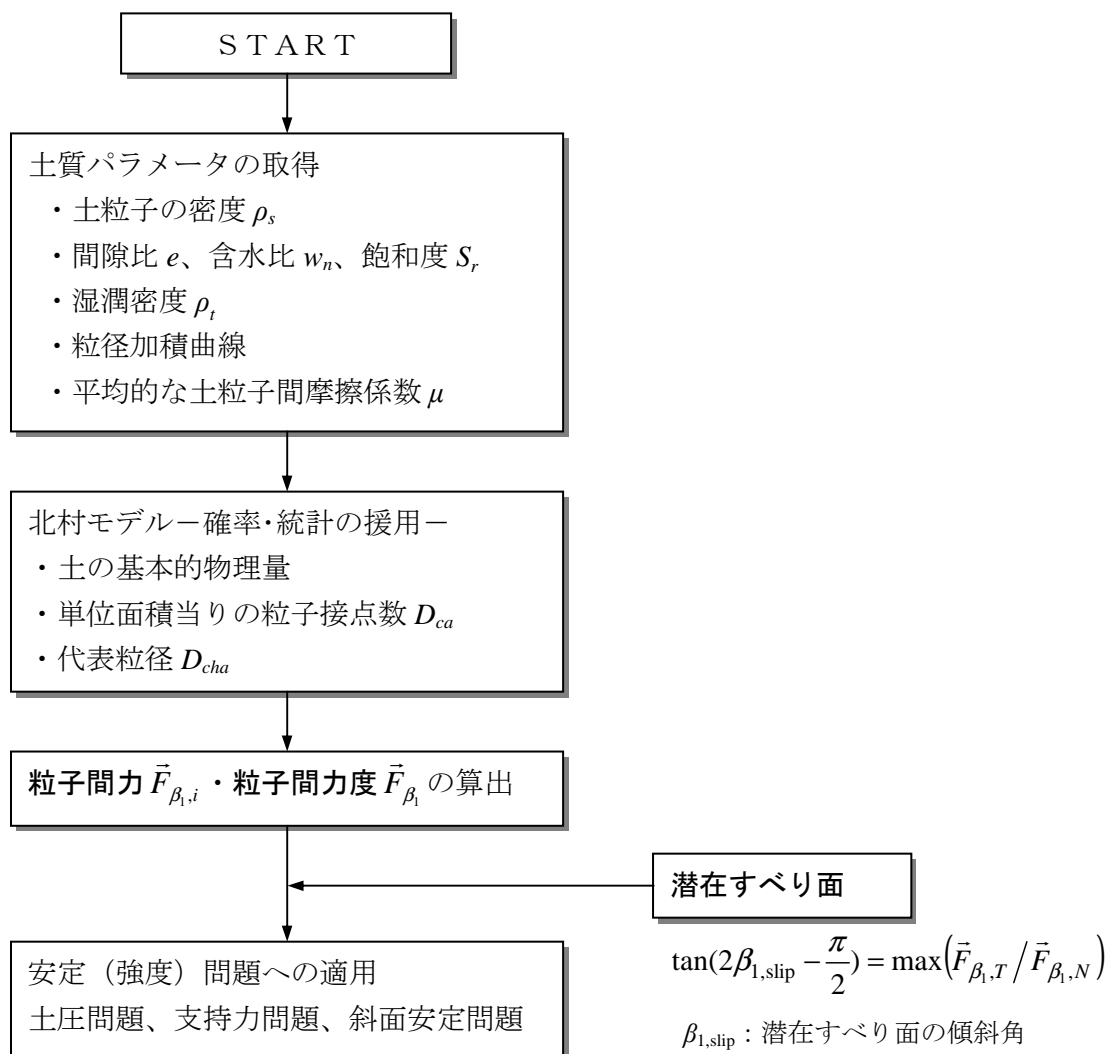


図-1.2.1 本論文の流れ

1.3 入力パラメータについて

先に北村モデルで用いられている基本物理量は、粒径加積曲線と間隙比であり、現段階において、保水・透気・透水・変形・強度特性を解析するために必要な土質試験は以下の通りである。

- ①粒度試験、
- ②土粒子密度試験、
- ③含水比試験、
- ④湿潤密度試験
- ⑤土の締固め試験
- ⑥最大・最小密度試験
- ⑦排水条件での側圧一定せん断試験(飽和土、乾燥土)

保水・透気・透水特性に関連して間隙水の表面張力・粘性係数、間隙空気の粘性係数が必要であり、理科年表に掲載された値を現時点では用いている。

以下に北村モデルを構成するパラメータについて、上述の試験から得られる入力値との関係を述べる。

- ・粒径分布は粒径加積曲線から得られる。北村モデルでは粒度試験から得られる粒径加積曲線に対数正規分布で近似している。対数正規分布を規定する分布パラメータは平均 μ と標準偏差 σ の2つである。すなわち、粒径分布は対数正規分布で近似され、入力パラメータは平均 μ と標準偏差 σ の2つとなる。ミクロポア・マクロポアを有するシルトや粘土に対しては粒径加積曲線を平均と標準偏差が異なる2つの対数正規分布で近似することが可能である。
- ・宇野ら¹¹⁾の実験結果より間隙径分布も粒径分布と同じく対数正規分布で近似され、その変動係数は粒径分布のそれと等しいと仮定する(すなわち、片対数紙上で累積間隙径分布は粒径加積曲線を平行移動することによって得られる)と、粒径分布の変動係数と間隙比という2つの既知量から間隙径分布(対数正規分布)を規定する2つの分布パラメータを求めることができる。間隙比は土粒子密度試験、含水比試験、湿潤密度試験から求められる。
- ・供試体が作製された初期接点角分布は Oda¹²⁾の実験結果より五角形分布と仮定している。五角形分布を規定する分布パラメータは1つであり、乾燥土の自重による粒子間力度を算出する式から逆算して求めている。基本粒状体モデルにおける確率変数の一つである管の傾き分布は接点角分布と同じ五角形分布であると仮定している¹³⁾。
- ・保水・透気・透水特性のモデル化には擬似飽和度・残留飽和度があるが、これらの物理量は締固め試験、最大・最少密度試験から決定する方法を提案している¹⁴⁾¹⁵⁾。
- ・変形・強度特性を解析するために必要な平均粒子間摩擦係数は松岡・中井¹⁶⁾が提案した SMP 上でのストレス・ダイレイタンシー関係の縦軸切片の値を採用している。ストレス・ダイレイタンシー関係を得るためには飽和土あるいは乾燥土を試料とし、三軸試験装置による排水条件での側圧一定圧縮せん断試験等を行わなければならない。

粒径分布・間隙径分布・接点角分布・管の傾き分布である確率密度関数については、CT スキャンの画像処理技術の進歩等により上記の仮定の妥当性を検討することが可能になると期待される。また、不飽和土供試体を用いた各種土質試験法の改善、実地盤での土中水分量・サクション・地表面変位等の精度のよいモニタリングデータを集積することが、北村モデルの精度向上にも繋がるものとする。

【参考文献】

- 1) 春山元寿: シラスのせん断特性に関する密度および含水比の影響について, 鹿児島大学農学部演習林報告, 第 2 号, pp. 15-32, 1968.
- 2) 村山朔郎: 土の力学挙動の理論, 技報堂出版, pp. 790. 1990.
- 3) Bishop, A. W.: The Measurement of Pore Pressure in the Triaxial Test, Pore Pressure and Suction in Soils, London, Butterworth, pp. 38~46, 1961.
- 4) Jennings, J. E. B. and Burlund, J. B. : Limitations to the Use of Effective Stress in Partly Saturated Soils, Geotechnique, Vol. 12, No. 2, pp. 125~144, 1962.
- 5) Kitamura, R. : A mechanical model of particulate material based on stochastic process, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 2, pp. 64-72, 1981.
- 6) Kitamura, R. : Analysis of deformation mechanism of particulate material at particle scale, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 2, pp. 85-98, 1981.
- 7) 宮本裕二, 酒匂一成, 島田龍郎, 北村良介: 不飽和シラス地盤での蒸発を考慮した伝熱・浸透挙動のモデル化, 土木学会応用力学論文集, Vol. 5, pp. 481-490, 2002.
- 8) 荒木功平, 北村良介: 粒状体の北村モデルにおける粒子接点の発生・消滅, 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 737-746, 2004.
- 9) Sako, K. and Kitamura, R. : A practical numerical model for seepage behavior of unsaturated soil, Soils and Foundations, Vol. 46, No. 5, pp. 595-604, 2006.
- 10) 北村良介, 酒匂一成, 荒木功平, 宮本裕二: 確率・統計を援用した不飽和土質力学の体系化, 土木学会論文集 C Vol. 66 No. 3, 498-515, 2010.
- 11) 宇野尚雄, 神谷浩二, 田中宏路: 「空気圧入法」と「水分法」による砂の間隙径分布, 土木学会論文集, No. 603/III-44, pp. 35-44, 1998.
- 12) Oda, M. : Initial fabric and their relations to mechanical properties of granular material, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 1, pp. 17-36, 1972.
- 13) 北村良介・酒匂一成・荒木功平・宮本裕二: 確率・統計を援用した不飽和土質力学の体系化, 土木学会論文集 C, Vol. 66, No. 3, pp. 498-515, 2010.

- 14) 越石暁・小田川隼祐・北村良介・荒木功平：不飽和土の締固め特性と残留飽和度・擬似飽和度について、平成 22 年度土木学会西部支部研究発表会、pp. 305-306、2011
- 15) 越石暁・小田川隼祐・荒木功平・山田満秀・北村良介：締固め曲線と残留飽和度・擬似飽和度の関係、第 46 回地盤工学研究発表会、pp. 705-706、2011.
- 16) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. Japan Society of Civil Engineers, 232, pp. 59-70, 1974.

第2章 確率・統計を援用した土の基本特性の導出

2.1 確率・統計を援用した土の状態のモデル化

不飽和土は、土粒子とそれらの間隙を満たしている空気と水から成り立っている。図 2.1 は、従来の土質力学で用いられている土の相構成図を示している。すなわち、図 2.1 のように土は土粒子実質部分（固相）、間隙空気（気相）、間隙水（液相）からなる三相混合体である。一方、飽和土は固相と液相、乾燥土は固相と気相からなる二相混合体である。ただし、図 2.1 の土の相構成図は、三相混合体としてランダムに存在している土粒子（固相）、間隙水（液相）、間隙空気（気相）の各相を集約して表したものである。

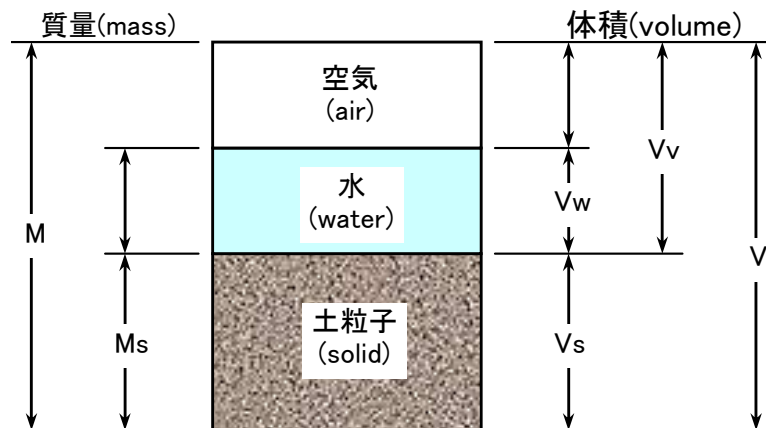


図 2.1 土の相構成図

図 2.1 に示す土の相構成を用いると、土質力学で用いられる土の基本物理量は、次式のように表される。

$$\text{土粒子密度 } \rho_s (g/cm^3) \quad \rho_s = \frac{M_s}{V_s} = \frac{E[M_{s,e,i}]}{E[V_{s,e,i}]} = \bar{\rho}_{s,e} \quad (2.1)$$

$$\text{湿潤密度 } \rho_t (g/cm^3) \quad \rho_t = \frac{M}{V} = \frac{E[M_{e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \bar{\rho}_{t,e} \quad (2.2)$$

$$\text{乾燥密度 } \rho_d (g/cm^3) \quad \rho_d = \frac{M_s}{V} = \frac{E[M_{s,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \bar{\rho}_{d,e} \quad (2.3)$$

$$\text{間隙比 } e \text{ (無次元)} \quad e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{E[V_{v,e,i}]}{E[V_{s,e,i}]} = \bar{e}_e \quad (2.4)$$

$$\text{間隙率 } n \text{ (無次元)} \quad n = \frac{V_v}{V} = \frac{E[V_{v,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \bar{n}_e \quad (2.5)$$

$$\text{含水比 } w \text{ (無次元)} \quad w = \frac{M_w}{M_s} = \frac{E[M_{w,e,i}]}{E[M_{s,e,i}]} = \bar{w}_e \quad (2.6)$$

$$\text{体積含水率 } w_v \text{ (無次元)} \quad w_v = \frac{V_w}{V} = \frac{E[V_{w,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \bar{w}_{v,e} \quad (2.7)$$

$$\text{飽和度 } S_r \text{ (無次元)} \quad S_r = \frac{V_w}{V_v} = \frac{E[V_{w,e,i}]}{E[V_{v,e,i}]} = \bar{S}_{r,e} \quad (2.8)$$

ここに、 $E[V_{w,e,i}]$ ：要素(基本粒状体)の間隙水の平均体積、
 $E[V_{v,e,i}]$ ：要素(基本粒状体)の間隙(水+空気)部分の平均体積、
 $E[M_{e,i}]$ ：要素(基本粒状体)の平均質量、
 $E[V_{e,i}]$ ：要素(基本粒状体)の平均体積、
 $\bar{S}_{r,e}$ ：地盤材料の平均含水比、
 $\bar{\rho}_{t,e}$ ：地盤材料の平均湿潤密度、
 $\bar{\rho}_{d,e}$ ：地盤材料の平均乾燥密度、
 \bar{n}_e ：地盤材料の平均間隙率、
 \bar{w}_v ：地盤材料の平均体積含水率。

これらの土の基本的物理量は、地盤のある部分から採取した試料を用いて行う土質試験から求められるものである。試料とは、2.1.1(1)節で説明する標本集団である。その物理量を地盤全体の代表値としている。すなわち、土(標本集団)の基本的物理量は、標本(基本粒状体あるいは基本粒状体モデルが対応)の平均として定義されるものである。よって、式(2.1)～式(2.8)の最終項には、平均値を示す記号の頭に $\bar{\quad}$ を付けている。

2.1.1 基本粒状体モデル—北村モデル—

基本粒状体モデル（北村モデル）は、土の不規則性に関して確率論的および力学的考察を加えることで土の物理量、サクシオン、不飽和・飽和透水係数等が計算される数値力学モデルである。以下に基本粒状体モデル（北村モデル）の説明を行う。

(1) 基本粒状体と基本粒状体モデルの関係

写真 2.1 は、しらすの光学顕微鏡で撮られた状態を示している¹⁾。図 2.2 (a) は写真 2.1 に示されるような土試料から無作為に抽出された土粒子数個を含む立方体を、図 2.2 (b) は図 2.2 (a) の状態を土の相構成図と同じ手法によって土粒子部分と間隙部分を集約して示している。図 2.2 (a) を基本粒状体 (Elementary particulates)、図 2.2 (b) を基本粒状体モデル (Elementary particulates model) と称している。図 2.2 (b) は、図 2.2 (a) の間隙部分を管径、傾きの円管、土粒子部分を不透水部分に置き換えて、モデル化している。ここで、土試料のイメージを明確にするため、直径 0.2mm (豊浦砂の 50% 通過粒径に対応) の一様球が一辺 1cm の立方体 (単位体積: 1cm^3) に simple cubic packing された状態 (後述する図 2.15 を参照) を考えてみると、立方体に含まれる粒子数は 12 万 5 千個となる。

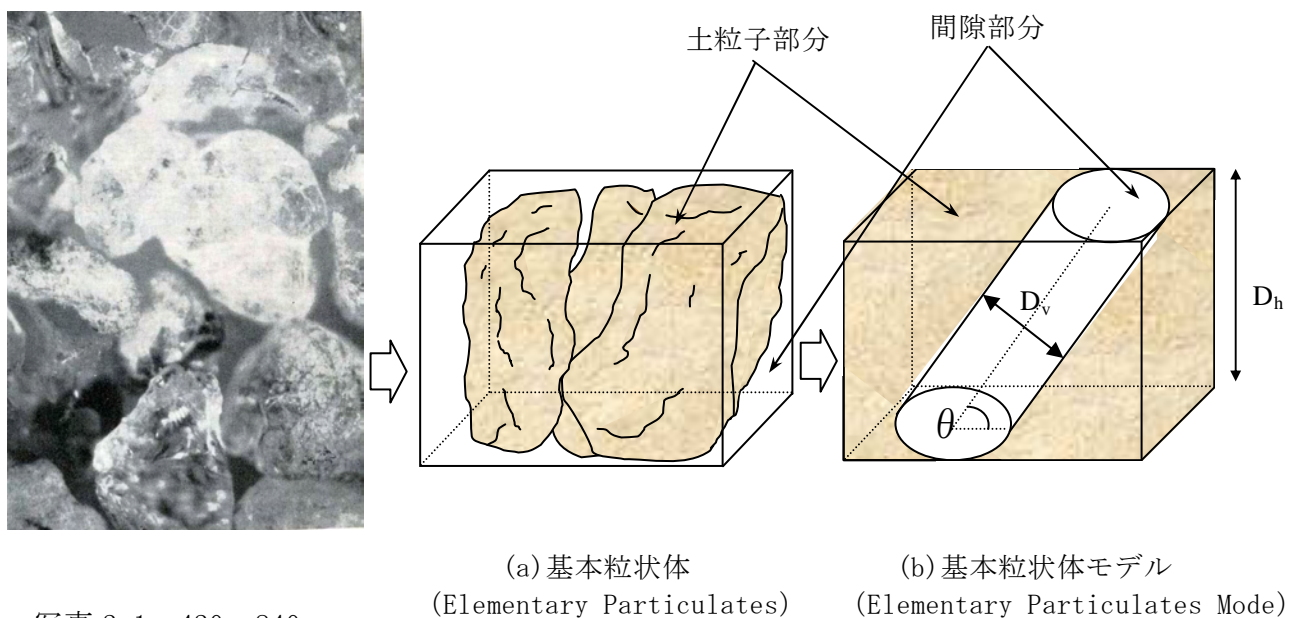


写真 2.1 420~840 μm
のしらす土粒子の
光学顕微鏡写真¹⁾
(春山 (1968))

図 2.2 基本粒状体のモデル化

図 2.2 (b) に示す基本粒状体モデルは、図 2.2 (a) で示される実際の土の状態に対応する基本粒状体を図 2.1 に示される土の相構成図のように土粒子部分と間隙部分に集約して表現したものになっている。すなわち、管径 D_v 、管の傾き θ の間隙部分とその他の不透水部分(土粒子部分)から成り立っている。基本粒状体と基本粒状体モデルの関係は、土塊と土の相構成図の関係に対応している。

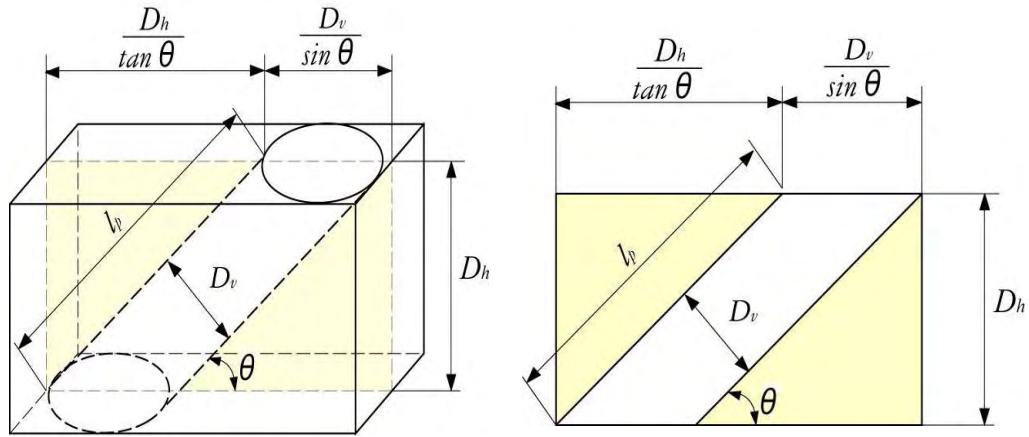


図 2.3 基本粒状体モデルの幾何学的関係

図 2.3 は、基本粒状体モデルの幾何学的関係から得られる長さを示している。図 2.3 から基本粒状体モデルの体積 V_e と管の体積 V_p が次式のようにになる。

$$V_e = D_v \cdot \left(\frac{D_v}{\sin \theta} + \frac{D_h}{\tan \theta} \right) \cdot D_h \quad (2.9)$$

$$V_p = \pi \cdot \left(\frac{D_v}{2} \right)^2 \cdot \frac{D_h}{\sin \theta} \quad (2.10)$$

ここに、 V_e : 基本粒状体モデルの体積、

V_p : 管の体積、

D_v : 管の直径、

θ : 管の傾き、

D_h : 基本粒状体モデルの高さ (具体値として 2.2 節で述べる代表粒径 D_{cha} を用いる)。

従って、図 2.1 に示す土の相構成図における体積 V 、 V_v 、 V_s と図 2.3 に示す基本粒状体モデルにおける i 番目の体積 $V_{e,i}$ 、 $V_{p,i}$ との間には次のような関係がある。

$$V = \sum_{i=1}^n V_{e,i} \quad (2.11)$$

$$V_v = \sum_{i=1}^n V_{p,i} \quad (2.12)$$

$$V_s = \sum_{i=1}^n (V_{e,i} - V_{p,i}) \quad (2.13)$$

ここに、 n ：土試料に含まれる基本粒状体（モデル）の総数。

式(2.12)、式(2.13)を用いると間隙比は、次式で導かれる。

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{\sum_{i=1}^n V_{p,i}}{\sum_{i=1}^n (V_{e,i} - V_{p,i})} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{p,i}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_{e,i} - V_{p,i})} = \frac{E[V_{p,i}]}{E[V_{e,i} - V_{p,i}]} = \bar{e}_e \quad (2.14)$$

ここに、 $E[V_{p,i}]$ ：基本粒状体モデルにおける管の平均体積、

$E[V_{e,i} - V_{p,i}]$ ：基本粒状体モデルにおける土粒子部分の平均体積、

\bar{e}_e ：間隙モデルによる間隙比。

式(2.14)は、土の相構成図によって定義される間隙比 e と基本粒状体・基本粒状体モデルによって定義される間隙比 \bar{e}_e と $E[V_{p,i}] / E[V_{e,i} - V_{p,i}]$ の関係を示している。土質試験において様々な間隙比を持つ標本の平均値を間隙比としていることは、様々な大きさの土粒子、傾きを持つ間隙からなる基本粒状体の間隙比の平均値（代表値）と等しいことを意味している。

(2) 基本粒状体モデルにおける含水量の評価

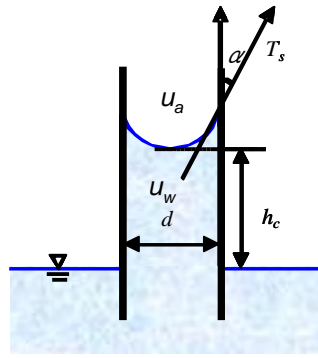
図2.4(a)は毛管現象を説明するために使われる模式図である。水面に細い管を立てると毛管作用により管内の水面は上昇する。これは管内にできたメニスカスに伴う水の表面張力が発生し、毛管内で間隙空気圧 u_a と間隙水圧 u_w との間に圧力差(=サクシオン s_u)が生じていることによる。サクシオン s_u は、次式で定義される。

$$s_u = u_a - u_w \quad (2.15)$$

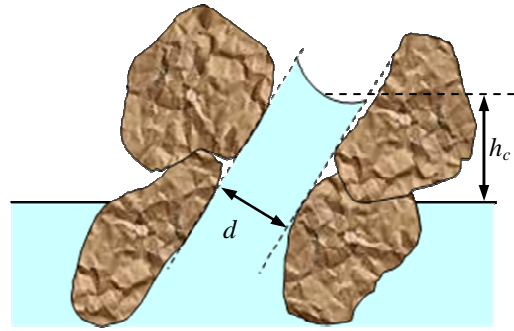
ここに、 u_a ：間隙空気圧、

u_w ：間隙水圧。

一般に、間隙空気圧 u_a は大気圧と等しいとみなされる。大気圧を基準(=0)にとると、図2.4(a)からも明らかのように間隙水圧 u_w は、大気圧より小さくなり、負の圧力となる。式(2.15)よりサクシオンは間隙水圧の絶対値に等しくなる。サクシオンが、土粒子に付着した間隙水と間隙空気が生じた場合、土粒子同士を引き付けあう力となる。実際の土粒子は、形状が複雑であるため、土粒子間付着水のメニスカスも複雑となるが、原理は同じであり、模式的に表すと図2.4(b)のようになる。土粒子と間隙流体の間の物理・化学的作用による吸着力や間隙水の表面張力によるマ



(a) 水面に細管を立てた場合



(b) 水面に(a)間隙相当の土を載せた場合

図 2.4 毛管現象

トリックサクションと浸透圧サクションに分けられる。間隙モデルでは、マトリックサクションのみを考える。図 2.4(a) より式(2.16)が導かれ、毛管上昇高さ h_c は式(2.17)のようになる。

$$\pi \cdot d \cdot T_s \cdot \cos \alpha = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h_c \cdot \rho_w \cdot g \quad (2.16)$$

$$h_c = \frac{1}{\rho_w \cdot g} \cdot \frac{4 \cdot T_s \cdot \cos \alpha}{d} \quad (2.17)$$

ここに、
 d : 毛細管の直径、
 T_s : 水の表面張力、
 α : 毛細管の内壁とメニスカスの接触角、
 ρ_w : 水の湿潤密度、
 g : 重力加速度、
 h_c : 毛管上昇高さ。

式(2.16)より、毛管上昇高さと毛管の直径は反比例の関係にある。このことを不飽和土にあてはめると、乾燥過程では間隙径の大きな間隙から水がなくなること、湿潤過程では間隙径の小さな間隙から水を保水するようになることと対応している。基本粒状体（標本）でこのような特性を考えると、図 2.5 に示すように抽出された基本粒状体の間隙が大きければ水がなく、小さければ (d 以下であれば) 水を含んでいることになる。さらに、このことを基本粒状体モデルで考えると、管径が 0 からある値 d までの管には水が満たされ、それ以上の管には空気が満たされていることになる。メニスカスの部分でのサクション s_u は、毛管上昇高さに相当する水圧に等しいことから、次式のように示される。

$$s_u = \rho_w \cdot g \cdot h_c = \frac{4 \cdot T_s \cdot \cos \alpha}{d} \quad (2.18)$$

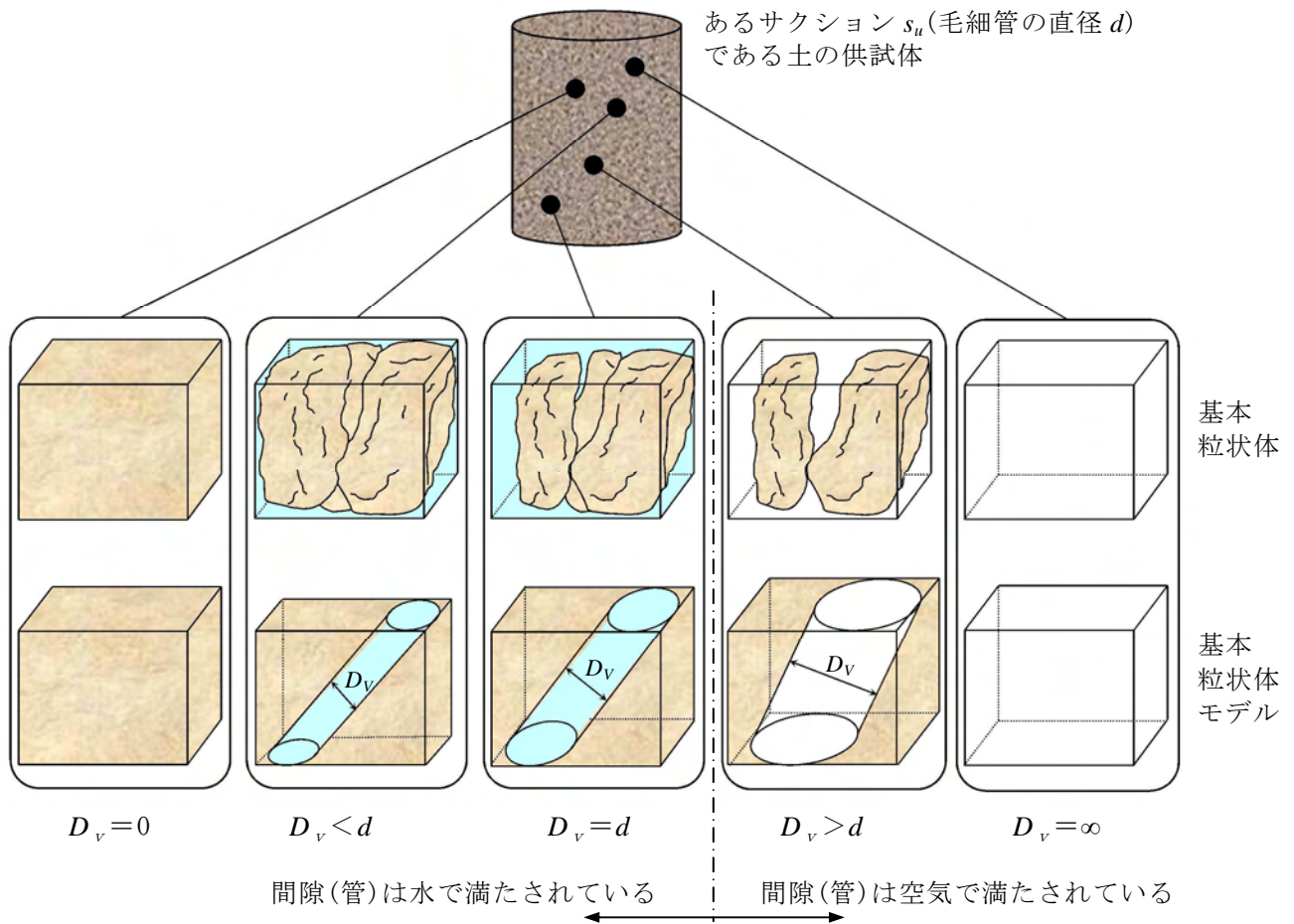


図 2.5 毛細管の直径 d と基本粒状体モデルの管径 D_v の関係

2.1.2 基本粒状体モデルに用いる確率分布

土粒子の形状・大きさは不規則（ランダム）であり、そのため土粒子の集合体で構成される土粒子骨格構造、間隙の集合で構成される間隙構造を一意的に決めることは困難である。そこで、確率・統計を援用した手法の適用が不可避である。基本粒状体モデルでは、土粒子骨格構造については、基本粒状体（標本）が有する属性である粒径と接点角、間隙構造については、基本粒状体モデル（標本）が有する属性である管径 D_v と管の傾き θ を確率変数と見なし、それらの確率密度関数を用いて土試料の状態を導出している。

（1）粒径分布

「地盤材料試験の方法と解説」¹⁾によれば、粒度試験は、地盤材料の粒度を求めることにある。ここで粒度とは、地盤を構成する土粒子径の分布状態を全質量に対する百分率で表したものである。準備された試料は、ふるいを用いた粒度分析、メスシリンダー・浮ひょうを用いた沈降分析に供される。試験分析データから図 2.6 のような粒径加積曲線等が得られる。

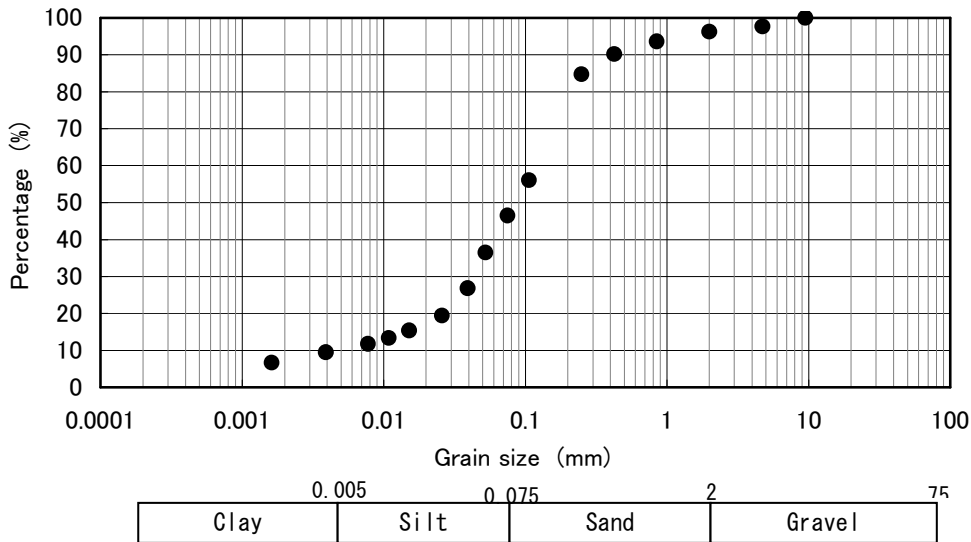


図 2.6 粒径加積曲線例(試料：川内川しらす)

上述したように土は形状・大きさが不規則な土粒子の集合体であり、推測統計学の立場から粒度試験をみると、母集団（試料調製方法に則って準備された試料）から無作為に抽出された標本集団（粒度試験のために準備された試料）から得られた原始データ（通過質量百分率等）を統計の形にまとめたもの（粒径加積曲線等）となり、粒径 D_s は確率変数となる。

また、最尤推定法によれば、標本平均、標本分散は母平均と母分散の最尤推定量になる。すなわち、「土質試験のための乱した土の試料調製方法」によって準備された試料を用いた粒度試験から得られた粒径加積曲線を母集団での粒径分布（累積分布関数：対数正規分布）とすることができる。適用に当たっては、適合度の検定（ χ^2 検定）を行う必要がある。

粒径加積曲線を対数正規分布の累積分布関数と見なすと、粒径の確率密度関数 $f_s(D_s)$ は、次式で表されることになる。

$$f_s(D_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \zeta_s \cdot D_s} \exp\left\{-\frac{(\ln D_s - \lambda_s)^2}{2\zeta_s^2}\right\} \quad (2.19)$$

ここに、 λ_s : $\ln D_s$ の平均、 ζ_s^2 : $\ln D_s$ の分散。

式(2.19)から得られる曲線を図 2.6 に当てはめると、図 2.7 のようになる。

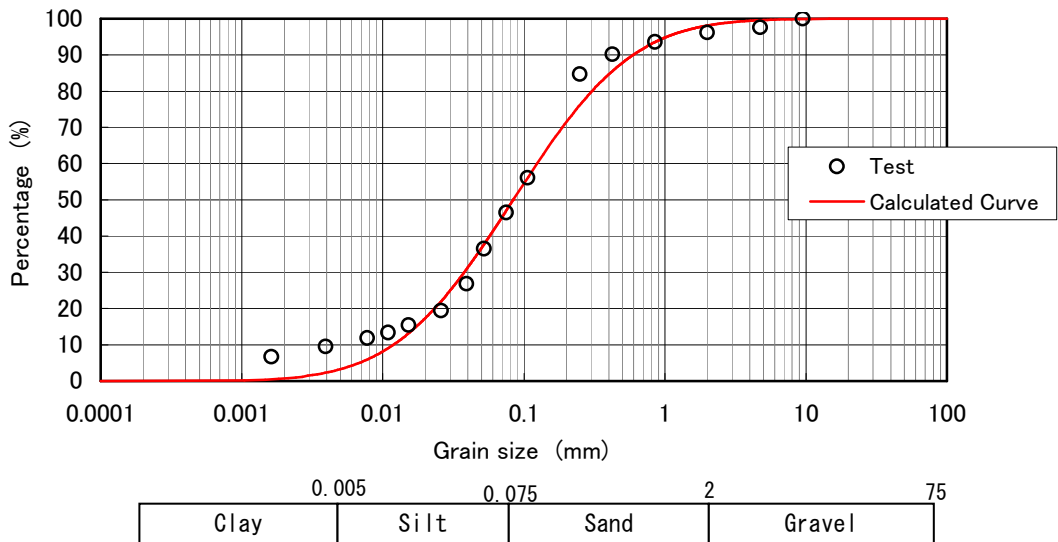


図 2.7 計算に用いられる粒径加積曲線(試料：川内川しらす)

$\ln D_s$ の平均 λ_s 、分散 ζ_s^2 と D_s の平均 μ_s 、分散 σ_s^2 との間には対数正規分布と正規分布の関係から次式が導かれる。

$$\lambda_s = \ln \mu_s - \frac{1}{2} \zeta_s^2 \quad (2.20)$$

$$\zeta_s^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_s^2}{\mu_s^2} \right) \quad (2.21)$$

式 (2.20) は粒径加積曲線の 50%通過粒径 D_{50} ($\ln D_{50} = \lambda_s$) と平均粒径 \bar{D} ($\bar{D} = \mu_s$) が異なることを示している。

しらすなどは多孔質であるため、豊浦砂(石英主体)などに比べると土粒子の強度が低く、外作用によって粒子破砕が生じる。粒子破砕を定量的に評価するために、外作用のエネルギーと対数正規分布の平均・分散の変化量との関係を明らかにしなければならない。

(2) 接点角分布

図 2.8 は写真 2.1 の試料(標本空間)から取り出した 2 つの隣接する土粒子と基準座標系を示している。2 つの隣接する土粒子には接点があり、接点では接平面が生じる。接平面の法線と基準座標軸のなす角のセット ($\beta_1, \beta_2, \beta_3$) が接点角となる。接点角 ($\beta_1, \beta_2, \beta_3$) の各成分は、式 (2.22) に示す方向余弦定理が成立するので、独立な接点角は 2 つとなる。

$$\cos^2 \beta_1 + \cos^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_3 = 1 \quad (2.22)$$

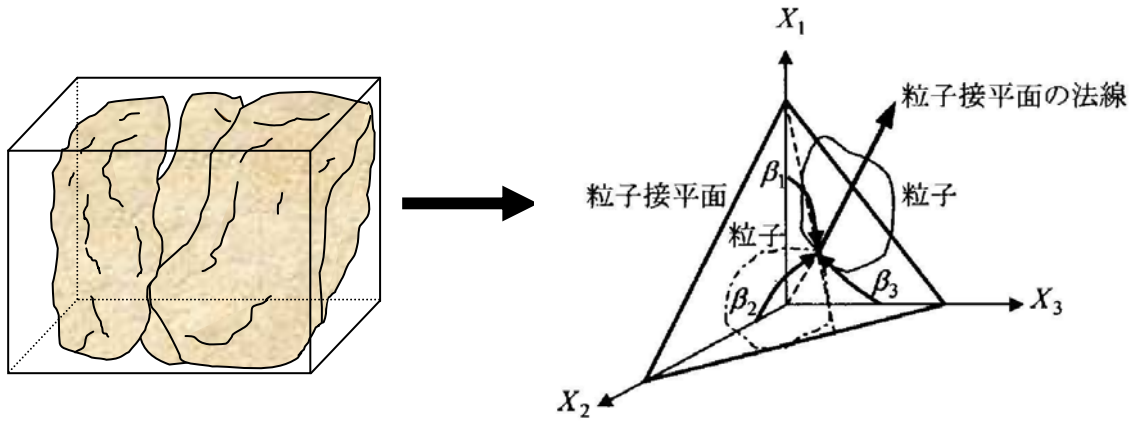


図 2.8 接点角の定義

さらに、二次元で考えると独立な接点角は鉛直方向の基準座標軸と接平面の法線とのなす角 β_1 のみとなる。以下、二次元での接点角分布を用いることにする。

Oda²⁾は、直径 5 cm、高さ 10cm の供試体をポリエステル樹脂で固め、0.04mm~0.07mm の厚さに薄く切った薄片で土粒子接点角を光学顕微鏡で測定した。得られたヒストグラム（頻度分布）が図 2.9 に示される。この結果より、接点角分布は図 2.10 に示す五角形分布をここでは仮定している。五角形の確率密度関数を規定するパラメータは五角形の最小高さ ζ_c 一つとなる。

五角形分布を式示すと次のようになる。

$-\pi/2 \leq \beta_1 \leq 0$ に対して

$$f_{\beta}(\beta_1) = \frac{2/\pi - 2 \cdot \zeta_c}{\pi/2} \cdot \beta_1 + \frac{2}{\pi} - \zeta_c \quad (2.23)$$

$0 \leq \beta_1 \leq \pi/2$ に対して

$$f_{\beta}(\beta_1) = -\frac{2/\pi - 2 \cdot \zeta_c}{\pi/2} \cdot \beta_1 + \frac{2}{\pi} - \zeta_c \quad (2.24)$$

後述(3.2 節)で述べる自重による粒子間力度の考え方を利用すると、接点角分布の確率密度関数を規定するパラメータ ζ_c を決定することができる。

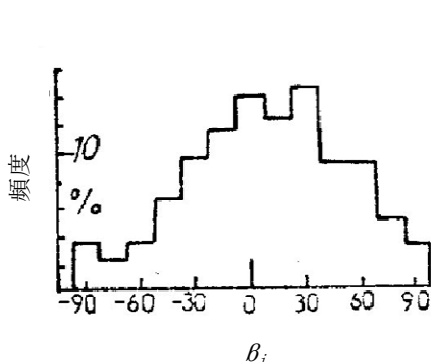


図 2.9 実測された接点角分布 (Oda²⁾ を加筆修正)

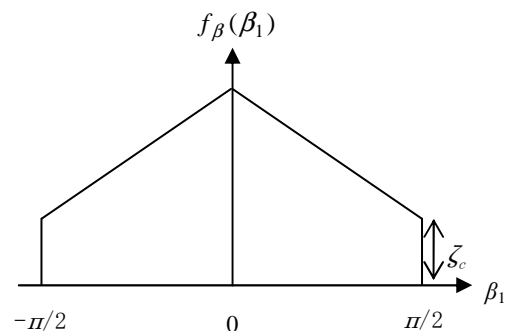


図 2.10 仮定した接点角分布

(3) 管の傾き分布

図 2.11 は、接する二粒子の接点角 β_1 と接平面を 2 次元の平面上に示している。図 2.3 に示した管の傾き (水の流れ方向) が接平面の方向と等しいと仮定すると、接点角分布と管の傾きの分布が等しくなる。

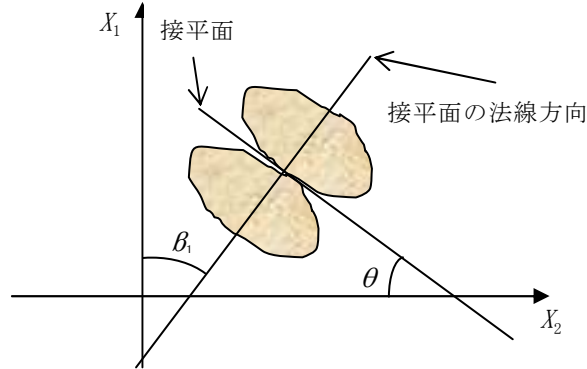


図 2.11 土粒子の接点角と接平面

よって、管の傾きの確率密度関数 $f_c(\theta)$ は、図 2.12、式(2.25)～式(2.26)のように表される。

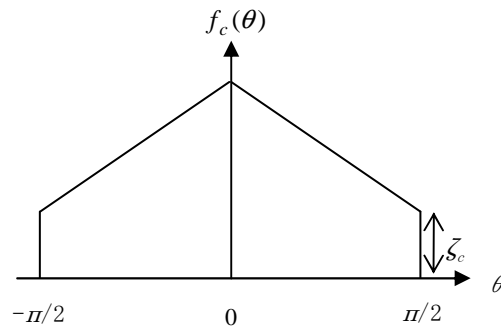


図 2.12 傾き θ の確率密度関数

$-\pi/2 \leq \theta \leq 0$ に対して

$$f_c(\theta) = \frac{2/\pi - 2 \cdot \zeta_c}{\pi/2} \cdot \theta + \frac{2}{\pi} - \zeta_c \quad (2.25)$$

$0 \leq \theta \leq \pi/2$ に対して

$$f_c(\theta) = -\frac{2/\pi - 2 \cdot \zeta_c}{\pi/2} \cdot \theta + \frac{2}{\pi} - \zeta_c \quad (2.26)$$

ここに、 ζ_c : 基本粒状体モデルにおける円管の傾き θ の確率密度関数の最低値。

ここで、土試料（標本空間）における基本粒状体（標本）には接点数がゼロの場合（土粒子実質部分のみ（ $\theta = 0$ 、 $D_v = 0 \sim \infty$ （最大粒径））、あるいは、間隙のみ（ $\theta = \pm(\pi/2)$ 、 $D_v = 0 \sim \infty$ （土試料の最大長））と接点数が 1 以上の場合がある。接点数が 1 の場合は接点角 β と基本粒状体モデル管の傾き θ とは一対一に対応する。接点数が 2 以上の場合、基本粒状体での卓越した流れ方向（代表値 θ_{cha} ）が基本粒状体モデルでの θ となる。これら（（ $\theta = 0$ 、 $D_v = 0 \sim \infty$ （最大粒径））、（ $\theta = \pm(\pi/2)$ 、 $D_v = 0 \sim \infty$ （土試料の最大長））、（代表値 θ_{cha} ））を総合的に勘案し、第一次近似として、基本粒状体モデルの管の傾きの分布は接点角分布と等しいとする。

式 (2.25)、(2.26) は、式 (2.23)、(2.24) と同様に二次元の分布形であるが、今後測定機器の発展に伴い、間隙構造に関する精度の高い情報が得られるようになれば、より信頼度の高い 3 次元分布形に修正することは可能である。

(4) 間隙径分布

固相の状態を反映した粒径分布に対応する液相・気相の状態は間隙径分布（管径 D_v の確率密度関数）によって表される。管径 D_v は、間隙の大きさを表すパラメータとなる。粒径分布と間隙径分布は、表裏一体のものであり、粒径分布が対数正規分布で表されることより、間隙径分布も対数正規分布で表されることが推測され、このことが実証されている³⁾。

間隙径分布が粒径分布と同様に対数正規分布であるとすると、その確率密度関数 $f_v(D_v)$ は次式で表される。

$$f_v(D_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_v \cdot D_v} \exp\left\{-\frac{(\ln D_v - \lambda_v)^2}{2\zeta_v^2}\right\} \quad (2.27)$$

ここに、 λ_v : $\ln D_v$ の平均、 ζ_v^2 : $\ln D_v$ の分散。

$\ln D_v$ の平均 λ_v 、分散 ζ_v^2 と D_v の平均 μ_v 、分散 σ_v^2 との間には次式の関係がある。

$$\lambda_v = \ln \mu_v - \frac{1}{2}\zeta_v^2 \quad (2.28)$$

$$\zeta_v^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_v^2}{\mu_v^2}\right) \quad (2.29)$$

図 2.13 に示すように、間隙径分布の分布関数が粒径分布の分布関数（粒径加積曲線）を平行移動したものであると仮定すると、それぞれの分布の変動係数 $\delta_{cov,sv}$ が等しくなる。すなわち、次式が成り立つ。

$$\delta_{\text{cov},sv} = \frac{\sigma_s}{\mu_s} = \frac{\sigma_v}{\mu_v} \quad (2.30)$$

ここに、 μ_s ：粒径 D_s の平均、

σ_s ：粒径 D_s の標準偏差、

μ_v ：管径 D_v の平均、

σ_v ：管径 D_v の標準偏差。

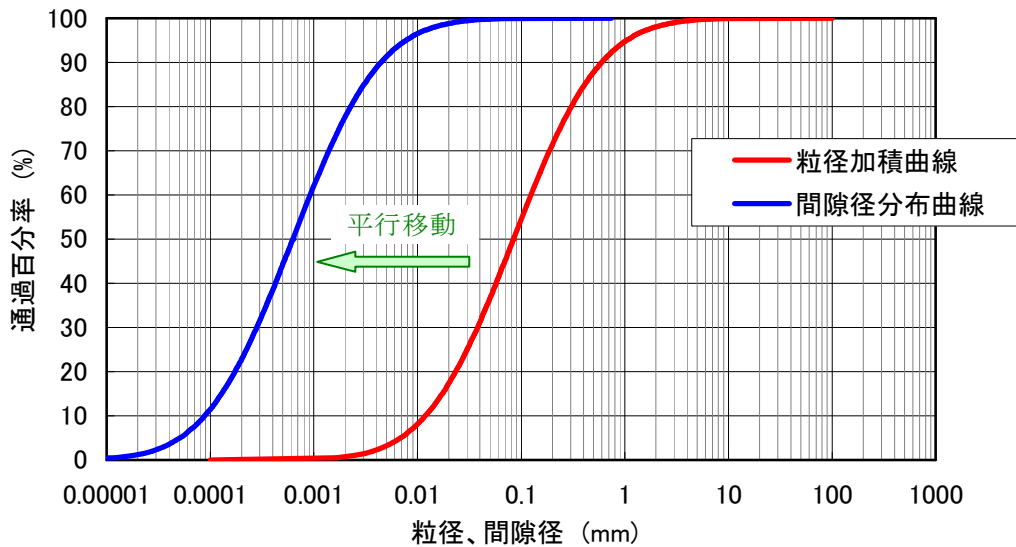


図 2.13 粒径と間隙径の分布を表す累積分布関数の関係

式(2.21)、式(2.29)、式(2.30)より、粒径分布と間隙径分布の変動係数が等しいということは、 $\zeta_s = \zeta_v$ を意味している。

式(2.14)で示した間隙モデルの間隙比 e は、式(2.25)、式(2.26)、式(2.27)を用いて次のように表される。

$$e = \bar{e}_e = \frac{E[V_{p,i}]}{E[V_{e,i} - V_{p,i}]} = \frac{\int_0^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V_p \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v}{\int_0^{\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (V_e - V_p) \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v} \quad (2.31)$$

式(2.31)に示す間隙径分布には2つの分布パラメータ λ_v 、 ζ_v が含まれる。2つの未知パラメータを決定するためには以下の2つの条件が必要である。

- ① 間隙径分布が粒径分布の変動係数と等しいとするものである(式(2.30)参照)。
- ② 土粒子密度試験、含水比試験、土の湿潤密度試験から得られる間隙比を既知な値とし、式(2.31)に代入すると、間隙径分布 $f_v(D_v)$ の平均 λ_v と標準偏差 ζ_v の具体値を逆算によって求める。

同様に、含水比 w も次式で表される。

$$\begin{aligned}
 w = \bar{w}_e &= \frac{E[M_{w,e,i}]}{E[M_{s,e,i}]} = \frac{\int_0^d \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \rho_w \cdot V_p \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v}{\int_0^\infty \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \rho_s \cdot (V_e - V_p) \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v} \\
 &= \frac{\rho_w \int_0^d \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V_p \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v}{\rho_s \int_0^\infty \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (V_e - V_p) \cdot f_v(D_v) \cdot f_c(\theta) \cdot d\theta \cdot dD_v} \tag{2.32}
 \end{aligned}$$

ここに、
 \bar{w}_e : 間隙モデルによる含水比、
 $E[M_{w,e,i}]$: 基本粒状体内の間隙水の平均質量、
 $E[M_{s,e,i}]$: 基本粒状体内の土粒子部分の平均質量、
 ρ_w : 水の密度、
 ρ_s : 土粒子の密度。

式(2.31)では、積分範囲が ∞ となっているが、式(2.32)においては有限値である d となっている。これは、図 2.5 で示したように基本粒状体モデルにおいて直径が $0 \sim d$ の管には間隙水が満たされ、 $d \sim \infty$ の管には、間隙空気が満たされていることを意味する。この d は、基本粒状体モデルの含水量を評価する代表的な指標であり、式(2.17)、式(2.18)に含まれる d に相当する。

含水比試験から得られる含水比を式(2.24)に代入し、 d を逆算している。

2.1.3 土の基本物理量の導出

2.1.2 節で設定した間隙比 e と含水比 w を用いて、以下のように土の基本物理量を導出することができる。

$$\text{飽和度 } S_r \text{ (無次元)} \quad S_r = \bar{S}_{r,e} = \frac{E[V_{w,e,i}]}{E[V_{v,e,i}]} = \frac{w}{e} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_w} \tag{2.33}$$

$$\text{湿潤密度 } \rho_t \text{ (g/cm}^3\text{)} \quad \rho_t = \bar{\rho}_{t,e} = \frac{E[M_{e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \frac{\rho_s + S_r \cdot e \cdot \rho_w}{1 + e} \tag{2.34}$$

$$\text{乾燥密度 } \rho_d (g/cm^3) \quad \rho_d = \bar{\rho}_{d,e} = \frac{E[M_{s,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \frac{\rho_s}{1+e} \quad (2.35)$$

$$\text{間隙率 } n \text{ (無次元)} \quad n = \bar{n}_e = \frac{E[V_{v,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \frac{e}{1+e} \quad (2.36)$$

$$\text{体積含水率 } w_v \text{ (無次元)} \quad w_v = \bar{w}_v = \frac{E[V_{w,e,i}]}{E[V_{e,i}]} = \frac{e}{1+e} \cdot S_r \quad (2.37)$$

ここに、
 $\bar{S}_{r,e}$: 間隙モデルによる含水比、
 $\bar{\rho}_{t,e}$: 間隙モデルによる湿潤密度、
 $\bar{\rho}_{d,e}$: 間隙モデルによる乾燥密度、
 \bar{n}_e : 間隙モデルによる間隙率、
 \bar{w}_v : 間隙モデルによる体積含水率、
 $E[V_{w,e,i}]$: 基本粒状体内の間隙水の平均体積、
 $E[V_{v,e,i}]$: 基本粒状体内の間隙(水+空気)部分の平均体積、
 $E[M_{e,i}]$: 基本粒状体内の平均質量、
 $E[V_{e,i}]$: 基本粒状体内の平均体積。

以上から、土の粒度試験、土粒子の密度試験、土の含水比試験、土の湿潤密度試験を行うことにより、土の基本的物理量および粒径分布、間隙径分布の確率密度関数を求めることができることがわかる。

2.2 単位体積当たりの粒子数

次章で述べる粒子間力・粒子間力度を導出するためには、単位体積当たりの粒子数、単位面積当たりの接点数、1粒子当たりの接点数を導出する必要がある。図2.14にそのイメージ図を示す。

図2.14(a)は、一辺が単位長さ（例えば、1cm）の立方体とそこに含まれる土粒子、図2.14(b)は、立方体のある断面での粒子接点、そして、図2.14(c)は、1粒子が周囲の粒子と接点を形成している模式図である。これらのパラメータは、粒径分布を用いて導出される。

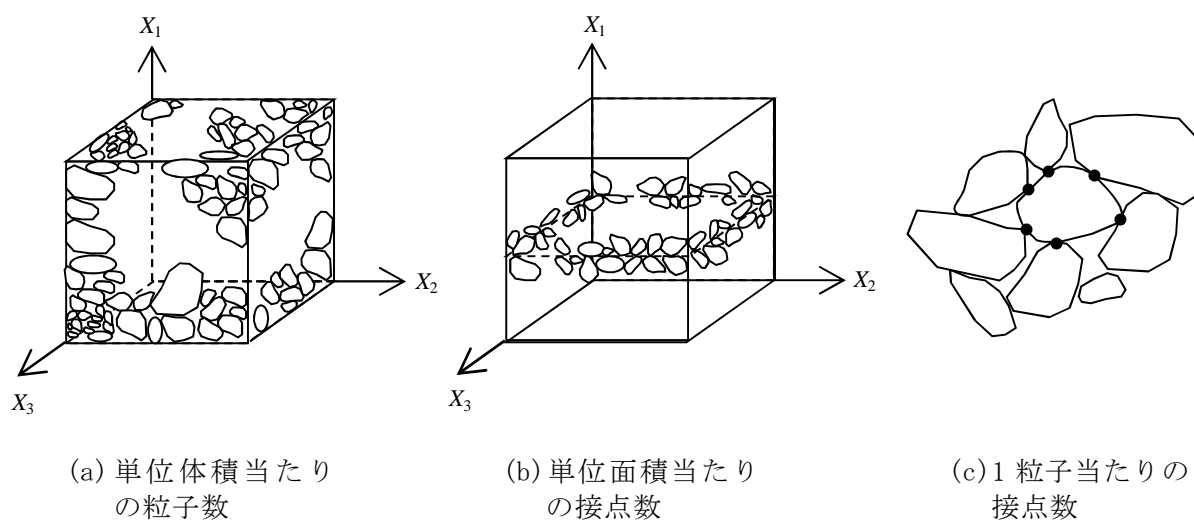


図 2.14 粒子数および粒子接点数のイメージ図

本節では、図2.14(a)に示される単位体積当たりの粒子数の算出方法を示す。図2.15は粒度試験により得られる粒径加積曲線において、通過質量百分率である縦軸を n 個（例えば、 $n=180$ ）に分割した i 番目の質量を $M_{s,i}$ とすると次式が成り立つ。

$$M_s = \sum_{i=1}^n M_{s,i} \quad (2.38)$$

ここに、 M_s : 図2.14(a)の立方体に含まれる土粒子の質量の総和、

$M_{s,i}$: i 番目の分割区間に含まれる土粒子の質量。

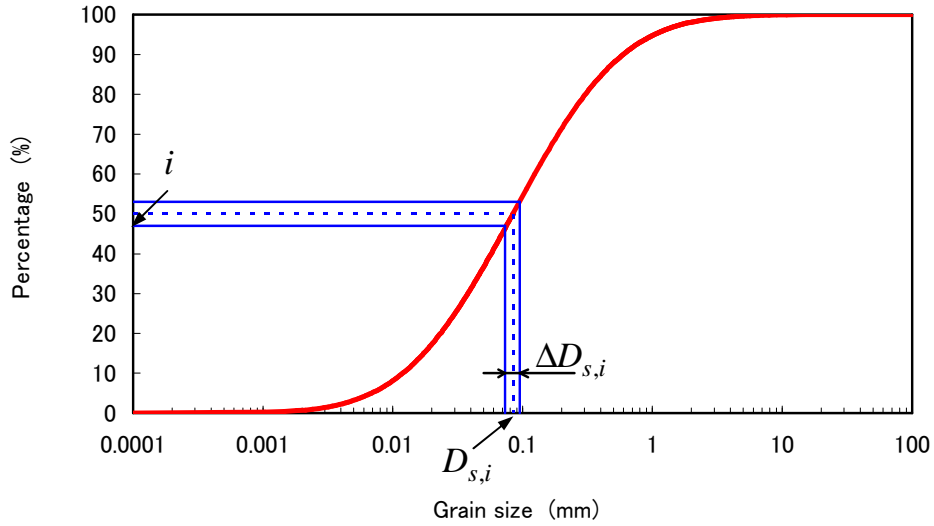


図 2.15 粒径加積曲線

M_s は間隙比 e 、土粒子の密度 ρ_s と次式の関係がある。

$$M_s = \frac{V}{1+e} \rho_s \quad (2.39)$$

ここに、 V : 一辺が単位長さの立方体の体積。

今、 V を単位体積 (= 1) とすると、式(2.39)は次のようになる。

$$M_s = \frac{1}{1+e} \rho_s \quad (2.40)$$

式(2.40)から、単位体積当たりの M_s は、乾燥密度 ρ_d に相当する。

粒径加積曲線から求められる i 番目の質量 $M_{s,i}$ に対応する粒径 $D_{s,i}$ の粒子数を N_i とすると次式が成り立つ。

$$M_{s,i} = N_i \cdot \frac{D_{s,i}^3}{6} \pi \cdot \rho_s \quad (2.41)$$

ここに、 $D_{s,i}$: i 番目の質量 $M_{s,i}$ に対応する粒径、
 N_i : i 番目の質量 $M_{s,i}$ に含まれる粒子数。

また、 $M_{s,i}$ は粒径に関する確率密度関数 $f_s(D_s)$ を用いると次式のようなになる。

$$M_{s,i} = M_s \cdot f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (2.42)$$

ここに、 $f_s(D_s)$: 粒径加積曲線から得られる粒径の確率密度関数。

式(2.41)、式(2.42)より、次式が導かれる。

$$N_i \cdot \frac{D_{s,i}^3}{6} \pi \cdot \rho_s = M_s \cdot f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (2.43)$$

式(2.43)に式(2.40)を代入すると、次式のようなになる。

$$N_i \cdot \frac{D_{s,i}^3}{6} \pi = \frac{1}{1+e} \cdot f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (2.44)$$

式(2.44)より、 N_i は次式のように求められる。

$$N_i = \frac{1}{1+e} \cdot \frac{6}{D_{s,i}^3 \cdot \pi} f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (2.45)$$

図 2.14(a)に示した立方体に含まれる粒子数を N とすると、 N_i とは次式のような関係が成り立つ。

$$N = \sum_{i=1}^n N_i = \frac{1}{1+e} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{6}{D_{s,i}^3 \cdot \pi} f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (2.46)$$

式(2.46)の右辺に含まれる間隙比 e 、粒径の確率密度関数 $f_s(D_s)$ は、間隙モデルにおいて基本物理量を算出する際に用いている既知量であり、式(2.46)を用いて立方体に含まれる粒子数 N が導出される。

本節では単位体積当たりの粒子数 N を導出する手順をわかりやすく説明するため、粒径加積曲線の縦軸を分割する手法を示したが、実際の単位体積当たりの粒子数 N を導出する数値計算では普通目盛とした横軸を n 個に分割している。

本節で求めた単位体積当たりの粒子数が、次節で述べる単位体積当たり接点数および単位面積当たりの接点数の基本パラメータとなる。

2.3 単位面積当たりの粒子接点数

図 2.14(c)に示す 1 粒子当たりの接点数 C_a は Field⁴⁾が提案した経験式を用いることにする。

$$C_a = \frac{12}{1+e} \quad (2.47)$$

ここに、 C_a : 1 粒子当たりの接点数、

e : 間隙モデルより算出される間隙比。

単位体積当たりの接点数 N_{cv} は、単位体積当たりの粒子数 N と 1 粒子当たりの接点数 C_a を用いて、次式のように表される。

$$N_{cv} = \frac{C_a}{2} \cdot N \quad (2.48)$$

ここに、 N_{cv} : 単位体積当たりの接点数、

N : 単位体積当たりの粒子数。

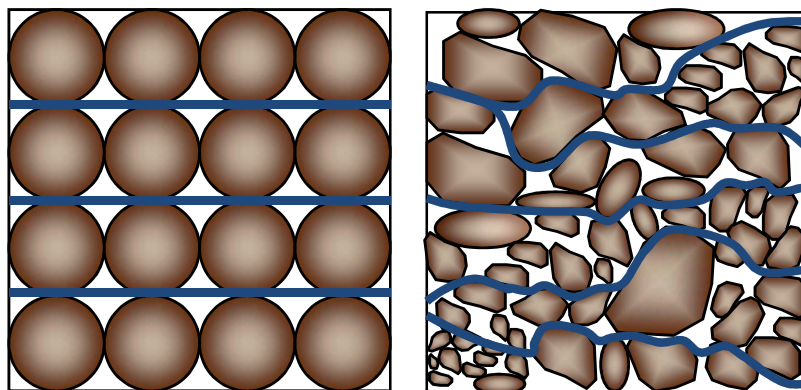
単位体積当たりの接点数 N_{cv} と単位面積当たりの接点数 N_{ca} を関係づけるためには代表粒径 D_{cha} の概念が必要である。図 2.16 は代表粒径を考えるために用いられる。すなわち、図 2.16(a) は一様球の simple cubic packing を示しており、この場合の代表粒径 D_{cha} は一様球の直径 (粒径) となる。代表粒径 D_{cha} の算出法は、次節で示す。この場合の一辺の長さ l が単位長さ (例えば、1 cm) 立方体の層数 N_l は次式で求められる。

$$N_l = \frac{l}{D_{cha}} = \frac{1}{D_{cha}} \quad (2.49)$$

図 2.16(a) の状態であると、 $1 + \cos \beta_1 = 2$ ($\beta_1 = 90^\circ$) となる。

式(2.48)、式(2.49)を用いると、単位体積当たり接点数 N_{cv} と単位面積当たりの接点数 N_{ca} は、代表粒径 D_{cha} を介して次式のように関係づけられる。

$$N_{ca} = \frac{N_{cv}}{N_l} = N_{cv} \cdot D_{cha} = \frac{C_a}{2} \cdot N \cdot D_{cha} \quad (2.50)$$



(a) 一様球の
simple cubic packing

(b) 形状・大きさが
ランダムな粒子

図 2.16 代表粒径 D_{cha} と層数 N_l の関係を示した概念図

2.4 代表粒径

代表粒径とは、ある力学挙動を平均的に表わすことのできる代表的な粒径でなければならない。図 2.17 は、突固めによる締固め試験のモールドに含まれる土粒子からなる柱を示している。単位体積に含まれる N 個の土粒子の粒径を代表粒径に置き換え、代表粒径 D_{cha} を有する球が基準面から鉛直方向に高さ h_{up} まで積み上げられた状態を考える。基準面での単位面積当たりの鉛直方向の力の釣り合いは次式のようになる。

$$\rho_d \cdot g \cdot h_{up} = \rho_s \cdot g \cdot \frac{D_{cha}^3 \pi}{6} N \cdot h_{up} \quad (2.51)$$

ここに、 ρ_d : 乾燥密度、
 h_{up} : 土被り深さ、
 ρ_s : 土粒子の密度、
 N : 単位体積当たりの粒子数。

式(2.43)を D_{cha} について整理すると次式が得られる。

$$D_{cha} = \left(\frac{6\rho_d}{\pi \cdot N \cdot \rho_s} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.52)$$

乾燥密度 ρ_d は次式のように定義される。

$$\rho_d = \frac{\rho_s}{1+e} \quad (2.53)$$

従って、式(2.44)は次のようになる。

$$D_{cha} = \left(\frac{6}{\pi \cdot N \cdot (1+e)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.54)$$

式(2.54)に含まれる間隙比 e は、土粒子の密度試験と湿潤密度試験から得られる。単位体積に含まれる粒子数 N は粒径加積曲線を対数正規分布近似した 2 つのパラメータ λ_s 、 ζ_s 、間隙比 e を式(2.46)に入力することによって導出される。なお、2.1 節に示した基本粒状体（立方体）の一辺の長さは、式(2.54)で求められる代表粒径 D_{cha} に等しいとしている。

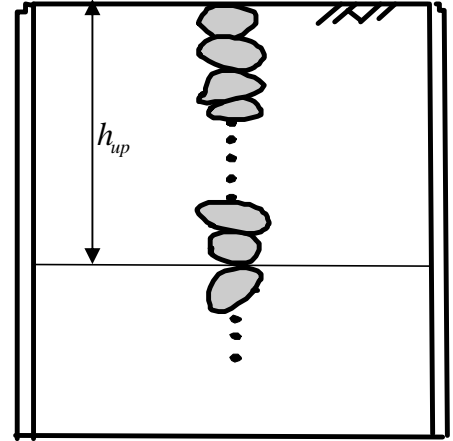


図 2.17 締固め試験モールド内の土粒子

2.5 本章のまとめ

本章では、形状・大きさの不均一な土の状態を表現するため、確率分布（確率密度関数）を用いた具体的な関数モデルを示した。また、粒子間力と粒子間力度を導出するために必要な単位体積当たりの粒子数・接点数、単位面積当たりの接点数、1粒子当たりの接点数を、代表粒径を用いて関連付けた。図 2.18 は、それらを求める手順を示したフローチャートである。

粒径分布は、粒度試験から求められ、間隙径分布は粒度試験から得られる変動係数と土粒子密度試験、含水比試験、土の湿潤密度試験から得られる間隙比を用いて逆算によって求められる。接点角分布は Oda²⁾の実験結果を参考にして五角形分布、管の傾き分布は接点角分布を同じとしている。また、単位体積当たりの粒子数や代表粒径も粒径分布と間隙比から求められる。以上から、間隙モデルにおいて、粒度試験、土粒子密度試験、含水比試験、土の湿潤密度試験は、基本条件を設定するためのキーとなる土質試験であることがわかる。

式(2.38)、式(2.46)をみると、単位体積当たりの粒子数 N と代表粒径 D_{cha} は、間隙比 e に依存して変化することがわかる。よって、代表粒径とは、土試料が与えられ、その試料を用いてある与えられた間隙比で作製された供試体の単位体積当たりの粒子数、単位体積当たりの接点数、単位面積当たりの接点数、一粒子当たりの接点数を関連づけるパラメータを意味している。

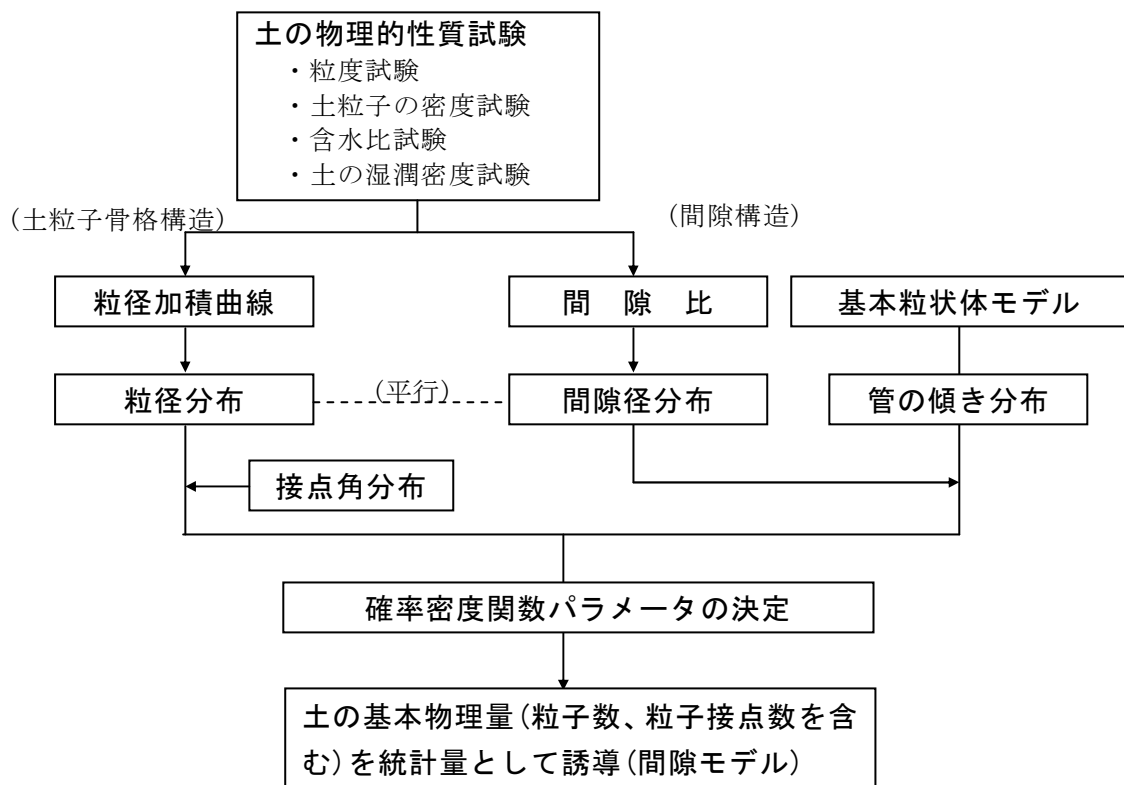


図 2.18 確率密度関数の導出手順

【参考文献】

- 1) 地盤工学会 地盤調査法改訂編集委員会：地盤材料試験の方法と解説-2分冊の1-, pp. 29-31, 2009.
- 2) Oda M. : Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, Soils and Foundations, Vol.12, No.1, 17-36, 1972.
- 3) 宇野尚雄, 神谷浩二, 田中宏路:「空気圧入法」と「水分法」による砂の間隙径分布, 土木学会論文集 No. 603 III-44, pp. 35-44, 1998.
- 4) Field, W. G. :Towards the statistical definition of a granular mass, Proc. 4th A and N. Z. Conf. on SMFE, pp. 143-148, 1963.

第3章 粒子間力・粒子間力度の導出

本研究では、単位体積当たりの粒子数、単位面積当たりの粒子接点数、1粒子当たりの接点数を基本物理量として、土粒子レベルでの力学的考察に基づいた土(不飽和土)に固有な力学体系の構築を試みている。本章では、土粒子レベルから誘導される粒子間力と粒子間力度との関係を示す。先行して従来の土質力学で用いられてきている有効応力と外力による粒子間力の関係について述べる。

3.1 飽和度と不飽和土の有効応力

(1) 飽和度の有効応力

従来の土質力学で用いられてきている飽和土の有効応力式に Terzaghi¹⁾ が提案した式があり、次式のように表される。

$$\sigma = \sigma' + u \quad (3.1)$$

ここに、 σ : 全応力、
 σ' : 有効応力、
 u : 間隙水圧。

図 3.1 は、飽和土の有効応力式の物理的な意味を考える時に土質力学の参考書²⁾によく使われる図である。図 3.1 に示す外力度 σ (従来の土質力学の応力に相当) によって a-a' 断面での接点に生じた粒子間力、間隙水圧との力の釣合いを考えると、次式のようなになる。

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n F_{ext,i} + u \left(S - \sum_{i=1}^n a_i \right) \quad (3.2)$$

ここに、 σ : 外力度、
 $F_{ext,i}$: 外力度 σ によって接点 i で生じている粒子間力、
 S : a-a' 断面の面積、
 a_i : 接点での接触面積、
 n : a-a' 断面に含まれる接点数。

式(3.2)の両辺を S で割ると、次式となる。

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ext,i}}{S} + u \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{S} \right) \quad (3.3)$$

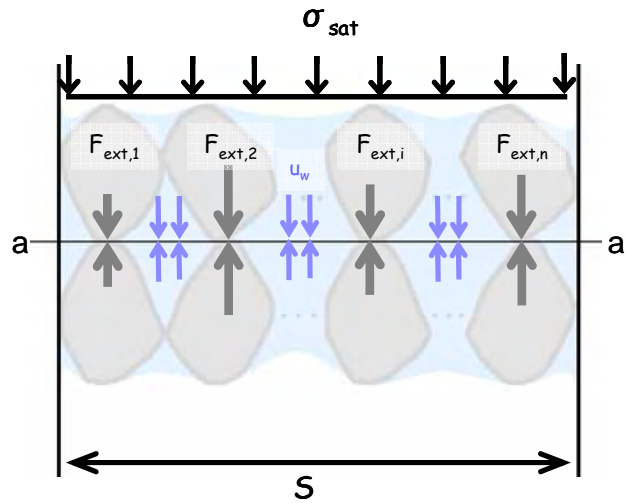


図 3.1 飽和度の有効応力と粒子間力の関係

式(3.3)において、 $\sum_{i=1}^n F_{ext,i} / S$ は単位面積当たりの粒子間力(粒子間力度)、 n/S は単位面積当たりの接点数 N_{ca} (式(2.42)参照) に相当する。

接点での接触面積 a_i は極微小であるとする、 $\sum_{i=1}^n a_i / S \cong 0$ となることから次式が導かれる。

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ext,i}}{S} + u \quad (3.4)$$

式(3.4)において、土塊に作用する外圧 σ を全応力、接点で発生している粒子間力の総和を断面積で除した $\sum_{i=1}^n F_{ext,i} / S$ を有効応力 σ' とすると、式(3.4)は、式(3.1)と等しくなる。すなわち、飽和土の有効応力はある断面(ここでは、図 3.1 に示された a-a' 断面)での単位面積当たりの平均的な粒子間力(粒子間力度)となっていることがわかる。

$$\sigma' = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ext,i}}{S} = \frac{n \cdot E[F_{ext,i}]}{S} \quad (3.5)$$

ここに、 $E[F_{ext,i}]$: 粒子接点数 n 個に作用している粒子間力 $F_{ext,i}$ の平均。

(2) 不飽和土の有効応力

不飽和土の有効応力式としては、次式で示される Bishop の有効応力式³⁾が一般的に取り扱われている。

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (3.6)$$

ここに、 σ' : 有効応力、

σ : 全応力、

u_a : 間隙空気圧、

u_w : 間隙水圧、

χ : 飽和度に依存するパラメータ。

式(3.6)に示す不飽和土の有効応力は、二つの応力成分、 $(\sigma - u_a)$ と $(u_a - u_w)$ から成り立っている。ここで、 $(\sigma - u_a)$ は基底応力(net stress)と呼ばれ、 $(u_a - u_w)$ はマトリックスサクションである。

図 3.2 は、図 3.1 を不飽和土に対応させた模式図である。すなわち、図 3.1 では a-a' 断面には間隙水圧のみが作用していたが、図 3.2 では a-a' 断面に大きさの異なる間隙空気圧と間隙水圧（間隙空気圧 > 間隙水圧）が作用している。図 3.2 の a-a' 断面での力の釣合いを考えると、次式のようなになる。

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n (F_{ext,i} + F_{int,i}) + u_a \cdot S_a + u_w \cdot S_w \quad (3.7)$$

ここに、 σ : 外圧、

$F_{ext,i}$: 外圧によって接点で生じている粒子間力、

$F_{int,i}$: 内力によって接点で生じている粒子間力、

S : a-a' 断面の面積、

S_a : a-a' 断面で間隙空気圧が作用している面積、

S_w : a-a' 断面で間隙水圧が作用している面積、

n : a-a' 断面に含まれる接点数。

断面面積 S 、 S_a 、 S_w の間には次の関係がある。

$$S = S_a + S_w + \sum_{i=1}^n a_i \quad (3.8)$$

ここに、 a_i : 接点 i での接触面積

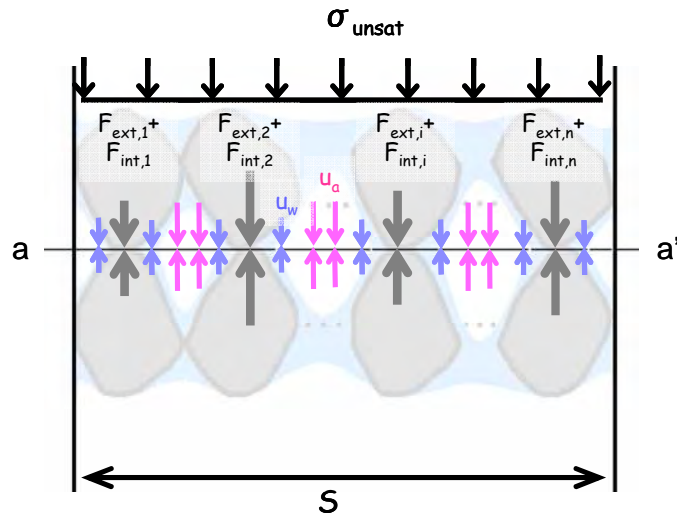


図 3.2 不飽和土の有効応力と粒子間力の関係

a-a' 断面で間隙水圧の作用している面積と全断面積の比 S_w/S を χ とし、飽和土の有効応力式と同様に、 $\sum_{i=1}^n a_i = 0$ とすると次式が導かれる。

$$\sigma \cdot S = \sum_{i=1}^n (F_{ext,i} + F_{int,i}) + u_a (1 - \chi) \cdot S + u_w \cdot \chi \cdot S \quad (3.9)$$

式(3.9)の両辺を S で割ると、次式となる。

$$\sigma = \sum_{i=1}^n (F_{ext,i} + F_{int,i}) / S + u_a (1 - \chi) + \chi \cdot u_w \quad (3.10)$$

式(3.10)を変形すると、次式となる。

$$\sum_{i=1}^n (F_{ext,i} + F_{int,i}) / S = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (3.11)$$

式(3.11)において、土塊に作用する外圧を全応力 σ とし、土粒子接点で発生している粒子間力の総和を断面積で除した $\sum_{i=1}^n (F_{ext,i} + F_{int,i}) / S$ を有効応力 σ' とすると式(3.6)と等しくなる。すなわち、不飽和土に対する Bishop の有効応力はある断面（ここでは、図 3.2 に示された a-a' 断面）での外圧と内力によって生じた単位面積当たりの平均的な粒子間力となっている。

式(3.6)中に示される飽和度に依存するパラメータ χ は、飽和土・不飽和土のせん断試験を行って求めることになるが、その手順は煩雑であるため、 $\chi = S_r$ (飽和度)と仮定して理論展開を行う場合が多いが、実験結果は非線形な関係を示している。さらには、 $\chi = S_r$ することは図 3.2 における面積比 S_w/S を体積比 V_w/V_v と仮定 (二次元を三次元に拡張) していることを意味しており、安易に $\chi = S_r$ (飽和度)を仮定することは避けるべきである。さらには、式 (3.6) は全応力と有効応力の関係を示しているのではなく、応力と体積の関係を示す構成式となっていることを意味している。

図 3.1 や図 3.2 は、飽和土・不飽和土の有効応力式を導くための模式図であり、実際の土の状態を正確に表現しているものではない。具体的には図 3.1 に示される a-a' 断面という平面上に接点が並ぶことは、一様球の simple cubic packing 以外では考えられなく、種々の形状・大きさを持つ土粒子では皆無である。

言い換えれば、単位面積当たりの平均的な粒子間力を定義するためには、a-a' 断面を曲面とし、曲面の凸凹の高さを考慮した評価法が必要となる。凹凸の高さは、2章で説明した単位体積当たりの接点数 N_{cv} と単位面積当たりの接点数 N_{ca} を関連づけるために導入された代表粒径 D_{cha} と関連していると考えられる。つまり、曲面の上端と下端の幅が式 (2.46) で定義される代表粒径 D_{cha} と見なされる。

3.2 粒子間力・粒子間力度

粒子間力(inter-particle force)とは、外力および内力(表面張力、自重等)によって粒子間に発生する力である。粒子間力度(inter-particle stress)は、単位面積当たりの粒子間力の合力のことである。

平衡状態にある不飽和土中において、図2.10に示すような接点角が β_1 である接点 i で発生する粒子間力 $\vec{F}_{\beta_1,i}$ は、一般に次のように表される。

$$\vec{F}_{\beta_1,i} = \vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \vec{F}_{matr,\beta_1,i} + \vec{F}_{osmo,\beta_1,i} + \vec{F}_{grav,\beta_1,i} + \vec{F}_{phyche,\beta_1,i} \quad (3.12)$$

ここに、 $\vec{F}_{\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で生じる粒子間力(ベクトル)、

$\vec{F}_{ext,\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で外力によって生じる粒子間力(ベクトル)、

$\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で表面張力によって生じる粒子間力(ベクトル)、

$\vec{F}_{osmo,\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で浸透圧によって生じる粒子間力(ベクトル)、

$\vec{F}_{grav,\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で重力によって生じる粒子間力(ベクトル)、

$\vec{F}_{phyche,\beta_1,i}$: 接点角が β_1 である接点 i で物理・化学的力によって生じる粒子間力(ベクトル)。

式(3.12)において、 $\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$ 、 $\vec{F}_{osmo,\beta_1,i}$ 、 $\vec{F}_{phyche,\beta_1,i}$ は接平面に垂直に作用し（すなわち、接線力はゼロ）、 $\vec{F}_{grav,\beta_1,i}$ の作用方向は、常に鉛直方向である。動水勾配がある場合（間隙水圧が静水圧でない場合）には不飽和土中に間隙水の流れによって生じる粒子間力 $\vec{F}_{seep,\beta_1,i}$ が付け加えられる。

同様に単位面積当たりの粒子間合力、つまり粒子間力度も次式のように表される。

$$\vec{F}_{\beta_1} = \vec{F}_{ext,\beta_1} + \vec{F}_{matr,\beta_1} + \vec{F}_{osmo,\beta_1} + \vec{F}_{grav,\beta_1} + \vec{F}_{phyche,\beta_1} \quad (3.13)$$

ここに、 \vec{F}_{β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において生じる粒子間力度(ベクトル)、

\vec{F}_{ext,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において外力によって生じる粒子間力度(ベクトル)、

\vec{F}_{matr,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において表面張力によって生じる粒子間力度(ベクトル)、

\vec{F}_{osmo,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において浸透圧によって生じる粒子間力度(ベクトル)、

\vec{F}_{grav,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において重力によって生じる粒子間力度(ベクトル)、

\vec{F}_{phyche,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上において物理化学的な力によって生じる
粒子間力度(ベクトル)、

本研究では、主にしらす等の砂質土を対象としている。砂質土では、 $\vec{F}_{osmo,\beta_1,i}$ 、 $\vec{F}_{phyche,\beta_1,i}$ は他の成分に比較すると微小であるので、以下では省略するものとし、式(3.12)は次のように書き直される。

$$\vec{F}_{\beta_1,i} = \vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \vec{F}_{matr,\beta_1,i} + \vec{F}_{grav,\beta_1,i} \quad (3.14)$$

接点角が β_1 である単位面積当たりの接点数 N_{ca,β_1} を用いることで、接点角が β_1 である粒子間力 $\vec{F}_{\beta_1,i}$ と粒子間力度 \vec{F}_{β_1} は、次式のように関係付けられる。

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\beta_1} &= \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{\beta_1,i} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \left(\vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \vec{F}_{matr,\beta_1,i} + \vec{F}_{grav,\beta_1,i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} + \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{grav,\beta_1,i} \\ &= \vec{F}_{ext,\beta_1} + \vec{F}_{matr,\beta_1} + \vec{F}_{grav,\beta_1} \end{aligned} \quad (3.15)$$

ここに、 N_{ca,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上における単位面積当たりの接点数。

以下に、外圧による粒子間力度、表面張力によって生じる粒子間力度、自重によって生じる粒子間力度について説明を行う。また、浸透力によって生じる粒子間力度についても併せて示す。

3.2.1 外圧による粒子間力・粒子間力度

図 3.3(a) は、 $a-a'$ 斜面の法線と y 軸とのなす角が β_1 、斜辺長さが l の微小三角形要素での応力状態を示している。斜面の法線と ψ の角を有する応力度 σ が斜面上に生じているとする。 y 軸、 x 軸方向の主応力をそれぞれ σ_1 、 σ_3 とすると（ここでは、鉛直方向を y 軸方向、水平方向を x 軸方向としている）、応力度 σ の方向の力の釣り合いは次式のように表される。

$$\sigma \cdot l = \sigma_1 \cdot l \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \psi) + \sigma_3 \cdot l \cdot \cos \beta_2 \cdot \cos(\beta_2 + \psi) \quad (3.16)$$

ここに、 σ : 斜面上に作用している応力度、

σ_1 、 σ_3 : 主応力(鉛直(y)方向 ; σ_1 、水平(x)方向 ; σ_3 とする)、

l : 斜面長、

β_1 : 斜面の法線と y 軸とのなす角、

ψ : 斜面の法線となす角。

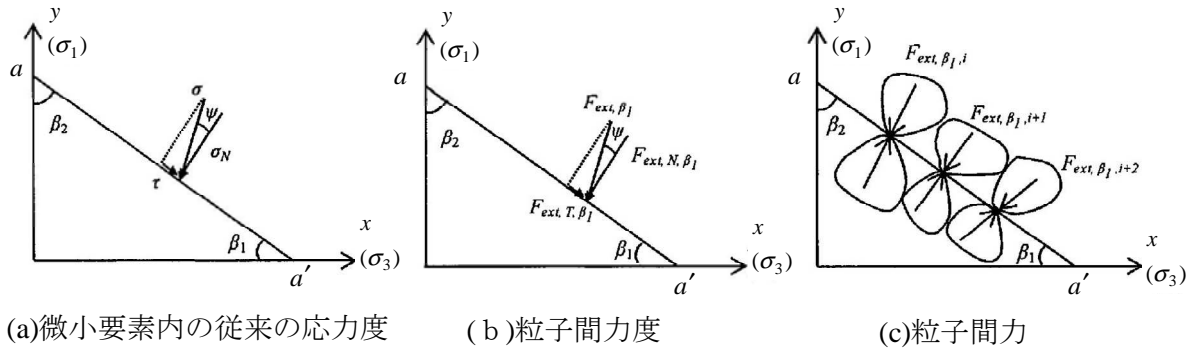


図 3.3 従来の応力、粒子間力度、粒子間力の関係

式(3.16)の両辺を l で割ると、次式が導かれる。

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \psi) + \sigma_3 \cdot \cos \beta_2 \cdot \cos(\beta_2 + \psi) \quad (3.17)$$

式(3.17)は水平面と角度 β_1 をなすある面 ($a-a'$ 面 : y 軸と角度 β_1 の法線をもつ平面に相当) に生じた応力 σ ($a-a'$ 面に角度 ψ で発生) と主応力 σ_1 、 σ_3 の関係を示している。従来、図 3.3 に用いられている主応力 σ_1 と σ_3 は、外圧を意味している。

図 3.3(b) は、微小な三角形要素(連続体)の応力を粒子間力度に置き換えたものであり、図 3.3(c) は粒子間力を模式的に示したものである。図 3.3(b) のような接点角が β_1 である接平面上において、単位面積当りに含まれる接点で外力によって生じる ψ_{ext} ($-\pi/2 \leq \psi_{ext} \leq \pi/2$) 方向の粒子間力の平均 $E[\vec{F}_{ext, \beta_1, \psi_{ext}, i}]$ と粒子間力度 \vec{F}_{ext, β_1} の関係は、次式のように表される。

$$\vec{F}_{ext,\beta_1} = N_{ca,\beta_1} \cdot E[\vec{F}_{ext,\beta_1,\psi_{ext},i}] \quad (3.18)$$

ここに、 \vec{F}_{ext,β_1} : 外力によって接点角 β_1 の接平面に生じる粒子間力度、
 $E[\vec{F}_{ext,\beta_1,\psi_{ext},i}]$: 外力によって接点角 β_1 の接平面に生じる粒子間力の平均、
 N_{ca,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上における単位面積当たりの粒子接点数。

式(3.18)中に示される接点角 β_1 である接平面上の単位面積当たりの粒子接点数は、次式で表される。

$$N_{ca,\beta_1} = N_{ca} \cdot f_\beta(\beta_1) \cdot \Delta\beta_1 \quad (3.19)$$

ここに、 N_{ca} : 式(2.50)より算出される水平面における単位面積当たりの粒子接点数、
 $f_\beta(\beta_1)$: 接点角の分布関数。

ここで、粒子間力の作用する方向である ψ_{ext} の分布を表す確率密度関数を $f_\beta(\psi_{ext})$ とすると、式(3.18)は、式(3.17)を利用して、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \vec{F}_{ext,\beta_1} &= N_{ca,\beta_1} \cdot E[\vec{F}_{ext,\beta_1,\psi_{ext},i}] \\ &= N_{ca,\beta_1} \cdot \frac{1}{N_{ca,\beta_1}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \{\sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \psi_{ext}) + \sigma_3 \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \psi_{ext})\} \cdot f_\beta(\psi_{ext}) \cdot d\psi_{ext} \\ &= \sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext}) + \sigma_3 \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

ここに、 σ_1 、 σ_3 : 外力(=鉛直方向と水平方向に作用する主応力)、

β_1 : 接点角(接平面の法線と y 軸とのなす角)、

ψ_{ext} : 粒子間力の作用する角度(接平面の法線となす角)、

$\bar{\psi}_{ext}$: 粒子間力の作用する角度(接平面の法線となす角)の平均、

また、式(3.20)中に示される接平面の法線となす角 ψ_{ext} の平均は、次式のように表される。

$$\bar{\psi}_{ext} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \psi_{ext} \cdot P_\beta(\psi_{ext}) \cdot d\psi_{ext} \quad (3.21)$$

$$\tan \bar{\psi}_{ext} = \frac{\tau_{\beta_1}}{\sigma_{N,\beta_1}} \quad (3.22)$$

ここに、 τ_{β_1} : 外力(主応力) σ_1 、 σ_3 の作用に伴う接点角 β_1 である接平面上のせん断応力度、

σ_{N,β_1} : 外力(主応力) σ_1 、 σ_3 の作用に伴う接点角 β_1 である接平面上の垂直応力度。

式 (3.20) は、主応力の方向が鉛直・水平方向の場合の外力による粒子間力度と主応力の関係を示している。主応力の方向が鉛直・水平方向でない場合には用極法を用いたさらなる変換式を付け加えることによって、外力による粒子間力度と主応力を関係づけることが可能である。

式(3.20)で示される接点角が β_1 である接平面に作用している粒子間力度 \vec{F}_{ext,β_1} の法線成分 $\vec{F}_{ext,\beta_1,N}$ と接線成分 $\vec{F}_{ext,\beta_1,T}$ は次式のように関連付けられる。

$$\text{(法線成分)} \quad \vec{F}_{ext,\beta_1,N} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \cos \bar{\psi}_{ext} = \sigma_{N,\beta_1} \quad (3.23)$$

$$\text{(接線成分)} \quad \vec{F}_{ext,\beta_1,T} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \sin \bar{\psi}_{ext} = \tau_{\beta_1} \quad (3.24)$$

以上より、外力(主応力)、が与えられると用極法を用いて τ_{β_1} と σ_{N,β_1} を導き、式(3.20)、式(3.22) および式(3.23)、式(3.24)を用いることで、外力による粒子間力度を算出することができる。

ここで、用極法を用いた平面ひずみ外力による応力度について考える。

図 3.4 に示すように、外力が作用することで地盤内の任意の地点(要素)に誘起される応力度は、 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 、 τ_{yx} の4成分からなる。ここで、 σ_x 、 σ_y は、それぞれ要素の鉛直面と水平面に作用する垂直応力度であり、 τ_{xy} 、 τ_{yx} は、それぞれ要素の鉛直面と水平面に作用するせん断応力度である。ただし、 xy 座標の正方向を向いた面のせん断応力度は、もう一つの座標の負の方向へ働くもの(正)とする。

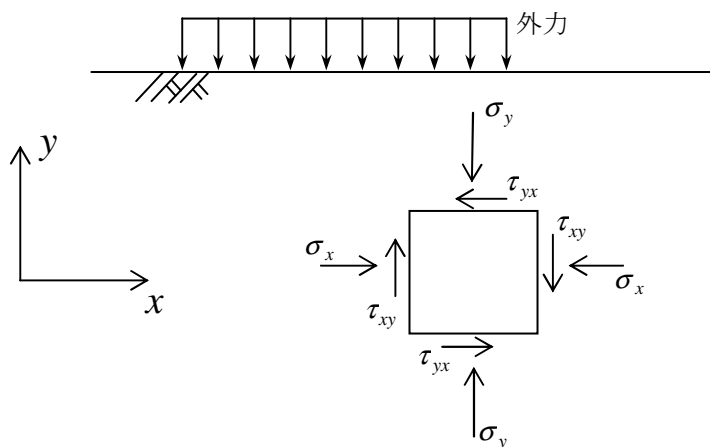


図 3.4 外力により生じる応力

図 3.4 に示す要素内のある接平面(すべり面)に作用する応力度の成分は、接平面の方向が変わると変化する。そこで、図 3.5 に示すように鉛直軸と角度 β_1 をなす法線をもつ接平面を考え、そこに作用する垂直応力度 σ_{N,β_1} とせん断応力度 τ_{β_1} を求める。

図 3.5 に示す状態において、 x 軸方向と y 軸方向の応力度のつりあい式を考えると次式のようになる。

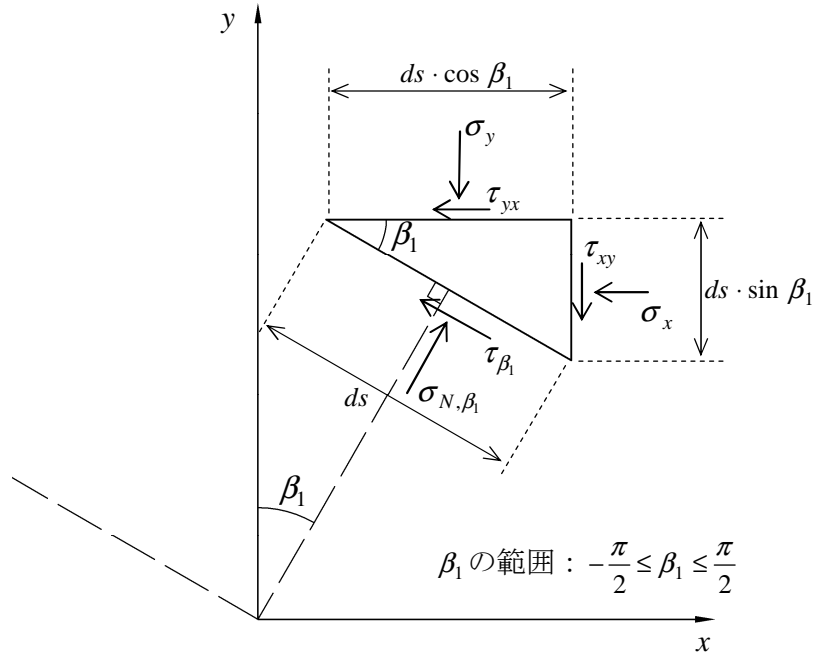


図 3.5 接平面上における応力度成分の関係

$$x \text{ 軸方向} \quad \sigma_{N, \beta_1} \cdot \sin \beta_1 \cdot ds - \tau_{\beta_1} \cdot \cos \beta_1 \cdot ds - \sigma_x \cdot ds \cdot \sin \beta_1 - \tau_{yx} \cdot ds \cdot \cos \beta_1 = 0 \quad (3.25)$$

$$y \text{ 軸方向} \quad \sigma_{N, \beta_1} \cdot \cos \beta_1 \cdot ds + \tau_{\beta_1} \cdot \sin \beta_1 \cdot ds - \sigma_y \cdot ds \cdot \cos \beta_1 - \tau_{xy} \cdot ds \cdot \sin \beta_1 = 0 \quad (3.26)$$

ここに、 σ_{N, β_1} : 接平面に作用する法線方向の応力度(垂直応力度)、
 τ_{β_1} : 接平面に作用する接線方向の応力度(せん断応力度)、
 β_1 : 接平面の法線が鉛直軸となす角、
 ds : 接平面の長さ、
 σ_y 、 σ_x : 外力によって誘起された要素の水平面と鉛直面に作用する垂直応力度、
 τ_{xy} 、 τ_{yx} : 外力によって誘起された要素の水平面と鉛直面に作用するせん断応力度。

式(3.25)および式(3.26)の両辺から ds を除算し、連立方程式を解いて、 σ_{N, β_1} と τ_{β_1} について整理すると次式が得られる。ここで、平衡状態にある土中を想定しているため、図 3.4 の要素中心からのモーメント(又は、接平面の中心からのモーメント)のつりあいから $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ とする。

$$\sigma_{N, \beta_1} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\beta_1 + \tau_{xy} \sin 2\beta_1 \quad (3.27)$$

$$\tau_{\beta_1} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\beta_1 - \tau_{xy} \cos 2\beta_1 \quad (3.28)$$

式(3.27)、式(3.28)を用いることで、 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} が与えられた時、任意の方向を向いた接平面上に作用する垂直応力度 σ_{N,β_1} とせん断応力度 τ_{β_1} を求めることができる。

ここで、式(3.27)を次式のように書き直す。

$$\sigma_{N,\beta_1} - \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\beta_1 + \tau_{xy} \sin 2\beta_1 \quad (3.29)$$

式(3.29)と式(3.28)の両辺を二乗し、それぞれの辺を足し合わせると、次式が得られる。

$$\left(\sigma_{N,\beta_1} - \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{\beta_1}^2 = \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (3.30)$$

ここで、主応力面における応力状態について述べる。主応力面とは、せん断応力度 τ_{β_1} がゼロとなる面のことである。よって、式(3.28)において、せん断応力度 $\tau_{\beta_1} = 0$ とすると、次式が導かれる。

$$\tan 2\beta_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (3.31)$$

式(3.31)から求まる β_1 が主応力面の方向であり、 $\beta_1 + \pi/2$ もまた式(3.31)を満たす方向となる。

ここで、式(3.29)を β_1 で微分し、 $d\sigma_{N,\beta_1}/d\beta_1 = 0$ の条件を満たす角度を求めると、式(3.31)と同じになる。これは、主応力面においては、せん断応力度 τ_{β_1} がゼロとなると同時に、垂直応力度 σ_{N,β_1} が最大、最小となる面でもあることを意味する。

次に、このような主応力面に作用する垂直応力度を求める。式(3.30)において、 $\tau_{\beta_1} = 0$ とすると、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{N,\beta_1-\max} \\ \sigma_{N,\beta_1-\min} \end{pmatrix} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.32)$$

よって、式(3.32)から、最大主応力度 $\sigma_{N,\beta_1-\max}$ と最小主応力度 $\sigma_{N,\beta_1-\min}$ が求まる。 $\sigma_{N,\beta_1-\max}$ と $\sigma_{N,\beta_1-\min}$ が作用する面をそれぞれ最大主応力面、最小主応力面と呼ぶ。

次に、最大せん断応力面について述べる。圧力状態は一定でも考えている面の方向を変えるとせん断応力度 τ_{β_1} も変化する。その中で最大値を示す面における応力状態を考える。式(3.28)を β_1 で微分し、 $d\tau_{\beta_1}/d\beta_1 = 0$ の条件を満たす角度を求めると次式が求まる。

$$\tan 2\beta_1 = -\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau_{xy}} \quad (3.33)$$

式(3.33)から求まる β_1 が最大せん断応力面の方向であり、 $\beta_1 + \pi/2$ もまた式(3.33)を満たす方向となる。次に、このような主応力面に作用する垂直応力度を求める。

式(3.33)から、 τ_{xy} を求め、式(3.27)に代入すると、次式が導かれる。

$$\sigma_{N,\beta_1} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \quad (3.34)$$

式(3.34)を式(3.30)に代入すると、次式となる。

$$\tau_{\beta_1-\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.35)$$

よって、式(3.34)と式(3.35)から算出される σ_{N,β_1} と τ_{β_1} が、最大せん断応力面に作用する法線方向と接線方向の応力度であり、その時の $\tau_{\beta_1-\max}$ を最大せん断応力度と呼ぶ。

参考までに、主応力面の角度を ε 、最大せん断応力面の角度を η とし、式(3.31)と式(3.33)を掛け合わせると、次式となる。

$$\tan 2\varepsilon \cdot \tan 2\eta = \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}\right) \cdot \left(-\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau_{xy}}\right) = -1 \quad (3.36)$$

また、 $\tan 2(\eta - \varepsilon)$ なる量を考えると、式(3.36)より次式となる。

$$\tan 2(\eta - \varepsilon) = \frac{\tan 2\eta - \tan 2\varepsilon}{1 + \tan 2\eta \cdot \tan 2\varepsilon} = \infty \text{ (無限大)} \quad (3.37)$$

式(3.37)を満たす $(\eta - \varepsilon)$ は、次式となる。

$$\eta - \varepsilon = \frac{\pi}{4} \quad (3.38)$$

式(3.38)をみると、主応力面と最大せん断応力面は、45度の角度を成していることがわかる。

以上から $x-y$ 面での3つの応力度成分 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} が与えられると、上述の方法により主応力面および最大せん断応力面の方向とそれぞれの面に作用する2つの主応力を算出することができる。

これを図 3.6 に示すような三軸圧縮試験(排気排水試験)に当てはめて考えると、 $\sigma_x \rightarrow \sigma_3$ 、 $\sigma_y \rightarrow \sigma_1$ 、 $\tau_{xy} = 0$ であり、これを式(3.27)、式(3.28)、式(3.30)に代入すれば、次式が得られる。

$$\sigma_{N,\beta_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta_1 \quad (3.39)$$

$$\tau_{\beta_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta_1 \quad (3.40)$$

$$\left(\sigma_{N,\beta_1} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau_{\beta_1}^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad (3.41)$$

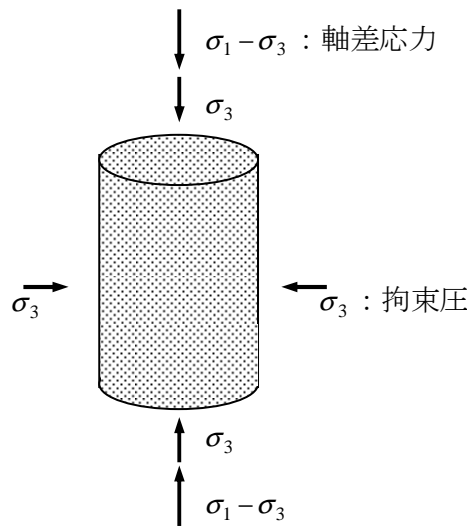


図 3.6 三軸圧縮試験

式(3.39)と式(3.40)は、 σ_1 と σ_3 が与えられた時、最大主応力面(σ_1 の作用する方向:鉛直方向)から β_1 だけ傾いた面に作用する垂直応力度 σ_{N,β_1} とせん断応力度 τ_{β_1} となる。また、式(3.41)は、 σ_{N,β_1} と τ_{β_1} を座標軸に選んだ場合、中心が $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0\right)$ の点に位置し、半径が $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ である円の式を表している。これがMohr(モール)の応力円である。

σ_1 と σ_3 からなる外力が作用することによって生じる粒子間力度についても同様である。ある接点角 β_1 に直交する接平面上において、接平面の法線となす角 $\bar{\psi}_{ext,\beta_1}$ で粒子間力度 \vec{F}_{ext,β_1} が、外力 σ_1 と σ_3 によって生じているとする(図 3.7 参照)。ここで、接平面上に分布する N_{ca,β_1} 個の粒子接点数のうち i 番目に作用している粒子間力 $\vec{F}_{ext,\beta_1,\psi_{ext,i}}$ ($i=1 \sim N_{ca,\beta_1}$ 、 N_{ca,β_1} :接平面上の単位面積当たりの粒子接点数)の傾度(接平面の法線からの角度)が $\psi_{ext,\beta_1,i}$ であるとすると、 N_{ca,β_1} 個の平均的な角度 $\bar{\psi}_{ext,\beta_1}$ および粒子間力度 \vec{F}_{ext,β_1} は、次式で表される。

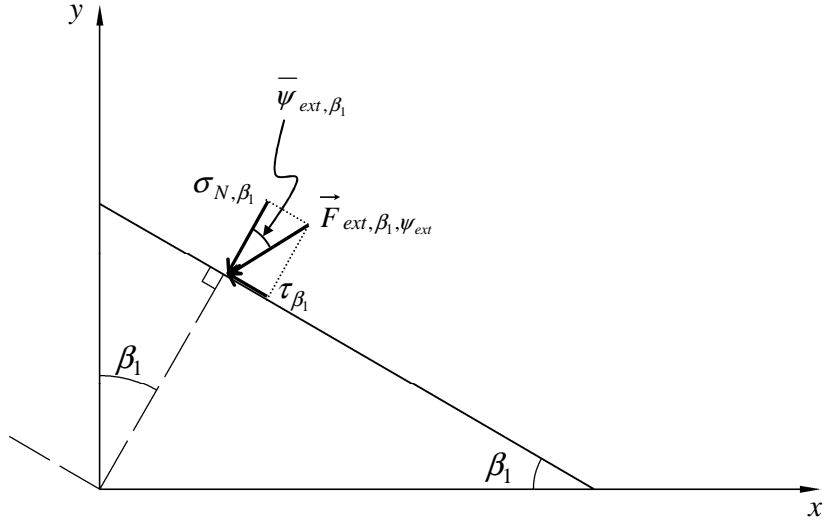


図 3.7 接点角 β_1 である接平面上の応力度

$$\bar{\psi}_{ext, \beta_1} = \frac{1}{N_{ca}} \sum_{i=1}^{N_{ca, \beta_1}} \psi_{ext, \beta_1, i} \quad (3.42)$$

$$\vec{F}_{ext, \beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca, \beta_1}} \vec{F}_{ext, \beta_1, \bar{\psi}_{ext, i}} \quad (3.43)$$

式(3.27)と式(3.28)を用いると、 $\bar{\psi}_{ext, \beta_1}$ は次式として表される。

$$\tan \bar{\psi}_{ext, \beta_1} = \frac{\vec{F}_{ext, T, \beta_1}}{\vec{F}_{ext, N, \beta_1}} = \frac{\tau_{\beta_1}}{\sigma_{N, \beta_1}} = \frac{(\sigma_y - \sigma_x) \cdot \sin 2\beta_1 - 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\beta_1}{(\sigma_y + \sigma_x) + (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \cos 2\beta_1 + 2\tau_{xy} \cdot \sin 2\beta_1} \quad (3.44)$$

外力を、 $\sigma_x \rightarrow \sigma_3$ 、 $\sigma_y \rightarrow \sigma_1$ 、 $\tau_{xy} = 0$ とすると、以下のようなになる。

$$\tan \bar{\psi}_{ext, \beta_1} = \frac{\vec{F}_{ext, T, \beta_1}}{\vec{F}_{ext, N, \beta_1}} = \frac{\tau_{\beta_1}}{\sigma_{N, \beta_1}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin 2\beta_1}{(\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos 2\beta_1} \quad (3.45)$$

$$\vec{F}_{ext, \beta_1} = \sqrt{(\sigma_{N, \beta_1})^2 + (\tau_{\beta_1})^2} = \sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext, \beta_1}) + \sigma_3 \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext, \beta_1}) \quad (3.46)$$

注) $\tau_{xy} \neq 0$ の場合、 $\sqrt{(\sigma_{N, \beta_1})^2 + (\tau_{\beta_1})^2} \neq \sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext, \beta_1}) + \sigma_3 \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext, \beta_1})$

よって、主応力空間において外圧 σ_1 、 σ_3 が与えられると、接点角 β_1 である接平面上においては、

式(3.45)から $\bar{\psi}_{ext, \beta_1}$ が既知となり、その $\bar{\psi}_{ext, \beta_1}$ を用いて、粒子間力度 \vec{F}_{ext, β_1} が算出される。

3.2.2 表面張力による粒子間力・粒子間力度

2.1節で示した毛管現象の考え方を利用すると、自由水面を基準に取り、力の釣り合いを考えると次式が導かれる。

$$\pi \cdot d \cdot T_s \cdot \cos \alpha = \rho_w \cdot g \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h_c \quad (3.47)$$

ここに、 h_c : 毛管上昇高さ、
 d : 毛管の直径、
 T_s : 水の表面張力、
 α : 液面と毛管のなす接触角、
 ρ_w : 水の密度。

サクシオンは、大気圧 u_a と細管表面での水圧 u_w との差、つまり $\rho_w \cdot g \cdot h_c$ で表され、式(3.47)を用いると次式が得られる。

$$s_u = u_a - u_w = \rho_w \cdot g \cdot h_c = \frac{4T_s \cos \alpha}{d} \quad (3.48)$$

ここに、 s_u : マトリックスサクシオン、

図 3.8 に示す 2 粒子モデルを用いると表面張力による接点 i での表面張力による粒子間力 $F_{matr,i}$ は次式のように求められる。

$$F_{matr,i} = 2 \cdot \pi \cdot r' \cdot T_s + \pi \cdot r'^2 \cdot s_u \quad (3.49)$$

ここに、 s_u : 表面張力による粒子間力、
 r' : メニスカス曲率半径。

ところで、図 3.9 に示す気液界面の力学的平衡を考慮すると、メニスカスにおける曲率半径と圧力の間には次式の関係がある。

$$p - p_0 = T_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.50)$$

ここに、 p : 気泡内圧力(大気圧 u_a に相当)
 p_0 : 液体内圧力(水圧 u_w に相当)
 R_1, R_2 : 曲面の主半径

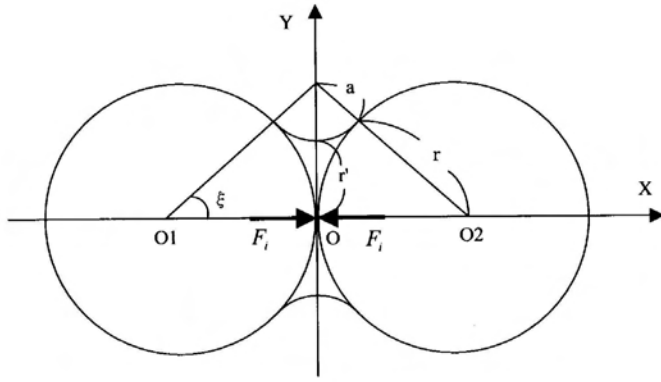


図 3.8 2 粒子モデル

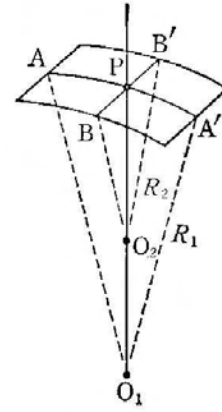


図 3.9 曲率半径と圧力

図 3.8 と図 3.9 を比較すると、 $a \cdot \cos \alpha = d/2$ ($\alpha \cong 0$)、 $R_1 = a$ 、 $R_2 = -r'$ となり、マトリックスサクシオンは次式のように表される。

$$s_u = T_s \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r'} \right) \quad (3.51)$$

図 3.8 の幾何学的な関係より、次式が導かれる。

$$\tan \xi = \frac{a + r'}{r} \quad (3.52)$$

$$\cos \xi = \frac{r}{a + r} \quad (3.53)$$

式(3.51)～式(3.53)において、未知数が(a 、 r' 、 ξ)、既知数が(T_s 、 r 、 s_u)であり、式が3つあるので、未知数である r' は次のように求められる。

$$r' = \frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 8r \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} = \frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \quad (3.56)$$

ここに、 r' ：メニスカス曲率半径、

T_s ：表面張力、

s_u ：マトリックスサクシオン、

r ：土粒子の半径、

D_s ：土粒子の直径(粒径)

表面張力による粒子間力は接点角 β_1 に依存せず、すべて接平面の法線方向に生じているので、式 (3.49) は次式のように書き直される。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1,i} = \vec{F}_{matr,\beta_1,i,N} = 2 \cdot \pi \cdot r'_i \cdot T_s + \pi \cdot r_i'^2 \cdot s_u \quad (3.57)$$

ここに、 $\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$: 接平面 (接点角) に作用する表面張力による粒子間力、
 $\vec{F}_{matr,\beta_1,i,N}$: 接平面 (接点角) の法線方向に作用する表面張力による粒子間力、
 β_1 : 接平面の法線が鉛直軸となす角、
 r'_i : i 番目の接点に形成されているメニスカス曲率半径。

表面張力による粒子間力度は次のようになる。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} = 2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} r'_i + \pi \cdot \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} r_i'^2 \cdot s_u \quad (3.58)$$

ここに、 N_{ca,β_1} : 接点角が β_1 である接平面上における単位面積当たりの接点数。

式 (3.58) の両辺を N_{ca,β_1} で割ると、次式のようになる。

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i}}{N_{ca,\beta_1}} = 2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} r'_i}{N_{ca,\beta_1}} + \pi \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} r_i'^2}{N_{ca,\beta_1}} \cdot s_u = 2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \bar{r}' + \pi \cdot \overline{r'^2} \cdot s_u \quad (3.59)$$

ここに、 \bar{r}' : N_{ca,β_1} 個の粒子接点にあるメニスカス曲率半径の平均値、

$\overline{r'^2}$: N_{ca,β_1} 個の粒子接点にあるメニスカス曲率半径の 2 乗の平均値。

従って、粒子間力度 \vec{F}_{matr,β_1} は次式のように求められる。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} = N_{ca,\beta_1} \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \bar{r}' + \pi \cdot \overline{r'^2} \cdot s_u \right) \quad (3.60)$$

$$\text{ここに、} \quad \bar{r}' = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right) \cdot f_s(D_s) dD_s \quad (3.61)$$

$$\overline{r'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right)^2 \cdot f_s(D_s) dD_s \quad (3.62)$$

$f_s(D_s)$: 粒径分布を表す確率密度関数。

式(3.60)中の粒子接点数 $N_{ca,\beta}$ は、式(2.42)、式(3.21)より既知となるので、間隙水の表面張力 T_s とサクシオン s_u が与えられると、式(3.60)～式(3.62)より表面張力による粒子間力度が得られる。

3.2.3 自重による粒子間力・粒子間力度

図 3.11 は、ある水平な基準面上に一様な乾燥した土が高さ h_{up} で積もっている状態を示している。その土の単位体積当たりの試料から得られた粒径加積曲線が、図 3.12 のように与えられたとする。2.2 節で示した単位体積当たりの粒子数を算出する方法を適用し、基準面の単位面積当たりの粒子間力度を算出する。土柱の高さを h_{up} とする。

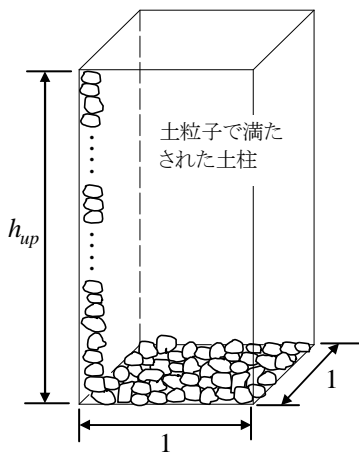


図 3.11 水平面に作用する自重による粒子間力度

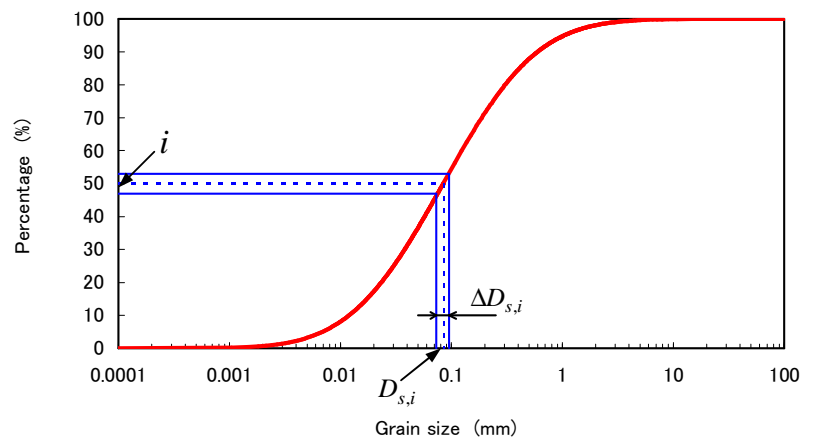


図 3.12 得られた粒径加積曲線

図 3.12 の粒径加積曲線を n 個に分割した i 番目の土粒子の粒径を $D_{s,i}$ 、 i 番目の質量に含まれる粒子数を N_i とすると、単位体積当たりの重量 γ_d は、次のようになる。

$$\gamma_d = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{s,i}^3 \quad (3.63)$$

ここに、 γ_d : 乾燥状態における単位体積当たりの重量、

N_i : 図 3.12 の分割において、 i 番目の質量に含まれる粒子数、

$D_{s,i}$: 図 3.12 の分割において、 i 番目の土粒子の粒径、

ρ_s : 土粒子の密度。

N_i は、式(2.45)で表わされることから、図 3.11 に示す高さの土柱による基準面に作用する単位面積当たりの力 $\gamma_d \cdot h_{up}$ ($=\vec{F}_{grav, \beta_1=0}$) は、次式のようにになる。

$$\begin{aligned}
\gamma_d \cdot h_{up} &= \sum_{i=1}^n N_i \cdot \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{s,i}^3 \cdot h_{up} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{1}{1+e} \cdot \frac{6}{D_{s,i}^3 \cdot \pi} \cdot f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \right) \cdot \rho_s \cdot g \cdot \frac{D_{s,i}^3 \cdot \pi}{6} \cdot h_{up} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{1+e} \cdot f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \cdot \rho_s \cdot g \cdot h_{up} \\
&= \frac{\rho_s}{1+e} \cdot g \cdot h_{up} \sum_{i=1}^n f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} \tag{3.64}
\end{aligned}$$

ここに、 $f_s(D_s)$: 粒径の確率密度関数。

ここで、次式の関係を利用する。

$$\sum_{i=1}^n f_s(D_s) \cdot \Delta D_{s,i} = \int_0^{\infty} f_s(D_s) \cdot dD_s = 1 \tag{3.65}$$

$$\rho_d = \frac{\rho_s}{1+e} \tag{3.66}$$

ここに、 ρ_d : 土の乾燥密度。

式(3.65)、式(3.66)を式(3.64)に代入すると、次式が得られる。

$$\gamma_d \cdot h_{up} = \rho_d \cdot g \cdot h_{up} \tag{3.67}$$

式(3.67)は、乾燥土と仮定している場合である。しかし、土の自重は、含水比とともに増加するものである。これは、式(3.67)中の乾燥密度 ρ_d ($=W_s/V$) に、間隙水の重量分 $\rho_t - \rho_d$ ($=W_w/V$) を足せばよい。すると、不飽和土 ($0 < S_r < 100$) における基準面(水平面: $\beta_1=0$)へ作用する自重による粒子間力度 $\vec{F}_{grav, \beta_1=0}$ は次式となる。

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{grav,\beta_1=0} &= \rho_d \cdot g \cdot h_{up} + (\rho_t - \rho_d) \cdot g \cdot h_{up} = (\text{土粒子部分}) + (\text{間隙水部分}) \\
&= (1+w)\rho_d \cdot g \cdot h_{up} \\
&= \rho_t \cdot g \cdot h_{up}
\end{aligned} \tag{3.68}$$

ここに、 ρ_t : 土の湿潤密度。

式(3.68)の湿潤密度 ρ_t は、飽和度 $S_r=100\%$ となると飽和湿潤密度 ρ_{sat} となるが、地下水位面より下にあるものとする、浮力が働くことになるため、地下水位面下を考慮する場合は、 $\rho' (= \rho_{sat} - \rho_w)$ に置き換えることによって考慮する。

また、式(3.68)は、鉛直方向に作用するものである。接点角 β_1 をもつ接平面に作用する粒子間力度の垂直方向成分 $\vec{F}_{grav,\beta_1,N}$ と接線方向成分 $\vec{F}_{grav,\beta_1,T}$ を算出するためには、式(3.39)、式(3.40)に

$\sigma_1 = \vec{F}_{grav,\beta_1=0}$ 、 $\sigma_3 = 0$ 、を代入すると、次式が導かれる。

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,N} = \sigma_{N,\beta_1} = \frac{\vec{F}_{grav,\beta_1=0}}{2} (1 + \cos 2\beta_1) = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot (1 + \cos 2\beta_1) \tag{3.69}$$

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,T} = \tau_{\beta_1} = \frac{\vec{F}_{grav,\beta_1=0}}{2} \cdot \sin 2\beta_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot \sin 2\beta_1 \tag{3.70}$$

式(3.69)および式(3.70)より鉛直面($\beta_1 = -\pi/2$ 又は $\pi/2$)には、自重による力が作用していないことが分かる($\vec{F}_{grav,\beta_1,N} = \vec{F}_{grav,\beta_1,T} = 0$)。また、 $\beta_1 = 0$ 、すなわち水平面の場合、 $\vec{F}_{grav,\beta_1,N} = \vec{F}_{grav,\beta_1=0}$ 、 $\vec{F}_{grav,\beta_1,T} = 0$ となる。

次に、乾燥状態における接点角 $\beta_1 = 0$ の接平面(基準面)に作用する自重による粒子間力度を算出する式(3.67)から、自重による粒子間力の平均は次のように現される。

$$E[\vec{F}_{grav,i}] = \frac{\vec{F}_{grav,\beta_1=0}}{N_{ca}} = \frac{\gamma_d \cdot h_{up}}{N_{ca}} = \frac{\rho_d \cdot g \cdot h_{up}}{N_{ca}} = \frac{\rho_d \cdot g \cdot h_{up}}{N_{cv} \cdot D_{cha}} \tag{3.71}$$

ここに、 $E[\vec{F}_{grav,i}]$: 乾燥状態における自重による粒子間力、

$\vec{F}_{grav,\beta_1=0}$: 乾燥状態における自重による粒子間力度、

N_{ca} : 単位面積当たりの粒子接点数、

ρ_d : 乾燥密度、

h_{up} : 基準面から土粒子が連なっている高さ、

N_{cv} : 単位体積当たりの粒子接点数、

D_{cha} : 代表粒径。

一方、図 3.11 に示す乾燥状態における基準面より上にある土粒子を連ねた柱を用いて、鉛直方向の自重による粒子間力を考える。基準面(単位面積)にある粒子接点数(1~ N_{ca})のうち*i*番目の接点上に連ねた粒子柱を表すと図 3.12 のようになり、高さ h_{up} を構成する*n*個粒子(分割)のうち*j*番目の粒子間力を表したものが図 3.13 である。

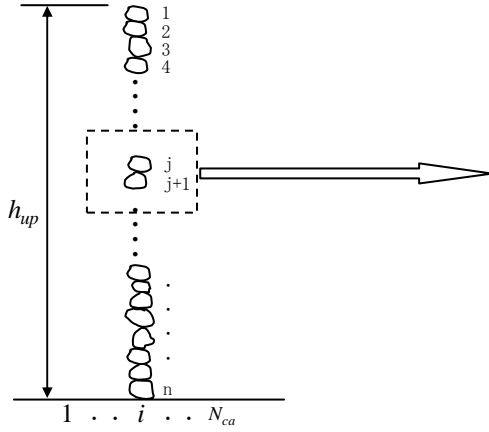


図 3.12 自重による粒子間力(1)

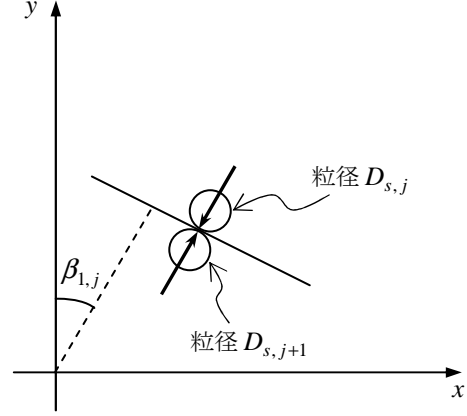


図 3.13 自重による粒子間力(2)

図 3.12、図 3.13 より基準面上の*i*番目の点に作用する粒子間力の平均は、次式で表される。ただし、粒径は、2章で述べた代表粒径 D_{cha} ($\cong D_{s,j} \cong D_{s,j+1}$)を用いるものとする。

$$\begin{aligned}
 E[\vec{F}_{grav,i}] &= \sum_{j=1}^n \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot \cos \beta_{1,j} = n \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot \cos \beta_{1,j} \\
 &= n \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \cos \beta_{1,j} \\
 &= n \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot E[\cos \beta_{1,j}] \tag{3.72}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ここに、} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \cos \beta_{1,j} &= E[\cos \beta_{1,j}] \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \beta_{1,j} \cdot f_{\beta}(\beta_1) \cdot d\beta_1 \tag{3.73}
 \end{aligned}$$

$f_{\beta}(\beta_1)$: 接点角の確率密度関数、

ここで、図 3.14 を参照に土柱の高さ h_{up} は、次式で表される。ただし、粒径は、2章で述べた代表粒径 D_{cha} ($\cong D_{s,j} \cong D_{s,j+1}$)を用いるものとする。

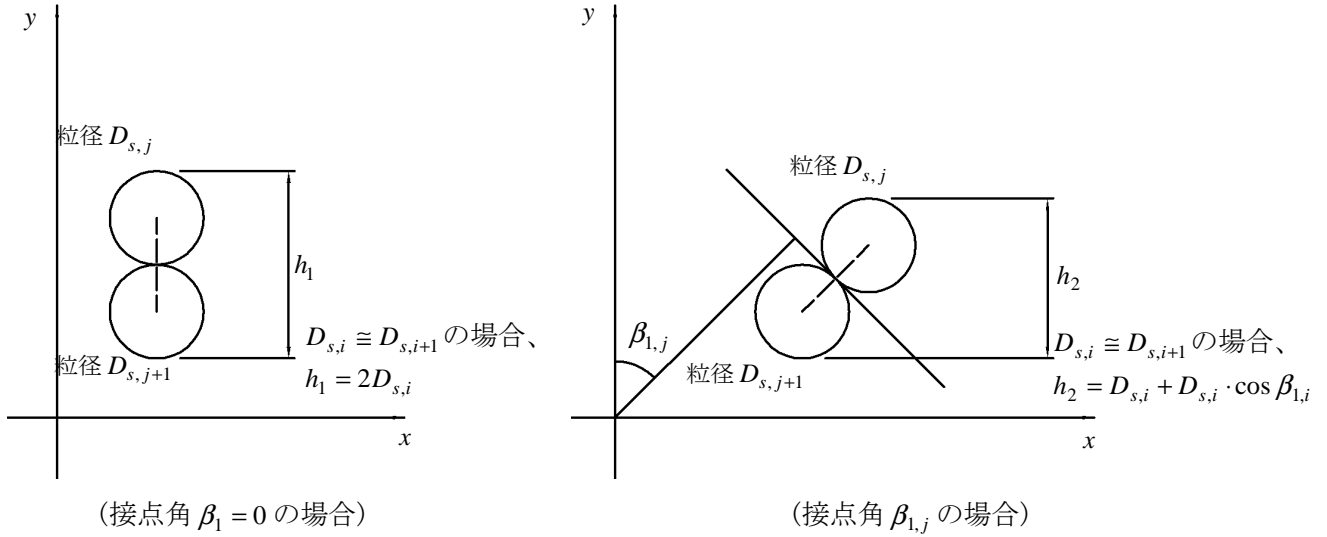


図 3.14 土粒子柱の高さ

$$\begin{aligned}
 h_{up} &= \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} (D_{cha} + D_{cha} \cdot \cos \beta_{1,j}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n D_{cha} (1 + \cos \beta_{1,j}) \\
 &= \frac{D_{cha}}{2} \cdot n \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1 + \cos \beta_{1,j}) \\
 &= \frac{D_{cha}}{2} \cdot n \cdot E[1 + \cos \beta_{1,j}]
 \end{aligned} \tag{3.74}$$

$$\text{ここに、} E[1 + \cos \beta_{1,j}] = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos \beta_{1,j}) \cdot f_{\beta}(\beta_1) \cdot d\beta_1 \tag{3.75}$$

式(3.74)を書き直すと、土柱高さ h_{up} に連なっている粒子数 n は、次式で表される。

$$n = \frac{2 \cdot h_{up}}{D_{cha} \cdot E[1 + \cos \beta_{1,j}]} \tag{3.76}$$

式(3.76)を式(3.72)に代入すると、基準面上に作用する粒子間力の平均は、次式に書き直される。

$$\begin{aligned}
 E[\vec{F}_{grav,i}] &= n \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot E[\cos \beta_{1,j}] = \frac{2 \cdot h_{up}}{D_{cha} \cdot E[1 + \cos \beta_{1,j}]} \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi}{6} \cdot D_{cha}^3 E[\cos \beta_{1,j}] \\
 &= \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi \cdot h_{up} \cdot D_{cha}^2}{3} \cdot \frac{E[\cos \beta_{1,j}]}{E[1 + \cos \beta_{1,j}]}
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

式(3.71)と式(3.77)が等しいとすると、次式のように表される。

$$\frac{\rho_d \cdot g \cdot h_{up}}{N_{ca}} = \frac{\rho_s \cdot g \cdot \pi \cdot h_{up} \cdot D_{cha}^2}{3} \cdot \frac{E[\cos \beta_{1,j}]}{E[1 + \cos \beta_{1,j}]} \quad (3.78)$$

式(3.78)を変形して、式(3.73)と式(3.75)を代入すると、次式になる。

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot \rho_d}{\rho_s \cdot \pi \cdot N_{ca} \cdot D_{cha}^2} &= \frac{3}{(1+e)\pi \cdot N_{ca} \cdot D_{cha}^2} = \frac{E[\cos \beta_{1,j}]}{E[1 + \cos \beta_{1,j}]} \\ &= \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \beta_{1,j} \cdot f_{\beta}(\beta_1) \cdot d\beta_1}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos \beta_{1,j}) \cdot f_{\beta}(\beta_1) \cdot d\beta_1} \end{aligned} \quad (3.79)$$

式(3.79)において、 ρ_d 、 ρ_s 、 N_{ca} (又は、 N_{cv} 、 D_{cha})は既知量であり、式(2.23)、式(2.24)の接点角の確率密度関数 $f_{\beta}(\beta_1)$ に含まれる接点角の分布パラメータ ζ_c が未知数である。よって、式(3.79)を満足する分布パラメータ ζ_c を逆算することで接点角の確率密度関数 $f_{\beta}(\beta_1)$ を求めることが可能となる。

3.2.4 浸透力による粒子間力・粒子間力度

図 3.15 は、円管に土試料を入れ、両端に異なるピエゾ水頭を与えた状態を示している。この状態において、飽和した土試料の中を左から右に向かって水が流れ、浸透力によって土粒子の接点に粒子間力が生じている。土試料の両端における圧力差によって次式で示される浸透力が生じている。

$$\begin{aligned} \Delta u &= \rho_w \cdot g \cdot (h(x_1) - h(x_2)) = -\rho_w \cdot g \cdot \Delta h \\ a \cdot \Delta u &= -a \cdot \rho_w \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \quad (3.80)$$

ここに、 a : 円管の断面積。

単位体積当たりの浸透力 (物体力) j に直すと次式のようになる。

$$j = \frac{a \cdot \Delta u}{a \cdot (x_2 - x_1)} = -\frac{a \cdot \rho_w \cdot g \cdot \Delta h}{a \cdot L} = \rho_w \cdot g \cdot \left(-\frac{\Delta h}{L} \right) = \rho_w \cdot g \cdot i \quad (3.81)$$

ここに、 i : 動水勾配、

L : 円管の長さ

浸透力の作用方向は、どの接点においても動水勾配の方向となる。

不飽和土では間隙に空気と水が存在し、間隙水圧は負となっている。不飽和土でも負の間隙水圧（ピエゾ水頭）の勾配で定義される動水勾配によって飽和土と同様に間隙水は流れているが、その流れは間隙の一部しか占めていない。従って、単位体積当たりの浸透力は飽和土に比べて小さくなる。その割合は間隙に占める間隙水の割合（すなわち、 $V_w/V_v = S_r$ （飽和度））に比例すると考えられるので、式(3.81)は次式のように書き直される。

$$j_{unsat} = \rho_w \cdot g \cdot i \cdot S_r \tag{3.82}$$

ここに、 S_r ：飽和度。

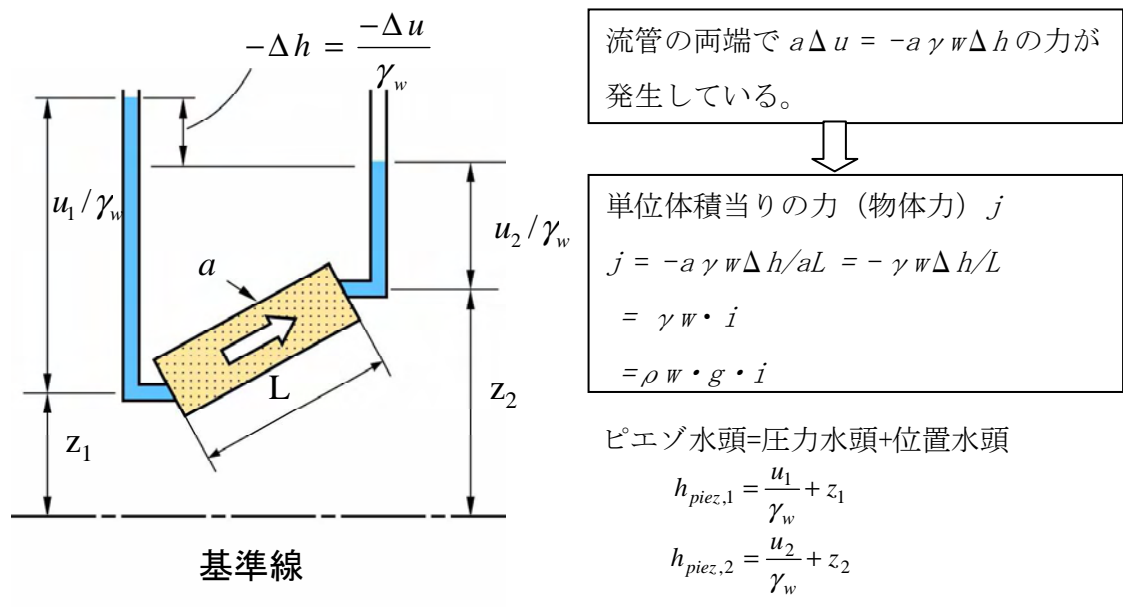


図 3.15 飽和土の浸透力

単位体積当たりの浸透力 j_{unsat} は、浸透力による接点 i での粒子間力 $\vec{F}_{seep,i}$ と次式によって関係づけられる。

$$j_{unsat} = \sum_{i=1}^{N_{cv}} \vec{F}_{seep,i} = N_{cv} \cdot E[\vec{F}_{seep,i}] \tag{3.83}$$

浸透力によって生じる粒子間力は、すべての接点において動水勾配の方向になり、式(3.83)より浸透力による粒子間力度 \vec{F}_{seep} は次のように書き直される。

$$\vec{F}_{seep} = \sum_{\beta_1=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{seep,\beta_1,i} \right) = N_{ca} \cdot E[\vec{F}_{seep,i}] = N_{ca} \cdot \frac{j_{unsat}}{N_{cv}} = j_{unsat} \cdot D_{cha} \quad (3.53)$$

式 (3.53) は、代表粒径を介して浸透力による物体力と単位面積当たりの粒子間力である表面力を関係づける式となっている。

3.3 本章のまとめ

- ・不飽和土中の粒子間に作用する粒子間力として、外力によって生じる粒子間力、表面張力によって生じる粒子間力、浸透圧によって生じる粒子間力、自重によって生じる粒子間力、物理・化学的な力によって生じる粒子間力があることを紹介した。本研究では、砂質土を取り扱っているため、外力、表面張力、自重および浸透圧によって生じる粒子間力について算出式を誘導している。
- ・2章で紹介した代表粒径、単位面積当たりの接点数を用いて、粒子間力と粒子間力度を関連付けた。
- ・従来の土質力学で用いられてきた応力 σ は、北村モデルでは、外力によって生じる粒子間力度を意味している。
- ・土の物理状態(ある含水状態)に対応したサクシオンを与えることで、表面張力による粒子間力度が算出される。
- ・代表的な物体力として重力・浸透力、代表的な表面力として応力がある。連続体力学では物体力と表面力は独立な物理量として取り扱われるが、本モデルでの土に生じる物体力と表面力は、代表粒径によって関係づけられている。

【参考文献】

- 1) Terzaghi, K.: The shear stress resistance of saturated soils, Proc. ICSMFE, Vol. 1, pp. 54-56, 1936.
- 2) 石原研而: 土質力学, 丸善, pp. 107-109, 2001.
- 3) Bishop, A. W.: The principle of effective stress, Lecture delivered in Oslo, in 1955, published in Teknisk Ukeblad, Vol. 106, No. 39, pp. 859-863, 1959.

第4章 潜在すべり面

4.1 粒子間摩擦係数

水平板の上に物体を載せ、板を傾けていくと、板と水平面とのなす角が ϕ となった時に物体がすべり始めたとする。板上でのすべり始める直前の力の釣り合いは次式のようなになる（図-4.1 参照）。

$$W \sin \phi = \mu \cdot W \cos \phi \quad (4.1)$$

ここに、 W : 上載荷重、
 μ : 摩擦係数。

式(4.1)を変形すると、次式となる。

$$\mu = \tan \phi \quad (4.2)$$

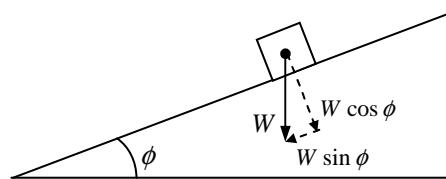


図 4.1 斜面上での力の釣り合い

板と物体の代わりに隣接する 2 つの土粒子を考える。隣接する土粒子の接点で形成される接平面上ですべらそうとする力が抵抗する力より大きくなると土粒子接点ですべりが生じ、接点角が変化する。その際、図 4.2(a)に示すように上の土粒子が下の土粒子に対して乗り上がろうとする場合、図 4.2(b)に示すように上の土粒子が下の土粒子に対して降り下ろうとする場合、そして、その中間(接点角が変化しない場合)が考えられる。

三軸供試体等の土塊には接点が無数に存在し、その接点角もさまざまである。このような三軸供試体内の様々な角度を有する接平面での平均的(巨視的)な摩擦係数として、せん断過程において体積変化(体積ひずみ増分)がゼロである主応力比、つまり接点角が変化しない状態でのせん断・垂直応力比が考えられる。図 4.2 は、密な砂と緩い砂の排水三軸試験より得られる典型的な応力～軸ひずみ～体積ひずみ関係を示している。体積ひずみ増分がゼロとなる時の間隙比(限界間隙比)は密な砂でも緩い砂でも同じになるとので、そのときのせん断応力比が供試体全体での平均的(巨視的)な摩擦係数と考えられる。

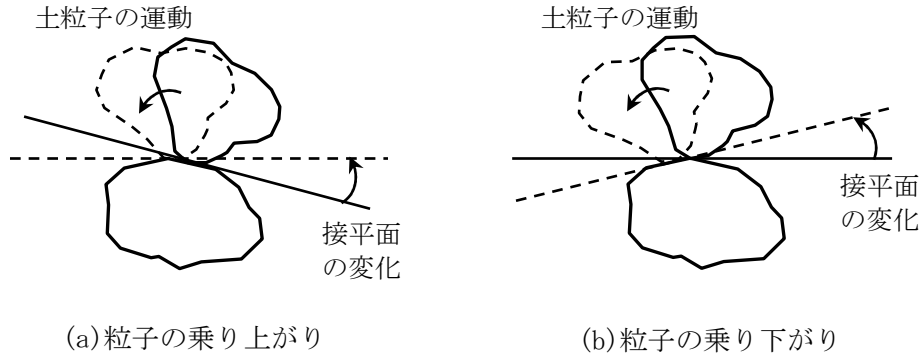


図 4.2 粒子の運動による接点角の変化

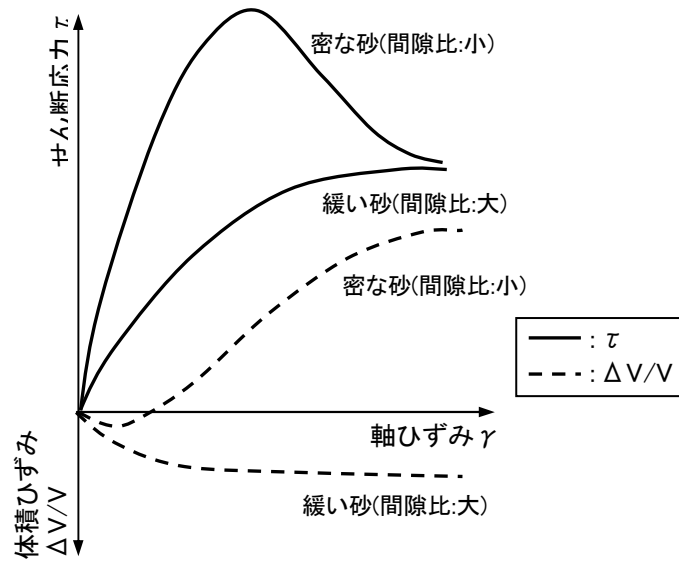


図 4.3 砂の三軸 CD 試験結果

土質材料のせん断特性を反映した式として、これまで各種のストレス～ダイラタンシー式が提案されており、代表的なものとして以下に示す。

Cambridge model (Cam-clay model) ¹⁾ :
$$q/p = \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon} + M \quad (4.3)$$

ここに、 q : 軸差応力

p : 平均主応力

$d\varepsilon_v$: 塑性体積ひずみ増分、

$d\varepsilon$: 塑性偏差ひずみ増分、

M : 限界状態での応力比。

Rowe のストレス～ダイラタンシ―式²⁾ : $\sigma_1/\sigma_3 = \left(1 - \frac{dv}{d\varepsilon_1}\right) \cdot K$ (4.4)

ここに、 $K = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_f}{2}\right)$

σ_1, σ_3 : 主応力、

$1 - dv/d\varepsilon_1$: 主ひずみ増分比、

ϕ_f : 粒子間摩擦角。

松岡・中井の空間滑動面 (SMP : Spatial Mobilized Plane)³⁾ :

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \lambda \left(-\frac{d\varepsilon_{SMP}^*}{d\gamma_{SMP}^*} \right) + \mu^* \quad (4.5)$$

ここに、 τ_{SMP}/σ_{SMP} : SMP 上のせん断・垂直応力比、

λ : 土質パラメータ、

$-d\varepsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$: SMP 上の垂直・せん断ひずみ増分比、

μ^* : 平均的な粒子間摩擦係数。

これらの式において、体積ひずみ増分、あるいは、垂直ひずみ増分 $d\varepsilon_{SMP}^*$ がゼロとなる時の応力比

$$q/p = M, \quad \sigma_1/\sigma_3 = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_f}{2}\right), \quad \tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \mu^*$$

が土粒子間の平均的な摩擦係数の候補になりうる。

ここでは、土粒子接点における平均的な (土塊を代表する) 摩擦係数 μ_s として、一先ず内部摩擦角を採用している。

$$\mu_s = \tan \phi \quad (4.6)$$

ここに、 ϕ : 内部摩擦角。

4.2 潜在すべり面の定義

図 4.2 において、体積ひずみ増分が一定となっていることは、供試体のすべり面に沿って移動しているからであり、すべり面はその前に形成されたことになる (密な状態である砂のせん断過程において、せん断応力がピーク強度から残留強度へ移行する付近ですべり面が発生することはよく知られている)。このすべり面はせん断開始時から粒状体内において、無数の粒子接点でランダムな方向に生じている局所的なすべり面がピーク強度付近へくるとある一定方向へ収束し、形成されたものと考えられる。ここで述べる潜在すべり面とは、この眼で確認できるすべり面が現れるまでの粒状体内に存在する無数の局所的なすべり面を代表する面のことである。

三軸試験装置を用いた飽和土の排水条件、あるいは乾燥土の排気条件での側圧一定圧縮せん断試験を考える。図 4.4 は、排水条件で行った側圧一定圧縮せん断試験におけるモールの応力円を示している。同図は、飽和状態または乾燥状態における応力状態をイメージしたもので、軸圧が増加するとともにモールの応力円は拡大し、破壊時にモールの応力円は破壊基準線に接する。原点からモールの応力円に引いた接線の勾配(角度)を ϕ_{ps} とし、接線とモールの応力円との接点での応力を (σ_N, τ) とする。三軸供試体内の応力状態はモールの応力円上にあり、モールの応力円と原点から引いた接線との接点でせん断・垂直応力比 (τ/σ_N) は三軸供試体内の最大せん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ となる。最大せん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ が生じている面の角度が水平面から β_1 であるとする、用極法により ϕ_{ps} と β_1 の間には次式が成立する。

$$\phi_{ps} = 2\beta_1 - \frac{\pi}{2} \quad (4.7)$$

ここに、 ϕ_{ps} : 破壊基準線の勾配(内部摩擦角)、

β_1 : 最大せん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ が生じている面の角度。

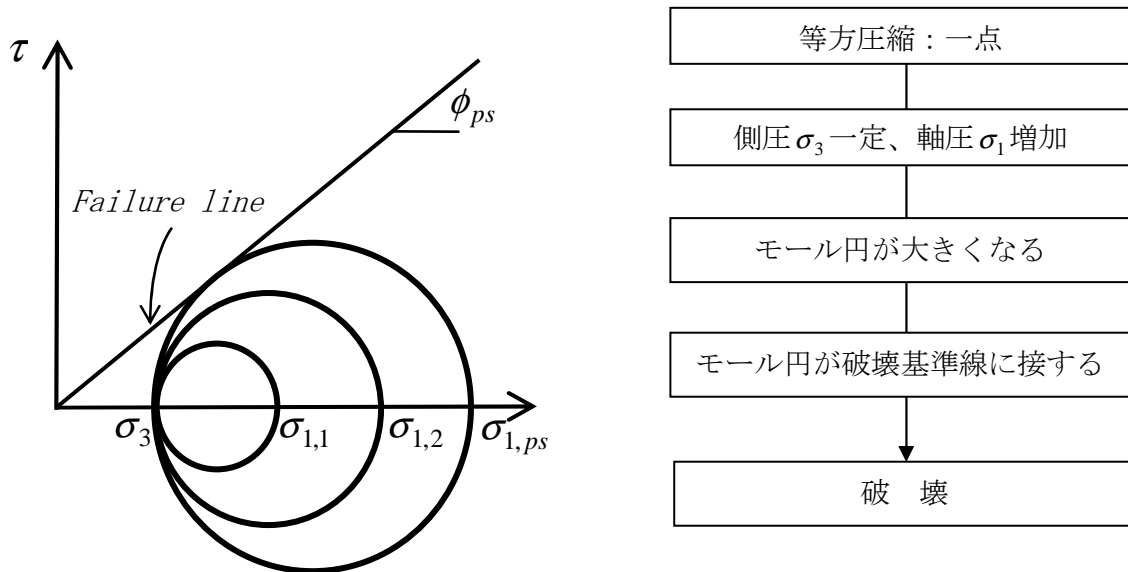


図 4.4 側圧一定三軸圧縮試験でのモールの応力円

三軸供試体内の最大せん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ が最大となる面、すなわち、 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ - 面の傾き(水平面となす角)は $\beta_{1,slip}$ と表記し、この $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ - 面を飽和土、あるいは、乾燥土の潜在すべり面と定義する。図 4.4 において、等方応力状態は横軸上の 1 点として表され、モールの応力円を描くことができないが、異方応力状態 ($\sigma_1 \neq \sigma_3$) ではモールの応力円を描くことができ、潜在すべり面が生じる。

不飽和土に対しても潜在すべり面に関する同様な考え方を適用することができる。しらす等の砂質土内での応力度について考える。接点角が β_1 である接平面での粒子間力度 \vec{F}_{β_1} と粒子間力 $\vec{F}_{\beta_1,i}$ の間には次式が成立する。

$$\vec{F}_{\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{\beta_1,i} \quad (4.8)$$

ここに、 $\vec{F}_{\beta_1,i} = \vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \vec{F}_{matr,\beta_1,i} + \vec{F}_{grav,\beta_1,i}$

\vec{F}_{β_1} : 接点角 β_1 である接平面に作用する粒子間力度、

$\vec{F}_{\beta_1,i}$: 接点角 β_1 である接平面上のある接点 i に作用する粒子間力、

N_{ca,β_1} : 接点角 β_1 である接平面上における単位面積当たりの粒子接点数、

$\vec{F}_{ext,\beta_1,i}$: 接点角 β_1 である接平面上のある接点 i に作用する外力度による粒子間力、

$\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$: 接点角 β_1 である接平面上のある接点 i に作用する表面張力による粒子間力、

$\vec{F}_{grav,\beta_1,i}$: 接点角 β_1 である接平面上のある接点 i に作用する自重による粒子間力。

3.2.1 節より外力度 σ_1 、 σ_3 による粒子間力度 \vec{F}_{ext,β_1} およびその法線成分 $\vec{F}_{ext,\beta_1,N}$ と接線成分 $\vec{F}_{ext,\beta_1,T}$ は、次式のように求められている。

$$\vec{F}_{ext,\beta_1} = \sigma_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext}) + \sigma_3 \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \bar{\psi}_{ext}) \quad (4.9)$$

$$\text{ここに、} \bar{\psi}_{ext} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \psi_{ext} \cdot f_{\beta}(\psi_{ext}) \cdot d\psi_{ext} = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\beta_1}}{\sigma_{N,\beta_1}} \right) \quad (4.10)$$

$$\text{(法線成分)} \quad \vec{F}_{ext,\beta_1,N} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \cos \bar{\psi}_{ext} = \sigma_{N,\beta_1} \quad (4.11)$$

$$\text{(接線成分)} \quad \vec{F}_{ext,\beta_1,T} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \sin \bar{\psi}_{ext} = \tau_{\beta_1} \quad (4.12)$$

3.2.2 節で示したように表面張力による粒子間力度 \vec{F}_{matr,β_1} は、法線成分 $\vec{F}_{matr,\beta_1,N}$ のみであり、次式で求められる。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1} = \vec{F}_{matr,\beta_1,N} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} = N_{ca,\beta_1} \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \vec{r}' + \pi \cdot \vec{r}'^2 \cdot s_u \right) \quad (4.13)$$

$$\text{ここに、} \vec{r}' = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right) \cdot f_s(D_s) dD_s$$

$$\bar{r}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right)^2 f_s(D_s) dD_s$$

3.2.3節で示したように自重による粒子間力度 \vec{F}_{grav,β_1} の法線成分 $\vec{F}_{grav,\beta_1,N}$ 、接線成分 $\vec{F}_{grav,\beta_1,T}$ は次式のようにになる。

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,N} = \frac{\vec{F}_{grav,\beta_1=0}}{2} (1 + \cos 2\beta_1) = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot (1 + \cos 2\beta_1) \quad (4.14)$$

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,T} = \frac{\vec{F}_{grav,\beta_1=0}}{2} \cdot \sin 2\beta_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot \sin 2\beta_1 \quad (4.15)$$

式(4.9)～式(4.15)から接点角が β_1 である接平面での粒子間力度 \vec{F}_{β_1} の法線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,N}$ 、接線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,T}$ は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\beta_1,N} &= \vec{F}_{ext,\beta_1,N} + \vec{F}_{matr,\beta_1,N} + \vec{F}_{grav,\beta_1,N} \\ &= \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \cos \bar{\psi}_{ext} + \vec{F}_{matr,\beta_1} + \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot (1 + \cos 2\beta_1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\beta_1,T} &= \vec{F}_{ext,\beta_1,T} + \vec{F}_{grav,\beta_1,T} \\ &= \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \sin \bar{\psi}_{ext} + \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot \sin 2\beta_1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

β_1 を変化させたとき、式(4.16)、式(4.17)を用いて計算される $\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N}$ が最大となる接平面（接点角： $\beta_{1,slip}$ ）が不飽和土の潜在すべり面となる。すなわち、次式が成立する。

$$\tan \phi = \tan \left(2\beta_{1,slip} - \frac{\pi}{2} \right) = \max \left(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N} \right) \quad (4.18)$$

$\beta_{1,slip}$ は、不飽和土の状態（外力、含水量等）の変化に伴って変化する。ある外力・含水状態での $\beta_{1,slip}$ はコンピュータのなかで β_1 を試行錯誤的に変化させ、式(4.18)を満足する β_1 が $\beta_{1,slip}$ となる。以下、不飽和土の状態の変化に伴う潜在すべり面の変化量を $\Delta\beta_{1,slip}$ と表記することにする。

4.3 本章のまとめ

図 4.5 は潜在すべり面上の土粒子の 3 つの状態を示している。第一の状態は接点角が潜在すべり面よりも小さい場合、第二の状態は接点角が大きい場合、第三の状態は接点角が潜在すべり面に等しい場合である。せん断状態が進行する（すなわち、せん断応力が増大することと対応）と、第一の状態にある接点は潜在すべり面に近づく方向（図 4.5 において反時計方向）に変化する確率（割合）が反対方向への変化より大きく、第二の状態にある接点は潜在すべり面に近づく方向（図 4.5 において時計方向）に変化する確率（割合）が反対方向への変化より大きく、第三の状態にある接点では、すべての接点で潜在すべり面の変化方向に変化しようとし、粒子間接平面は、-面（潜在すべり面）に平行になる傾向を示す。このように粒子接点角が潜在すべり面の角度 ($45^\circ + \alpha/2$) になろうとする確率が逆の確率より大きいという考え方を潜在すべり面の概念という。

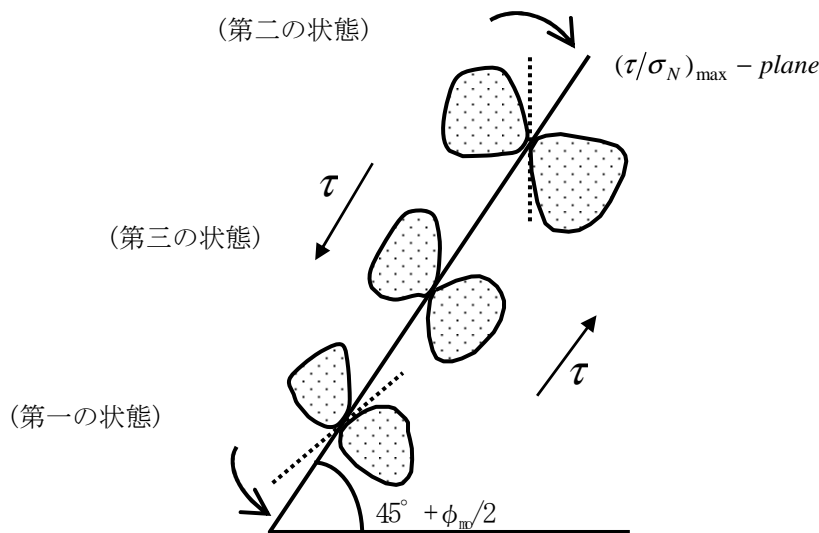


図 4.5 潜在すべり面と粒子接平面との関係

砂質土のように形状、大きさが不規則で、しかも隣接する粒子に拘束された粒子の集合体では粒子の運動を一意的に決めることは不可能であり、局所的なすべり面と潜在すべり面の関係についても確率的に考える必要がある、すなわち、粒状体内の任意の接点における局所的なすべり面は本来ならば潜在すべり面と一致するはずであるが、周囲の粒子の拘束のため 2 つのすべり面は一致せず、局所的なすべり面が潜在すべり面に一致するように運動する。つまり、個々の局所的なすべり面はランダムな方向に向かって運動しているが、粒状体全体としては潜在すべり面へ近づこうとする確率がその逆の方向へ運動しようとする確率よりも大きいということである。

【参考文献】

- 1) Schofield, A.N. and Wroth, C.P. : Critical state soil mechanics, McGraw Hill, London, 1968.
- 2) Rowe, P.W. : The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, Proc. Royal Soc., Vol.269, pp.500-527, 1962.
- 3) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. Japan Society of Civil Engineers, 232, pp.59-70, 1974.

第5章 地盤の安定評価への適用

5.1 既往の研究

従来の土質力学では、土のせん断強度として、三軸試験結果を応力空間(縦軸：せん断応力、横軸：垂直有効応力)上で整理して得られるモール・クーロンの破壊基準(破壊包絡線)で表される。破壊包絡線の傾きは有効応力表示による内部摩擦角 ϕ' を与え、縦軸切片は有効応力表示による見かけの粘着力度 c' と呼ばれている。不飽和土では、マトリックスサクシジョンにより拡張したMohr-Coulombの破壊包絡線をFredlundらが提唱している¹⁾。不飽和土の破壊時の応力状態を基底応力、せん断応力、マトリックスサクシジョンを直交軸とする3次元空間で表記し、せん断強度パラメータを定義したものである。その際、基底応力とせん断応力で表記される面での破壊包絡線の傾き(内部摩擦角)は、含水比(サクシジョン)依存しないとしている。これは、せん断強度パラメータの一つである内部摩擦角は、飽和度の排水試験、あるいは乾燥土の排気試験によって得られる内部摩擦角が不飽和土にも適用されるものとしている $\{\phi'_{sat}(\text{飽和度の排水試験}) = \phi'_{dry}(\text{乾燥土の排気試験}) = \phi'_{unsat}(\text{不飽和土の排気排水試験})\}$ 。不飽和土の見かけの粘着力度は、破壊時の垂直基底応力とマトリックスサクシジョンがゼロ(つまり、飽和時)である時の見かけの粘着力度にマトリックスサクシジョンによって変化する見かけの粘着力度を足したものとしている。これにより、飽和時(サクシジョン=0)に従来の破壊包絡線との整合を図り、含水比(サクシジョン)に依存するせん断強度を算出している。近年、不飽和土の室内試験装置の発達²⁾してきたこともあり、より精度の高い試験によって不飽和土のせん断強度パラメータを得られるようになってきたものと考えられるが、物理的意味を持つせん断強度の理論が未だないのが現状である。本節ではこのような見地に立ち、これまでのせん断強度パラメータ(c, ϕ)ではなく、潜在すべり面を用いた地盤の安定性評価について提案する。

5.2 潜在すべり面による安定性評価

第4章では、土塊内に無数にあるすべり面(接平面)のうち、接平面に作用している応力度の接線方向 τ および法線方向 σ_N の比が最大 $(\tau/\sigma_N)_{max}$ となる接点角を有する面を潜在すべり面と定義した。従来の土質力学では、土の有効応力表示した強度は、飽和砂の排水条件での三軸試験、あるいは乾燥土の排気条件での側圧一定せん断試験によって得られる値である。これらの試験では、軸圧が増加するとともにモールの応力円は拡大し、各応力状態で原点からモールの応力円に接する直線の傾きを ϕ_{mo} とすると、破壊時には、モールの応力円が傾き $\phi_{mo} = \phi_f$ (ϕ_f ：飽和三軸圧縮試験から得られる内部摩擦角)である破壊基準線に接する。つまり破壊状態時において次式が成立するときの接平面の傾

き $\beta_{1,slip}$ が潜在すべり面であることになる。不飽和土に対しても同様な考え方を適用することができる。

$$\tan \phi_f = \left(\frac{\tau}{\sigma_N} \right)_{\max} = \max \left(\frac{\vec{F}_{\beta_1,T}}{\vec{F}_{\beta_1,N}} \right) \quad (5.1)$$

ここに、 $\vec{F}_{\beta_1,T}$: 潜在すべり面に作用する粒子間力度の接線方向成分

$\vec{F}_{\beta_1,N}$: 潜在すべり面に作用する粒子間力度の法線方向成分

3章で述べたようにある角度 β_1 を持つ接平面における粒子間力度の接線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,T}$ と法線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,N}$ は、次式で表される。

$$\vec{F}_{\beta_1,N} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \cos \bar{\psi}_{ext} + \vec{F}_{matr,\beta_1} + \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot (1 + \cos 2\beta_1) \quad (5.2)$$

$$\vec{F}_{\beta_1,T} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \sin \bar{\psi}_{ext} + \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot \sin 2\beta_1 \quad (5.3)$$

また、最大、最小主応力の方向をそれぞれ、鉛直および水平方向とすると、式(4.18)を参照すると潜在すべり面の傾き $\beta_{1,slip}$ は、次式のように表される。

$$\beta_{1,slip} = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_f}{2} \quad (5.4)$$

潜在すべり面の傾きは、不飽和土の状態(外力、含水量等)の変化に伴い変化することになる。

地盤の安定解析は、図 5.1 に示す土圧問題、斜面安定問題、支持力問題から成っている。図 5.1 (a) は擁壁に作用する土圧の問題である。図 5.1(a)において主働土圧を考え、鉛直な擁壁を除去しても崩れないように斜面の勾配を緩くしたとき、図 5.1(b)のような崩れない最大の角度での斜面の安全率は 1 となる斜面問題となる。図 5.1 (a) において受働土圧を考え、時計回りに 90° 回転し、水平地盤とした時が浅い基礎の支持力問題となる。このように従来の土質力学では、独立した問題として扱ってきた土圧問題、斜面安定問題、支持力問題を統一して解析することが可能である。

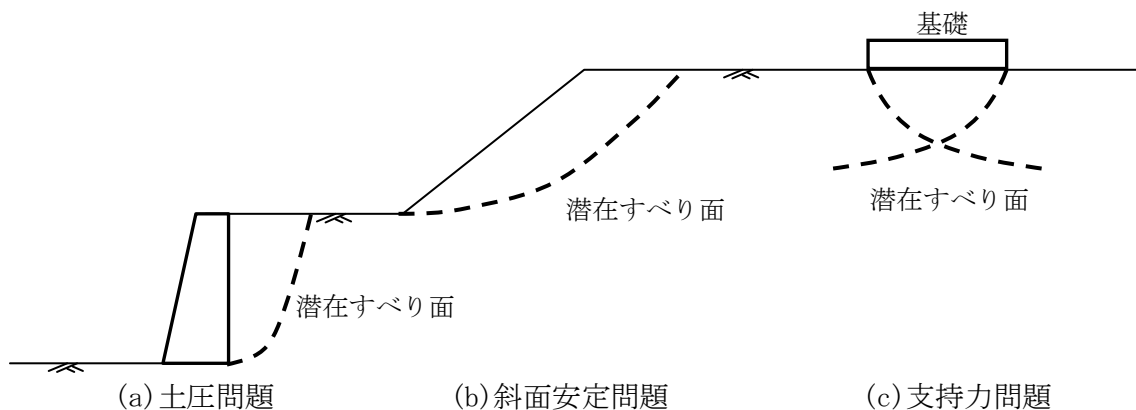


図 5.1 地盤の安定解析

5.3 土圧問題への適用

5.3.1 臨界高さの導出

(1) 従来 of 臨界高さ算出式

先行して従来の臨界高さ(鉛直自立高さ)を算出する方法を示す。見かけの粘着力度 c を持つ土がある高さ z の壁体に及ぼす主働土圧(ランキン土圧) σ_{ha} を考えてみると、以下のように表される。

$$\sigma_{ha} = K_a \cdot \rho_t \cdot g \cdot z - 2c\sqrt{K_a} \quad (5.5)$$

ここに、 K_a : 主働土圧係数、

ρ_t : 湿潤密度、

g : 重力加速度。

式(5.5)を用いて主働土圧を深度方向へ図示したものを図5.2に示す。同図によると、土圧は、壁の上部でマイナスの値をとり(テンションクラックの範囲)、 $z = z_c$ の深さでゼロになった後、深さとともに直線的に増加する。 $H_c = 2z_c$ の深さまでの主働土圧の合計を考えると、ゼロとなる。したがって、 H_c の深さまでは、壁体があっても力が作用していないことになり、壁体を除去しても土は自立していることになる。よって、 H_c が臨界高さとなり、式(5.5)をについて整理すると、次式が得られる。

$$H_c = 2z_c = \frac{4c}{\rho_t \cdot g} \frac{1}{\sqrt{K_a}} = \frac{4c}{\rho_t \cdot g} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \quad (5.6)$$

ここに、 ϕ : 内部摩擦角。

式(5.6)、図5.2をみてわかるように、臨界高さは、テンションクラック領域深さの2倍となっている。鉛直盛土高さが臨界高さ H_c よりも低いと、盛土は側方支持なしで自立するはずであるが、この式ではクラックを生じずに土が引張り応力度を維持すると仮定されているので、テンションクラックがある場合の臨界高さ H_c は減少する。

式(5.6)には、従来の強度パラメータである見かけの粘着力度 c が用いられている。この見かけの粘着力度は、ある含水比状態での試験結果であり、含水量が変化した場合には適用できない(その都度試験を実施する必要がある)。

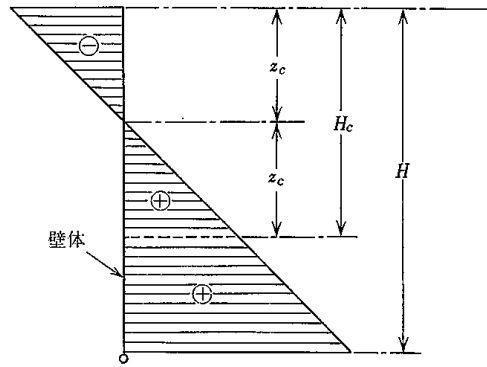


図 5.2 粘着力をもつ土が壁体に及ぼす主働土圧³⁾

(2) 潜在すべり面の概念を利用した臨界高さの算出式(新評価法)

図 5.3 に示すように鉛直高さ h を大きくしていくと、赤印領域の潜在すべり面における接線方向の応力度(せん断応力度) τ と法線方向の応力度 σ_N の比 $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ も大きくなる。鉛直高さを大きくしていく、次式のように潜在すべり面上での応力比が、破壊基準線の傾きとなったときに地盤で破壊が発生するものとする。

$$\tan \phi_f \leq \left(\frac{\tau}{\sigma_N} \right)_{\max} \quad (5.7)$$

ここに、 ϕ_f : 三軸試験等で得られた内部摩擦角

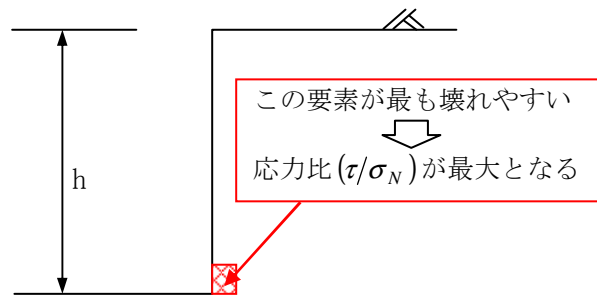


図 5.3 臨界高さの考え方

当モデルでは、 $\tan \phi_f$ を粒子間の平均的な摩擦係数（飽和土あるいは乾燥土のせん断試験から得られる有効応力表示による内部摩擦角 ϕ' を不飽和土の内部摩擦角 ϕ_{unsat} としている）として、

$(\tau/\sigma_N)_{\max}$ を潜在すべり面に作用する粒子間力度を用いて $\max \left(\frac{\vec{F}_{\beta,T}}{F_{\beta,N}} \right)$ に置き換えて計算する。

つまり、次式となる鉛直高さ h を臨界高さ h_{up} として算出する。

$$\tan \phi_f \leq \max \left(\frac{\vec{F}_{\beta_1,T}}{\vec{F}_{\beta_1,N}} \right) \quad (5.8)$$

ここに、 $\tan \phi_f$: 粒子間の平均的な摩擦係数 ($\cong \tan \phi'$ 、 ϕ' : 有効応力表示による内部摩擦角)、

$\vec{F}_{\beta_1,N}$: 接点角 β_1 である接平面での粒子間力度 \vec{F}_{β_1} の法線方向成分、

$\vec{F}_{\beta_1,T}$: 接点角 β_1 である接平面での粒子間力度 \vec{F}_{β_1} の接線方向成分、

適度な含水比で締固めた土を掘削するとある深さまで掘削面は鉛直な状態で自立するが、この状態は、図 5.1(a) の擁壁を取り除いた状態に対応し、外力はゼロである。よって、 $\vec{F}_{\beta_1,T}$ と $\vec{F}_{\beta_1,N}$ は、マトリックスサクションによる粒子間力度と自重による粒子間力度を用いて表され、式(5.2)と式(5.3)は次式のように書き直される。

$$\vec{F}_{\beta_1,N} = \vec{F}_{matr,\beta_1} + \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot (1 + \cos 2\beta_1) \quad (5.9)$$

$$\vec{F}_{\beta_1,T} = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot h_{up} \cdot \sin 2\beta_1 \quad (5.10)$$

式(5.9)、式(5.10)を式(5.8)の右辺に代入し、左辺の値より小さい場合は、安定していることになる。安定している場合は、式(5.9)と式(5.10)の h_{up} を増加させていき、式(5.8)が成り立つ時の h_{up} が、臨界鉛直高さ h_{cri} となる。

図 5.4 に鉛直自立高さを算出するフローチャートを示す。

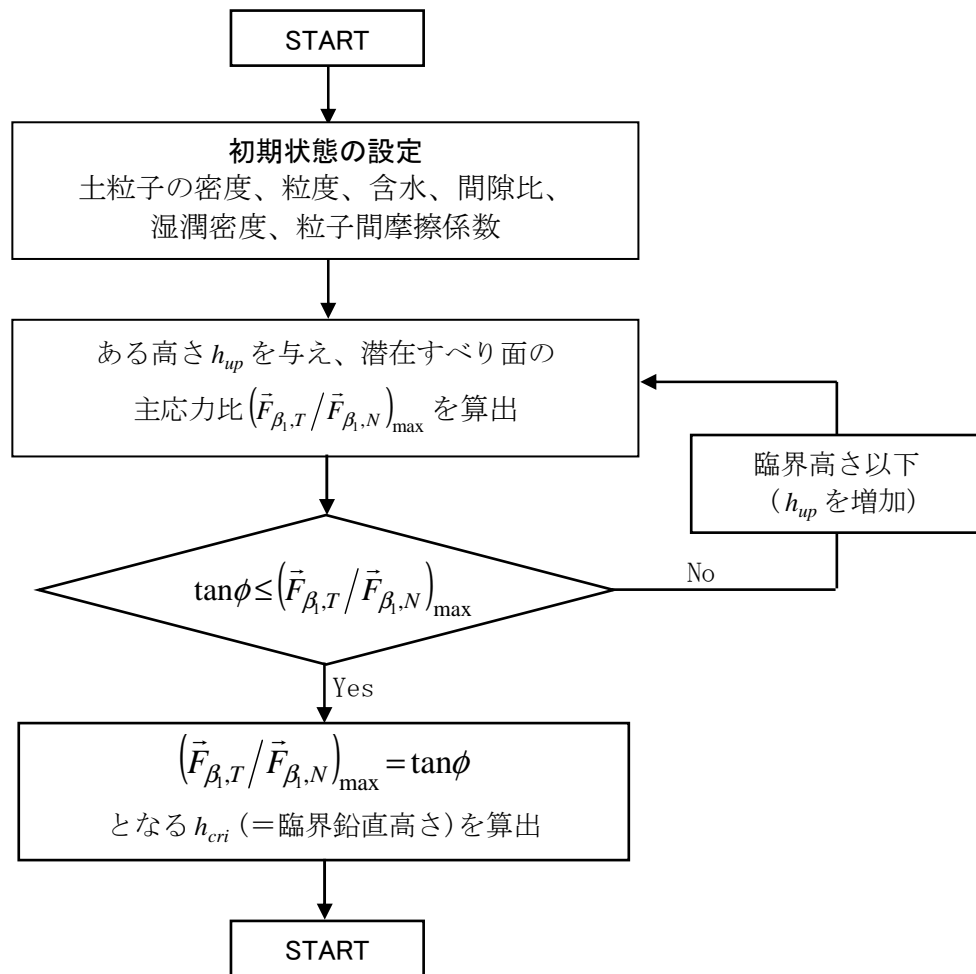


図 5.4 臨界高さの算出フロー

5.3.2 臨界高さの計算結果(計算例)

数値計算に用いた試料は、しらすおよび海浜砂、河川砂を用いた。その物性値を表 5.1～表 5.2、粒径加積曲線を図 5.5～図 5.6 に示す。海浜砂と河川砂は、青森県の沿岸部で採取したもので、河川砂で 20cm 程度の鉛直自立高さは見られたが、掘削時に殆ど自立しなかったものである。

表 5.1 計算に用いた土質パラメータ (しらす)

材料			しらす
土粒子の密度	ρ_s	g/cm^3	2.570
湿潤密度	ρ_t	g/cm^3	1.309
乾燥密度	ρ_d	g/cm^3	1.073
含水比	w	%	22.0
間隙比	e		1.395
飽和度	Sr	%	40.69

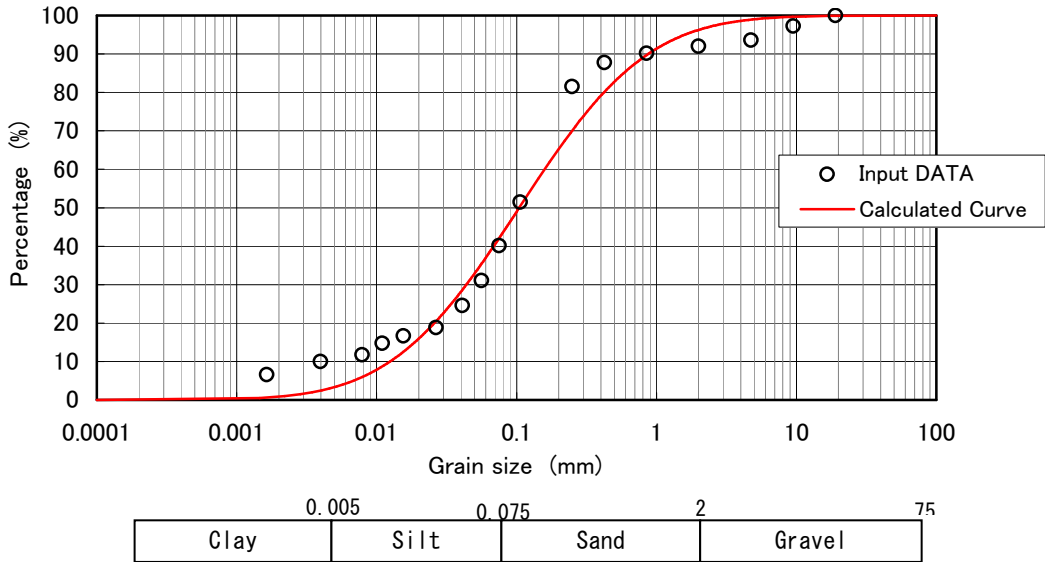


図 5.5 粒径加積曲線（しらす）

表 5.2 計算に用いた土質パラメータ（海浜砂、河川砂）

材料		海浜砂	河川砂
土粒子の密度	ρ_s g/cm ³	2.638	2.685
湿潤密度	ρ_t g/cm ³	1.780	1.815
乾燥密度	ρ_d g/cm ³	1.528	1.615
含水比	w %	16.5	12.4
間隙比	e	0.730	0.660
飽和度	Sr %	60.00	50.30
見掛けの粘着成分	c_d kN/m ²	0.000	0.500
内部摩擦角	ϕ_d 度	32.50	31.00

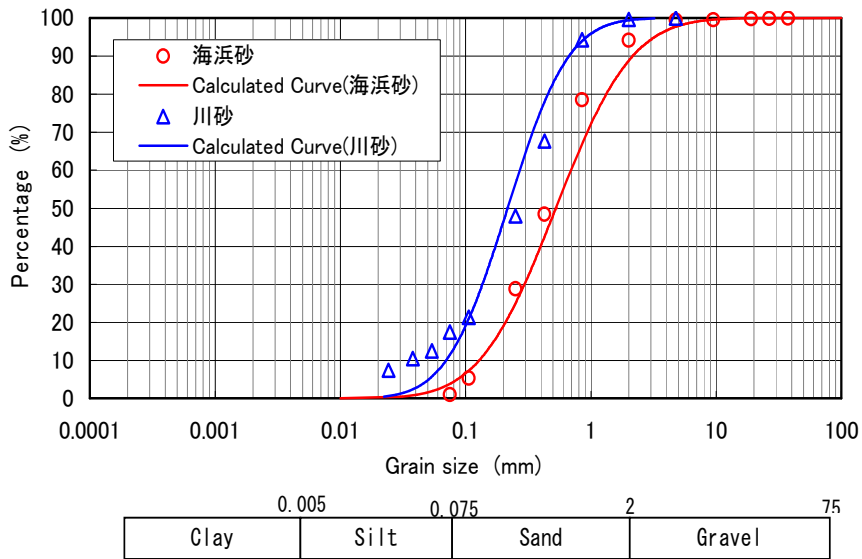


図 5.6 粒径加積曲線（海浜砂、河川砂）

表 5.3 および図 5.7 に、しらす材料のケースにおける鉛直高さ h を変化させた場合の粒子間力度比 $\max(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})$ の変化を算出した結果を示す。また、図 5.8 には、臨界高さ時のモールの応力円を示している。

同図表によると、鉛直高さを大きくすると、潜在すべり面上での粒子間応力比も大きくなり、 $h = 2.05\text{m}$ で粒子間の平均的摩擦係数 $\tan \phi$ と等しくなる。よって、しらす材料の臨界高さは、 $h_{up} = 2.05\text{m}$ となる。図 5.8 では、臨界高さとなると破壊基準線に接していることがわかる。

表 5.3 しらすの臨界高さの算出結果

高さ h (m)	$(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})_{\max}$	備考
0.20	0.117	
0.40	0.213	
0.60	0.295	
0.80	0.367	
1.00	0.432	
1.20	0.491	
1.40	0.546	
1.60	0.597	
1.80	0.645	
2.00	0.690	
2.05	0.700	$= \mu_{\text{ave}}$
2.20	0.733	
2.40	0.774	
2.60	0.813	
2.80	0.851	
3.00	0.887	

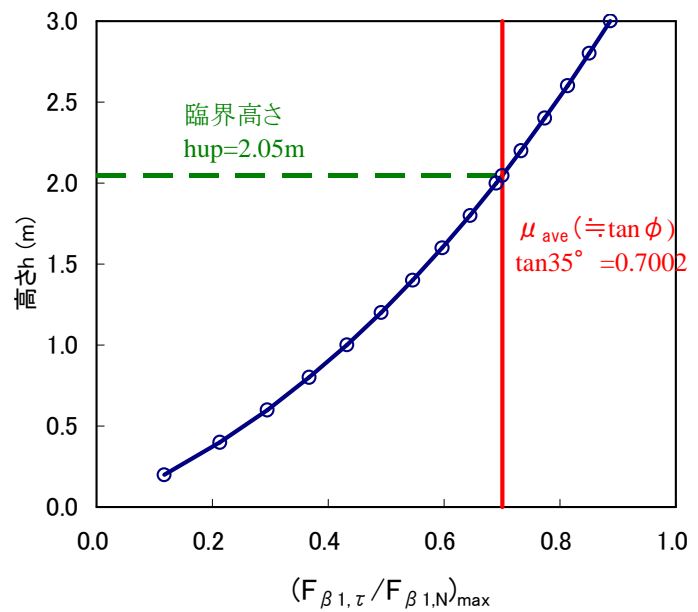


図 5.7 しらすの臨界高さ

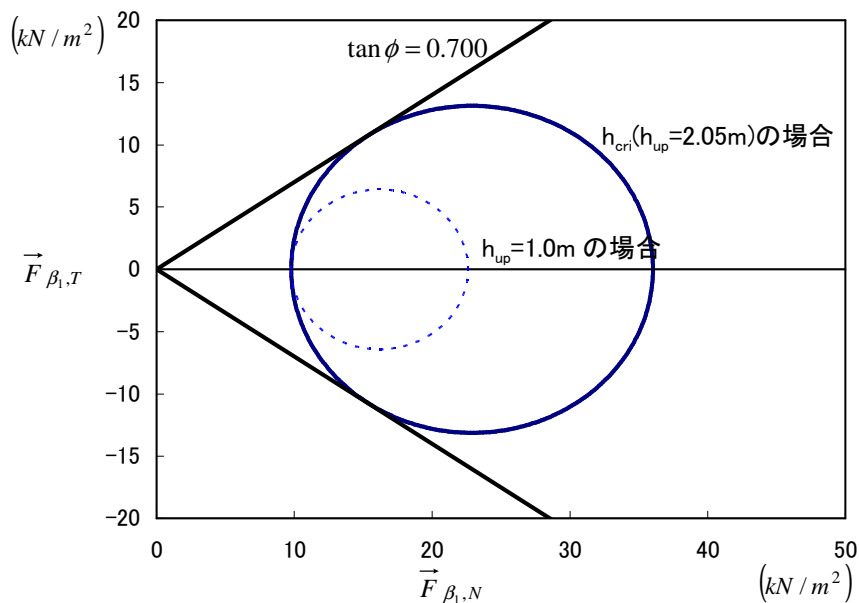


図 5.8 臨界高さのモールの応力円

同様に、海浜砂と河川砂でも臨界高さを算出した。その結果を表 5.4 と図 5.9 に示す。図 5.9 は、巻末に添付する参考で述べる北村モデルから算出される見かけの粘着力度を用いて、見かけの粘着力度と臨界高さの関係を示している。同図には、今回の潜在すべり面の概念を取り入れた臨界高さの算出法に加え、見かけの粘着力度を用いた従来の臨界高さ算出法で得られた結果を示す。

同図表によると、見かけの粘着力度(または、サクション)が大きくなると、臨界高さが高くなる結果がみられた。臨界高さが低い海浜砂および河川砂では、北村モデルを用いても、非常に小さい結果が得られた。これは、海浜砂および河川砂の粒径加積曲線をみてもわかるように、均等係数が小さい(粒度分布が悪い)材料であり、マトリックスサクションによる粘着力度が期待できないことに起因している。

表 5.4 各材料を用いた臨界高さの算出結果

	ρ_t (%)	w (%)	Sr (%)	ϕ (度)	c(=c ₁) (kN/m ²)	h _{cri} (m)	
						北村モデル	既往算出法
しらす	1.31	22.0	40.6	35.0	4.3	2.05	2.58
海浜砂	1.78	16.5	59.9	32.5	0.4	0.15	0.15
川砂	1.82	12.4	50.2	31.0	0.5	0.16	0.18

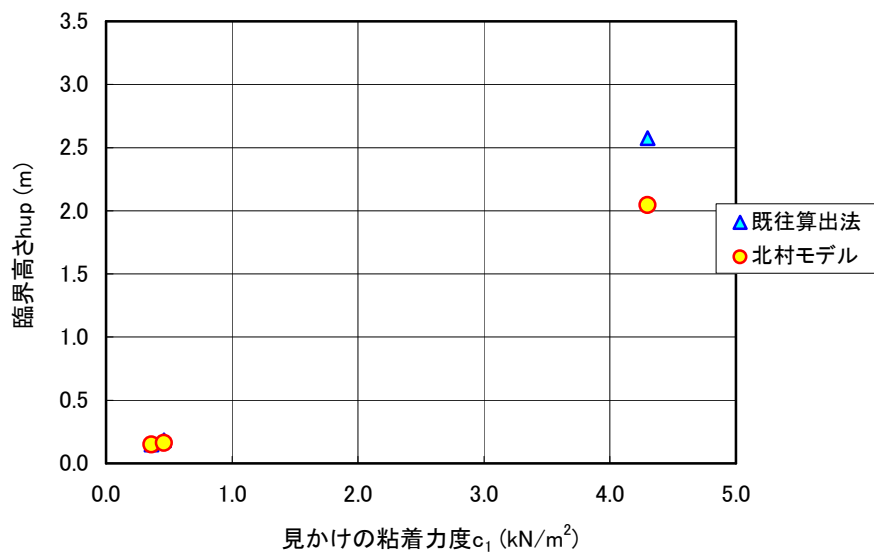


図 5.9 見かけの粘着力度と臨界高さの関係

また、ガラスビーズを用いて自立高さの試験を実施した結果⁴⁾と比較してみる。この試験は、直径(内径)8.85cm のアクリル製中空円柱管(管内面には疎水性ワックスを塗布)内に粒径が概ね揃ったガラスビーズを締め固め(2~3cm/層ごとにアクリル棒で10~50回突固め)ながら詰めていき、ある設定高さの供試体を作製する。アクリル管をゆっくり引き上げ、供試体が自立するか否かを判定する試験である。試験に用いた材料(ガラスビーズ)は、表 5.5、図 5.10 に示すように3通りの粒径に揃えて実施している。

表 5.5 試験に用いたガラスビーズの諸元

試料 番号	土粒子 の密度 (g/cm ³)	粒径D			詰め方	内部 摩擦角 (°)	間隙比
		D _{min} (mm)	D _{max} (mm)	D ₅₀ (mm)			
①	2.5	0.300	0.850	0.513	締固め(密)	33	0.591
②	2.5	0.710	1.400	1.015	締固め(密)	35	0.607
③	2.5	1.180	2.800	1.700	締固め(密)	38	0.625

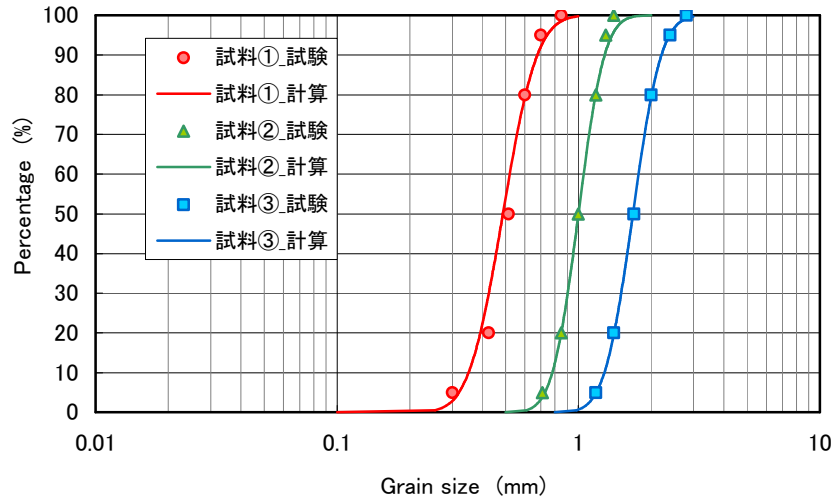


図 5.10 試験および計算に用いた粒径加積曲線

当試料のパラメータを用いて、北村モデルを用いた計算を行った。ただし、ガラスビーズの湿潤密度のデータがないため、間隙比、飽和度が試験値と合うように含水比と湿潤密度を試行錯誤法で算出し、計算に用いた。試験による自立高さ と北村モデルによる自立高さの結果を表 5.6、図 5.11 にまとめて示す。

同図によると、粒径が大きいほど自立高さも小さいことが分かる。また、粒径が揃っている場合の検討であるため、自立高さが小さく、誤差も小さいものの、概ね相似した値を示しているもの考えられる。

表 5.6 自立高さの算出結果(ガラスビーズ)

試料 番号	試験値				理論値		
	間隙比	飽和度 (%)	平均 粒径 (mm)	自立高さ 試験値 (cm)	湿潤 密度 (g/cm ³)	含水比 (%)	自立高さ 理論値 (cm)
①	0.591	66.0	0.513	14.0	1.82	15.5	12.4
②	0.607	66.0	1.015	8.0	1.81	16.1	7.5
③	0.625	66.0	1.700	6.0	1.80	66.0	4.0

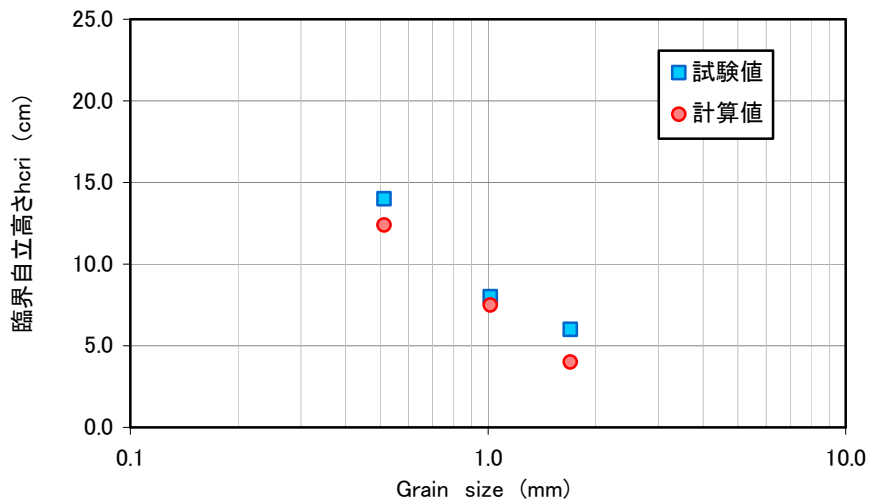


図 5.11 粒径と自立高さの関係

5.3.3 ランキンの主動土圧

まず、既往で用いられている主動土圧の算出法を示す。

モール・クーロンの破壊基準線を考えるとき、図 5.12 より次式が得られる。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c \cdot \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi \quad (5.11)$$

ここに、 σ_1 、 σ_3 : 主応力度 ($\sigma_1 \geq \sigma_3$)、

c : 見かけの粘着力度、

ϕ : 内部摩擦角。

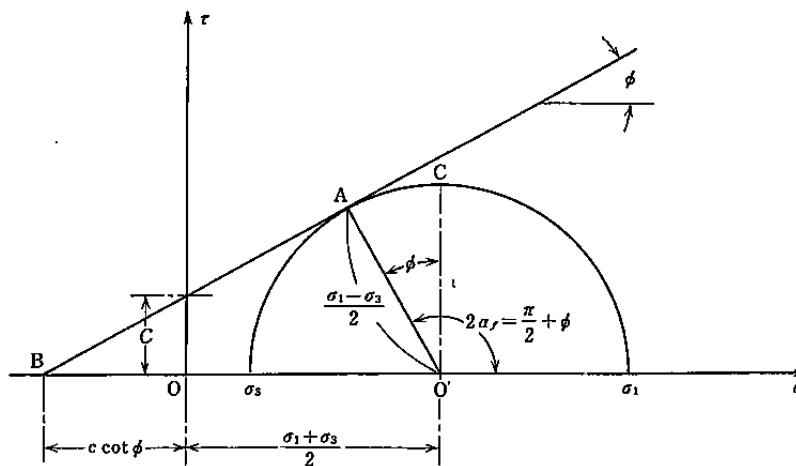


図 5.12 破壊条件の主応力による表し方⁵⁾

擁壁に主働土圧が作用している時、背後の土には破壊が生じていることになり、鉛直応力度 σ_v と水平応力度 σ_h は、式(5.11)を満たしていなければならない。そこで、式(5.11)において、 $\sigma_1 = \sigma_v$ 、 $\sigma_3 = \sigma_h$ と置き換え、主働土圧(水平応力度) σ_{ha} について整理すると次式となる。

$$\begin{aligned}\sigma_{ha} &= \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \sigma_v - 2c \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi} \\ &= \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \cdot \sigma_v - 2c \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \\ &= K_a \cdot \sigma_v - 2c \cdot \sqrt{K_a}\end{aligned}\tag{5.12}$$

ここに、 K_a : 主働土圧係数、 $K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$

よって、壁体の高さ H とすると、 H 全体に作用する主働土圧の合力 P_a は、次式で表される。

$$P_a = \frac{1}{2} \rho_t g H^2 K_a - 2cH \sqrt{K_a}\tag{5.13}$$

5.3.4 潜在すべり面による土圧計算

本節では、潜在すべり面の考え方をを用いた新しい土圧の算出法を示す。図 5.13 に潜在すべり面を用いた土圧算出法のフローチャートを示す。本方法も壁体背後の土が破壊した際に生じるものとする。鉛直な壁体を考えた場合、臨界自立高さ h_{cri} と同等の高さまでは、完全にすべり面が形成されておらず、水平方向への応力度も作用しないことになる。擁壁高さ h_{up} が、臨界高さ h_{cri} 以上となると、式(5.8)の粒子間力度比 $\max(\bar{F}_{\beta_1,T}/\bar{F}_{\beta_1,N})$ が、粒子間の平均的な摩擦係数 $\mu (= \tan \phi)$ より大きくなり、土塊は移動しようとする壁体へ作用する応力度が発生する。よって、粒子間力度に任意の水平方向の応力度(外力度)を加え、 $\max(\bar{F}_{\beta_1,T}/\bar{F}_{\beta_1,N}) = \tan \phi$ となる応力度が主働土圧となる。

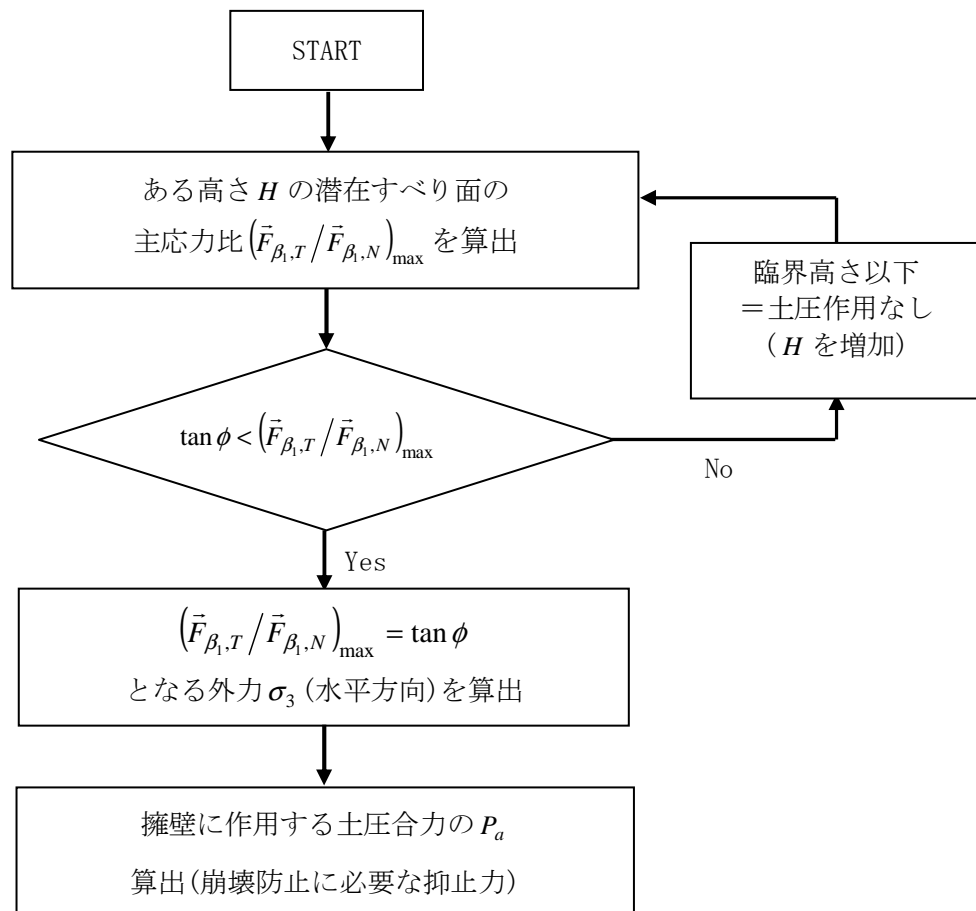


図 5.13 潜在すべり概念を用いた土圧計算の流れ

5.3.5 土圧の計算

(1) 既往算出法との比較

図 5.14 の壁面に作用する土圧を算出する。本検討では、鉛直な擁壁 ($\theta = 90^\circ$) に作用する土圧を求めるものとし、土と壁面と間には摩擦が働いていない (摩擦角 $\delta = 0$)、背面土の天端は水平である ($i = 0^\circ$) ものとする。

壁体背面の土材料は、表 5.1 および図 5.5 に示したしらす材料を想定している。

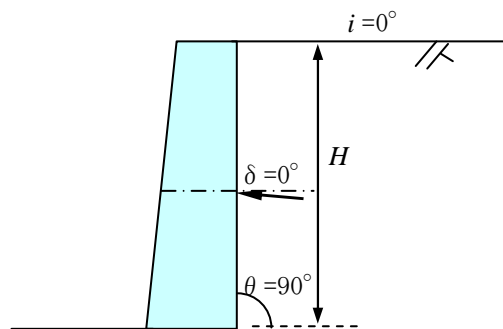


図 5.14 土圧が作用する壁体

検討した結果を、表 5.7 と図 5.15 に示す。擁壁高さ $H = 5.0\text{m}$ まで 0.2m 毎に算出している。

臨界高さは、表 5.3 より $h_{cri} = 2.05\text{m}$ である。

同図表より、擁壁高が高くなると作用する土圧も大きくなる傾向を示す結果が得られた。これは、擁壁高が高いほど、潜在すべり面上の接線方向と法線方向の粒子間力度の比 $\max(\vec{F}_{\beta,T} / \vec{F}_{\beta,N})$ が大きくなることに起因する。

ランキン土圧の計算に用いる粘着力度は、6章で述べる北村モデルから算出される見かけの粘着力度 (見かけの粘着力度 $c = 4.3\text{kN/m}^2$ の場合) を用いている。土圧合力は、どちらの手法とも擁壁高さ h_{up} とともに大きくなる傾向を示している。また、若干、北村モデルによる主働土圧量が既往算出法より小さくでているものの、概ね相似した結果を示しているものと考えられる。

これは、自重による粒子間力度のみの問題であれば、既往の主働土圧計算式と北村モデルの土圧計算式は同等となる (用極法による算出) が、マトリックスサクションによって生じる粒子間力度の効果の差が表れているものと考えられる。

表 5.7 土圧の算出結果

潜在すべり面による土圧				ランキン土圧	
高さ H (m)	$(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})_{\max}$	必要側方 応力度 $\sigma_3(\text{kN/m}^2)$	主働土圧 合力Pa (kN/m)	高さ H (m)	主働土圧 合力Pa (kN/m)
0.20	0.117	0.00	0.00	0.2	0.00
0.40	0.213	0.00	0.00	0.4	0.00
0.60	0.295	0.00	0.00	0.6	0.00
0.80	0.367	0.00	0.00	0.8	0.00
1.00	0.432	0.00	0.00	1	0.00
1.20	0.491	0.00	0.00	1.2	0.00
1.40	0.546	0.00	0.00	1.4	0.00
1.60	0.597	0.00	0.00	1.6	0.00
1.80	0.645	0.00	0.00	1.8	0.00
2.00	0.690	0.00	0.00	2	0.00
2.20	0.733	0.53	0.04	2.2	0.00
2.40	0.774	1.22	0.21	2.4	0.00
2.60	0.813	1.91	0.53	2.6	0.11
2.80	0.851	2.62	0.98	2.8	1.09
3.00	0.887	3.32	1.58	3	2.21
3.20	0.922	4.00	2.30	3.2	3.47
3.40	0.955	4.70	3.17	3.4	4.87
3.60	0.988	5.40	4.19	3.6	6.41
3.80	1.020	6.10	5.34	3.8	8.09
4.00	1.051	6.79	6.62	4	9.90
4.20	1.081	7.48	8.04	4.2	11.86
4.40	1.110	8.17	9.60	4.4	13.95
4.60	1.139	8.87	11.31	4.6	16.19
4.80	1.167	9.56	13.15	4.8	18.56
5.00	1.194	10.27	15.15	5	21.07

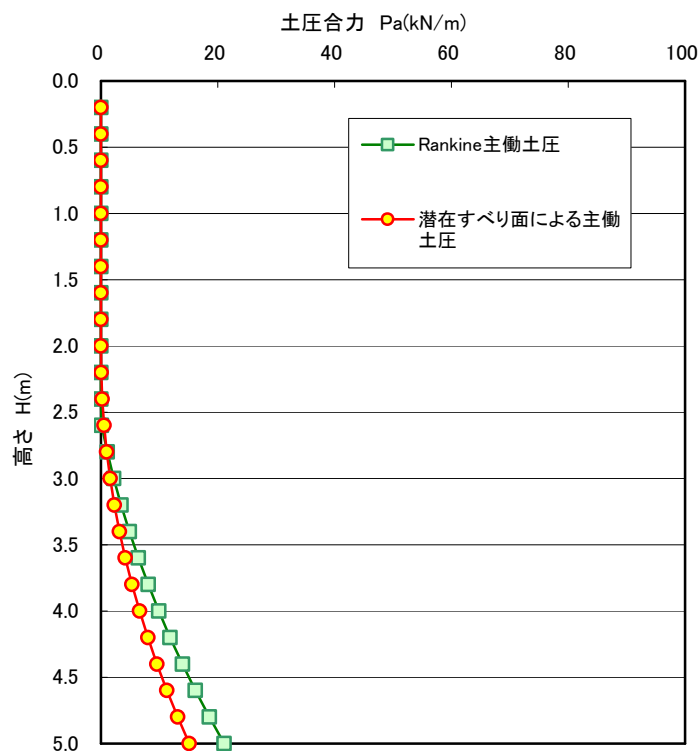


図 5.15 擁壁高と土圧合力の関係

(2) 土圧実験値との比較

実物大の擁壁土圧実験データ⁶⁾との比較検証を実施した結果を以下に示す。試験は、図 5.16 に示す装置で実施している。擁壁土圧の測定は、盛土施工中から計測可能となっているが、擁壁土圧の最大値は、盛土完了後に発生していることから、盛土完成時の土圧を対象に比較している。

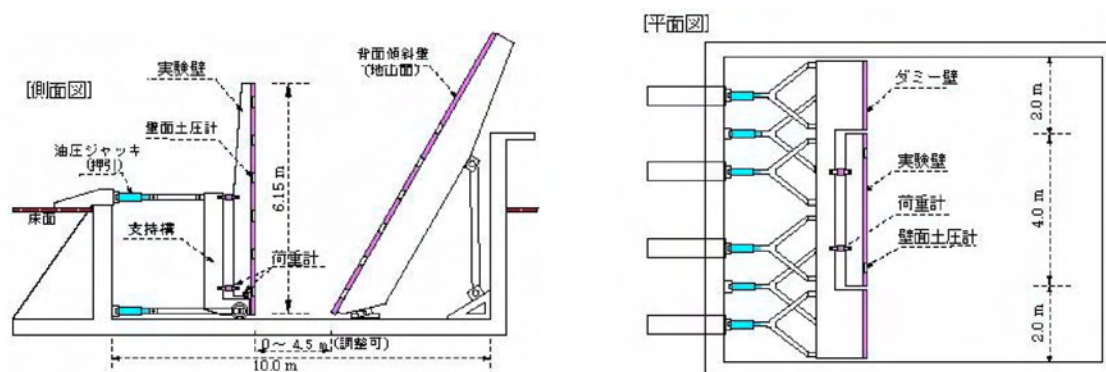


図 5.16 実大模型実験装置⁶⁾

表 5.8 に試験に用いた試料のパラメータを示す。表 5.8 のデータを基に想定した粒径加積曲線を図 5.17 に示す。ここで、CASE①は、盛土施工中に内部摩擦角 ϕ が、 25° ～ 42° と変化していることから、平均的な値として $\phi=35^{\circ}$ とした。CASE②については、試験結果から $\phi=25^{\circ}$ を採用している。

試験は、裏込め土を締めながら盛土した CASE①と緩い状態で詰めて盛土した CASE②で比較を行った。比較検討を行った結果を、CASE①については表 5.9 および図 5.18、CASE②については表 5.10 および図 5.19 に示す。

これらの図表から以下の通りであった。

- ・実大試験から得られた擁壁へ作用する主動土圧と、北村モデルで算出した主動土圧は、概ね相似した結果である。よって、潜在すべり面上の応力比から主動土圧を評価することができる。
- ・密に締めた試料では、重量が増えるものの、粒子間摩擦係数($\mu = \tan \phi$)が増加しているため、緩い状態よりも擁壁へ作用する主動土圧は小さな値となっている。
- ・土粒子が粗い(粒径の大きい)材料を用いているため、潜在すべり面上の応力度は、マトリックスサクションによって生じる粒子間力度の影響が小さい(見かけの粘着力が非常に小さい)ため、自重による粒子間力度に依存している。そのため、既往算出法であるランキン土圧と同等な値を示している。

表 5.8 試験に使用した材料パラメータ

実験番号		CASE①	CASE②
試料状態		締固め砂	ゆる詰め砂
湿潤密度	ρ_t	19.4g/cm ³	16.8g/cm ³
含水比	w	5.4%	7.9%
間隙比	e	0.48	0.75
空気間隙率	va	23%	31%
締固め度	D	95%	81%
土質材料			
名称		粗砂	
統一土質分類		SP	
比重	Gs	2.73	
土粒子サイズ	D100	9.5mm	
	D90	4.0mm	
	D60	1.5mm	
	D50	1.0mm	
	D30	0.42mm	
	D10	0.19mm	
均等係数	Uc	7.9	
試験時の材料強度			
内部摩擦角	ϕ	35(°)	25(°)

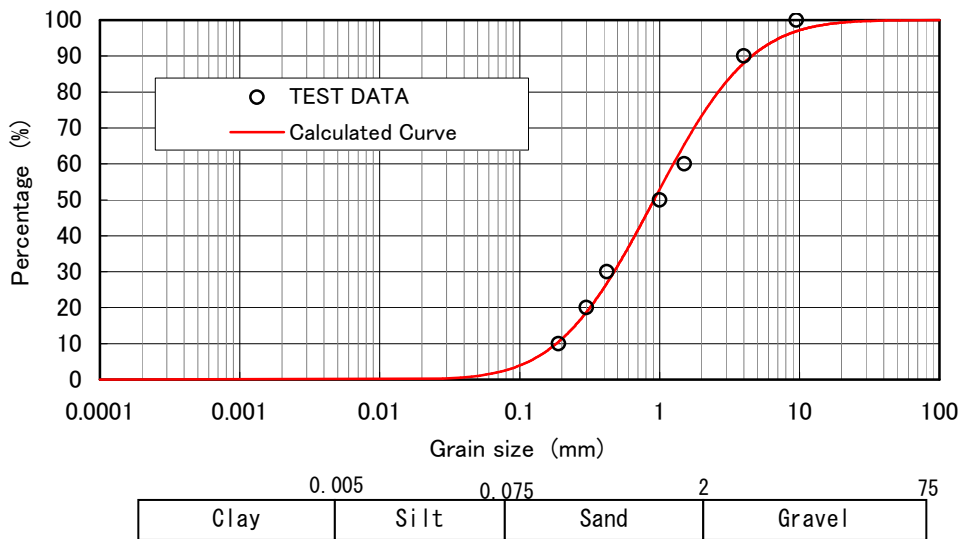


図 5.17 材料(粗砂)の粒径加積曲線

表 5.9 主働土圧 算出結果(CASE①：密な砂)

土圧試験結果			北村モデル		ランキン土圧
擁壁高さ (m)	計測深度 (m)	壁面土圧 (kN/m ²)	$(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})_{\max}$	壁面土圧 (kN/m ²)	壁面土圧 (kN/m ²)
6.15	0	0	0	0	0
5.65	0.5	7.20	16.14	2.57	2.58
4.65	1.5	4.95	27.42	7.73	7.73
3.65	2.5	7.95	36.06	12.88	12.88
2.65	3.5	10.90	42.47	18.02	18.03
1.65	4.5	19.40	47.12	23.18	23.21
0.65	5.5	10.90	50.46	28.34	28.36
0	6.15		52.51	31.69	31.70

表 5.10 主働土圧 算出結果(CASE②：ゆる詰め砂)

土圧試験結果			北村モデル		ランキン土圧
擁壁高さ (m)	計測深度 (m)	壁面土圧 (kN/m ²)	$(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})_{\max}$	壁面土圧 (kN/m ²)	壁面土圧 (kN/m ²)
5.85	0	0	0	0	0
4.85	1.0	3.50	25.74	6.68	6.68
3.85	2.0	7.80	36.65	13.35	13.36
2.85	3.0	20.95	44.34	20.04	20.05
1.85	4.0	18.10	49.53	26.7	26.73
0.85	5.0	25.60	53.28	33.4	33.41
0	5.85		55.73	39.07	39.09

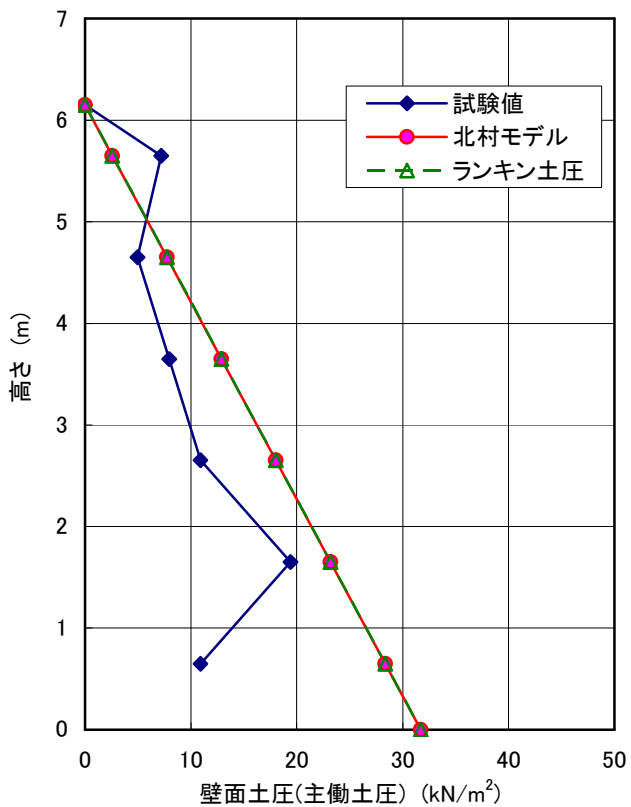


図 5.18 壁面土圧分布(CASE①)

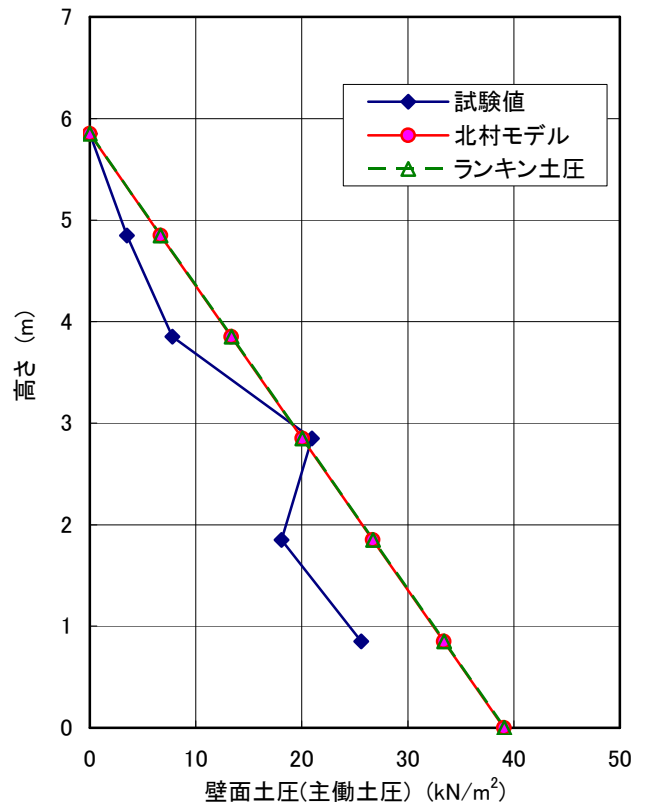


図 5.19 壁面土圧分布(CASE②)

5.4 支持力問題への適用

5.4.1 従来の支持力算出式

支持力問題とは、地盤上に建物等の基礎を置く場合、地盤のすべり破壊に対して安全か否かを確認する必要がある。つまり、地盤の持つ強度を越えるような載荷重が作用すると地盤は破壊(すべり面の形成)が発生し、支持できない状態となる。よって、地盤が支持できる載荷重を求めるものである。

従来の支持力式は、次式に示すものである。

$$\frac{Q}{B} = cN_c + \frac{1}{2} \rho_t g B N_\gamma + q N_q \quad (5.18)$$

ここに、 Q/B ：支持力度 (Q ：全荷重、 B ：載荷幅)、

c ：見かけの粘着力度、

ρ_t ：湿潤密度、

q ：載荷面の両側に作用する等分布荷重、

N_c, N_γ, N_q ：支持力係数。

図 5.20 に示すように支持力係数は、破壊(すべり面)形状により設定されている。

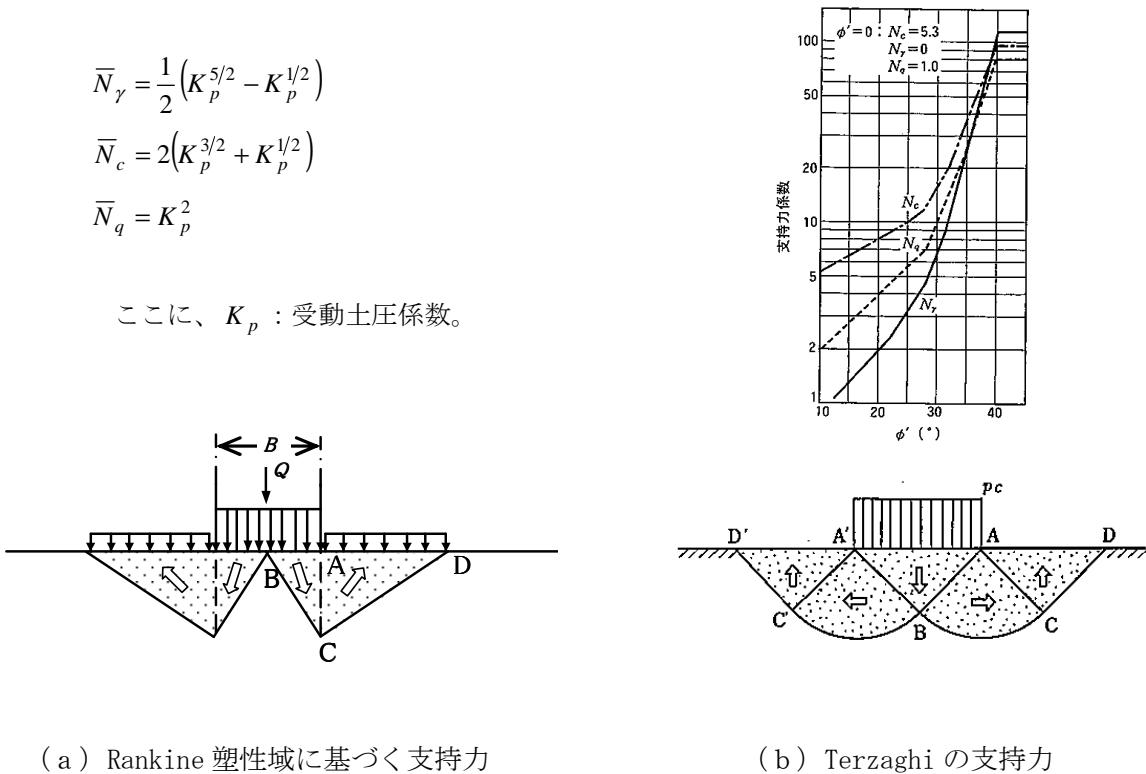


図 5.20 支持力係数⁷⁾⁸⁾

5.4.2 潜在すべり面を用いた支持力

潜在すべり面を用いて支持力を算出するためには、平坦な地盤上へ荷重が加わった時、地盤内で誘起される応力の分布状態がどのようになっているかを知る必要がある。外力によって地盤内に発生する応力度については、Boussinesq(ブシネスク)の解を用いるものとする。

ブシネスクの解によると、図 5.21 に示すように点荷重 P_{point} が水平な半無限地盤（弾性体）に加えられた場合を考える。点荷重 P_{point} による地盤内の要素に生じる応力度増分は次のように表される⁸⁾。

$$\Delta\sigma_x = \frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \left[\frac{z}{r^5} \cdot x^2 + \frac{1-2\nu}{3} \cdot \left\{ \frac{r^2 - rz - z^2}{r^3 \cdot (r+z)} - \frac{2r+z}{r^3 \cdot (r+z)^2} \cdot x^2 \right\} \right] \quad (5.19)$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \left[\frac{z}{r^5} \cdot y^2 + \frac{1-2\nu}{3} \cdot \left\{ \frac{r^2 - rz - z^2}{r^3 \cdot (r+z)} - \frac{2r+z}{r^3 \cdot (r+z)^2} \cdot y^2 \right\} \right] \quad (5.20)$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{r^5} \quad (5.21)$$

$$\Delta\tau_{xy} = \frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \left[\frac{x \cdot y \cdot z}{r^5} - \frac{1-2\nu}{3} \cdot \frac{x \cdot y \cdot (2r+z)}{r^3 \cdot (r+z)^2} \right] \quad (5.22)$$

$$\Delta\tau_{zx} = \frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \frac{z^2}{r^5} \cdot x \quad (5.23)$$

$$\Delta\tau_{zy} = -\frac{3P_{point}}{2\pi} \cdot \frac{z^2}{r^5} \cdot y \quad (5.24)$$

ここに、 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ 、 r : 原点から対象要素までの距離

ν : ポアソン比。

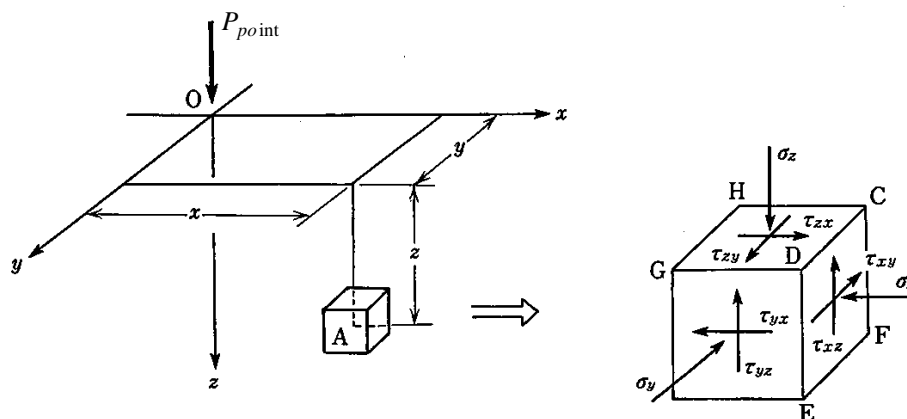


図 5.21 直角座標による応力成分(単一集中荷重)⁹⁾

2次元問題にすると式(5.20)、式(5.22)、式(5.24)が省略される。地盤内の任意の場所(x, z)の応力増分 $\Delta\sigma_x$ 、 $\Delta\sigma_z$ 、 $\Delta\tau_{zx} = -\Delta\tau_{xz}$ からモールの応力円が描け、主応力度増分 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_3$ が求まる。ブシネスクの解は、物体力のない弾性体に点荷重が作用した時の物体内の応力を求めたものであり、外力による粒子間力度に相当している(ブシネスクの解は土の自重を考慮していない)。

主応力度増分を式(3.20)に代入することにより、外力による粒子間力度が求められる。自重、マトリックスサクシオンによる粒子間力度を付け加えた粒子間力度を式(5.8)に代入し、メッシュ状に区分された解析領域内で接点角 β_1 を変化させ、(左辺<右辺)を満足するメッシュが出現する直前の線荷重が線荷重による地盤の支持力となる。図5.22は計算手順を示したフローチャートである。

また、点荷重 P_{point} を $P_{point} \cdot dy$ や $P_{point} \cdot dx \cdot dy$ に置き換えることによって線荷重や面荷重(分布荷重)による地盤の支持力が求められる。

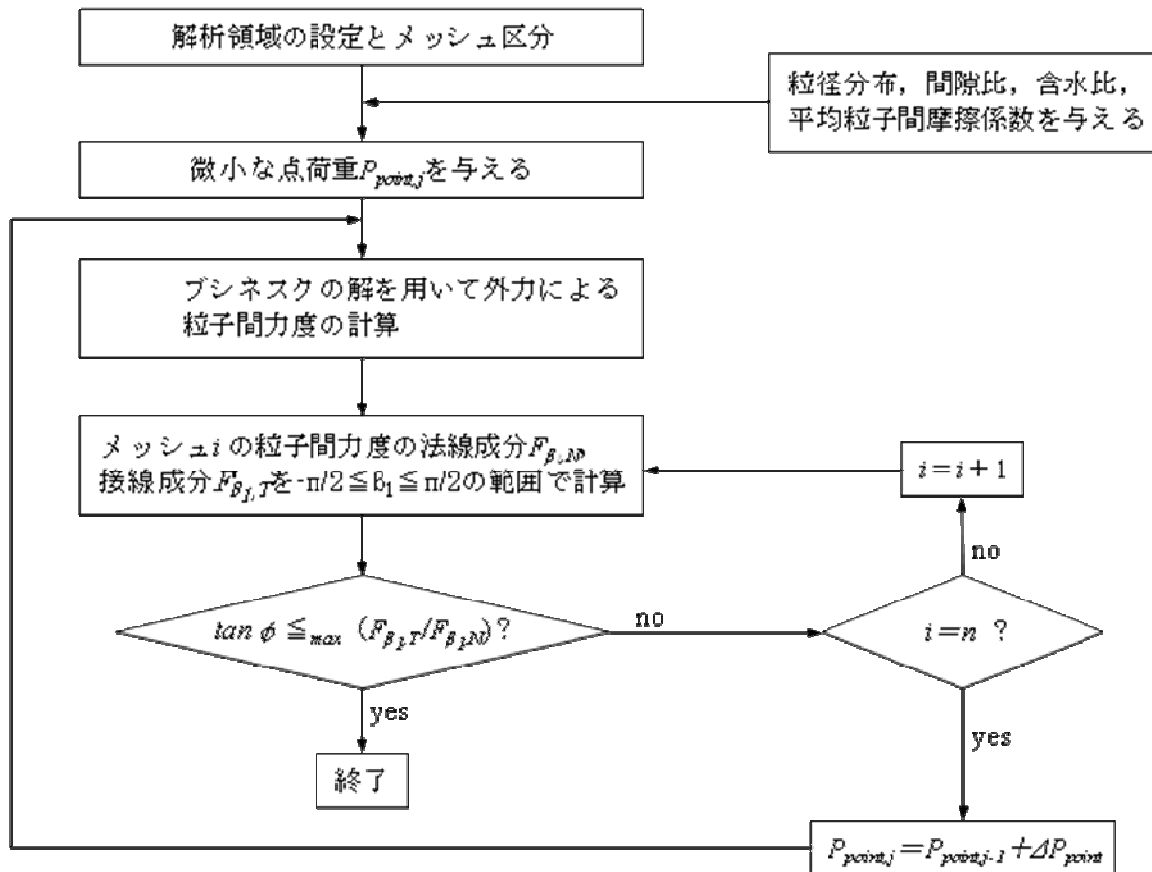


図 5.22 支持力を求める計算手順

5.4.3 計算結果

表 5.1 および図 5.5 に示したしらす材料の水平地盤上に分布荷重が作用した場合の計算を実施した結果を示す。計算は、根入れ効果(載荷面左右の等分布荷重)は考慮しないものとした。

地盤が破壊するように分布荷重を $q=900\text{kN/m}^2$ とし、検討を行った。載荷幅は、 $B=8\text{m}$ とし、地盤を 1m メッシュに分割した。各メッシュについて主応力比 $\max(\bar{F}_{\beta_1,T}/\bar{F}_{\beta_1,N})$ を算出した結果を図 5.23 に示す。主応力比 $\max(\bar{F}_{\beta_1,T}/\bar{F}_{\beta_1,N})$ が、 $\tan \phi$ を超過した部分については、黄色で塗りつぶしている。また、載荷幅の中心からの離れ(x 方向)毎に $\max(\bar{F}_{\beta_1,T}/\bar{F}_{\beta_1,N})$ がもっとも大きい箇所は赤字にしてある。

同図から、本モデルでも従来解析で想定していた載荷重に伴う地盤内の塑性すべり状態を表現できていることが確認できる。

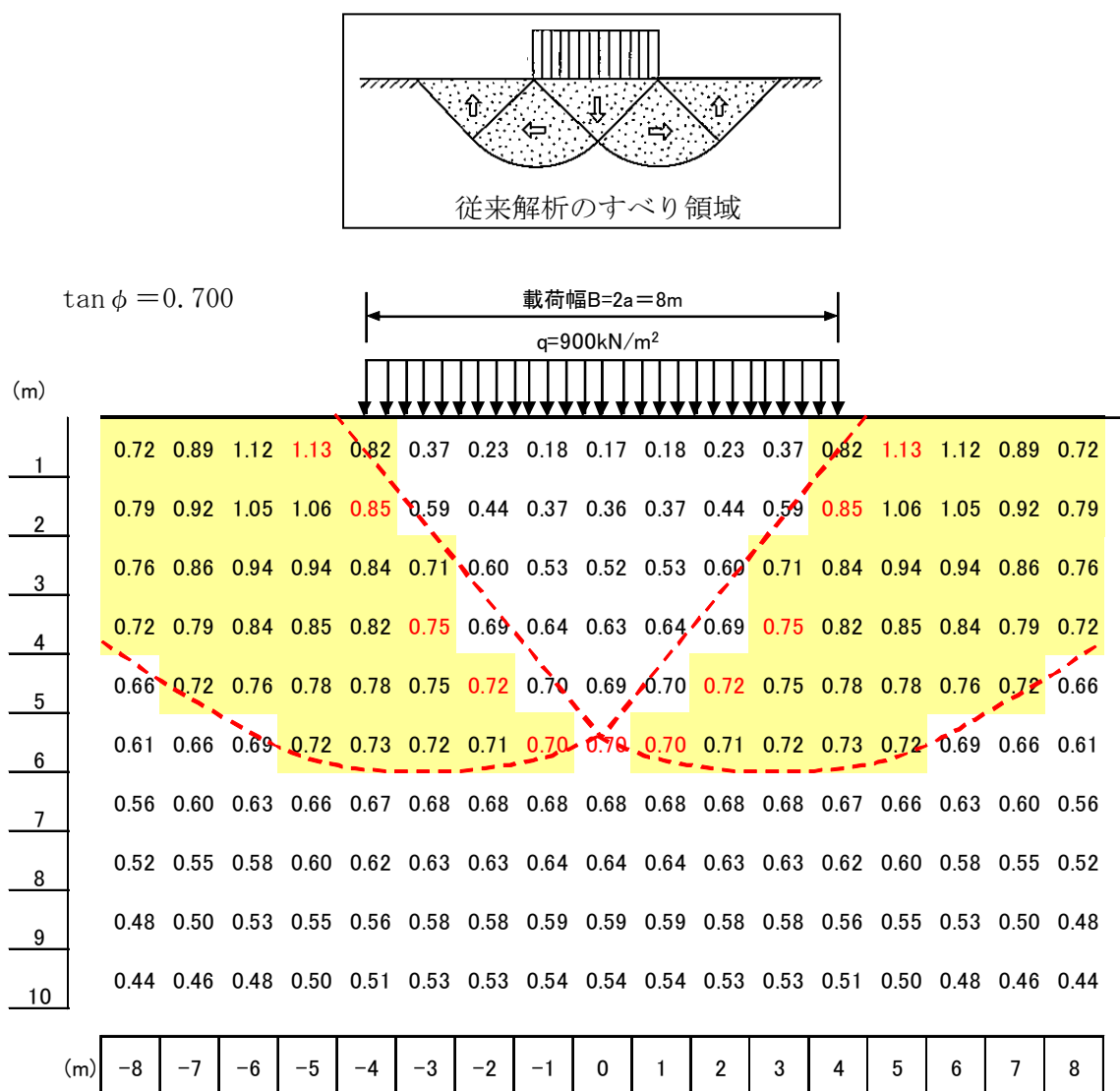


図 5.23 潜在すべり面を用いた載荷重による主応力比

5.5 斜面安定問題への適用

5.5.1 既往の研究

豪雨による斜面災害は過去より繰り返され、毎年のように斜面崩壊が発生している。特に近年は、異常気象の影響もあり、雨の降り方が従来と違って局地的に集中しており、日本各地で記録的な豪雨となっている。それに伴い斜面崩壊や崩壊土砂が土石流となって流下し、災害が多発している¹⁰⁾。特に九州地方は台風の通過が多く、毎夏に豪雨が発生し、斜面崩壊・土砂災害を引き起こしている。2005年9月4～7日に発生した台風14号では、九州の西海岸に沿ってゆっくりと北上し、長期間、大雨をもたらし、鹿児島県、宮崎県、大分県の多くの箇所で深刻な損害、土砂災害を与えた¹¹⁾。

急峻な山地地形を多く有するわが国では、一概に土砂災害を防止するため、全ての斜面や土砂災害危険箇所に対策を施すことは、非常に困難なことである。よって、豪雨時の斜面崩壊による災害を軽減するためには、降雨時の斜面の安定性をリアルタイムにかつ定量的に評価し、逸早く住民への避難勧告や通行規制の指示を的確に行うことが重要である。そのためには、斜面崩壊の発生を予知(どこで、いつ、どの程度の)する必要がある。

これまでも豪雨時の斜面崩壊を予測する手法に関して多くの研究がなされ、その主たるものが、過去の崩壊発生時の降雨データを解析し、危険度指標を作成し、新たな豪雨パターンに適用するものであった¹²⁾。この手法は非常に簡易的かつ容易に活用できるものであるが、地盤特性が考慮されておらず、また、降雨パターンが地域毎によって違うことから、近年のような想定外の豪雨には十分な対応ができていない。

そこで、斜面崩壊は力学現象であり、崩壊メカニズムを解明するために土質力学等の成果を援用したアプローチが必要である。しかし、降雨による斜面崩壊は、多くの現象が複雑に絡み合っており、数値解析を行う上で非常に困難なものとなっている。これは、近代的土質力学が、二相系で取り扱われていることも一因する。我々が扱う地盤を構成する物質は「土」である。土は、土粒子骨格(土粒子の集合体であり、土の実質部分)と間隙流体(骨格の間隙(土粒子間の空間)に存在する間隙水や間隙空気)で構成されている。間隙流体が間隙空気だけの土(飽和度 $S_r=0\%$)は「乾燥土」、間隙水だけの土(飽和度 $S_r=100\%$)は「飽和土」と呼び、この状態が二相系となる。自然界に分布する地下水位に浸っていない土は、その両者が共存(飽和度 $0\% < S_r < 100\%$)する「不飽和土」、いわゆる土粒子実質部分(固相)、間隙水(液相)、間隙空気(気相)の三相混合体である。

ここで、不飽和土質力学の体系化が如何に必要なかについて、斜面安定問題を用いて述べる。飽和土モデルは、飽和した斜面が崩壊する場合にのみ適用できる。ところが、間隙水で飽和されている状態の土は、強度が小さいため、飽和土モデルによって斜面の設計を行うとすれば、斜面の勾配を緩くするか、斜面安定対策を施す必要がある。一方、不飽和土を含む土全般に適用できるモデルがあれば、解析対象斜面に対して降雨などの給排水条件を与えることで、斜面地盤内にお

ける含水状態の時間的な挙動を解析できることから、任意の時刻における土の応力状態とひずみが算定でき、斜面の崩壊時期や変位-時間関係を予測することができるのである。つまり、斜面の不安定化に寄与する降雨による土塊自重、含水比の増加、および含水比の増加に伴うサクシオンに起因する強度(粘着成分)の低下などが算出され、時々刻々と変化する斜面の安定度を把握することができる。特にしらす斜面で多く発生する崩壊は、表層すべり型斜面崩壊であり、その影響が大きく作用するものと考えられる。

このように不飽和土質力学を用いることにより浸透、強度、斜面安定度等を有意的に結び付け、リアルタイムに斜面崩壊を予知するシステムの構築が可能となれば、土質力学の予測能力は飛躍的に向上し、地域防災計画になくってはならないものとなる。

5.5.2 斜面安定性評価

(1) 斜面の安定性指標

前述したように自然斜面や人工構造物の斜面(盛土や切土斜面)で、様々な要因が重なり、斜面崩壊が発生している。そこで、斜面がどの程度の安定性をもっているか斜面の安定度を示す尺度を示す必要がある。従来の斜面安定解析では、せん断抵抗(すべり面に沿って発揮する土のせん断強度)とせん断応力度(すべり面に沿って作用している滑動力)の比もしくはモーメント比で表された安全率 F_s が用いられている。この安全率 F_s は、1より小さいと斜面が壊れ、1より大きいと斜面が壊れない指標であり、材料力学でいう安全率と同じである。北村モデルでは、潜在すべり面となりうる粒子間力度の法線成分と接線成分の比が、土の平均摩擦係数 μ_s 以上になる場合に土が破壊するとした。そこで、安全率 F_s として次式のように定義した。

$$F_s = \frac{\mu_s}{\max\left(\frac{\vec{F}_{\beta_1,T}}{\vec{F}_{\beta_1,N}}\right)} \quad (5.25)$$

ここに、 $\vec{F}_{\beta_1,N}$: 潜在すべり面における粒子間力度の法線成分、

$\vec{F}_{\beta_1,T}$: 潜在すべり面における粒子間力度の接線成分。

式(5.25)では、従来と同じように安全率 $F_s=1$ を境界に崩壊の判定ができるものである。

(2) 斜面勾配の安定性評価

斜面勾配の安定性を検討する場合は、図 5.19 に示すように土圧問題を応用して、直壁の前面に斜面勾配が α slope の三角形の土塊を置くことにより解析が可能となる。すなわち、鉛直臨界高さを超えると土塊は崩壊するので、それを押さえるための盛土(斜面部分: 押え盛土効果)を行い、式(5.8)、もしくは式(5.25)を満足する時の角度で安全率が $F_s=1$ となる。

三角形底部に作用する荷重は、図 5.20 に示すように押え盛土(斜面部分)の土塊自重 W_{mass} の水平方向成分 \vec{F}_{hor} に相当し、次式で表される。

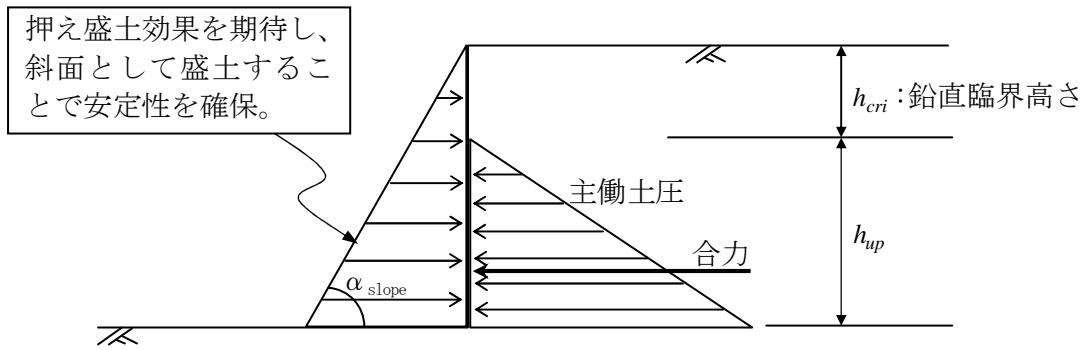


図 5.19 基本粒状体モデルと臨界高さおよび斜面傾斜による補正係数

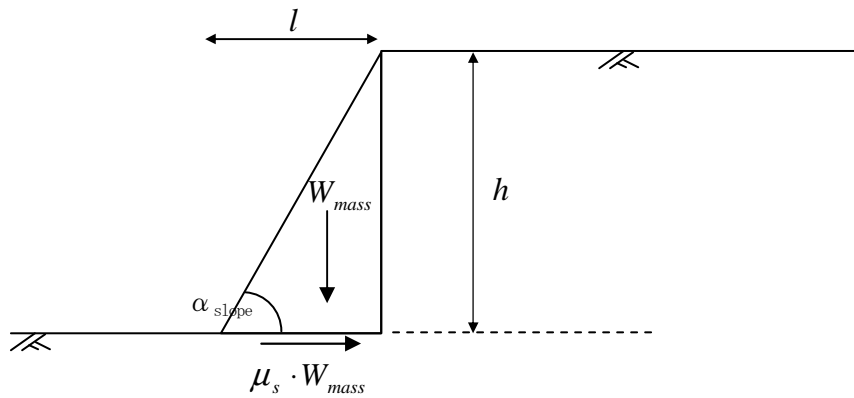


図 5.20 三角形形状の押え盛土の荷重

$$\vec{F}_{hor} = \mu_s \cdot W_{mass} \quad (5.26)$$

ここに、
$$W_{mass} = \frac{1}{2} \cdot \rho_t \cdot g \cdot \frac{h^2}{\tan \alpha_{slope}} \quad (5.27)$$

- μ_s : 平均粒子間摩擦係数 ($= \tan \phi'$)、
- ρ_t : 湿潤密度、
- α_{slope} : 斜面の傾斜角、
- h : 主働土圧が作用する高さ、
- ϕ' : 内部摩擦角、

計算方法は、式(5.26)から得られる荷重の水平成分を外力として与え、式(5.8)、式(5.25)を計算する。式(5.27)をみてわかるように、斜面の高さ h と斜面の傾斜角 α_{slope} を入力することで安定性の計算ができることになる。

5.5.3 斜面安定の計算

具体的な数値を入力して、斜面安定度の評価を行う。図 5.22 に潜在すべり面の概念を用いた斜面安定の評価法の流れを示す。

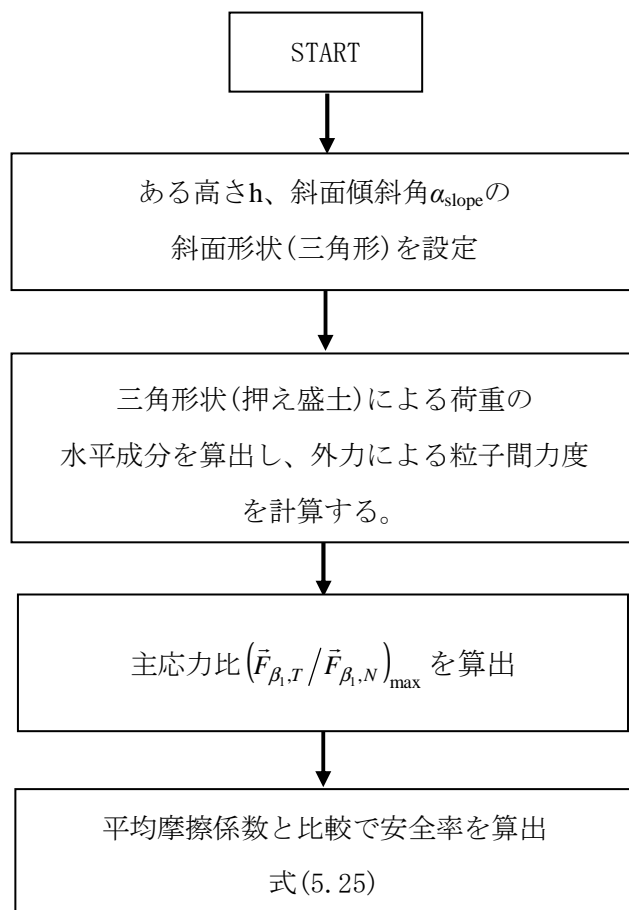


図 5.21 潜在すべり概念を用いた斜面安定計算の流れ

斜面の安定性評価に用いた材料は、表 5.1 および図 5.5 に示したしらす材料について実施した。数値計算は、盛土の高さ h と斜面の傾斜角 α_{slope} を変化させて、安全率を算出した。

計算は、以下の条件で実施した。

表 5.11 に計算結果一覧表を示す。図 5.22 に斜面高 h と粒子間力比度 $\max(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})$ の関係、図 5.23 に斜面高 h と安全率 F_s の関係を示している。

図 5.22 の点線で示した部分が、土の平均摩擦係数(ここでは、 $\tan \phi'$ としている)に相当し、点線より大きな値を示している条件において、安全率が $F_s=1.0$ (図 5.23 の点線部分)より小さくなり、斜面が崩壊することになる。

表 5.12 斜面安定の算定結果

$\mu = \tan \phi = 0.7002$ 上段: 最大粒子間力度比、下段: 安全率

		盛土高(m)									
		2.045	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
斜面の傾斜角 (α 度)	90	hcri	0.794	0.887	1.051	1.194	1.323	1.440	1.549	1.651	1.747
		$F_s=1.00$	$F_s=0.88$	$F_s=0.79$	$F_s=0.67$	$F_s=0.59$	$F_s=0.53$	$F_s=0.49$	$F_s=0.45$	$F_s=0.42$	$F_s=0.40$
	80	0.652	0.733	0.811	0.945	1.055	1.150	1.232	1.305	1.370	1.428
		$F_s=1.07$	$F_s=0.96$	$F_s=0.86$	$F_s=0.74$	$F_s=0.66$	$F_s=0.61$	$F_s=0.57$	$F_s=0.54$	$F_s=0.51$	$F_s=0.49$
	70	0.605	0.676	0.742	0.852	0.939	1.010	1.071	1.123	1.168	1.207
		$F_s=1.16$	$F_s=1.04$	$F_s=0.94$	$F_s=0.82$	$F_s=0.75$	$F_s=0.69$	$F_s=0.65$	$F_s=0.62$	$F_s=0.60$	$F_s=0.58$
	60	0.558	0.618	0.674	0.763	0.832	0.887	0.932	0.970	1.002	1.030
		$F_s=1.26$	$F_s=1.13$	$F_s=1.04$	$F_s=0.92$	$F_s=0.84$	$F_s=0.79$	$F_s=0.75$	$F_s=0.72$	$F_s=0.70$	$F_s=0.68$
	50	0.506	0.556	0.602	0.673	0.727	0.768	0.801	0.829	0.852	0.871
		$F_s=1.39$	$F_s=1.26$	$F_s=1.16$	$F_s=1.04$	$F_s=0.96$	$F_s=0.91$	$F_s=0.87$	$F_s=0.84$	$F_s=0.82$	$F_s=0.80$
	45	0.476	0.522	0.563	0.626	0.672	0.707	0.736	0.758	0.777	0.794
		$F_s=1.47$	$F_s=1.34$	$F_s=1.24$	$F_s=1.12$	$F_s=1.04$	$F_s=0.99$	$F_s=0.95$	$F_s=0.92$	$F_s=0.90$	$F_s=0.88$
	40	0.443	0.484	0.520	0.574	0.614	0.644	0.667	0.686	0.702	0.715
		$F_s=1.58$	$F_s=1.45$	$F_s=1.35$	$F_s=1.22$	$F_s=1.14$	$F_s=1.09$	$F_s=1.05$	$F_s=1.02$	$F_s=1.00$	$F_s=0.98$
	30	0.362	0.391	0.417	0.455	0.481	0.501	0.516	0.528	0.537	0.545
		$F_s=1.93$	$F_s=1.79$	$F_s=1.68$	$F_s=1.54$	$F_s=1.46$	$F_s=1.40$	$F_s=1.36$	$F_s=1.33$	$F_s=1.30$	$F_s=1.28$
	20	0.240	0.257	0.271	0.290	0.304	0.314	0.321	0.327	0.331	0.335
		$F_s=2.92$	$F_s=2.73$	$F_s=2.59$	$F_s=2.41$	$F_s=2.30$	$F_s=2.23$	$F_s=2.18$	$F_s=2.14$	$F_s=2.11$	$F_s=2.09$
10	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	
	$F_s=259.33$	$F_s=250.07$	$F_s=241.45$	$F_s=225.87$	$F_s=218.81$	$F_s=215.45$	$F_s=212.18$	$F_s=209.01$	$F_s=206.55$	$F_s=203.55$	

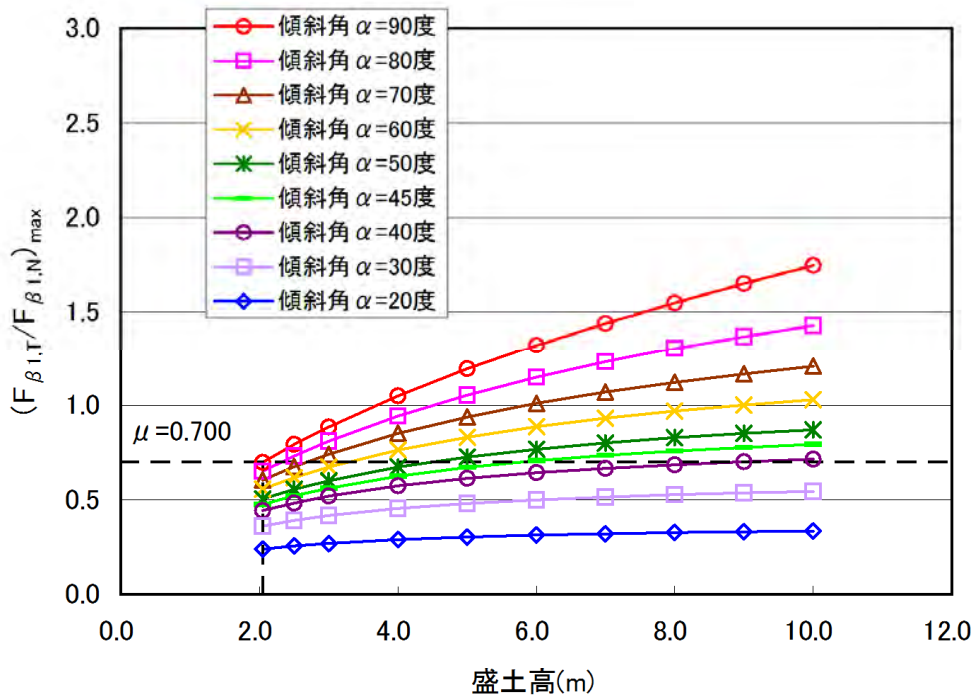


図 5.22 斜面高 h と粒子間力比度 $\max(\vec{F}_{\beta,T} / \vec{F}_{\beta,N})$ の関係

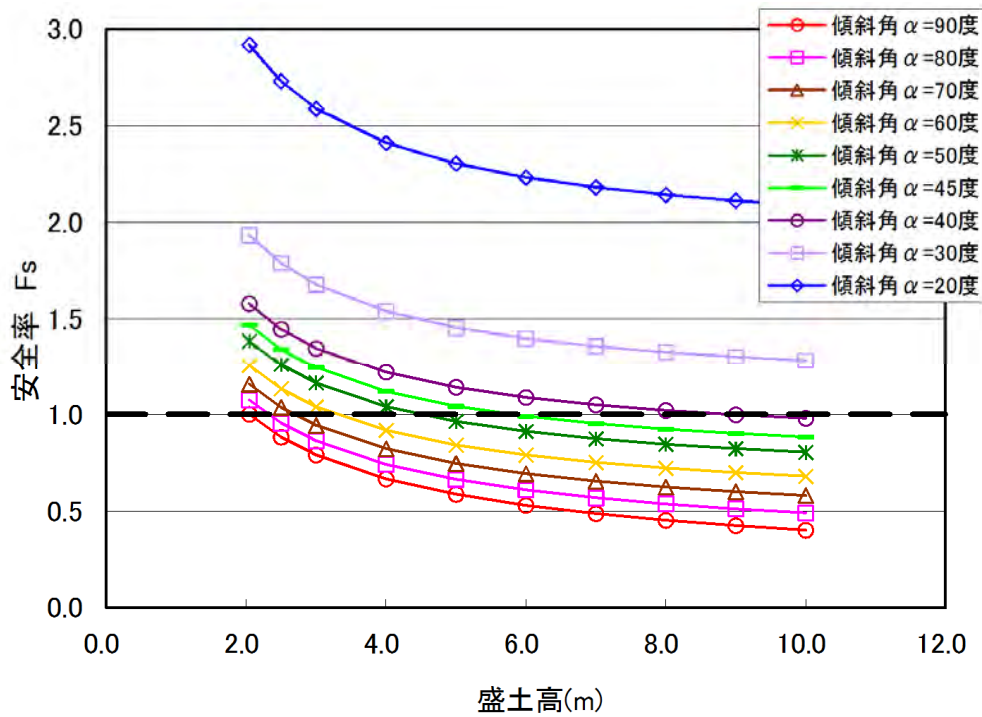


図 5.23 斜面高 h と安全率 F_s の関係

図 5.24 には、安全率 $F_s=1.0$ となる斜面高と傾斜角の関係を示す。図 5.22 および図 5.23 は飽和度 $S_r=40\%$ で計算を行っているが、図 5.24 には、同様にして $S_r=20\%$ と $S_r=60\%$ で計算した結果を併せて示す。これは、降雨により土の状態が変化した場合を想定している。ただし、降雨時の斜面安定問題は、浸透力による粒子間力度も考慮することになるが、当計算では、無視している。

同図表によると、斜面安定の検討結果は以下の通りである。

- 1) 飽和度が増加することにより、臨界高さがは低くなる。
- 2) 斜面の安定度を確保したまま、斜面の高さを増加させるためには、斜面の傾斜角を緩くする必要がある。また、飽和度が高い材料ほど緩勾配とする必要がある。

北村モデルでは、潜在すべり面上での粒子間力比度 $\max(\vec{F}_{\beta,T} / \vec{F}_{\beta,N})$ は、含水量によって変化する。よって、降雨によって斜面内の含水状態が変化した時の斜面の安定性を評価できるものとなる。

現段階では、斜面地盤の土質および含水量が一様に変化する仮定のもとで計算している。実際の斜面では、地層が構成されており、浸透性も異なり含水状態の分布にも違いがある。これらの異なる地層構成への検討は今後の課題となる。

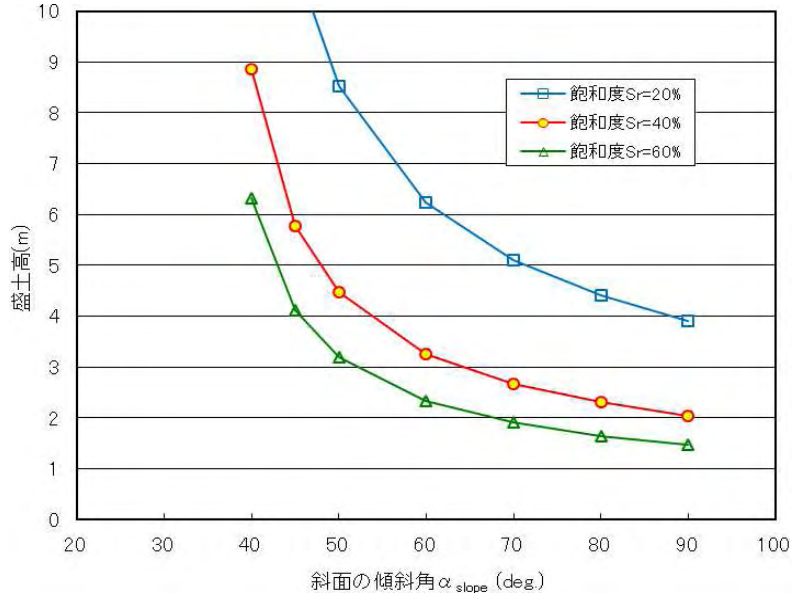


図 5.24 斜面形状(斜面の傾斜角 α_{slope})

これまでの斜面安定の計算は、斜面部および盛土部に対する安定解析である。盛土を施工する際は、基礎地盤を含む安定解析となる。その場合は、上述で安定した盛土を地盤に載荷させたときの支持力問題となる。よって、盛土を載荷した場合の支持力(安定)解析を行った例を図 5.25 に示す。

黄色箇所が安全率 1 より小さい部分であるが、盛土のり面下に弧を描くように分布している。

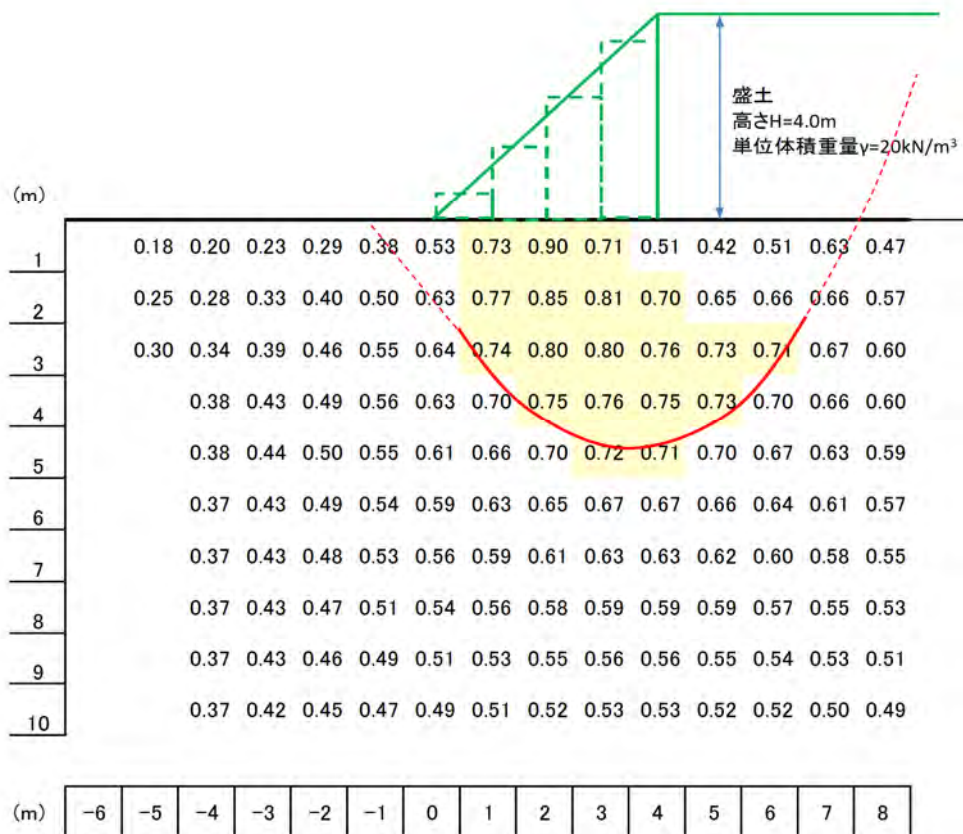


図 5.25 支持力問題を応用した安定解析

【参考文献】

- 1) Fredlund, D. G. and Rahardjo, H. :Mechanics for Unsaturated Soils, John Wiley & Sons, pp228-230, 1993.
- 2) 阿部廣史, 畑山正則: 不飽和土の一斉一軸・三軸圧縮試験の結果について(不飽和地盤の安定性に関する研究委員会報告), 土質工学会・不飽和地盤の調査・設計・施工に関する諸問題シンポジウム, pp. 23~58, 1992.
- 3) 石原研而: 土質力学, 丸善, pp. 237, 2001.
- 4) NGUYEN HOANG LONG : 不飽和粒状体の強度特性に及ぼす粒子間液架橋付着力の影響, 筑波大学大学院博士課程修士論文, pp7~13, 2012.
- 5) 参考文献*1), pp. 165~169.
- 6) 嶋津晃臣 : 実大擁壁土圧実験と起動内部摩擦角の評価, 土木学会論文集 C Vol.66 No. 4, 706-717, 2010.
- 7) 参考文献*3), pp. 257~262.
- 8) 岡田清, 柴田徹, 飯塚敦, 木村亮, 北勝利, 北村良介, 清水正善, 中井照夫, 西原晃, 道廣一利, 三村徹, 八嶋厚: 地盤力学, 山海堂, pp. 169, 2000.
- 9) 石原研而: 土質力学, 丸善, pp. 208, 2001.
- 10) 地盤工学会 : 豪雨時における斜面崩壊のメカニズムおよび危険度予測, pp. 3-32, 2006
- 11) Sezaki M., Kitamura R., Yasufuku N., Hirooka A., Ochiai H., Yokota H., Sawayama S., Imanishi H. and Matsumoto K. : GEODISASTERS IN KYUSHU AREA CAUSED BY TYPHOON NO. 14 IN SEPTEMBER 2005, Soils and Eoundations, Vol. 46, No. 6, pp. 855-867, Dec. 2006
- 12) 岡田勝也, 杉山友康, 村石尚, 野口達雄 : 統計的手法による鉄道盛土の降雨災害危険度の評価手法, 土木学会論文集 No. 448/III-19, pp. 25-34, 1992.

第6章 結 論

6.1 本論文のまとめ

本論文は、これからの崩壊予知危険性の予知に必須となる土固有の力学、すなわち不飽和土質力学の構築を目指した研究の一環で、不飽和土の力学特性に関する研究についてとりまとめたものである。

第1章では、本論文の研究背景や目的、論文構成について述べた。また、研究の背景となる斜面崩壊予知や不飽和土の既往の研究についてレビューした。

第2章では、本システムの骨格を成す間隙モデル(北村モデル)についての説明を行った。土粒子の形状・大きさは不規則であり、土粒子から構成される土塊の土粒子骨格構造・間隙構造もまた複雑である。鉄やコンクリート等の連続体でない複雑な構成で形成されている土に対し、北村モデルは、社会科学や土木計画学の各種問題に援用され、その有用性が明瞭となっている推測統計学的手法(ランダムに抽出された標本から母集団の性質を同定する手法)を適用し、不飽和土質力学を確立しようとするものである。本章では、その確率密度関数を用いて土の状態を規定する基本物理量(間隙比、飽和度等)の導出について説明を行った。また、土粒子レベルから考察した粒子間力と粒子間力度を関連づけるために必要な、単位体積当たりの粒子数・接点数、単位面積当たりの接点数について物理的意味を説明した。代表粒径は、土試料が与えられ、その試料を用いてある与えられた間隙比で作製された供試体の単位体積当たりの粒子数、単位体積当たりの接点数、単位面積当たりの接点数、一粒子当たりの接点数を関連づけるキーパラメータであることを説明した。

第3章では、第2章で述べた北村モデルから導出された基本物理量に基づいた粒子間力と粒子間力度および外力によって生じる粒子間力・粒子間力度の概要を説明し、算出方法を示した。また、土粒子レベルから Bishop の有効応力式について考察を行った。

第4章では、潜在すべり面について概要を説明し、第3章で導出した粒子間力度を用いて潜在すべり面を定義した。つまり、ある接平面に作用する粒子間力度から接線応力と垂直応力を導き、その比が最大となる面を潜在すべり面とし、粒子の相対移動が最も活発化する面であると解釈している。

第5章では、潜在すべり面の考え方を地盤の安定性評価(斜面安定問題・土圧問題・支持力問題)に適用する試みを行った。現在の土質力学では、地盤の支持力問題、土圧問題および斜面安定問題は、個々に安定解析法が適用され、それに際して土のせん断強度パラメータ(見掛けの粘着力度、内部摩擦角)が用いられてきた。用極法による潜在すべり面を用いることで、土のせん断強度パラメータを使用することなく、これら全ての力学問題を一意的に評価することができることを示している。また、当数値力学モデルに土質パラメータを入力・計算を行い、その数値計算から得られる結果について考察を行った。

また、せん断強度である見かけの粘着力度について、本モデルでは採用しないパラメータであるが、従来の安定性評価の対応として、北村モデルから導出されたサクシオンおよび表面張力から見かけの粘着力度の導出を行っている。従来の土質力学で用いられている見掛けの粘着力度は、三軸試験結果

における応力空間での整理方法で決定されるものであり、物理的意味を持たないが、現設計ではなくてはならないものである。しかし、時々刻々に変化する地盤条件に対応されていないことから、北村モデルでは、含水比または飽和土に依存して変化する粘着モデルを考案した。排気・排水試験結果との比較を行い、粘着モデルの妥当性を検討した。

6.2 今後の展望・課題

我々の暮らしは、自然と共存しており、また、人や物資の流通ネットワークの機能により成り立っている。ただし、生活を営む上で安全と安心を確保する必要がある。近年、地球温暖化に伴い台風等による大雨や集中(ゲリラ)豪雨等が頻発するに伴い、自然斜面の崩壊や道路の盛土や切土斜面崩壊が多発しており、時には大規模な災害も発生し、地域で暮らす人々の生活を脅かしている。斜面等の崩壊が生じても災害とさせない、また人の暮らしを守ることを前提に我々、土木エンジニアは日々努力を続けていかなければならない。そのためには、時々刻々と変化する降雨データ等から崩壊危険性の予測を行い、事前に非難や対策準備等に備える体制作りを行わなければならない。

ただし、土の挙動を予測するため、今日多くの手法が提案されていることからわかるように、固体(大きさと形がバラバラな土粒子)、液体、気体で構成される土に対して、予測を行うことは非常に困難なことである。また、自然界には、飽和状態ならびに不飽和状態が混在しており、どの状態でも理論的に適用できる圧縮・せん断挙動に関する力学モデルを確立させる必要がある。そこで、本論文は、土粒子レベルでの確率論的・力学的考察から土の力学特性を解明するための数値力学モデルを提案し、潜在すべり面の考え方を従来、個別に取り扱ってきた地盤の安定性評価(斜面安定問題、土圧問題、支持力問題)へ適用することを試みた。北村モデルでは、時々刻々変化する地盤条件に対応できるものであり、変形問題、保水・透水問題、締固め問題、熱(蒸発散)問題も取り扱っている¹⁾。このモデルを応用した地圏シミュレータが構築できれば、崩壊危険性の予測が飛躍的に進歩するものと考えられる。

最後に既往の様々な研究からも、多方面から土砂災害を防止するために努力が続けられていることがわかるように、我々、地盤工学に携わる技術者は、人々へ安心な暮らし(生活基盤)を提供する義務があり、崩壊予測モデルの開発ならびに防災体制の確立が重要課題であるものとする。

【参考文献】

- 1) 北村良介・酒匂一成・荒木功平・宮本裕二：確率・統計を援用した不飽和土質力学の体系化、土木学会論文集 C、Vol. 66, No. 3, pp. 498-515, 2010.

【参考】 見かけの粘着力度の導出

参.1 概要

従来の土質力学では、せん断強度パラメータとして内部摩擦角、見かけの粘着力度（2～5章で説明してきた単位と用語の関係と整合性のあるものにするため、従来の土質力学で用いられてきている「見かけの粘着力」は「見かけの粘着力度」と表記する）が用いられてきた。せん断強度パラメータは、応力空間での整理方法、間隙比、排水条件等によって異なるので、定数（すなわち、強度定数）ではなく、強度パラメータである。土粒子レベルでの見かけの粘着力度 c の物理的な意味を明確にすることは困難である（例えば、飽和した正規圧密粘土の有効応力表示による見かけの粘着力度 c' がゼロであることは実験によって明らかであるが、粘土の粘着力がゼロであるということは直観と合わない）。従来の土質力学で用いられてきている見かけの粘着力度 c は破壊包絡線を外挿した時の縦軸切片であるにすぎない。

5章で述べたように当モデルでは、せん断破壊を規定するせん断強度パラメータの一つである見かけの粘着力度 c を直接的に用いることはないが、一般的に用いられている極限平衡法による斜面安定解析においては、重要な役割を果たしており、特に、降雨時の斜面の安定性をリアルタイムで推定するためには含水状態に依存した見かけの粘着力度の変化を評価することが必須事項となるため、本章でその導出を試みる。

Fredlund&Rahardjo¹⁾の教科書では、参図.1 に示すように不飽和土の破壊時の応力状態を基底応力 $(\sigma - u_a)$ 、せん断応力 τ 、サクシオン $(u_a - u_w)$ を直交軸とする3次元空間で表記し、せん断強度パラメータを定義している。その際、基底応力 $(\sigma - u_a)$ とせん断応力 τ で表記される面での破壊包絡線の傾き（内部摩擦角）は、含水比（サクシオン）に依存しないとしている。すなわち、せん断強度パラメータの一つである内部摩擦角は、飽和土の排水試験、あるいは乾燥土の排気試験によって得られる内部摩擦角が不飽和土にも適用されている。北村モデルにおいても同様の取り扱いをしている。すなわち、飽和土あるいは乾燥土のせん断試験から得られる有効応力表示による内部摩擦角 ϕ' を不飽和土の内部摩擦角 ϕ_{unsat} （平均的な粒子間摩擦角）としている。

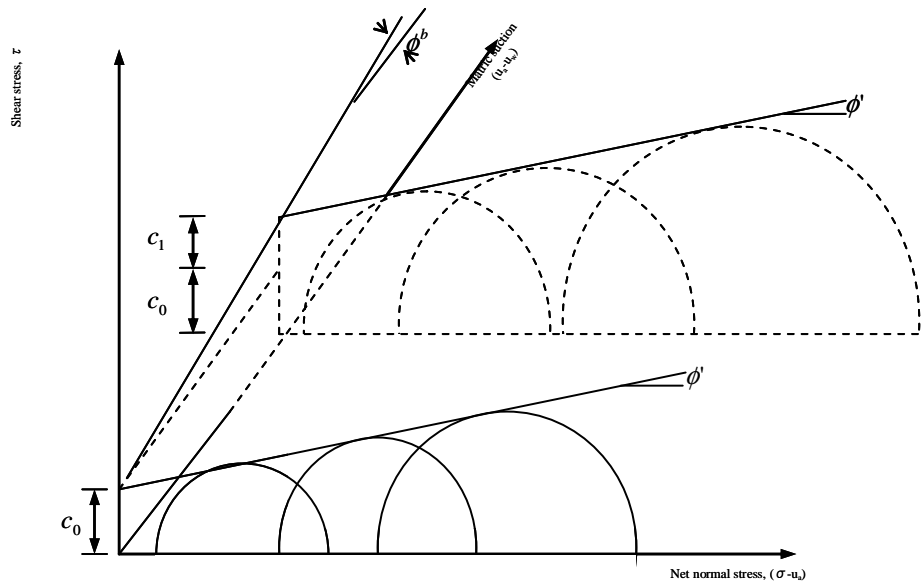
不飽和土の見かけの粘着成分 c は、次式に示すように二つの成分に分けられる。

$$c = c_0 + c_1 \quad (\text{参. 1})$$

ここに、 c_0 ：飽和土の排水試験等によって得られる正のダイレイタンスーに起因する有効応力表示
の見かけの粘着成分

c_1 ：サクシオン（含水量）に起因する見かけの粘着成分

本報告では、表面張力による粒子間力 $\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$ を用いて力学的および確率論的考察を基にサクシオン(含水量)に起因する見かけの粘着成分 c_1 の誘導を行う。



参図. 1 拡張されたモール・クーロンの破壊規準

参. 2 見かけの粘着力度の導出

3. 2. 2 節「表面張力による粒子間力・粒子間応力」において、接点角が β_1 である接平面での表面張力による粒子間力度 \vec{F}_{matr,β_1} が次式のように導かれることを示した。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} (2\pi \cdot r' \cdot T_s + \pi \cdot r'^2 \cdot s_u) \quad (\text{参. 2})$$

ここに、 N_{ca,β_1} : 接点角が β_1 である接平面での単位面積当たりの接点数、

$\vec{F}_{matr,\beta_1,i}$: 表面張力による粒子間力、

r' : メニスカスの曲率半径、

T_s : 表面張力、

s_u : サクシオン。

接点角に依存しない平均的な粒子間応力の大きさは次のようになる。

$$\vec{F}_{matr,\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta}} \vec{F}_{matr,\beta_1,i} = N_{ca,\beta_1} \left(2 \cdot \pi \cdot T_s \cdot \vec{r}' + s_u \cdot \pi \cdot \vec{r}_i'^2 \right) \quad (\text{参. 3})$$

$$\text{ここに、} \quad \vec{r}' = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right) \cdot P_s(D_s) dD_s \quad (\text{参. 4})$$

$$\vec{r}'^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-3T_s + \sqrt{9T_s^2 + 4D_s \cdot s_u \cdot T_s}}{2s_u} \right)^2 P_s(D_s) dD_s \quad (\text{参. 5})$$

D_s : 粒度試験から得られた粒径、

$P_s(D_s)$: 粒径の確率密度関数

ところで、乾燥過程では間隙径の大きな間隙を満たしている間隙水から減少し始め、湿潤過程では間隙径の小さな間隙から間隙水が満たされていく。このような間隙水の移動の結果として生じる表面張力による粒子間応力の変化の見かけの粘着力度への寄与度は累積間隙径分布と関連づけることができる。寄与度を単位面積当たりの接点数と関連させると次式のように表される。

$$\frac{N'_{ca}}{N_{ca}} = \frac{100 - F_v(d)}{100} \quad (\text{参. 6})$$

ここに、 $F_v(d)$: 基本粒状体モデルにおける管径 $D_v = d$ までの間隙径累積百分率 (%)

式(参. 6)において、飽和度 $S_r = 100\%$ では $F_v(d) = 100\%$ となり、寄与度を表す N'_{ca} はゼロとなる。一方、飽和度 $S_r = 0\%$ では $F_v(d) = 0\%$ となり、寄与度を表す N'_{ca} は N_{ca} と等しくなる。

間隙径累積百分率 $F_v(d)$ と間隙径分布 $P_v(D_v)$ の間には次式の関係がある。

$$F_v(d) = \int_0^d P_v(D_v) dD_v \quad (\text{参. 7})$$

表面張力による粒子間力度 \vec{F}_{matr} の見かけの粘着力度 c_1 への貢献度 \vec{F}'_{matr} を式(参. 7)によって評価すると、次式のようになる。

$$\left| \vec{F}'_{matr} \right| = \frac{N'_{ca}}{N_{ca}} \cdot \left| \vec{F}_{matr} \right| = \frac{100 - F_v(d)}{100} \cdot \left| \vec{F}_{matr} \right| \quad (\text{参. 8})$$

従って、表面張力による粒子間応力に起因する見かけの粘着力度 c_1 は次式のように表される。

$$c_1 = \mu_s \cdot \left| \vec{F}_{mat} \right| \quad (\text{参. 9})$$

ここに、 μ_s : 土粒子接点における平均的な摩擦係数

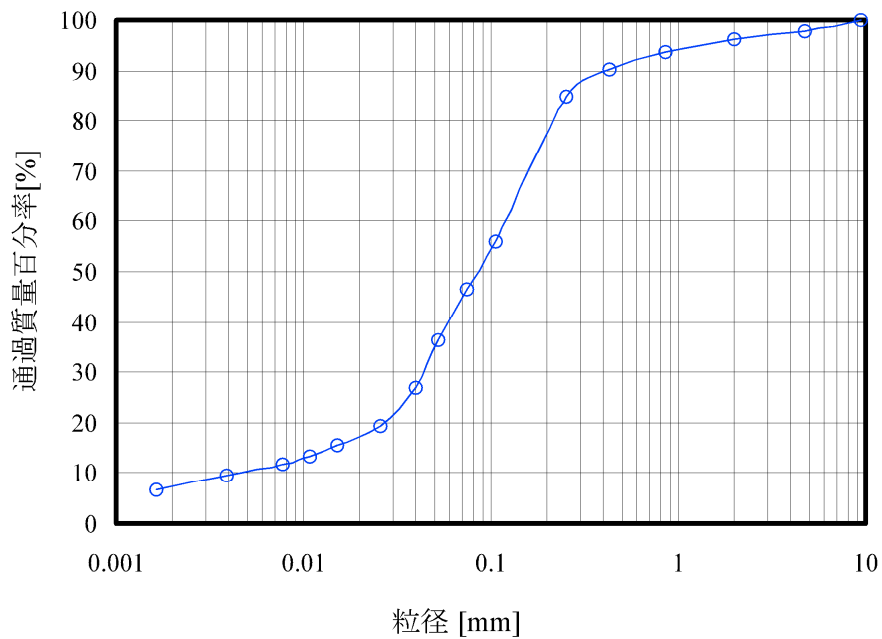
参. 3 計算結果

北村モデルから誘導される粒径加積曲線から得られた確率密度関数 $P_s(D_s)$ 、接点角が β_1 である接平面での単位面積当たりの接点数 N_{ca, β_1} 、式(2.10)によって得られたサクシオン s_u を用いて式(参. 3)～(参. 5)から粒子間力度を計算することにより、飽和度と粒子間力の関係が得られる。その結果を式(参. 6)～(参. 9)に代入することによって、飽和度と飽和度（または、サクシオン）に起因する見掛けの粘着成分 c_1 が得られる。このモデルにより、飽和度によりサクシオンが変化し、それに伴い見かけの粘着力度を算出することが可能となる。

参表. 1 は、計算に用いる入力パラメータを示し、参図. 2 は粒径加積曲線を示している。計算に用いるパラメータは、後述で計算値と実験値を比較するために、稲垣ら²⁾が実施した不飽和三軸圧縮試験に用いた鹿児島県川内川の旧河川堤防に使用されていた川内川しらす(二次しらす)の攪乱試料を対象とした。表中に示されている粒子間摩擦係数は、試験結果の平均的な内部摩擦角 ϕ から $\tan \phi$ を採用した。

参表. 1 計算に用いている入力パラメータ

試料	川内川しらす
土粒子の密度 ρ_s (g/cm ³)	2.58
初期含水比 w_n (%)	15.0
初期間隙比 e	1.24
粒子間摩擦係数 μ_s	$\tan 35^\circ$
表面張力 T_s (N/m)	7.3×10^{-2}

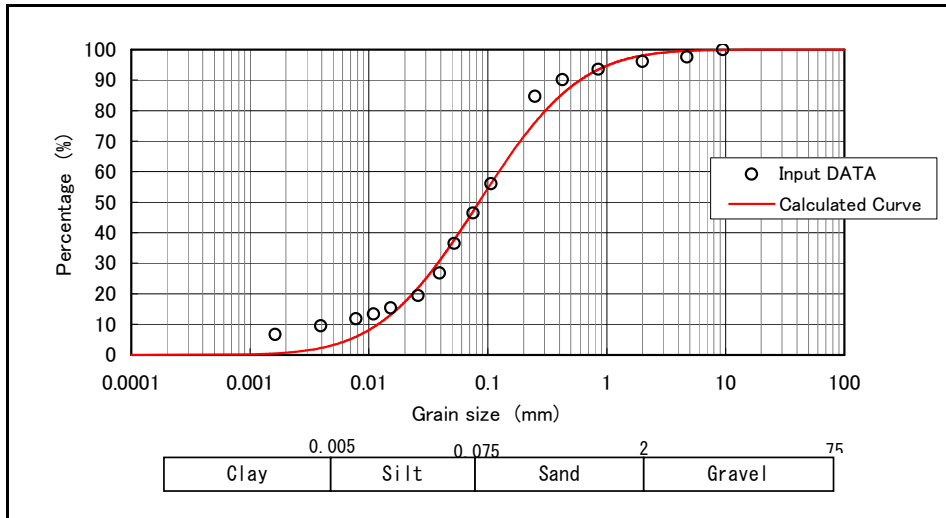


参図. 2 川内川の粒径加積曲線

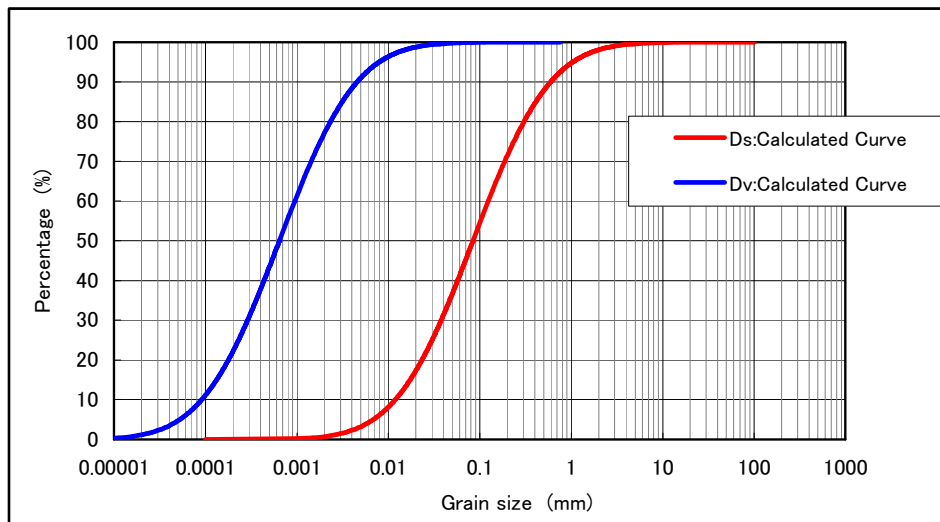
参表. 2 は、参表. 1 の土質パラメータを北村モデルに入力することにより得られた二次しらすの初期状態の物性値を示している。また、参図. 3 には、粒径加積曲線の試験値と計算値を示し、参図. 4 は、粒径の累積分布関数と間隙径の累積分布関数を示す。

参表. 2 北村モデルによる二次しらすの初期物性値

Soil name	川内川しらす		
Soil particle density	ρ_s	g/cm ³	2.580
Wet density	ρ_t	g/cm ³	1.325
Dry density	ρ_d	g/cm ³	1.152
Natural moisture content	w	%	15.0
Void ratio	e		1.24
Degree of saturation	Sr	%	31.3
Porosity	n		0.553
Moisture content by volume	W _v	%	17.3
diameter of pipe	d	mm	0.0300
Maximum of Wv	Wv-max	%	55.3



参図. 3 北村モデルの粒径加積曲線



参図. 4 粒径と間隙径の累積分布関数

また、単位体積当たりの粒子数 N 、単位面積当たりの粒子接点数 N_{ca} 、代表粒径 D_{cha} 等を算出した結果以下の通りであった。代表粒径 D_{cha} は、概ね 10%通過粒径 D_{10} に近似した値であった。

○Number of soil particles per unit volume : N

$N =$	1377930 particles/mm ³
$=$	1377930079 particles/cm ³

○Number of contact points per a soil particle : C_a

$C_a =$	5.4 points/particl
---------	--------------------

○Number of contact points per unit volume : N_{cv}

$N_{cv} =$	3692128 points/mm ³
$=$	3692128120 points/cm ³

○Characteristic diameter : D_{cha} by dry mass

$D_{cha} =$	0.0085 mm
$=$	0.00085 cm

○Number of contact points per unit area : N_{ca}

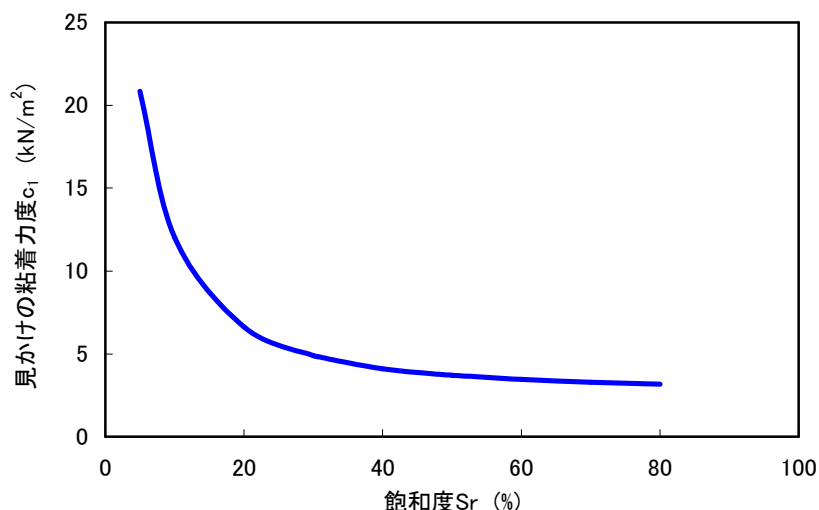
$N_{ca} =$	31465 points/mm ²
$=$	3146547 points/cm ²

参表. 2 および参図. 3、参図. 4 のデータから、参. 2 節で示した導出式による見かけの粘着力度を算出した結果を参表. 3 に示す。北村モデルでは、サクシオンによる粒子間力から見かけの粘着力度を算出していることから、式(参. 1)に示す c_1 を算出していることになる。算出した結果、内部摩擦角 35° ($\mu = \tan \phi = 0.7002$) であるとする、見かけの粘着力度は、 $c_1 = 5.8 \text{ kN/m}^2$ となる。

参表. 3 見かけの粘着力度の算出結果

Apparent cohesion(saturated soil)	c_0	kN/m^2	0.00
Apparent cohesion(surface tension)	c_1	kN/m^2	5.76
Apparent cohesion(total)	c	kN/m^2	5.76
suction	S_u	kN/m^2	9.70
Internal friction angle	ϕ	deg.	35.0

上記結果を初期状態として、降雨の浸透により含水比が増加したものと考え、含水比を変化に伴うサクシオンによる見かけの粘着力度の変化を検討した。参図. 5 に飽和度と見かけの粘着力度との関係を示している。同図より飽和度の増加に伴い、見掛けの粘着成分が低下することがわかる。これは、雨水の浸透により地盤の強度が低下して斜面崩壊を引き起こす一因を表現しているものと考え。飽和度 $S_r = 20 \sim 80\%$ では、見かけの粘着力度の変化量が、 $\Delta c_1 = 3.5 \text{ kN/m}^2$ 程度であるが、しらす斜面等の表層崩壊では大きな影響度を持っている。



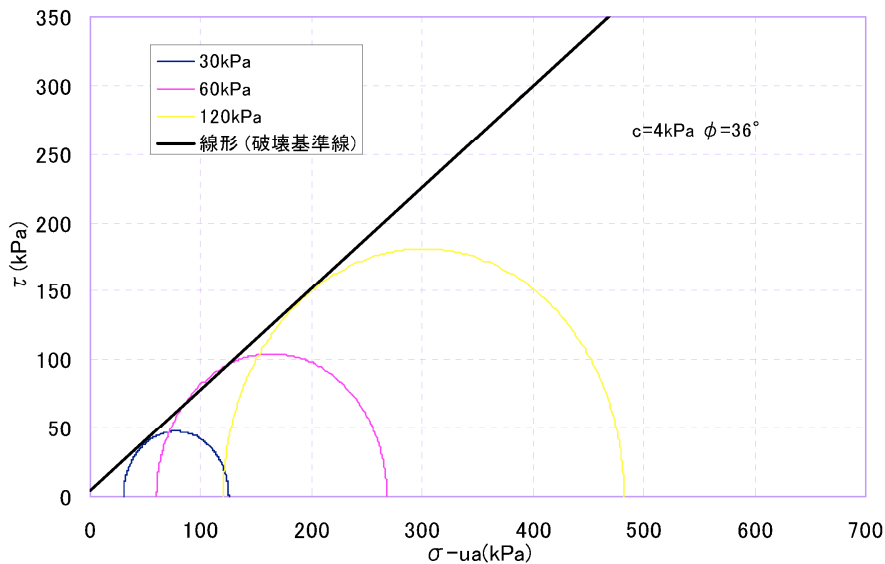
参図. 5 飽和度と見かけの粘着力度との関係

参.4 実験値と計算値の比較

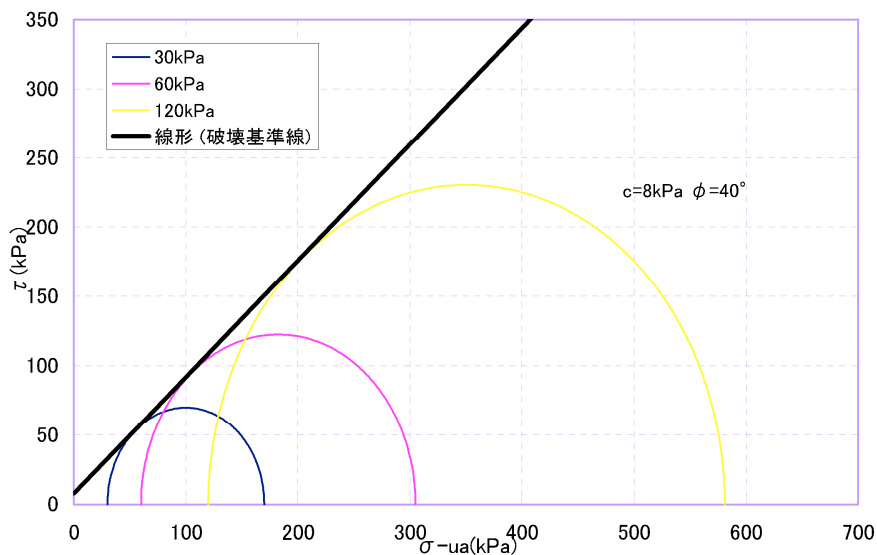
前述した含水量に依存して変化する見かけの粘着力度について検証を行うため、参表.1に示す試料を用いて、二重セル型三軸試験装置を用いた排気・排水試験を実施した。

三軸試験は、排気・排水の条件でサクシオン 0kN/m²、10kN/m²、20k kN/m²、40k kN/m²、80k kN/m²の5ケースに変えて、それぞれに拘束圧 30k kN/m²、60k kN/m²、90k kN/m²で実施した。また、せん断ひずみ速度は、0.1%/min で、荷重計の読みが最大となってから、引き続き軸ひずみが、3%以上生じるまで計測を行っている。

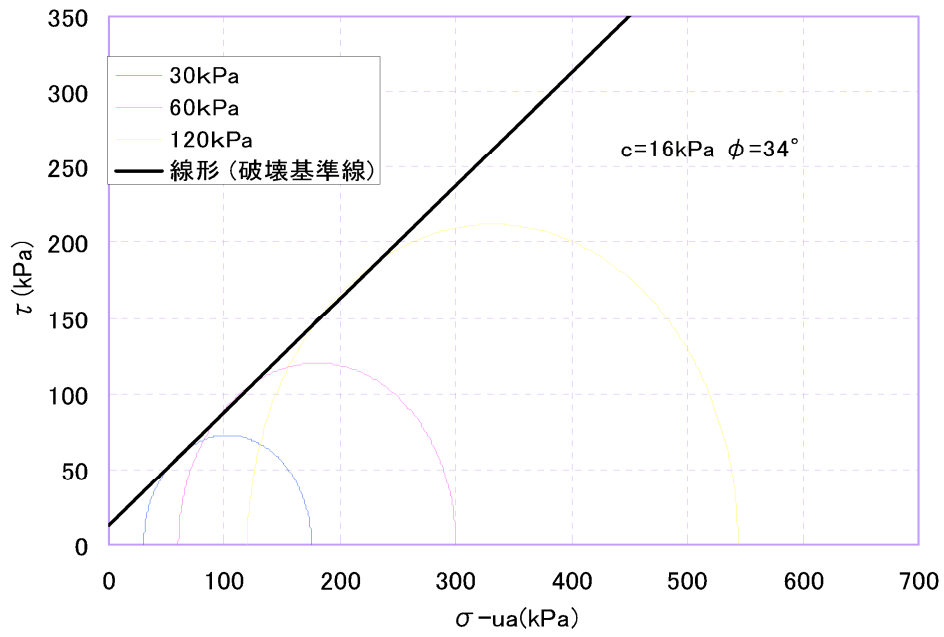
参図.6～参図.10にサクシオン 0k kN/m²～80k kN/m²時のモールの応力円と破壊基準線をそれぞれ示す。また、参表.4に試験結果を示す。



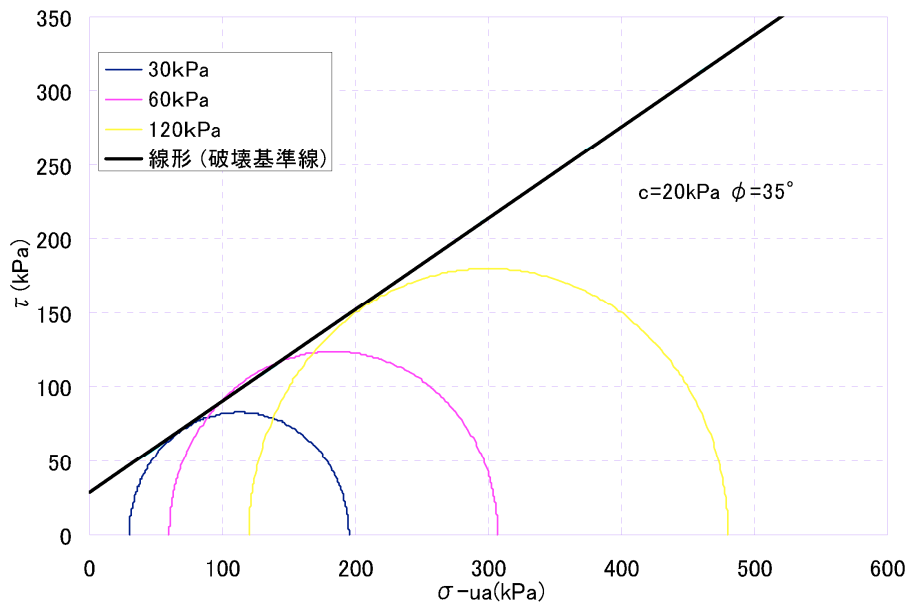
参図.6 三軸試験結果 ($s_u = 0$ kPa)



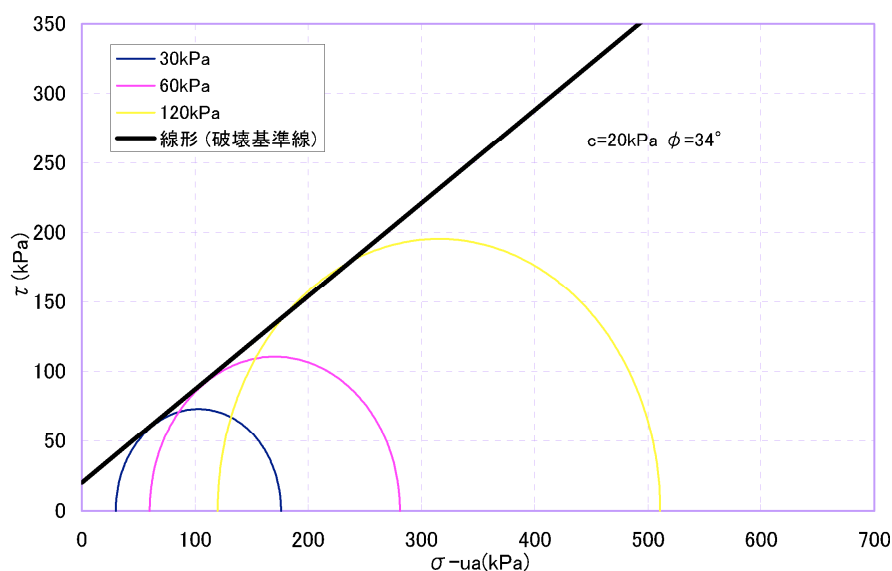
参図.7 三軸試験結果 ($s_u = 10$ kPa)



参図. 8 三軸試験結果 ($s_u = 20 \text{ kPa}$)



参図. 9 三軸試験結果 ($s_u = 40 \text{ kPa}$)



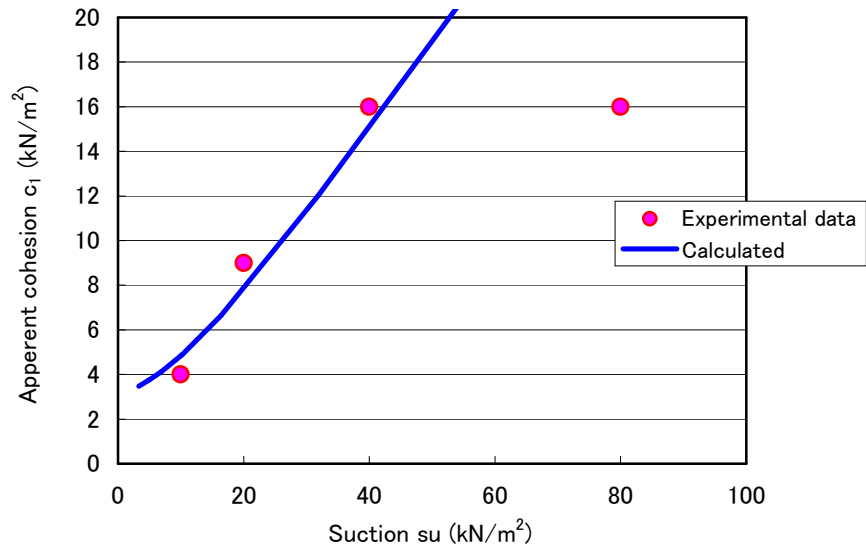
参図. 10 三軸試験結果 ($s_u = 80kPa$)

参表. 4 三軸試験(排気・排水条件)結果

s_u	0kPa	10kPa	20kPa	40kPa	80kPa
ϕ	36°	40°	34°	35°	34°
$c (c_0 + c_1)$	4kPa	8kPa	13kPa	20kPa	20kPa
c_0	4kPa	4kPa	4kPa	4kPa	4kPa
c_1	—	4kPa	9kPa	16kPa	16kPa

当試験結果を式(参. 1)に対応させると、サクシヨン 0kPa 時の見かけの粘着成分には c_1 がないため、 $c = c_0$ となり、この値が $4kN/m^2$ である。今、サクシヨン $80 kN/m^2$ 時の c は、 $20 kN/m^2$ であるので、 $= 16k N/m^2$ となる。同様にして、他のサクシヨン時も整理した。ここで、サクシヨンのみ変化させ、他の条件(拘束圧、物理状態)を同じとしていることから、内部摩擦角は概ね等しくなり、 $\phi = 35^\circ$ 程度を示している。

参図. 11 では、三軸圧縮試験結果から得られた c_1 と、参. 3 節で示した式からサクシヨン(含水量)に依存して変化する見かけの粘着成分 c_1 の比較を行った。含水比の低下、つまりサクシヨンの増加とともに見かけの粘着力度も増加する傾向を示し、相似した粘着力度を示していることから、北村モデルの妥当性検証の第一段階としては、見込みある結果が得られたものとする。



参図. 11 サクシヨンと見かけの粘着力度の関係

【参考文献】

- 1) Fredlund, D. G. and Rahardjo, H. : Soil Mechanics for Unsaturated Soils, John Wiley & Sons, pp228-230, 1993.
- 2) 稲垣祐輔, 川畑健祐, 山田満秀, 北村良介: 不飽和二次しらすの排気・排水試験, 第46回地盤工学研究発表会講演集, pp681-682, 2001.

謝 辞

本論文は、筆者が株式会社ダイヤコンサルタントに勤務する傍ら、平成22年から平成25年の3年間、鹿児島大学大学院 理工学研究科 博士後期課程に席をおき、北村良介教授の御指導のもとで行った研究の成果をまとめたものです。

本論文をまとめる機会を与えて頂きました株式会社ダイヤコンサルタントの浅野忠男社長、五十嵐勝副社長、藁由紀夫東北支社長に深く感謝いたします。

鹿児島大学大学院 北村良介 教授には、大変お忙しい中、本論文のまとめに当たっての御指導はもとより、公私にわたり様々なことを教えて頂きました。これまで研究を続けてこられたのも、北村教授の熱心かつ心温まる御指導の賜であります。本論文は、今から考えると、途中で大きな方向転換もあり、この期間で厳密さを追求するにはやや難しいテーマでしたが、北村教授が激励しつつ辛抱強く導いてくれたことで成果としてまとめることができました。ここに感謝の意を表する次第であります。また、北村教授も今年、鹿児島大学を定年退職なさることになり、長い間、お疲れ様でした。北村教授の教え子の一人であることを誇りに思います。

鹿児島大学大学院 山口明伸 教授、安達貴浩 准教授には、本論文の副査をお引き受け頂きました。また、論文をまとめるに当たり、御指導並びに貴重な御助言を頂きました。ここに記して感謝の意を表する次第であります。

鹿児島大学大学院の酒匂一成 助教、鹿児島大学工学部の城本一義 技官には、本論文作成の貴重なアドバイスを頂きました。ここに感謝の意を表する次第であります。

本論文は、今日まで北村研究室で培われた先輩、同輩、後輩の方々の研究成果があったからこそ、1つの論文になったといっても過言ではありません。研究を進める過程で貴重なアドバイスや意見を頂いた鹿児島県企画部 宮本祐二技術主査、九州大学大学院 荒木功平特任助教、北村研究室に在学していました方々に感謝いたします。北村教授も定年退職なさりますが、北村教授の築き上げてきた研究はもとより研究へ取り組む姿勢、考え方、志は、多くの卒業生・学生に引き継がれています。これからも更に発展していくものと祈念しております。

また、同じ博士後期課程を過ごされました株式会社間組 多實徹氏には大変お世話になりました。ここに感謝の意を表する次第であります。

本研究を進めるため、株式会社ダイヤコンサルタント東北支社 高坂敏明部長、佐藤春夫課長をはじめ地盤設計部の皆様、震災業務で御手伝い頂いた方々をはじめとするダイヤコンサルタントの社員の方々には多大なる御迷惑をお掛けしたにもかかわらず、応援して頂きました。ここに御詫びと感謝の意を表する次第であります。

私事ですが、私の進学・研究を精一杯応援していた亡き父 秀次郎と心身共に大変な時期に応援し続けた母 もち江、いつもあたたかく見守ってくれた兄姉家族、妻の両親に深く感謝いたします。

最後に、陰ながらいつも支えてくれ、論文の完成を共に喜んでくれた妻 妙子と二人の息子 秀明、凌史に心より感謝を捧げます。