

自動抽出制御法におけるリアプノフ関数の重み調整による リアプノフ型安定領域の拡大実験

高田 等*・原口 修一**・坂元 均***・八野 知博*

Experiment with Expanding a Stability Region in the Sense of Lyapunov by
Tuning a Weight of the Lyapunov Function for the Automatic Choosing Control

Hitoshi TAKATA, Syuichi HARAGUCHI, Masashi SAKAMOTO,
and Tomohiro HACHINO

It is a very urgent problem to improve the stability and reliability of nonlinear control systems. To solve this problem, we proposed an automatic choosing control that is a single nonlinear feedback control and is easy to implement in practical systems. In this paper, we consider a stability region in the sense of Lyapunov when tuning a weight vector α of the Lyapunov function introduced for this control. Numerical examples of a power system indicate that its stability region is extremely expanded by selecting the value of this weight α properly.

Key Words : nonlinear system, automatic choosing control, Lyapunov's direct method, stable region, weight of Lyapunov function

1. まえがき

電力システムにもみられるように、実存する多くの物理系は非線形システムである。これらの非線形システムに対し直接、非線形制御則を実行することは一般的に容易ではない。そこで我々が提案してきた手法の一つに自動抽出制御法^[1, 2]がある。これはシステムの非線形性を考慮して領域分割し、各領域での線形制御則を自動抽出関数により滑らかに結合する手法である。本制御則は単一のフィードバック制御則で、しかも滑らかな解析関数であることから、ファジィ制御などでは容易でなかった大域的安定性の解析を行うことができる。非線形制御系の安定解析にはリアプノフの直接法がよく用いられる。リアプノフの直接法が特に非線形制御系にとって重要である理由として、非線形方程式の解を調べる必要がなく直接安定性が検討できることや、平衡状態のまわりの安定範囲の考察が可能であることなどが挙げられる。

本論文では、自動抽出制御法のために導入されたリア

プノフ関数の重みベクトル α に対する、リアプノフの意味での安定領域の拡大について数値実験的研究を行う。具体的には発電機の過渡時動揺問題において、重みベクトル α を種々変化した時のシミュレーション実験を行い、リアプノフ安定領域を描いて比較検討する。その結果、適当な α 値の選択は、リアプノフ安定領域を極めて拡大することが確かめられた。

2. 自動抽出制御法

次の非線形システムを考える。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in R^n, \quad u \in R^r \quad (1)$$

ただし、 $\cdot = d/dt$, $x = [x[1], \dots, x[n]]^T$ は n 次元ベクトル, $u = [u[1], \dots, u[r]]^T$ は r 次元制御ベクトル, f は $f(0) = 0$ の連続微分可能な非線形 n 次元ベクトル値関数, g は $g(0) \neq 0$ の連続微分可能な非線形 $n \times r$ 行列値関数である。非線形性を考慮して分離関数 $C(x) \in R^l$ を定め、次に領域分割 $D = \cup_i^M D_i$ を行い、各小領域 D_i 毎に $x = \hat{X}_i$ ($\hat{X}_0 = 0$) 点近傍で一次テーラー展開

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad \text{on } D_i \quad (2)$$

を行う。評価を

平成11年5月31日受理

*電気電子工学科

**博士前期課程電気電子工学専攻

***(有)坂元測量調査

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q_i x + u^T R u) dt \quad \text{on } D_i \quad (3)$$

としたときの LQ 制御則は次式となる。

$$\hat{u}_i(x) = -R^{-1} B_i^T (P_i x - \xi_i) \quad (4)$$

ただし、(4)式に含まれる P_i は以下のリカッチ方程式の解である。

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i - P_i B_i R^{-1} B_i^T P_i = 0 \quad (5)$$

ξ_i は n 次元ベクトル

$$\xi_i = [A_i^T - P_i B_i R^{-1} B_i^T]^{-1} P_i w_i \quad (6)$$

であり、 $\xi_i \neq 0$ に対しては原点補正関数の

$$\beta_i(x) = 1 - \exp(-x^T S_i x) \quad (S_i \geq 0) \quad (7)$$

を乗じて

$$u_i(x) = \hat{u}_i(x) \beta_i(x) \quad (8)$$

を得る。小領域 $D_i = \Pi_{j=1}^l [a_{ij}, b_{ij}]$ ($0 \leq i \leq M$) を抽出するシグモイド型自動抽出関数として次式を定義する。

$$I_{iN}(x) = \prod_{j=1}^l I_{iN}(x; j) \quad (9)$$

ただし

$$I_{iN}(x; j) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(2N(C_j(x) - a_{ij})/h_j)} \cdot \frac{1}{1 + \exp(-2N(C_j(x) - b_{ij})/h_j)}$$

ここで $h_j = (b_{ij} - a_{ij})/2$, $N > 0$ 。

(8), (9)式から次の非線形フィードバックの自動抽出制御則が得られる。

$$u(x) = \sum_{i=0}^M u_i(x) I_{iN}(x) \quad (10)$$

3. リアプノフの直接法による安定性

3.1 リアプノフ関数

リアプノフ安定論は系の平衡状態に注目して平衡状態の安定性を研究するものであり、非線形制御系の安定解析として非常に重要である。

(10)式に対し次のリアプノフ関数を導入する。

$$V(x) = \sum_{i=0}^M \alpha_i Z_i^T(x) P_i Z_i(x) \beta_i(x) I_{iN}(x) \quad (11)$$

ただし

$$\begin{aligned} Z_i(x) &= x - \eta_i \\ \eta_i &= -(A_i - B_i R^{-1} B_i^T P_i)^{-1} P_i^{-1} A_i^T \xi_i \\ \alpha &= [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_M]^T \end{aligned} \quad (12)$$

である。 α_i は各 i に対する非負値の重み $\alpha_i \geq 0$ である。 $V(x)$ は、中心が η_i で主軸が P_i により傾いた $(M+1)$ 個の楕円体群の自動抽出関数や α による重み和である。この重みベクトル α はリアプノフの安定領域と密接な関係にあり、その安定領域拡大のためには、 α の最適な選択が必要である。なお $V(x)$ は、原点では $V(x) = 0$ 、それ以外では $V(x) > 0$ 、および $x \rightarrow \infty$ ならば $V(x) \rightarrow \infty$ である正定値関数である。

3.2 $\dot{V}(x)$ の導出

(11)式 $V(x)$ の微分 $\dot{V}(x)$ は次となる¹¹⁾。

$$\dot{V}(x) = - \sum_{i=0}^M \{ Z_i^T(x) (P_i B_i R^{-1} B_i^T P_i + Q) Z_i(x) + E_{1i}(x) + E_{2i}(x) + E_{3i}(x) \} \alpha_i \beta_i(x) I_{iN}(x) \quad (13)$$

ただし

$$\begin{aligned} E_{1i} &= 2Z_i^T(x) P_i \varepsilon(x) \\ E_{2i} &= 2 \sum_{j=1}^l \Lambda_{ij}(x) Z_i^T(x) P_i Z_i(x) (\partial C_j(x) / \partial x^T) \dot{x} N / h_j \\ E_{3i} &= 2Z_i^T(x) P_i Z_i(x) x^T S_i \dot{x} (\beta_i(x) - 1) / \beta_i(x) \\ \varepsilon_i(x) &= (A_i x + w_i - f(x)) + (B_i \hat{u}_i(x) - g(x) u(x)) \\ \Lambda_{ij}(x) &= \left[\exp(-(C_j(x) - a_{ij})N/h_j) + \exp((C_j(x) - a_{ij})N/h_j) \right]^2 - \left[\exp(-(C_j(x) - b_{ij})N/h_j) + \exp((C_j(x) - b_{ij})N/h_j) \right]^2 / I_{iN}(x; j) \end{aligned} \quad (14)$$

E_{1i} , E_{2i} , E_{3i} はそれぞれ非線形関数の線形化、自動抽出関数の変化、補正関数の変化に起因したものである。 $E_{1i}(x) I_{iN}(x)$ は全領域 D 上での線形化誤差を表し、 E_{2i} は N に関し見かけ上線形である。また D_0 の境界上で $\exp(-x^T S_i x) \ll 1$ なる S_i を選べば、 $\beta_i(x)$ がほぼ 1 となり、 $E_{3i}(x) I_{iN}(x)$ は無視できるほど小さな値となる。このとき

$$\gamma = \inf \{ V(x) : x \neq 0, \dot{V}(x) = 0 \} \quad (15)$$

に対し

$$D_V = \{ x \in R^n : V(x) < \gamma, \dot{V} < 0 \} \quad (16)$$

がリアプノフの意味での安定領域である。

以下(12)式の重みベクトル α を変化したときの(16)式の安定領域 D_V の関係について、計算機シミュレーション実験により調べる。

4. 計算機シミュレーション実験

次の発電機動揺方程式を考える。

$$\begin{cases} M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} + P_e(1 + \Delta E_{fd})P_{in} \\ P_e = \frac{e_l E_{fd}}{X_e} \sin \delta \end{cases} \quad (17)$$

ここで、 δ ：発電機の相角度、 M ：発電機回転子の慣性定数、 D ：制動係数、 P_e ：発電機の電氣的出力、 P_{in} ：発電機への機械的入力、 E_{fd} ：界磁電圧、 e_l ：無限大母線電圧、 X_e ：系統インピーダンスである。

状態ベクトルとして相角度 δ と角速度 $\dot{\delta}$ の $x = [x[1], x[2]]^T = [\delta - \hat{\delta}_0, \dot{\delta}]^T \in R^2$ および制御変数として界磁電圧の増分の $u = \Delta E_{fd}$ を設定する。ここで $\hat{\delta}_0$ は δ の定常値である。したがって(17)式は次のようになる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \sin x_1 + \hat{X}_{10} - \frac{D}{M} x_2 + \frac{P_{in}}{M} \\ -\frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \sin(x_1 + \hat{X}_{10}) \cdot u \end{cases} \quad (18)$$

分離関数 $C(x) = x_1$ をいくつかの区分に分割し線形化する。このとき A_i , B_i , w_i は次のようになる。

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \cos \hat{X}_{1i} & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \sin \hat{X}_{1i} \end{bmatrix}$$

$$w_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \cos \hat{X}_{1i} \cdot (\hat{X}_{10} - \hat{X}_{1i}) - \frac{e_l E_{fd}}{MX_e} \sin \hat{X}_{1i} + \frac{P_{in}}{M} \end{bmatrix}$$

以上から(10)式により制御則 $u(x)$ が求められる。この $u(x)$ を(1)式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u(x) \\ &= f(x) + g(x) \sum_{i=0}^M u_i(x) I_{iN}(x) \end{aligned} \quad (19)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{1}{M} \sin(x_1 + \hat{X}_{10}) - x_2 + \frac{P_{in}}{M} \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \sin(x_1 + \hat{X}_{10}) \end{bmatrix}$$

となる。本節ではシステムの分割を3分割 (ACC (M=2, ED)) と5分割 (ACC (M=4, ED)) の場合に分けてシミュレーション実験をし、従来の線形制御法 (LOC) との比較検討を行う。

シミュレーション条件：

定数、および定常値を次のように設定した。

$M = 0.06[pu]$, $D = 0.06[pu]$, $E_{fd} = 1.0[pu]$, $e_l = 1.0[pu]$, $X_e = 1.0[pu]$, $P_{in} = 0.8[pu]$, $\hat{\delta}_0 = 53.1^\circ$, $\hat{X}_{10} = 0.9276[pu]$, $R = 1$, $Q_i = \text{diag}(1, 1)$, $S_i = \text{diag}(20, 20)$ 。

自動抽出制御法 (ACC)：

(1) $M = 2$ で3等分割 < ACC (M=2, ED) >

3等分割の場合、領域を $D_0 = [0^\circ, 60^\circ]$, $D_1 = [60^\circ, 120^\circ]$, $D_2 = [120^\circ, 180^\circ]$, 展開点を $\hat{X}_{10} = 53.13^\circ$, $\hat{X}_{11} = 90^\circ$, $\hat{X}_{12} = 135^\circ$, $N = 2$ で固定。

このとき α を次の(1)-1 ~ (1)-3 のように変化させた場合の安定領域をそれぞれ Fig.1, Fig.2, Fig.3 に示す。

(1)-1 : $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$

(1)-2 : $\alpha_0 = 2, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$

(1)-3 : $\alpha_0 = 3, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$

(2) $M = 4$ で5等分割 < ACC (M=4, ED) >

5等分割の場合、領域を $D_0 = [0^\circ, 60^\circ]$, $D_1 = [60^\circ, 90^\circ]$, $D_2 = [90^\circ, 120^\circ]$, $D_3 = [120^\circ, 150^\circ]$, $D_4 = [150^\circ, 180^\circ]$, 展開点を $\hat{X}_{10} = 53.13^\circ$, $\hat{X}_{11} = 75^\circ$, $\hat{X}_{12} = 105^\circ$, $\hat{X}_{13} = 135^\circ$, $\hat{X}_{14} = 165^\circ$, $N = 2$ で固定。

このとき α を次の(2)-1 ~ (2)-4 のように変化させた場合の安定領域をそれぞれ Fig.1, Fig.4, Fig.5, Fig.6 に示す。

(2)-1 : $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 1$

(2)-2 : $\alpha_0 = 2, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 1$

(2)-3 : $\alpha_0 = 3, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 1$

(2)-4 : $\alpha_0 = 2, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 2$

Fig.1 はリアプノフ関数の重みである α がすべて1の場合における3分割、5分割、線形制御法による安定領域である。従来の線形制御法よりも本手法の3分割、5分割の方が安定領域が拡大していることがわかる。また Fig.2 ~ Fig.6 は α を様々なパターンに分けて描いた安定領域である。これらの結果より、重みの選び方で安定領域の広がり方が種々変化することが確認された。よってこの α の設定は重要な問題であり、その最適選定法の開発が必要である。

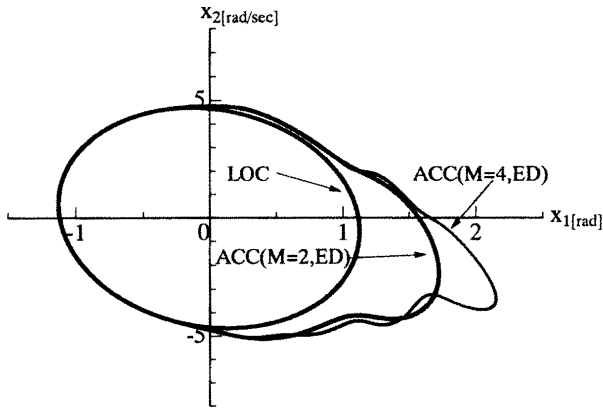


Fig.1 Stable region (1)- 1, (2)- 1

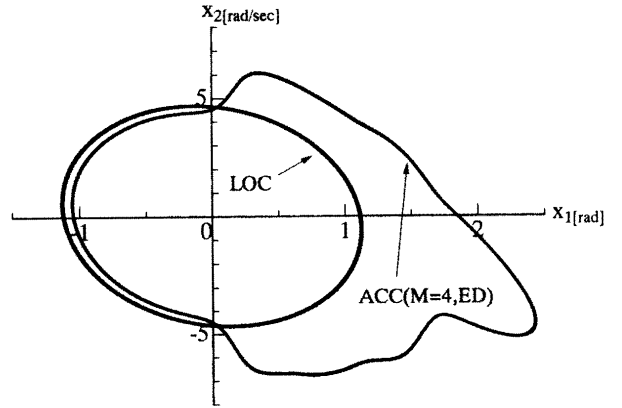


Fig.4 Stable region (2)- 2

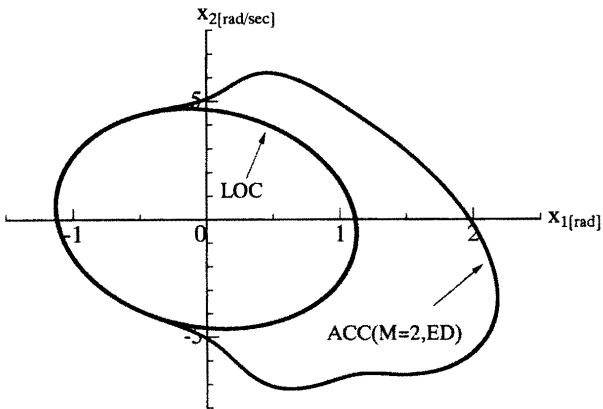


Fig.2 Stable region (1)- 2

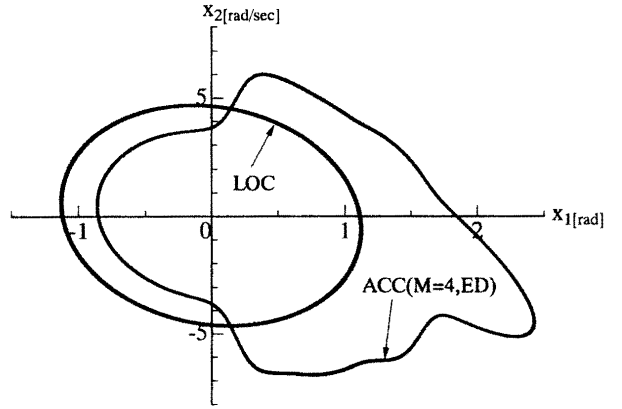


Fig.5 Stable region (2)- 3

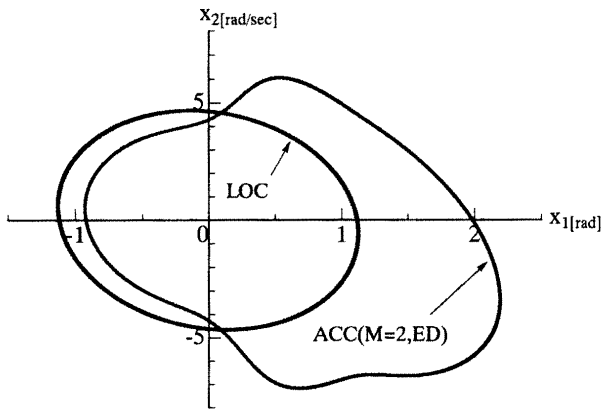


Fig.3 Stable region (1)- 3

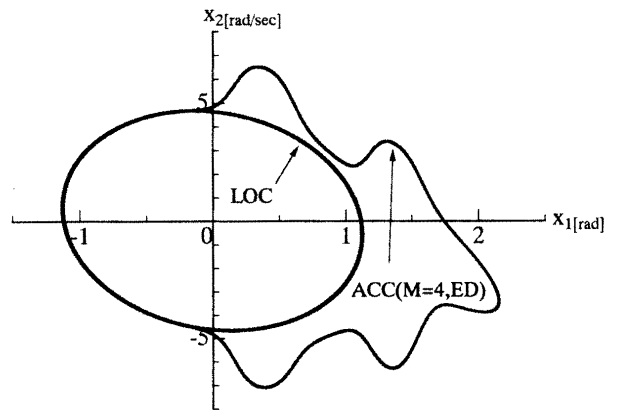


Fig.6 Stable region (2)- 4

5. まとめ

非線形システムに対する自動抽出制御法を電力システムの安定化制御に適用して、リアプノフの意味での安定領域の実験的検証を行った。その結果、一般に従来の線形制御法よりも、提案した本手法の方がより安定領域は広がっていることが確認できた。その際リアプノフ関数の重み α の選び方は極めて重要である。しかし選び方次第では、5分割より3分割の方が安定領域が広がる場合があり、更なる詳細な研究が必要である。この問題は制御則に拘束がある場合^[2]にも同様であろう。さらに本手法における最適な展開点や分割点なども、安定領域

拡大につながり、これらも今後に残された研究課題である。

参考文献

- [1] 高田等, “非線形システムに対するシグモイド型自動抽出制御法とGAによる準最適設計”, 電気学会論文誌, Vol.118-C, No.11, pp.1611-1616 (1998)
- [2] 高田等, 原口修一, 八野知博, “拘束条件付き自動抽出制御”, 第41回自動制御連合講演会, pp.145-146 (1998)