Bulletin of the Educational Research and Development, Faculty of Education, Kagoshima University
2015, Vol.24, 401-406

報 告

論理を追究し続ける算数科授業の実践

栗 山 義 人［鹿児島大学教育学部附属小学校］

Practice of the class of the mathematics to investigate the logic

KURIYAMA Yoshito

キーワード：算数科授業、論理、問題解決学習

１　はじめに

算数の授業は、一般的に「課題提示→自力解決→練り上げ→まとめ」といった段階を経て、問題解決学習が行われている。しかし、普段の授業において、この問題解決学習が、授業者自身が授業を進める手順としてのみ意識し、必ずしも子どもの思考に寄り添うものになっていない場合も少なくない。その場合、得てして、子どもの素朴な気付きを取り上げていなかったり、授業者の考えに一方的に当てはめようとしたりする働きかけをしていることが多い。そのことで、子どもなりの解決の筋道が構築されず、腑に落ちない状態で授業が終わってしまう。

そこで、本稿では、子どもなりの論理（納得感のある解決の筋道）の追究といった姿を念頭に、問題解決学習において問い直すべき点を、実践を振り返りながら、まとめていく。

２　５年「数量の関係を表す式」の実践

⑴　導入部分

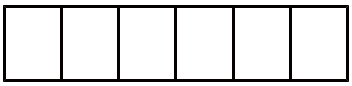

図１　ストローが正方形に並んだ提示図

導入では、すぐにストローの本数を問うのではなく、**図１**から気付いたことを様々に表出させるために、**図１**（正方形６個）を数秒間だけ提示し伏せた後、「何が見えたかな。」と発問した。すると、子どもたち自身に、数秒間しか見えなかった提示図を確認する必然性が生まれ、提示図から読み取ったこと（「正方形が６個並んでいた等）」を言葉で説明したり、**写真１**のように、実際に黒板で図を書いたりして表現する子どもの姿が見られた。このような子どもたち自身による提示図の共有が、帰納的な推論を活性化させることにつながった。

写真１　提示図を黒板に書く子ども

その後、「ストローは何本かな。」と問い、その本数の数え方の１つである「１＋３＋３＋３＋３＋３＋３」の式を取り上げることで、「他の式でも求められるよ。」という問いに焦点化させることにつながった。

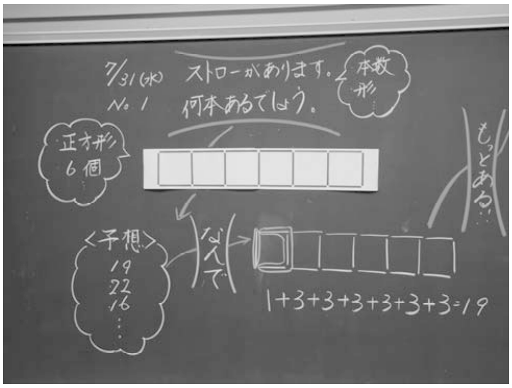

写真２　導入段階の板書

⑵　展開部分

展開では、式に表現させたり、式をよませたりするために、まず、「１＋３×６は、図をど

のように数えているのかな。」と発問し、式の根拠を図や言葉を用いて説明させた。そのことで、式の意味を吟味する必然性が生まれ、式から図を関連付けて理解する子どもの姿が見られた。また、「（新たな考えでストローを囲んだ図を指し示し）このストローの囲み方は、どのような式で表したらいいかな。」と発問し、今度は図から式を考えさせた。そのことで、子どもたちは、式の根拠を図で説明する必然性が生まれ、図から式を関連付けて理解する子どもの姿が見られた。このように、異なる表現様式を関連付ける働きかけを行った板書が**写真３**である。

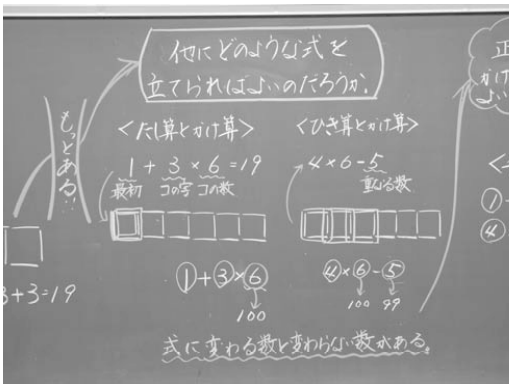

写真３　展開段階の板書

また、「式のこの数（変数）をこう変えるだけで、正方形の数がどんなときでも本数を求められる。」といった一般化の考え方を表出させるために、「もし最初の提示図がみんなが考えた図と違っていたらこれまでの式は、無駄になるんじゃない？」と発問した。すると、「無駄になる」「無駄にならない」という両方の立場から、やがて式の定数や変数に気付き、「やっぱり無駄にならない。」という一般化の考え方が協定化されていった。

⑶　終末部分

終末では、一般化された式のよさを実感させるために、正方形の個数が異なる２種類のプリント（正方形が19個と正方形が20個）を意図的に混在させ、配布した後、「本数を確かめてみよう。」と投げかけた。すると、「58本」と「61本」という答えが表出され、子どもが、改めて自分の式の妥当性を見直す必然性が生まれ、正方形の数を丁寧に確認する姿が見られた。また、１人の子どもが「先生、最初の予想で１６本や２２本に見えた人も正しいと言えないか。』と言い出した。正方形が５個や７個に見えた場合は、確かにこの予想になるのである。一般化の考え方から、算数の世界が広がり、友達の考えを肯定的に受け止めることができた瞬間であった。本実践から、単に授業者が「～しましょう。」という投げかけでは、子どもにとっての問題解決学習とはならず、いかに子ども自身に必然性を感じさせるかが重要であることを考察できる。

３　６年「ならべ方と組み合わせ方」の実践

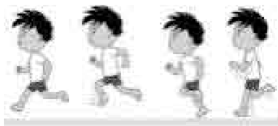

図２　４人の子どもが走っている提示図
（※実際は、服の色分けをして提示した。）

⑴　導入部分

まず、４人の子どもの走っている絵を提示した後、子どもたちに目を伏せさせた。教師が４人の子どもの順番を入れかえた後、「何が変わったかな。」と発問した。すると、子どもたちは、当たり前のように、「１番目の人と３番目の人が交代したよ。」と答えた。このようなやりとりを何度かした後に、「先生は、次にどんな順番にするか予言できるかな。」と発問した。子どもたちは、「予言とまではいかないけど、どんな順番があるかは解明できる。」と答えた。中には、「子どもの順番は自由に変えられるのか？」という質問も出てくる。条件を揃える必要があることに気付いている。観点を決めて整理しようとする大切な見方であるので、それを他の子どもに広げるために、「なぜそのような質問をしたのか気持ちが分かる？」と投げかけた。すると「パターンの数が変わってくる」と答える。「先生は、みんなが考えていないパターンを見付けようかな。」と促した。もう、子どもたち の目はノートに向かっている。単に24通りという答えに行き着くということが目的でなく、

そのパターンをどう整理していくかということが学級全体の問いとして共有化されていった。

⑵　展開部分

24通りということは、概ね明らかになった一方で、樹形図等の図と「６×４」「４×３×２×１」等の式を関連付けて考えていない子どもの姿があった。そこで、子どもの「なんでかけるの？」というつぶやきを拾い、そこを全体の問いを深める視点として問いかけてみた。

子どもたちは、写真のような樹形図の中に、「６通りが４つだと言うことは分かる？」「その６通りの中には、２通りが３つあるでしょ。だからかけるんだよ」と言ったり、「第一走者は、４通りあって、第２走者はそれぞれに３通りあるから…」と言ったりしながら「６×４」や「４×３×２×１」を関連付けていった（写真４）。こうして表面的な理解ではなく、「なんでかけるの？」という問いに全員が寄り添い、それぞれの考えを関連付けながら算数の学びを深めていった。

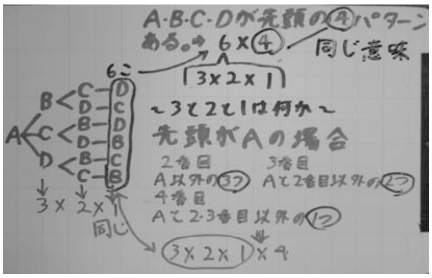

写真４　樹形図と式の関連を表現した考え

⑶　終末部分

子どもたちの言葉でまとめを書かせることも、論理を構築する上で欠かせないと考える。しかし、毎時間、書かせるだけでは、形骸化してしまう。子どもたちが互いのノートを見渡す時間を２、３分とり、単に「誰がよかった」ではなく、どんなノートがなぜ魅力的なのかを考えさせ、共有化を図った。また、「（友達のノートから）この考えは、誰のどのような考えだったかな。」と考えを読み取る視点を作ることで、子どもは、本時の授業と照らしてノートを見る必然性が生まれた。そうすることで、板書一辺倒のノートから、考えの過程、根拠、理由、前提等が見えるノートに変容していった。子どもが自分なりに書いてあるノートを見るのは、教師にとって授業づくりにも生かせるし、何より子ども自身が論理を構築する姿に他ならない。

写真５の日記は、算数の学習について書かれたものである。「分からない」ことを起点にして、みんなと共に高め合っている姿を実感していると感じる。本実践から、子どもの「分かっている」考えを取り上げるだけでなく、子どもの「分からなさ」を取り上げることが重要であることを考察できる。

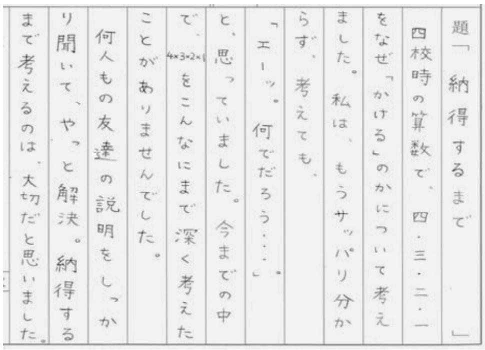

写真５　授業後の子どもの日記

４　６年「資料の調べ方」の実践

⑴　導入部分

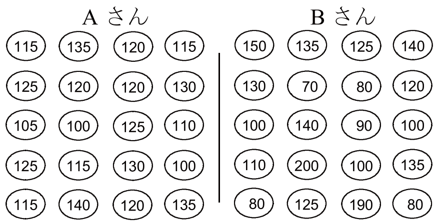

図３　平均が同じ２つの資料の課題

まず、「肉じゃがを作るのに360ｇのじゃがいもが必要です。」と板書し**図３**のじゃがいもの絵図（数値は、裏側に書いている。）を提示し、「肉じゃがを作るにはじゃがいもは何個必要かな。」と発問し、その根拠を発表させた。子どもは、「３個必要。だって、平均が120ｇだから。」と答えた。次に、実際に、Ａさん、Ｂさんのじゃがいもの絵をそれぞれ３こずつ取らせた（**写真６**）。

写真６　じゃがいもの絵をとる子どもの様子

そのような３個取る操作を何回かさせた後、「いつもＡさんの方が360 ｇに近くなる」といった発言を取り上げ、学級全体で確認した。次に、その事実に対しての学級の曖昧さを確認させたのち、学習問題を「平均は同じなのに、なぜＡさんの方が360 ｇに近くなるのだろうか。」と設定した。

⑵　展開部分

子どもたちは、ＡさんとＢさんのじゃがいもの数値を**写真７**のように整理した。

写真７　子どもが数値を整理した黒板

子どもたちが、このような整理をした後、「何か言いたいことはないかな？」と発問した。すると、子どもたちは、「最大値と最小値の差：Ａ 135−100 ＝ 35（ｇ）、Ｂ 190−70 ＝ 120（ｇ）」「最大値と平均の差：Ａ 135−120 ＝ 15（ｇ）、Ｂ 190−120 ＝ 70（ｇ）」「平均と最小値の差：Ａ 120−100 ＝ 20（ｇ）、Ｂ 120−70 ＝ 50（ｇ）」という差やその範囲に着目し、「散らばり」をとらえた。

⑶　終末部分

子どもたちは、「最大値や最小値、平均との差が小さいから360 ｇに近くなる。」という論理を構築するとともに、これまで資料を比較する際は、平均値のみに着目していたが、平均だけでなく散らばりも着目することの必要性を実感した。

本実践から、単に子どもの数学的な表現を扱うことだけでなく、素朴な気付きから問いを生じさせることが、問題解決学習を成立させることにつながると考える。

５　おわりに

以上の実践から、問題解決学習を行うに当たり、授業者自身が改めて以下の点について問い直すことが必要であり、ひいては子どもの論理を構築させることにつながると考える。

〔導入段階〕
○　子ども自身に学習の必然性を感じさせること。
〔展開部分〕
○　子どもの「分かっている」考えを取り上げるだけでなく、子どもの「分からなさ」を取り上げること。
〔終末部分〕
○　素朴な気付きやつぶやきからどのように変容したかを子どもに実感させること。

以下は、子どもの日記である。子どもが論理を構築するこということは、子ども自身が友達と共に自分の考えを確かにすることであり、そういった姿勢は、私たち授業者にも求められていると実感する。

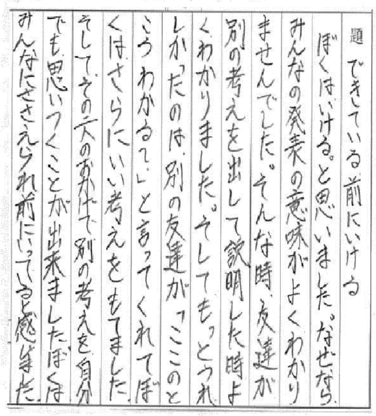
題　できている前にいける
ぼくはいける。と思いました。なぜなら
みんなの発表の意味がよくわかり
ませんでした。そんな時、友達が
別の考えを出して説明した時よ
くわかりました。そしてもっとうれ
しかったのは、別の友達が「ここのと
こうわかる？」と言ってくれてぼ
くはさらにいい考えをもてました。
そしてその人のおかげで別の考えを自分
でも思いつくことが出来ましたぼくは
みんなにささえられ前にいってると感じました。

写真８　子どもの日記

（資料１）

第５学年　算数科学習指導案（略案）

○組　男子○名　女子○名　計○名
指　導　者　　栗　山　義　人

１　題　材　数量の関係を表す式

２　本　時　（１／２）

⑴　目　標

正方形に並んだストローの本数を調べる活動を通して、表された式の意味や多様性に気付き、正方形が増えても、正方形の数に着目して立式すればよいことを理解することができる。

⑵　本時の展開に当たって

本時の指導では、単にストローが何本あるかを問うだけではなく、式の意味や多様性を図と結び付けさせたり、一般化の考え方を表出させたりすることが大切である。そこで、式に表させるだけでなく、それぞれの式の根拠が図のどこにあるかを考えさせたり、提示した図と子どもたちが想定した図が違っていたらどうするかを尋ねたりしながら展開していく。

⑶　実　際

過　程	主　な　学　習　活　動	時間	教師の具体的な働きかけ
学習課題の受けとめ 試 行	１　学習課題を受けとめる。 ストローは，全部で何本？ (1)　自分なりの考えをもつ。 ・　正方形に並んでいたよ。 ・　多分，１５本ぐらいかな。 (2)　気付いたことや考えたことを発表し，話し合う。 ・　たし算の式で本数が出たよ。 ・　友達の式と違うね。	（分） １５	○　提示図から見取った互いの多様な情報を共有させ，それを基に課題をとらえさせるために，数秒間，図を提示後，まず，どのように見えたかを発言させ，次に「ストローは何本か」という課題を知らせる。 ○　学習問題を焦点化させるために，本数やその根拠を尋ねる。その際，図や言葉による説明だけでなく，式も取り上げ，式は１つとは限らないことを共有化させる。
学習問題の焦点化 試 行	２　学習問題を焦点化する。 ストローの本数は，どのような式を立てて求めればよいのだろうか。 ３　自分なりの方法で調べ，話し合う。（１９個と想定した場合） たし算の式を使って ・1＋3＋3＋3＋3＋3＋3 ・3＋3＋3＋3＋3＋3＋1 ⋮ 数え方が違うと式も変わってくるね。 たし算とかけ算を使って ・1＋3×6 ・6×2＋7 ⋮ ひき算とかけ算を使って ・4×6－5 ・3×7－2 ⋮ 図から式，式から図を考えると，どのように求めているか分かる。 もし最初の図が違ったら，これらの式は無駄になるんじゃない？ （子どもが正方形を７個と仮定した場合） ・　増えた正方形のマッチ棒の３本分だけたせばいい。 ・　正方形の個数を６から７に変えればいい。	２０	○　より多様な式を考えさせるために，他の式で表せないか意見交換させる。 ○　式をよませるために，式の根拠を，図や言葉を用いて類推させたり，説明させたりする。また，図から式を類推させたり，説明させたりする。 ○　「この数をこう変えるだけでよい。」といった一般化の考え方を表出させるために，「もし，最初の提示図がみんなが考えた図と違っていたらこれまでの式は，無駄になるんじゃない」と問いかける。 ○　本数を求めるには，何が分かればよいかを捉えさせるために，何が分かれば立式できるか尋ねる。
確　　認 適 用 ま と め	４　本時の学習について確認する。 正方形の数に注目して，かけ算などの式を立てて求めればよい。 ５　他の場合でも，同じ考え方で解決できるか確かめる。 ・　あれ，隣の人と本数が違う。 ・　正方形の数が違うからだね。 ６　本時の学習のまとめをする。	１０	○　本時の学習を発展的に考えさせるために，正方形が増えた場合も，求められるか確かめさせる。その際，正方形の数が違う２種類の図を混在させ，本数の妥当性を確かめる活動を設定する。 ○　自他の学びの変容を実感させるために，分かったことや次にやりたいこと，友達のよさ等をまとめる。

（資料２）

第６学年　算数科学習指導案

○組　男子○名　女子○名　計○名

指　導　者　　栗　山　義　人

1　題　材　資料の調べ方

2　本　時　（３／７）

(1)　目　標

平均が同じ２つの資料の傾向を調べる活動を通して、最大値と最小値の差や平均との差に着目すればよいことに気付き、散らばりの様子を考察することができる。

(2)　本時の展開に当たって

本時の指導では、平均が同じ２つの資料でも散らばりという観点で考察すると異なる傾向を読み取れることを実感させることが大切である。そこで、散らばりを調べる必然性を感じさせるために、「なぜ一方だけ、３つのじゃがいもの合計が３６０ｇに近くなるのか」という問いをもたせたり、そういえる根拠の共通点を明らかにさせたりしながら展開していく。

(3)　実際

過　程	主　な　学　習　活　動	時間	教師の具体的な働きかけ
学習課題の受けとめ 試　行	1　学習課題を受けとめる。 Ａさんと B さんがじゃがいもを2.４kgずつ採ってきました。肉じゃがを作るには，３６０g使います。じゃがいもは何個必要ですか。 Ａさん：115 135 120 115 / 125 120 120 130 / 105 100 125 110 / 125 115 130 100 / 115 140 120 135 Ｂさん：150 135 125 140 / 130 70 80 120 / 100 140 90 100 / 110 200 100 135 / 80 125 190 80 (1)　自分なりの考えをもつ。 ・　どちらもじゃがいも１個の重さの平均は，１２０gだ。 ・　じゃがいもは３個必要になるね。 (2)　じゃがいもを３個ずつ取り，気付いたことを話し合う。 ・　Ａさんの方が３６０ｇに近い。 ・　なぜ Ａ さんの方が３６０ｇに近くなるのかな。	（分） １５	○　既習の代表値として平均を確認させるために,「肉じゃがを作るにはじゃがいもは何個必要か」を問い，その根拠を発表させる。 ○　３個の妥当性を確かめさせるために，Ａ さん，Ｂ さんのじゃがいもの中からそれぞれ３こずつ取らせる。 ○　学習問題を焦点化させるために，３個取る操作を何回かさせた後，まず，「Ａ さんの方が３６０ｇに近くなる」といった発言を取り上げ，学級全体で確認する。次に，その事実に対しての学級の曖昧さを確認させ，本時ではっきりさせたいことを共有化させる。
学習問題の焦点化 試　行	2　学習問題を焦点化する。 平均は同じなのに，なぜ Ａ さんの方が３６０ｇに近くなるのだろうか。 3　自分なりの方法で考え，調べたことや気付いたことについて話し合う。 **【根拠の共有】** 〔最大値と最小値の差〕 A 135−100= 35 (g)　B190− 70=120 (g) 〔最大値と平均の差〕 A 135−120= 15 (g)　B190− 120= 70 (g) 〔平均と最小値の差〕 A 120−100= 20 (g)　B120− 70= 50 (g) ⇩ **【根拠の分類・整理】** 〔発問〕それぞれの根拠は，平均ではなくて何で考えてるかな。 ・全て差で考えている。 ・差の範囲で散らばりが分かるんだね。	２０	○　自分なりの考えの根拠を明確にさせるために，その根拠について「他の友達が納得できるように」という観点に立って，ノートや発表ボードにまとめさせる。 ○　考えの根拠の共有化を図るために，考えの続きは何かを類推させたり，扱う数値の違いを比較させたりする。 ○　考えの根拠を分類・整理させるために，まず，根拠の共通点を問う。次に，「散らばり」という言葉を伝え，差の範囲で散らばりが分かることを確認する。
確　　認 ま　と　め	4　本時の学習について確認する。 最大値や最小値，平均との差が小さいから３６０gに近くなる。平均だけでなく散らばりも調べればよい。 5　本時の学習のまとめをする。	１０	○　本時の学習を確認させるために，学習問題に対する自分の考えを書かせる。その際，なぜそのようなことが言えるのか板書やノート等を参考に自分なりにまとめ直させる。