

コンクリートの破壊条件に関する研究

—モルタルの部分圧縮強度について—

徳富 久二・恒吉 紀昭*

(受理 平成8年5月31日)

A STUDY ON FRACTURE CRITERION OF CONCRETE —STRENGTH OF MORTAR SPECIMEN LOADED PARTIALLY IN AXIAL DIRECTION—

Hisashi TOKUTOMI and Noriaki TUNEYOSHI

In the present research, a major assumption is suggested for understanding the fracture mechanism of mortar and concrete. The validity of this assumption is verified by numerical and experimental results. When a mortar or concrete specimen is held between two plates and is loaded partially in the axial direction, it is assumed that two circular cone-shaped rigid bodies appear inside the specimen between upper and lower plates. When these circular cones are compressed, tensile stresses occur in the region outside of cones towards the direction of circumference. When the tensile stresses reach the maximum tensile strength of the specimen, the maximum axial load is determined.

The results may be summarized as follows: 1) The experimental results agree fairly well with the numerical simulations. 2) Even the compressive strength of partially loaded mortar are decided by the tensile strength of the mortar. 3) The failure load of concrete and mortar depend on the tensile strength of the materials.

1. 序

コンクリートの破壊はコンクリート内部の亀裂進展による引張破壊現象として捉えられ、今日では破壊に関する研究はキレツの進展、進展エネルギーの問題など細部に互り展開され、多くの知見が得られている。

筆者等は、Griffith の破壊基準に基礎をおいた引張亀裂の進展を表す量としての面濃度という物理量を提案してコンクリートの破壊を解釈しようとしてきた¹⁾。また、南九州に特殊土壌として広く分布するシラスの崩壊を研究する過程において、側圧の作用下で軸方向に部分圧縮する強度試験（三軸部分圧縮試験と称す）を行って、シラスのような弱熔結物質の破壊問題について実験的に検討した²⁾。

本報告は、三軸部分圧縮解析をモルタルの部分圧縮破壊の実験結果と比較検討し、仮定および解析の妥当

性について述べるものである。

各種の崩壊現象を条件をかえて実験するとき、その結果が共通する破壊基準に支配されているものと見る。

2. 三軸部分圧縮状態の解析

脆性材料の強度試験において、破壊が引張裂け破壊過程を伴う現象であることが窺える。一般の破壊条件を調べる三軸試験は、崩壊した最終状態に着目するもので、この結果も供試体内部における応力状態を均一に仮定するものであり、供試体内部要素の各点の崩壊に着目するとき、通常の三軸試験の結果から破壊基準を導き出すことは不可能である。

通常の三軸圧縮試験の軸方向を部分圧縮する試験を行って、部分圧縮の割合（载荷率）を変えて実験を行うとき、これらに共通する条件が存在するものと考え

られる。部分圧縮の载荷率とは供試体前面に载荷する試験における载荷面に対する部分的に载荷する試験の载荷面の割合のことをいい、それぞれの直径の比（载荷面の直径／供試体の直径）で表すことにする。三軸圧縮試験で供試体直径 10 cm で载荷面の直径が 10 cm であるとする、载荷率を 10/10 と表す。この载荷率を変えて実験するとき、これらに共通する破壊基準が存在し、この元になる条件が破壊基準と見るものである。ここでは解析過程について述べる。

2. 1 崩壊形と解析仮定

部分圧縮するときの崩壊形は、载荷板下でくさびが形成され、これが圧入されて崩壊することが、シラスやコンクリートの実験から推測される。図-1に示すようなくさびが形成されるものとする。崩壊する状態における力の釣合は、くさび部分の釣合とその周辺部の釣合によって得られる。

ここでは、解析仮定を次のように仮定する。

- 载荷板の下に形成されるくさびの形状を逆円錐台状とする。これに一樣の応力が作用するものとする。
- くさびに作用する载荷板からの荷重を P とし、一樣な分布力 (p) が作用するものとする。
- くさびの底面 ($B'D'$) に作用する反力を F_c とし、これも一樣に分布する (f_c) ものとする。

くさびを形成する境界における垂直応力とせん断応力の関係をくさび形成条件と呼ぶ。このくさび形成条件は不明であり、载荷率を変えた実験を行うとき、双方の結果から共通のくさび形成条件を求めることができると考えられる。

2. 2 解析

図-2はくさび部分の力の作用方向および寸法関係を示すものである。図のように、崩壊荷重による分布力を p 、その合力を P とする。またくさび交差部分（逆円錐台頂点）に作用する分布力を f_c とし、その合力を F_c とする。くさび部分に作用する垂直応力 (σ) とせん断応力 (τ) の y 方向成分を ${}_yf(\sigma, \tau)$ とする。

くさび部分について、 σ と τ による Y 軸に関するモーメントを求める。

図のように、载荷板の半径を a 、供試体の半径を ϕ_a 、供試体の高さを $2 \cdot h \cdot a$ とする。くさび形成位置（図の $A'B$ の延長と Y 軸の交点）が载荷面から ba の距離にあるものとして b をくさび形成位置と呼ぶことにすると、 y の位置で、微小部分 ds に作用する力 ($\Delta_y f(\sigma, \tau)$) を求める。

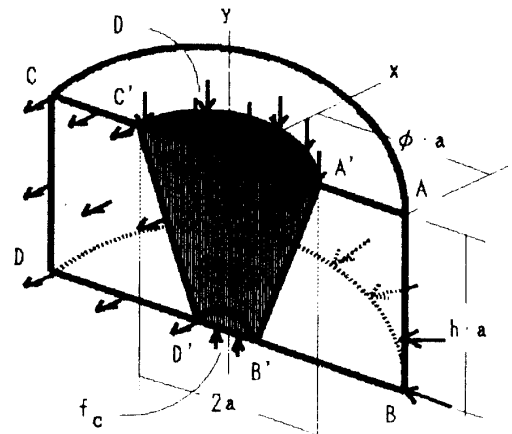


図-1 三軸部分圧縮状態のくさび形成と力の釣合

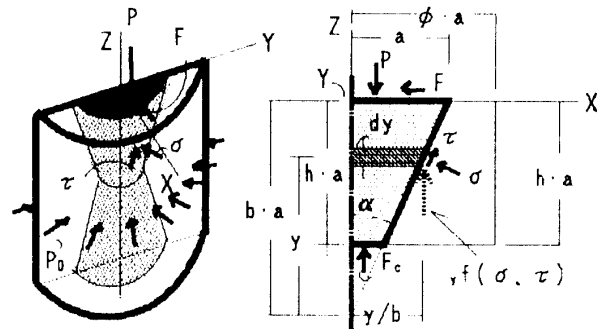


図-2 くさび部分の力の釣合および記号

図のように、 σ 、 τ による y 方向の力を ${}_yf(\sigma, \tau)$ とするとき、

$${}_yf(\sigma, \tau) = \sigma \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha \quad \dots \dots \dots (1)$$

であり、この力が半円周に作用し、またこの力の重心は、 Z 軸からの距離を X_g とし、半径を r とするとき、

$$X_g = 2r/\pi \quad \dots \dots \dots (2)$$

であり、微小部分 ds に作用する力 ($\Delta_y f(\sigma, \tau)$) は、円周方向の長さ $\pi \cdot y/b$ を乗じて

$$\Delta_y f(\sigma, \tau) = {}_yf(\sigma, \tau) \cdot ds \cdot \pi \cdot y/b \quad \dots \dots \dots (3)$$

で与えられる。

ds に作用する Y 軸のモーメント ($\Delta_y M(\sigma, \tau)$) は、 $ds = dy/\cos \alpha$ と (2)、(3) 式により

$$\Delta_y M(\sigma, \tau) = -2 \cdot {}_yf(\sigma, \tau) \cdot dy/\cos \alpha \cdot y^2/b^2 \quad \dots \dots \dots (4)$$

である。したがって σ 、 τ による Y 軸のまわりのモーメント ($M(\sigma, \tau)$) は、

$$\begin{aligned}
 M(\sigma, \tau) &= -\int \Delta_y M(\sigma, \tau) \\
 &= -2 \cdot \int_y f(\sigma, \tau) / (b^2 \cdot \cos \alpha) \cdot \int_{(b-h)a}^{ba} y^2 \cdot dy \\
 &\equiv \overline{AA} \cdot \int_y f(\sigma, \tau) \dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

$$\overline{AA} = -2/3 \cdot (a/b)^3 \cdot (b^3 - (b-h)^3) \cdot \sqrt{(1+b^2)}$$

つぎに、半径 r の半円に作用する垂直分布荷重度 (p) の重心位置は、 Z 軸からの距離 x として

$$x = 4r / (3\pi) \dots \dots \dots (6)$$

したがって、分布荷重度 (p) による Y 軸まわりのモーメント (M_p) は、

$$M_p = p/2 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 4a / (3\pi) \equiv \overline{BB} \cdot p \dots \dots \dots (7)$$

$$\overline{BB} = 2a^3/3$$

で与えられる。同様に、 f_c による Y 軸まわりのモーメント (M_{fc}) は、

$$M_{fc} = -2/3 \cdot (b-h)^3 \cdot a^3/b^3 \cdot f_c \equiv \overline{CC} \cdot f_c \dots \dots \dots (8)$$

$$\overline{CC} = -2/3 \cdot (b-h)^3 \cdot (a/b)^3$$

式(5), (7), (8)よりモーメントの釣合は、

$$\overline{AA} \cdot \int_y f(\sigma, \tau) + \overline{BB} \cdot p + \overline{CC} \cdot f_c = 0 \dots \dots \dots (9)$$

である。

つぎに、軸方向の力の釣合をクサビ部分について求めると、 p による荷重 (F_p) は、

$$F_p = -1/2 \cdot p \cdot \pi \cdot a^2 \equiv \overline{DD} \cdot p \dots \dots \dots (10)$$

$$\overline{DD} = -1/2 \cdot \pi \cdot a^2$$

σ, τ による力 ($F(\sigma, \tau)$) は、

$$\begin{aligned}
 F(\sigma, \tau) &= \int_{(b-h)a}^{ba} \int_y f(\sigma, \tau) \cdot ds \cdot \pi \cdot y/b \\
 &\equiv \overline{EE} \cdot \int_y f(\sigma, \tau) \dots \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

$$\overline{EE} = 1/2 \cdot \pi \cdot h \cdot (a/b)^2 \cdot (2b-h) \cdot \sqrt{(1+b^2)}$$

f_c による力 (F_{fc}) は、

$$F_{fc} = f_c \cdot 1/2 \cdot \pi (a/b)^2 \cdot (b-h)^2 \equiv \overline{FF} \cdot f_c \dots \dots \dots (12)$$

$$\overline{FF} = 1/2 \cdot \pi \cdot (a/b)^2 \cdot (b-h)^2$$

したがって、 y 方向の力の釣合は、式(10), (11), (12)より、

$$\overline{DD} \cdot p + \overline{EE} \cdot \int_y f(\sigma, \tau) + \overline{FF} \cdot f_c = 0 \dots \dots \dots (13)$$

式(9)および(13)より f_c を消去して、

$$\begin{aligned}
 p &= (\overline{CC} \cdot \overline{EE} - \overline{FF} \cdot \overline{AA}) / (\overline{BB} \cdot \overline{FF} - \overline{CC} \cdot \overline{DD}) \\
 &\quad \cdot \int_y f(\sigma, \tau) \dots \dots \dots (14)
 \end{aligned}$$

となる。

つぎに、くさび周辺部の力の釣合について考える。

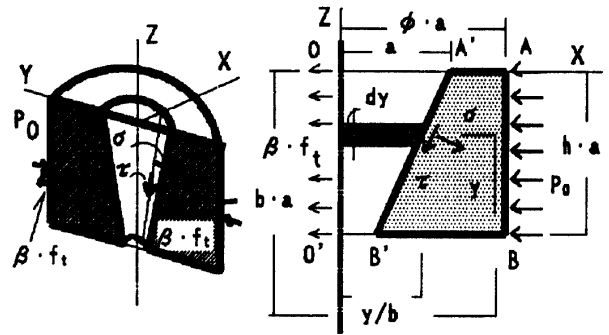


図-3 くさび周辺部の力の釣合および記号

図-3はくさび周辺部の力の作用方向・釣合関係を示す。半径方向の力の釣合について考える。くさび斜面上の応力 (σ, τ) による x 方向の応力を $_x f(\sigma, \tau)$ とすると、

$$_x f(\sigma, \tau) = \sigma \cdot \cos \alpha - \tau \cdot \sin \alpha \dots \dots \dots (15)$$

図-3に示すように、半径方向に $_x f(\sigma, \tau)$, P_0 (側圧) が作用する。これらを f として表すと、半径 r における合力は $2 \cdot f \cdot r$ で、 $_x f(\sigma, \tau)$ による半径方向の合力 ($R(\sigma, \tau)$) は、

$$\begin{aligned}
 R(\sigma, \tau) &= \int_{(b-h)a}^{ba} 2 \cdot \int_y f(\sigma, \tau) \cdot y/b \cdot ds \\
 &\equiv \overline{GG} \cdot \sigma + \overline{HH} \cdot \tau \dots \dots \dots (16)
 \end{aligned}$$

$\overline{GG} = -a^2/b \cdot (2b-h)$, $\overline{HH} = -h \cdot (a/b)^2 \cdot (2b-h)$ となる。

同様に、側圧 (P_0) による半径方向の力 (R_{p0}) は、

$$\begin{aligned}
 R_{p0} &= -\int_0^\pi P_0 \cdot h \cdot a^2 \cdot \phi \cdot \cos \theta \cdot d\theta \equiv \overline{II} \dots \dots \dots (17) \\
 \overline{II} &= -2 \cdot h \cdot a^2 \cdot \phi \cdot P_0
 \end{aligned}$$

つぎに、引張強度 (f_t) による半径方向の合力 (R_{ft}) は、図-3の斜線部の面積に引張強度を (f_t) の β 倍の応力が平均的に作用するとして、以下のように求めておく。これはこの部分の引張応力が一様でない場合を想定するものである。

$$\begin{aligned}
 R_{ft} &= -2 \cdot h \cdot a^2 \cdot (\phi - 1 + h/(2b)) \cdot \beta f_t \equiv \overline{JJ} \cdot f_t \dots \dots \dots (18) \\
 \overline{JJ} &= -2 \cdot h \cdot a^2 \cdot (\phi - 1 + h/(2b)) \cdot \beta
 \end{aligned}$$

コンクリートと載荷板の摩擦力をここでは F として

$$\overline{KK} = -F \dots \dots \dots (19)$$

式(16), (17), (18), (19)より、

$$\overline{GG} \cdot \sigma + \overline{HH} \cdot \tau + \overline{II} + \overline{JJ} + \overline{KK} = 0 \dots \dots \dots (20)$$

くさび形成条件は載荷率を変化させた実験から求めら

れるものであるが、ここでは破壊基準式を予め想定して解析する。コンクリートの破壊に引張破壊が大きく寄与するものであるとすると、引張破壊基準として広く知られる Griffith の破壊基準との関係から推定することが考えられる。Griffith の破壊基準は偏平楕円クラックに応力が集中したときの引張破壊条件として求められたもので、つぎのようにくさび形成条件を表す。引張強度を f_t 、修正係数を k_G として、また符号を考慮すると、

$$\tau^2 = 4 \cdot f_t \cdot (\sigma + f_t) \quad (21)$$

となる。これと式(20)から σ 、 τ を求めることができる。したがって、式(14)は、 $f(\sigma, \tau)$ を書き換えて、

$$p = (\overline{CC} \cdot \overline{EE} - \overline{FF} \cdot \overline{AA}) / (\overline{BB} \cdot \overline{FF} - \overline{CC} \cdot \overline{DD}) \cdot (\sigma \sin \alpha + \tau \cos \alpha) \quad (22)$$

となり、 σ 、 τ を代入して軸方向応力度 (p) を求めることができる。

くさび形成位置 (b) を種々に変化させ、鉛直荷重度 (p) を計算すると、計算された p の最小値が求める崩壊荷重となる。

2.3 摩擦力について

コンクリートの三軸部分圧縮強度の解析にあたって必要とする摩擦力は、載荷板中心方法に作用する摩擦力 (F) を求めることである。

単位面積あたりの摩擦力が半径方向に比例すると仮定するとき、半径方向 r の点では摩擦応力は $k \cdot r$ で表されたとすると、図-4のように微小部分について

$$F = 2 \cdot \int_0^{\pi/2} \int_0^a k r \cdot dr \cdot r \cdot d\theta \cdot \cos \theta = 2/3 \cdot k \cdot a^3 \quad (23)$$

で与えられる。

比例定数 k は、載荷板に作用する垂直応力によって変化する。載荷板に作用する垂直応力と摩擦力の関係を、有限要素法によって求める。図-5のような要素数を 280、節点数を 165 とする要素分割によって求める。摩擦力の算定には、一定の垂直荷重を作用させることにより端面が水平に変位する量と、半径方向に比例する水平荷重を作用させたときの水平変位を等置することによって摩擦力を評価するものである。

図-6は垂直荷重と水平荷重の作用下における水平変位を表したものである。垂直荷重は 100 kg/cm² の分布荷重を、水平荷重は 10 kg/cm²/cm の中心から比例した荷重を作用させたものである。F.E.M 弾性解析における水平変位は、100 kg/cm² の垂直応力を作用させた場合には図のように載荷板周辺の変位が比例関係にあることが判る。一方、中心から比例した水平力を作用さ

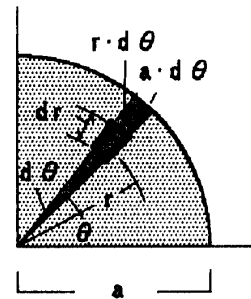


図-4 摩擦力の合力

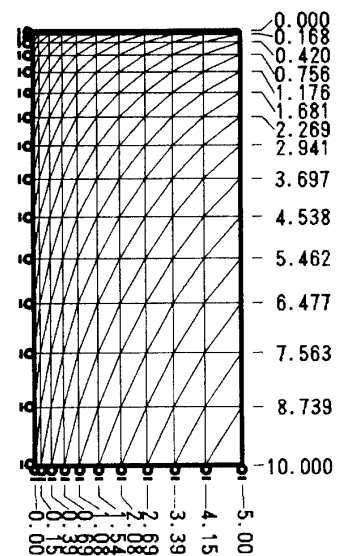


図-5 有限要素分割

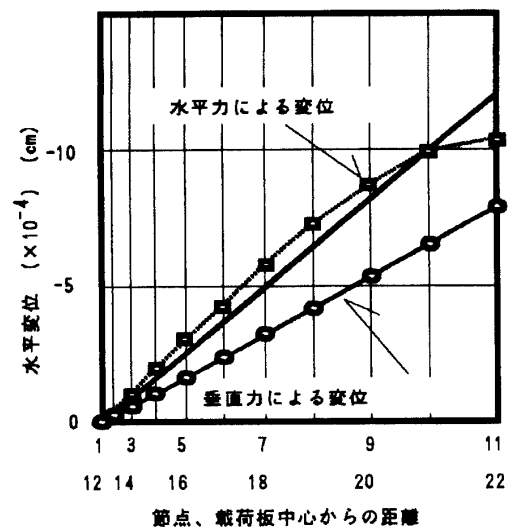


図-6 F.E.M 解析による垂直水平応力作用下の水平変位

せた場合の水平変位は図のように、載荷板周辺の変位が比例関係から逸脱するが、これもほぼ比例するものとみなして解析した。節点 9, 20 の垂直応力による変位は、 5.49×10^{-4} cm であり、点線の節点 9, 20 の変位は 9.47×10^{-4} cm である。したがって、 $100 \times 9.47/5.49$ (kg/cm²) の垂直応力作用の下での変位が 10 kg/cm²/cm の中心から比例する水平応力作用下の水平変位と等価である。これを、 q (kg/cm²) の垂直応力作用の場合に換算すると、

$$10q/(100 \times 9.47/5.49) = 0.0580 \cdot q = k \cdots \cdots (24)$$

となり、摩擦力 (F) は

$$F = 2/3 \cdot k \cdot a^3 \\ = 2/3 \cdot a^3 \times 0.0580 \times q \text{ (kg)} \cdots \cdots (25)$$

ここに、 a ：円形載荷板の半径 (cm)

q ：載荷板に作用する垂直応力

となる。

2. 4 くさび周辺部の引張応力について

解析では、くさび周辺部の円周方向の引張応力を一様に取り扱ってきた。有限要素法でこのくさび周辺部の引張応力の分布を見る。図-7のように載荷率によって変化する。この計算は、載荷板の直径の 2 倍の高さをもつ試験体に、載荷率 (γ) が 6/10, 8/10, 10/10 の三種類の場合について、引張応力を計算したものである。試験体の直径を 10 cm とすると、載荷板半径が 6, 8, 10 cm であり、載荷板直径の 2 倍を試験体高さとするので、載荷板からの高さの中央までの距離にある位置を縦軸に、その位置のくさび周面部の円周方向の応力 (σ_θ) を引張強度 (f_t) で除して無次元化した値を横軸に採って示すものである。

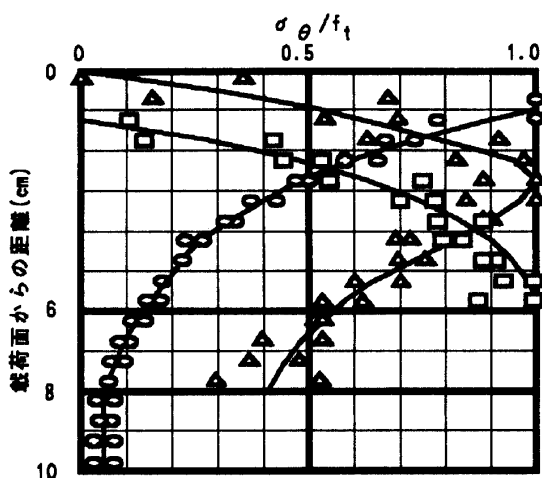


図-7 くさび周辺台形部の円周方向引張応力

応力の β 倍として先の計算過程に組み込まれる。平均引張応力は、台形部分の面積を考慮した応力であり、これを求めると、 β は $\gamma=10/10$ で $0.13 \cdot f_t$, $\gamma=8/10$ で $0.65 \cdot f_t$, $\gamma=6/10$ で $0.79 \cdot f_t$ となる。

また、この計算結果は γ が 6/10 では載荷面付近に圧縮応力が生じている。計算過程は台形部分の面積を考慮しているので $0.79 \cdot f_t$ を使用したとき、小さく評価されることになる。したがって、0.79 を台形の面積比に換算して、 β を決定した。この場合は 0.89 となる。同様に、 γ が 10/10 の場合の $0.13 \cdot f_t$ は大きく評価されていることになる。この場合についても面積比で換算する γ が 10/10 のときは換算した結果は誤差範囲内であり、結果は変わらない。結局、 β は

$\gamma=10/10$	で	$0.13 \cdot f_t$
8/10	〃	$0.65 \cdot f_t$
6/10	〃	$0.89 \cdot f_t$

となる。これら有限要素法によって求められた β の 3 つの値から、各載荷率における β の値をプロットして曲線関係から推定すると図-8となる。解析に使用する β の値はこのように推定された値を使用した。

3. モルタルの実験結果と解析結果の比較・検討

モルタルに関する部分圧縮強度試験結果は既に体系的に実験されており、ここでさらに行う必要性を感じない。既存の試験結果を参考にさせていただくことにする。文献3)に示すように、モルタル、コンクリートに関する部分圧縮強度試験は多くの実験が佐治博士によって行われている³⁾。実験は多くの試験体形状の異なったものについて行われているが、この中で円柱試験体について行われた一部について解析と実験値の対応を見た。図-9に示すように、実験は載荷板直径が 3 cm で、載荷板直径を a とし、試験体直径を $\phi \cdot a$ 、高さ

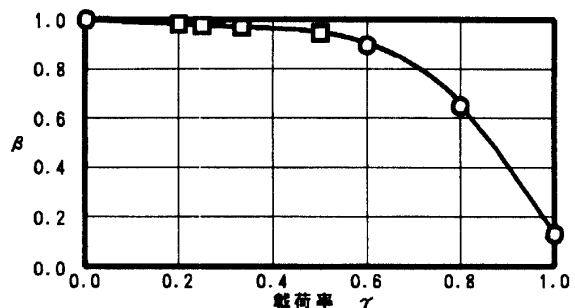


図-8 載荷率 (γ) と β の関係

を $h \cdot a$ としたとき、 ϕ を 1 から 7 まで変化させ、 h を 1 から 7 まで変化させたいへん多くの実験である。

この中から h が 2 の場合について検討するものである。この理由は、解析条件を h を 2 とするものであることによる。これには、モルタルと載荷板の摩擦力を有限要素法により解析した条件、後述するくさび周辺部の引張応力分布を求めるときの条件を h が 2 の場合について求めたことによる。

解析には引張強度を知ることが必要である。実験の試験体のモルタルの種類は 3 種類の No.1, No.2, No.3 シリーズであり、表-1 に示す圧縮強度、割裂引張強度が示される。

モルタルにおける部分圧縮試験の実験結果は解析結果とともに以下の図に示される。

解析手順は、載荷板とコンクリートに作用する鉛直応力 (q) を仮定し (初めは 0 を仮定)、摩擦力を求めた後に、くさび形成位置 (b) を仮定し、前述各式から崩壊荷重 (p) を計算する。 p と q が異なるとき、 q に求められた p を仮定して p と q が等しくなるまで繰り返す。このように、くさび形成位置 (b) と崩壊荷重 (p) を求めると、計算の崩壊荷重の極小値 (p_{\min}) が崩壊荷重となる。

図-10, 図-11, 図-12 は以上のようにして求めた解析結果と実験結果の比較である。

図を解析して、解析結果が実験結果より若干下側に現れる (解析による崩壊荷重が実験結果より小さい) もの、解析結果は実験結果を概ね代表していることが判る。解析結果が小さく出現する理由として、解析はくさび周辺部の円周方向の平均引張応力が試験体を構成する材料の引張応力に達したときを限界として崩壊荷重を求めてるに対し、実状は引張強度に達して後に亀裂が伝播し、このことで一気に崩壊に至るものでないことを意味し、この程度は脆性材料に関わる特性であると考えられるものであろう。

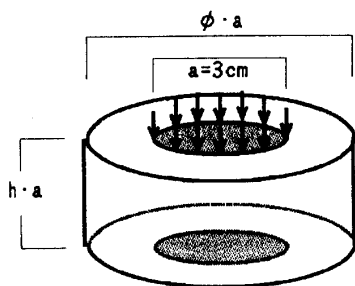


図-9 試験体形状と寸法

表-1 試験体のモルタルの種類

試験体 No.	圧縮強度 (kg/cm ²)	引張強度 (kg/cm ²)
No.1 シリーズ	149.84	15.16
No.2 シリーズ	445.16	28.66
No.3 シリーズ	553.73	30.51

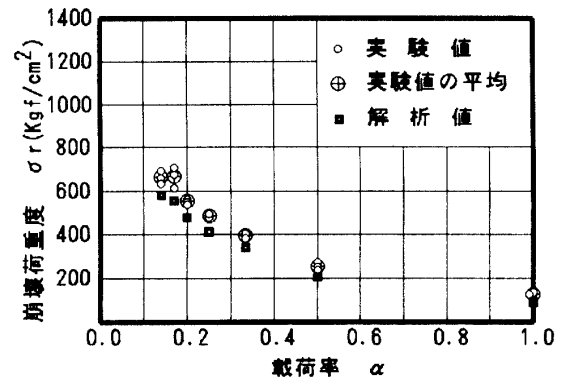


図-10 No.1 シリーズ試験体の実験結果と解析結果

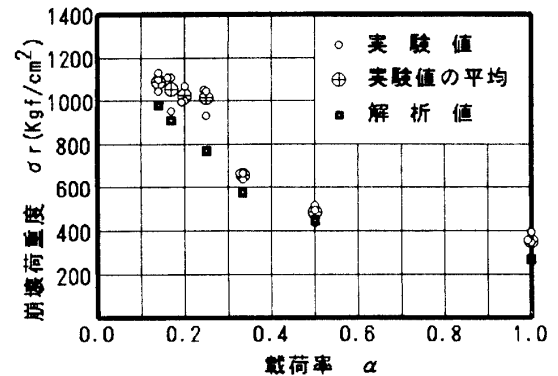


図-11 No.2 シリーズ試験体の実験結果と解析結果

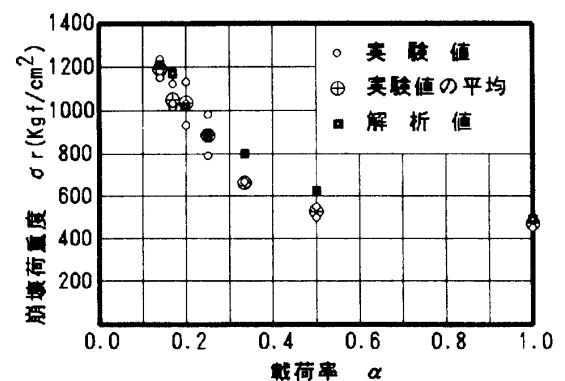


図-12 No.3 シリーズ試験体の実験結果と解析結果

4. 結 論

試験体内部のくさび崩壊形を仮定し、くさび形成条件として Griffith の引張崩壊条件を導入して解析して、モルタル試験体における部分載荷実験結果と比較したとき、以下のようなことが云える。

- (1) 解析値は比較的良好に実験値を代表する。
- (2) このことは、解析仮定が現象を理解することに適当なものであることを意味する。
- (3) ここでは部分圧縮強度について、この破壊が引張強度によって整序できる。
- (4) 以上のことは、部分圧縮強度に限らず、三軸圧縮試験条件、試験体の長さ径比の異なるコンクリート強度などの問題について解釈できる。

〔謝辞〕

研究上のこととはいえ、貴重な実験データを使用させていただいた。本実験を企画実施された佐治泰次博士に敬意を表するとともに深甚の謝意を表します。

〔参考文献〕

- 1) 藤松進，徳富久二「コンクリートの破壊条件に関する位相化面モーメント仮説」日本建築学会論文報告集，第219号，1974
- 2) 徳富久二「三軸部分圧縮強度試験による地山シラスの力学的特性」日本建築学会論文報告集，第370号，1986.12
- 3) 佐治泰次「モルタルおよびコンクリートの部分圧縮強度について」コンクリート・ジャーナル，Vol. 4, No.1, Jan. 1966