

拡大次元線形化と Kumar 手法を用いた 非線形システム制御設計について

高田 等* 田中 達朗** 八野 知博*

ON NONLINEAR CONTROL DESIGN USING AUGMENTED LINEARIZATION AND KUMAR TECHNIQUE

Hitoshi TAKATA , Tatsuro TANAKA , Tomohiro HACHINO

In this paper a novel nonlinear feedback control is designed by applying a Kumar's control approach to a nonlinear system, which is augmented by using zero-dynamics and is divided into some linear systems by Taylor expansion. The transient stability of power systems is improved by using this control law.

Keywords: Nonlinear control, Zero-dynamics, Augmented system, Linearization, Kumar technique

1. まえがき

現在我々は様々なシステムに囲まれて生活している。システムは線形システムと非線形システムに大別され、実在する多くのシステムは非線形システムである。線形システムの場合、制御、解析などを行うのは比較的容易であるが、非線形システムの場合、それらを直接取り扱うことは一般に容易ではない。そのためこれまで多くの非線形システム制御に関する研究が行われてきた。非線形システム制御法の一つに、定常点近傍で何らかの手段で線形化を行い、線形制御理論を適用する手法がある。もっとも一般的な線形化の手段としては、Taylor 展開一次線形近似があげられる。しかしこの手法はシステムの動揺が比較的小さい非線形性の弱い系に対しては有効であるが、非線形性の強いシステムに対しては有効とはいえない。これ以外にも、座標

変換による厳密線形化法や、領域分割法が知られている。前者は変換関数の発見や計算に困難を伴い、後者も分割境界拘束条件が複雑な計算を必要とするため実用的ではない。

上記制御法よりもある程度有効な手法の一つに Kumar らの提案した制御法¹⁾がある。この手法は与えられた非線形システムに対し定数項のない複数の線形化近似システムを構成²⁾し、ハミルトニアン最小化の意味で単一フィードバック制御則を合成するものであるが、広い安定領域を得ることが難しい。

そこで本論文では、拡大次元線形化と Kumar 手法を用いた非線形システムの制御則合成⁴⁾について考察した。すなわち、まず非線形性の強い非線形システムに対し、複数の展開点を設け、Taylor 展開一次近似を行う⁶⁾。これに安定なゼロダイナミクスを導入³⁾し、定数項のない複数の拡大次元線形化システムを構成⁵⁾し、Kumar らの手法を適用する。これにより非線形システム制御における安定領域の拡張が可能となった。さらに入力制限が付加された場合の配慮法も考察した。数値シミュレーション実験により、本手法の有効性を

2004 年 8 月 31 日受理

* 電気電子工学科

** 博士前期課程電気電子工学専攻

確認した。

本稿は以下のように構成されている。第2節では Kumar らの手法, 第3節では拡大次元型非線形システム制御, 第4節では, 拘束条件の追加法について述べる。第5節では計算機によるシミュレーション実験結果を示し, 第6節で結論を述べる。

2. Kumar らの手法

2.1 Kumar らによる制御則合成

システムが次の非線形微分方程式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in D \quad (1)$$

で与えられる制御問題について考える。
ただし,

- $\cdot = d/dt$,
- $x = [x_1, \dots, x_n]^T$: n 次元状態ベクトル
- $u = [u_1, \dots, u_r]^T$: r 次元制御ベクトル
- f : 連続微分可能な非線形 n 次元ベクトル値関数
- g : 連続微分可能な非線形 $n \times r$ 行列値関数
- $f(0) = 0, g(0) \neq 0$

である。

評価関数として二次形式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

を選ぶ。ただし,

$Q: n \times n$ 準正定値対称行列で状態を評価するための重み

$R: r \times r$ 正定値対称行列で制御信号を評価するための重み

右肩 T は転置記号である。

問題は評価 J を最小にする工学上実用的なフィードバック制御則 $u(x)$ を見いだすことである。

2.2 線形近似

一般に, 非線形項の線形化がなされれば, 簡単な線形制御理論が適用できることから取り扱いが容易となる。Kumar らの手法では, 一般に用いられる Taylor 展開一次線形近似を行わずに, 定常点を通る複数の直線によって線形近似を行う。

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (3)$$

二本の直線で近似した場合の線形近似の概略図を図-1に示す。

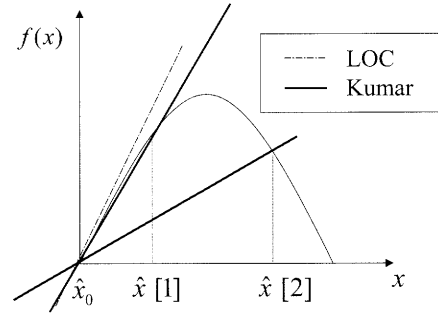


図-1 線形近似の概略図

2.3 制御則の導出法

(4) 式より制御則を求める。

$$u(x) = Fx \quad (4)$$

F の導出法は, 以下の通りである。

2.4 F の導出法

step1

(5) 式の Λ_i の固有値の実部が負となる F_0 を求める。

$$\Lambda_i = A_i + B_i F_0 \quad (5)$$

step2

(6),(7) 式の条件を満たす V_i, P_i を求める。

$$V_i(A_i + B_i F_0) + (A_i + B_i F_0)^T V_i + Q + F_0^T R F_0 = 0 \quad (6)$$

$$P_i(A_i + B_i F_0)^T + (A_i + B_i F_0)P_i + I = 0 \quad (7)$$

step3

(8) 式より F_1 を求める。

$$F_1 = -R^{-1} \left(\sum_{k=1}^i B_k^T V_k P_k \right) \left(\sum_{k=1}^i P_k \right)^{-1} \quad (8)$$

ただし, 右肩-1 は逆行列記号である。

(8) 式の F_1 を step2 の F_0 とし, F_1 が収束するまで step2 と step3 を繰り返して行う。収束した F_1 を F とする。

3. 拡大次元型非線形システム制御

3.1 拡大次元の線形化

システムが (9) 式 of 非線形微分方程式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in D \quad (9)$$

で, 評価関数が (10) 式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (10)$$

を考える.

(9) 式に対し, $\hat{x}_0 = 0$ および $\hat{x}[i]$ 点近傍での Taylor 展開線形化は,

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad (11)$$

ただし,

$$A_i = \partial f(\hat{x}[i]) / \partial \hat{x}[i]^T, w_i = f(\hat{x}[i]) - A_i \hat{x}[i],$$

$$B_i = g(\hat{x}[i])$$

である. ここで, 安定なゼロダイナミクス変数 x_{n+1} を導入し, 定数項 w_i に乗じて, (11) 式を次のように拡大次元化する.

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + w_i x_{n+1} + B_i u \\ \dot{x}_{n+1} = -\sigma_i x_{n+1} \end{cases} \quad (12)$$

$$(x_{n+1}(0) \simeq 1, 0 < \sigma_i \ll 1)$$

すなわち (12) 式は,

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u \\ &= \bar{A}_i X + \bar{B}_i u \end{aligned} \quad (13)$$

ただし,

$$X = [x_1, \dots, x_n, x_{n+1}]^T$$

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

である.

3.2 線形近似数

本手法においては, 一般に用いられる Taylor 展開一次線形近似を Kumar らの手法で用いた点において

行う. Kumar 手法より近似精度の良い複数の直線によって線形近似がなされる.

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad (14)$$

(13) 式の拡大次元システムを適用すると

$$\dot{X} = \bar{A}_i X + \bar{B}_i u \quad (15)$$

となり Kumar 手法型制御則合成の適用が可能となる. 例えば, Kumar 手法において 2 本の直線で近似した場合, 原点を加えれば非線形システムとの交点の数は 3 となる. その 3 点それぞれにおいて Taylor 展開一次線形近似を施した.

線形近似の概略図を図-2 に示す.

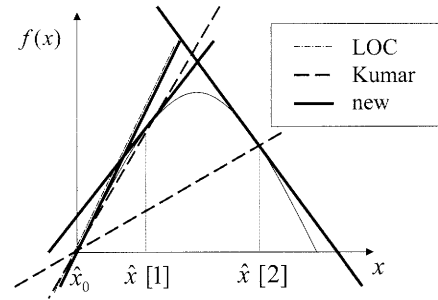


図-2 線形近似の概略図

3.3 拡大次元システム制御則の導出

制御則 $u(X)$ は, (16) 式より求められる.

$$u(X) = \bar{F} X \quad (16)$$

次に \bar{F} の導出法を示す.

3.4 \bar{F} の導出法

\bar{F} の導出法は, 以下の通りである.

step1

(17) 式の Λ_i の固有値の実部が負となる \bar{F}_0 を求める.

$$\Lambda_i = \bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0 \quad (17)$$

step2

(18), (19) 式の条件を満たす \bar{V}_i, \bar{P}_i を求める.

$$\bar{V}_i (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0) + (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0)^T \bar{V}_i + \bar{Q} + \bar{F}_0^T \bar{R} \bar{F}_0 = 0 \quad (18)$$

$$\bar{P}_i (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0)^T + (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0) \bar{P}_i + I = 0 \quad (19)$$

ただし,

$\bar{Q}: (n+1) \times (n+1)$ 準正定値対称行列で
状態を評価するための重み

$\bar{R}: (r+1) \times (r+1)$ 正定値対称行列で
制御信号を評価するための重み

step3

(20) 式より \bar{F}_1 を求める.

$$\bar{F}_1 = -R^{-1} \left(\sum_{k=1}^i \bar{B}_k^T \bar{V}_k \bar{P}_k \right) \left(\sum_{k=1}^i \bar{P}_k \right)^{-1} \quad (20)$$

(20) 式の \bar{F}_1 を step2 の \bar{F}_0 とし, \bar{F}_1 が収束するまで step2 と step3 を繰り返して行く. 収束した \bar{F}_1 を \bar{F} とした.

4. 拘束条件付き制御則

(1)(9) 式の制御量に拘束条件 ($u_{min} \leq u \leq u_{max}$) がある場合の, 状態量 (x) に関し滑らかな補正法について考察する. なお本節では簡単のため 1 入力 ($r=1$) の場合を考えるが, 多変数の場合も同様に拡張できる.

4.1 滑らかな拘束条件付き非線形制御

4.1.1 シグモイド型関数

本節では (4) 式の $u(x)$ 又は (16) 式の $u(X)$ を u^* と記すことにしよう.

u^* の制御量に対し $u_{min} = a_j, u_{max} = b_j$ の拘束条件を追加するためには, $u^* < u_{min}$ のとき $u^* = a_j$, $u^* > u_{max}$ のとき $u^* = b_j$ とすればよい. すなわちある領域 $D_j = [a_j, b_j]$ において適切な制御入力が抽出される切り替えの役目を果たす関数の導入が必要である. 抽出したい領域に入ったときは ON でその他は OFF とすればよい.

$$I_j = \begin{cases} 1 & (\text{抽出領域上}) \\ 0 & (\text{抽出領域外}) \end{cases} \quad (21)$$

しかし, (21) 式を満たす解析関数は存在しないため, 本論文では $D_j = [a_j, b_j]$ 上でほぼ 1, それ以外の領域でほぼ 0 となるシグモイド型関数

$$I_j(u^*) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(2N(u^* - a_j))} - \frac{1}{1 + \exp(-2N(u^* - b_j))} \quad (22)$$

を導入した. ただし, N は正の自然数である. シグモイド型関数は $N \rightarrow \infty$ で理想的なものに近づくが, これ

までの実験報告によりほぼ $N = 8$ 以下で十分実用可能であることが確認されている.

図-3 にシグモイド型関数の概略図を示す.

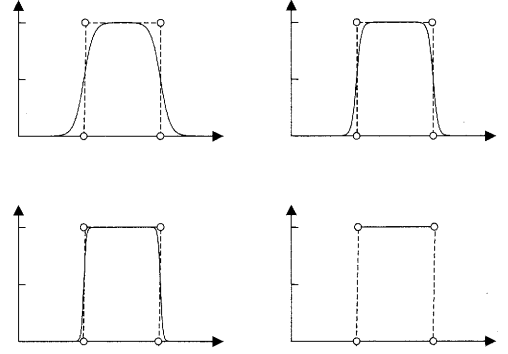


図-3 シグモイド型関数の概略図

4.1.2 拘束条件の追加

u^* の領域を以下の 3 つに分割する.

$$\begin{cases} D_0 = (-\infty, u_{min}) \\ D_1 = [u_{min}, u_{max}] \\ D_2 = (u_{max}, \infty) \end{cases}$$

それぞれの領域に対応するシグモイド関数 $I_j(u^*)$ を乗じると, 拘束条件の追加が可能となる. 拘束条件付きの制御則は (23) 式となる.

$$u = u_{min} * I_0(u^*) + u^* * I_1(u^*) + u_{max} * I_2(u^*) \quad (23)$$

図-4 に, 拘束条件の概略図を示す.

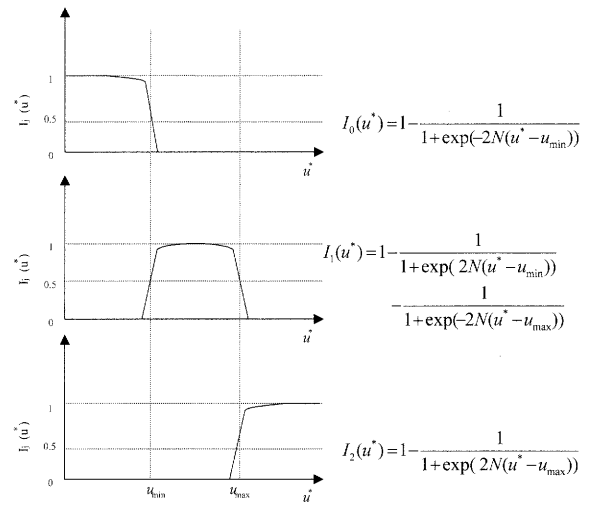


図-4 拘束条件の概略図

5. シミュレーション

5.1 電力系統モデル

電力系統における発電機動揺方程式を (24) 式に示す.

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} + P_e(1 + \Delta E_{fd}) = P_{in} \quad (24)$$

$$P_e = \frac{e_l E_{fd}}{X_e} \sin \delta$$

ここで,

δ : 発電機の相差角

M : 発電機回転子の慣性係数

D : 制動係数

P_e : 発電機の電氣的出力

P_{in} : 発電機への機械的入力

E_{fd} : 界磁電圧

e_l : 無限大母線電圧

X_e : 系統インピーダンス

状態変数として, $x_1 = \delta - \hat{\delta}_0$, $x_2 = d\delta/dt$, 制御変数として界磁電圧の増分 $u = \Delta E_{fd}$ とした.

5.2 シミュレーション条件

定数及び定常値 ($x_1 = x_2 = 0$) は以下のように設定した.

$$\begin{aligned} M &= 0.06[pu] & D &= 0.06[pu] \\ E_{fd} &= 1.0[pu] & e_l &= 1.0[pu] \\ X_e &= 1.0[pu] & P_{in} &= 0.8[pu] \\ \bar{Q} &= I(\text{単位行列}) & R &= 1 \\ \hat{\delta}_0 &= 0.9276[rad] \end{aligned}$$

本手法における展開点として $\hat{x}_1[0] = 0[rad]$, $\hat{x}_1[1] = 0.5777[rad]$, $\hat{x}_1[2] = 1.2758[rad]$ とした.

Kumar らの手法では同じ値の $\hat{x}_1[1]$, $\hat{x}_1[2]$ を用いた.

5.3 実験結果

5.3.1 時間応答の比較

初期状態値 $x^T(0) = [1, 15]$ のときの x_1, x_2, u の時間応答を図-5, 図-6, 図-7 に示す.

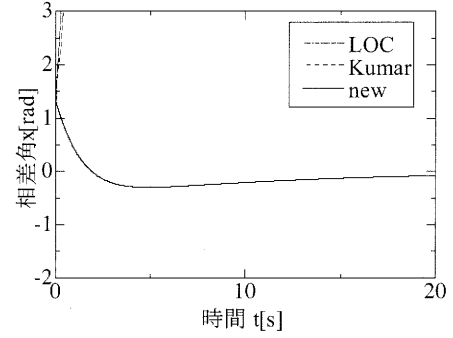


図-5 x_1 の時間変化

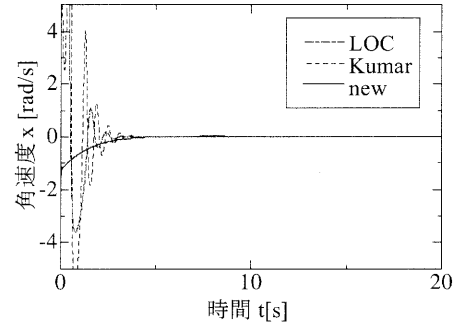


図-6 x_2 の時間変化

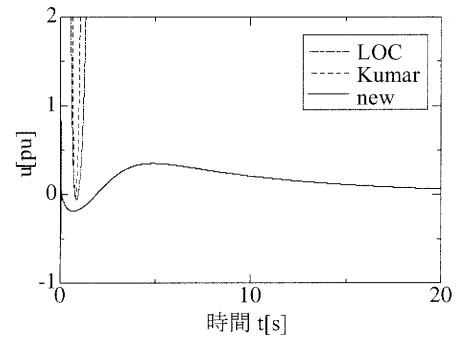


図-7 u の時間変化

5.3.2 安定領域の比較

従来の線形制御法 (LOC), Kumar らの制御法 (Kumar) および本手法 (new) の安定領域の比較を図-8 に示す.

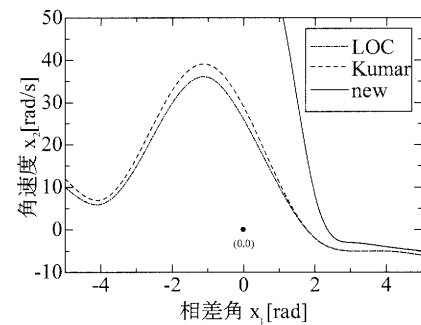


図-8 安定領域の比較

5.3.3 拘束条件付き時間応答の比較

初期状態値 $x^T(0) = [1, 9], u_{max} = 4$ のときの x_1, x_2, u の時間応答を図-9, 図-10, 図-11 に示す.

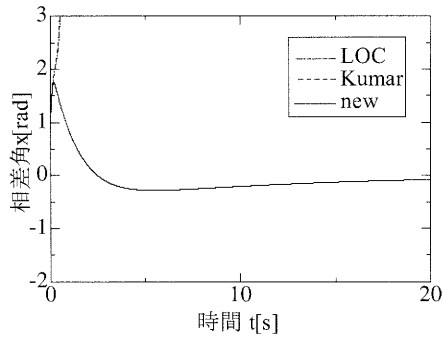


図-9 拘束条件付き x_1 の時間応答

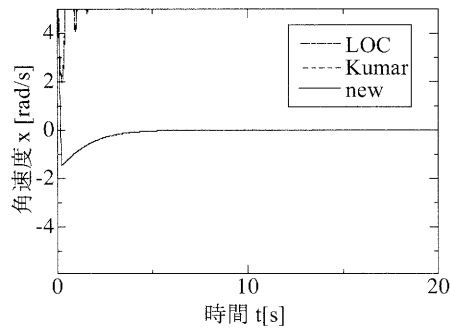


図-10 拘束条件付き x_2 の時間応答

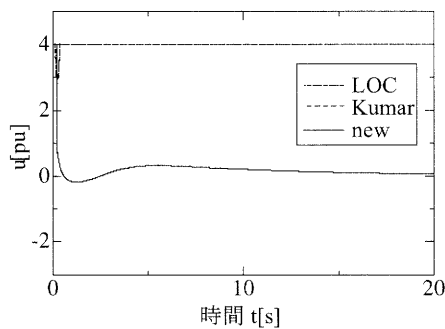


図-11 拘束条件付き u の時間応答

5.3.4 入力制限付き安定領域の比較

拘束条件 $u_{max} = 4$ としたときの従来の線形制御法 (LOC), Kumar らの制御法 (Kumar) および本手法 (new) の安定領域の比較を図-12 に示す.

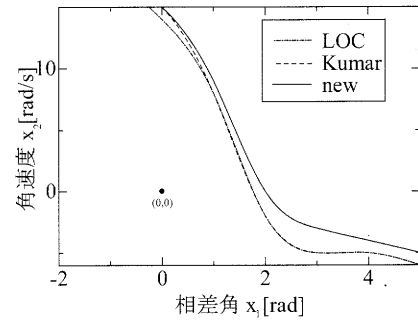


図-12 拘束条件付き安定領域の比較

6. 結論

本論文においては、非線形性の強いシステムの制御法として、拡大次元システムを用いた Kumar 型非線形システム制御を提案した。従来の Kumar らの手法は非線形性の強いシステムに対して定常点から離れたところにおいて近似精度が良いとはいえなかったが、Kumar らの用いた点で Taylor 展開一次線形近似を施すことによって近似精度が向上した。また、それにより生じる定数項の問題も拡大次元システムを用いることにより解決された。シミュレーション結果より、従来のような計算の煩雑さもなく簡単な方法で制御則合成ができ、安定領域の拡大も確認された。

今後の課題としては、様々なシステムに対する適用、更なる安定領域の拡大、最適な展開点の検討などが挙げられる。

参考文献

- 1) A.B.R.Kumar and E.Rechards "A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems", IEEE Trans.PAS-95,No.1, pp.243-247(1976)
- 2) B.R.Barmish "Stabilization of Uncertain Systems via Linear Control", 35th IEEE CDC, pp.3453-3458(1996)
- 3) 縄田 俊則, 高田 等 "非線形システムに対しゼロダイナミクスと GA による拡大次元自動抽出制御法の設計" 第 20 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.193-194(2001)
- 4) 砂坂 康德 "ゼロダイナミクスによる拡大次元システムを用いた非線形システム制御" 平成 13

年度鹿児島大学工学部電気電子工学科卒業論文
(2002)

- 5) 田中 達朗 ”二次安定化論による拡大次元自動抽出制御のシミュレーション” 平成 13 年度鹿児島大学工学部電気電子工学科卒業論文 (2002)
- 6) 高田 等, 田中 達朗, 八野 知博 ”ゼロダイナミクスによる拡大次元システムを用いた Kumar 型非線形システム制御” 第 22 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.95-96(2003)