企業者行動の基礎

岡部市之助

Ichinosuke Okabe

吾々は前稿[1]で個人的消費者の活動を分析したのであるが，この稿ではこれに対して個別的企業者の活動を分析しよう。ヒックスも云う様に[2]之等二つの理論はよく似て居るから。前稿での分析がこの場合にも非常に役立つであろう。

§1　企業者の均衡條件

今或る企業者が1から n までの n 種類の代用的生産要素を夫々 $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$ だけ用いて唯一種類の生産物を x だけ生産して居るものとしよう。この場合各生産要素の使用量と生産量 x との間には，技術状態に基いて次の様な生産函数が与えられて居るものとする。

(1)　$x=f\,(a_1, a_1, \cdots\cdots, a_n)$

又 π は x だけ生産する場合の総費用とし，$p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n$ を以て各生産要素の市場価格を表すものとすれば，x だけ生産する為の総費用は以下の如き費用方程式で示されるであろう。

(2)　$\pi=a_1\,p_1+a_2\,p_2+\cdots\cdots+a_n\,p_n$

ここで (1) は消費者理論の効用函数にあたり (2) 式は消費者の予算方程式にあたるであろう。ともれこの二つの関係から企業者の理論を展開するに際しては，次の様な二つの場合を分けて考えることが便利である。

(i)　与えられた任意の総費用 π の下で x を極大ならしめる場合（同じことだが，所与の生産量 x 生産の為の総費用を極小にする）

(ii)　企業者が彼の利潤を極大ならしめる様な総費用又は生産量を選択する場合（この第二の点で企業者の理論は消費者のそれと異つて来るのである）

吾々は先づこの中の第一の場合から考えて見よう。そしてこの場合には企業者の理論と消費者の理論は形式的に全く相似て居る。蓋しそれに於ては所得が所与と見做されたのに対し，これでは総費用が所与と見做され，求められる極大は消費者理論では効用であつたのに対して，今の場合は生産量にすぎないからである。所で所与の総費用 π の下で x を極大ならしめる為には，何よりも生産函数の第一次微分が零ならしめられねばならない。即ち

(3)　$dx=f_1\,da_1+f_2da_2+\cdots\cdots+f_n\,da_n=0$

ここに $f_i\,(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ は前稿と同様 $\partial f/\partial a_i$ の意味である。然し (3) は (2) で示される制約に従わねばならないから，当然 (2) から導かれる。

(4)　$p_1\,da_1+p_2\,da_2+\cdots\cdots+p_n\,da_n=0$

の制約の下に置かれて居るわけである。従て今 (3) 及び (4) から変数の中の一つ da_1 を消去す

る為に (3) の両辺に p_1 を乗じたものから (4) の両辺に f_1 を乗じたものを差引くと

$$da_2(f_2p_1-f_1p_2)+da_3(f_3p_1-f_1p_3)+\cdots\cdots+dn_n(f_np_1-f_1p_n)=0$$

が得られる。然るにこの方程式で $da_2, da_3. \cdots\cdots, da_n$ のとる値は不定であるから，上式が成立する為には未知数の係数がすべて零とならねばならない。かくて

$$f_2p_1=f_1p_2\ ;\quad f_3p_1=f_1p_3\,;\cdots\cdots;\ f_np_1=f_1p_n$$

之から

$$(5)\quad \frac{f_1}{p_1}=\frac{f_2}{p_2}=\frac{f_3}{p_3}=\cdots\cdots=\frac{f_n}{p_n}$$

が成立する。(5) 式はワルラスの修正后の限界生産力説に関する第二命題に外ならない。(3) 蓋し此の式の意味する所は各生産財の限界生産力が夫々の価格に比例すると云うことだからである。かくて与えられた費用の下で企業者が生産量を極大ならしめる為には彼にとつて必要なことは，夫々の生産要素の限界生産力が夫々の価格に比例する様にその数量を決定すると云うことである。又吾々はヒックスに従て (5) 式を「任意の二生産要素間の（技術的）限界代替率 technical mayinal rate of substitution がその価格の比に等しい」と云い換える事も出来るであろう。(4)

次に生産量 x が極小でなくまさに極大である為には $d^2x<0$ が成立しなければならない。然しこの条件が成立する為には既にその前に $dx=0$ が当然成立しておらねばならないから極大の充分条件は

$$(6)\quad d^2x=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}f_{ij}\,da_i\,da_j \qquad (\text{但し } f_{ij}=\partial^2 f/\partial a_i\,\partial a_j \text{ である})$$

が

$$(7)\quad dx=\sum_{i=1}^{n}f_i\,da_i=0$$

の制約の下で，負の定符号を持たねばならないと云うことである。従て極大の充分条件は (7) の係数 $f_1, f_2, \cdots\cdots, f_n$ で縁付けした三次以上の縁付行列式が交互に正負の値をとる事によつて与えられる。即，

$$(8)\quad \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} \end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 & f_3 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_3 & f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix},\ \cdots\cdots\cdots,\ \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 \cdots\cdots\cdots f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{12} \cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} \cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_n & f_{n1} & f_{n2} \cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

が交互に正負となることによつて与えられる。吾々はこの極大の充分条件を後のそれと区別する為に安定条件 I と呼ぼう。

次に吾々は均衡条件 (5) に次の様な条件，即

$$(9)\quad \frac{f_1}{p_1}=\frac{f_2}{p_2}=\cdots\cdots=\frac{f_n}{p_n}=\lambda$$

を与えて，この λ が如何なる意味をもつかを考えて見よう。

先づ (1) 式を全微分し，又 π を変数と見做して (2)式を全微分すれば，

(10) $dx=\sum_{i=1}^{n} f_i da_i$; $d\pi=\sum_{i=1}^{n} p_i da_i$

が得られるが，(9) から

$$\frac{f_1\ da_1}{p_1\ da_1}=\frac{f_2\ da_2}{p_2\ da_2}=\cdots\cdots=\frac{f_n\ da_n}{p_n\ da_n}=\lambda$$

が成立つので，当然

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\ da_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i\ da_i}=\lambda$$

となり，又 (10) の両式から $dx/d\pi$ を考えると

$$\frac{dx}{d\pi}=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\ da_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i\ da_i}$$

となるから結局

(11) $$\frac{dx}{d\pi}=\lambda$$

の関係が得られる。ここで $dx/d\pi$ は総生産費の限界生産力とも云わるべきものである（その逆数 $d\pi/dx$ は x の限界生産費に外ならない)。(9) と (11) とから

(12) $$\frac{f_1}{p_1}=\frac{f_2}{p_2}=\cdots\cdots=\frac{f_n}{p_n}=\frac{dx}{d\pi}$$

が得られるが，之は均衡に於ては各生産要素えの支出の貨幣単位当り限界生産力が凡ての要素について相等しく，且つ総費用の限界生産力にも等しいことを示して居る。

a_i 及び λ の均衡値はパラメーター p_i 及び総費用 π の函数であるから，之等のパラメーターが変化すれば当然均衡値も変化しなければならないであろう。今方程式 (2) 及び (9) を整理すれば，

$$\left.\begin{array}{r} a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots\cdots\cdots + a_n p_n = \pi \\ -\lambda p_1 + f_1 = 0 \\ -\lambda p_2 + f_2 = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -\lambda p_n + f_n = 0 \end{array}\right\}$$

となるから之等の方程式を π に関して偏微分すれば（但し $\underset{i=1,2,\ldots\ldots u}{p_i=\text{const.}}$）

$$(13)\quad\left\{\begin{array}{r} p_1\frac{\partial a_1}{\partial\pi}+p_2\frac{\partial a_2}{\partial\pi}+\cdots\cdots\cdots\cdots+p_n\frac{\partial a_n}{\partial\pi}=1 \\ -p_1\frac{\partial\lambda}{\partial\pi}+f_{11}\frac{\partial a_1}{\partial\pi}+f_{12}\frac{\partial a_2}{\partial\pi}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{1n}\frac{\partial a_n}{\partial\pi}=0 \\ -p_2\frac{\partial\lambda}{\partial\pi}+f_{21}\frac{\partial a_1}{\partial\pi}+f_{22}\frac{\partial a_2}{\partial\pi}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{2n}\frac{\partial a_n}{\partial\pi}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -p_n\frac{\partial\lambda}{\partial\pi}+f_{n1}\frac{\partial a_1}{\partial\pi}+f_{n2}\frac{\partial a_2}{\partial\pi}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{nn}\frac{\partial a_n}{\partial\pi}=0 \end{array}\right.$$

之から $\partial a_i/\partial\pi$ を求めればクラーメルの公式によつて

$$\frac{\partial a_i}{\partial\pi}=\frac{D_{i+1}}{D}$$

但しここに D は行列式

$$D=\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2 \cdots\cdots\cdots p_n \\ -p_1 & f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ -p_2 & f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ -p_n & f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

であり，D_{i+1} は行列式 D の第（i＋1）列の元素の代りに (13) の各式の絶対項を置き換えて得られた行列式即,

$$D_{i+1}=\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2\cdots\cdots\cdots p_{i-1} & 1 & p_{i+1}\cdots\cdots\cdots p_n \\ -p_1 & f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots f_{1,i-1} & 0 & f_{1,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ -p_2 & f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots f_{2,i-1} & 0 & f_{2,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ -P_n & f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots f_{n,i-1} & 0 & f_{n,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{i+2}\begin{vmatrix} -p_1 & f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots f_{1,i-1} & f_{1,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ -p_2 & f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots f_{2,i-1} & f_{2,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ -p_n & f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots f_{n,i-1} & f_{n,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

然るに (9) から $p_i=f_i/\lambda$（$i=1, 2, \cdots\cdots, n$）が得られるから此の値をD及び D_{i+1} に代入すると

$$D=-\frac{1}{\lambda^2}\begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2\cdots\cdots\cdots f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_n & f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

となり又 D_{i+1} は

$$D_{i+1}=-(-1)^{i+2}\frac{1}{\lambda}\begin{vmatrix} f_1 & f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots f_{1,i-1} & f_{1,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots f_{2,i-1} & f_{2,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_n & f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots f_{n,i-1} & f_{n,i+1}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$$

となる。かくて

$$D=-\frac{1}{\lambda^2}F\ ;\ D_{i+1}=-\frac{1}{\lambda}Foi$$

但しここに F は (8) の最後の行列式であり，Foi は F の要素 f_i の余因数である。従て

$$(14)\quad \frac{\partial a_i}{\partial\pi}=\frac{D_{i+1}}{D}=\lambda\frac{Foi}{F}$$

又同様にして

(15) $\frac{\partial\lambda}{\partial\pi}=-\lambda^2\frac{F_{00}}{F}$ (但し F_{00} は F の要素 0 の余因数)

が得られるが，ここで F_{0i}/F が正ならば λ は (9) から明かな様に当然正であるから $\partial a_i/\partial_n>0$ となる。換言すればこの場合には総費用の増加に伴つて a_i が増加するわけであるが，吾々はこの様な財を上級財と呼び，反対に $F_{0i}/<F0$ 従つて総費用の増大に伴つて a_i の減ずる場合にこの様な a_i を下級財と名づけよう。[5]

更に吾々は第二の場合に進もう。今利潤をG生産物価格を p_x とすれば第二の問題は結局

(16) $G=p_x\cdot x-\pi=\text{maximum}$

と云うことである。従つてその必要条件は

(17) $dG=0=p_x dx-d\pi \qquad \therefore\ p_x=\frac{d\pi}{dx}$

であり，又充分条件 ($d^2G<0$) は (2) が一次式なる点を考慮すれば

(18) $d^2G=p_x d\,(d_x)=p_x d\sum_{i=1}^{n} f_i da_i=p_x\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{ij}\,da_i\,da_j$

が負なることでなければならないが，$p_x>0$ を考えれば，結局最右辺の二次形式が負の定符号を有することに帰する。従つてこの二次形式の係数の作る行列式

(19) $f_{11},\ \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix},\ \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix},\ \cdots\cdots,\ \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13}\cdots\cdots\cdots f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23}\cdots\cdots\cdots f_{2n} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33}\cdots\cdots\cdots f_{3n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{n1} & f_{n2} & f_{n3}\cdots\cdots\cdots f_{nn} \end{vmatrix}$

が交互に正負の値をとることが必要である。吾々はこの極大の充分条件を前のそれに対して安定条件 II として，最後の行列式を以后の展開の為に H で以て表すことにする。(17) 及び (12) から

(20) $p_x f_1=p_1\ ;\ p_x f_2=p_2\ ;\ \cdots\cdots\cdots\ ;\ p_x f_n=p_n$

が得られるが，これは各生産要素の価格が夫々の価値限界生産力 marginal value productivity に等しいことを意味するものであり，方程式 (5) が費用を一定とした場合に成立する限界生産力の命題であつたのに対して，この様な制約を撤去した場合に成立する限界生産力の命題である。そしてこの命題は又ワルラスの修正前の限界生産力説の命題に外ならない。[6]

最後に吾々は $\partial\lambda/\partial\pi$ の正負を検討しよう。

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\pi}=-\lambda^2\frac{F_{00}}{F}$$

であるから F_{00} が行列式Fの元素 0 の余因数であることを考えれば，F_{00} は F と同符号でなければならない。従つて $F_{00}/F>0$ であり，又 λ は前述の如く正であるから，$\partial\lambda/\partial\pi$ は必ず負でなければならない。かくて吾々は π の増加は必ず λ の減少を伴わねばならないことを知る。即ち費用を多く用いれば用いる程費用当りの限界生産力は逓減するわけである。

さて以上の分析では凡て生産物の価格も生産要素の価格も何れも与えられたものと見做して来た。吾々は進んで之等の価格が変化する場合生産量や要素の需要量に如何なる変化が生ずるかを考

察して見よう。

§2 生産物價格變動の生産量及要素の需要に及ぼす効果

先ず生産物価格の変化が生産要素の需要に対して如何なる効果を及ぼすかを検討しよう(20)の各式を p_x について偏微分すれば（但し $p_i=\text{const.}\ \ i=1,\ 2,\ ,\ n$ とする）

$$
(21)\quad \begin{cases}
-\dfrac{f_1}{p_x}=f_{11}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_x}+f_{12}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_x}+\cdots\cdots\cdots+f_{1n}\dfrac{\partial a_n}{\partial p_x} \\
-\dfrac{f_2}{p_x}=f_{21}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_n}+f_{22}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_x}+\cdots\cdots\cdots+f_{2n}\dfrac{\partial a_n}{\partial p_x} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
-\dfrac{f_n}{p_x}=f_{n1}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_x}+f_{n2}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_x}+\cdots\cdots\cdots+f_{nn}\dfrac{\partial a_n}{\partial P_x}
\end{cases}
$$

が得られるが，之から $\partial a_i/\partial p_x$ を行列式 H を用いて求めれば

$$
(22)\quad \frac{\partial a_i}{\partial p_x}=\frac{H_i}{H}
$$

ここでHは問題ないが，H_i は

$$
H_i=\begin{array}{c}
\text{(i列)} \\
\begin{vmatrix}
f_{11} & f_{12}\cdots\cdots\cdots -\dfrac{f_1}{p_x}\cdots\cdots\cdots & f_{1n} \\
f_{21} & f_{22}\cdots\cdots\cdots -\dfrac{f_2}{p_x}\cdots\cdots\cdots & f_{2n} \\
\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots \\
f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots\cdots -\dfrac{f_n}{p_x}\cdots\cdots\cdots & f_{nn}
\end{vmatrix}
\end{array}
$$

$$
=-\frac{1}{p_x}\left[f_1 H_{1i}+f_2 H_{2i}+\cdots\cdots\cdots+f_n H_{ni}\right]=-\frac{1}{p_x}\sum_{j=1}^{n} f_j H_{ji}
$$

となり，従つて

$$
(23)\quad \frac{\partial a_i}{\partial p_x}=-\frac{1}{p_x}\sum_{j=1}^{n} f_j\frac{H_{ji}}{H}\ (\,i=1,\,2,\ ,\,n\,)
$$

となる。然るに (1) 式を p_x について偏微分すると

$$
(24)\quad \frac{\partial x}{\partial p_x}=f_1\frac{\partial a_1}{\partial p_x}+f_2\frac{\partial a_2}{\partial p_x}+\cdots\cdots\cdots+f_n\frac{\partial a_n}{\partial p_x}=\sum_{i=1}^{n} f_i\frac{\partial a_i}{\partial p_x}
$$

となるから (24) に (23) を代入すれば，

$$
(25)\quad \frac{\partial x}{\partial p_x}=-\frac{1}{p_x}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_i f_j\frac{H_{ij}}{H}
$$

が得られるが，安定条件 II が成立する限り逆二次形式の定理によつて (25) の右辺の $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_i f_j \dfrac{H_{ji}}{H}$ は必ず定符号で負とならねばならない。[7] かくて (25) の左辺は必ず正である。換言すれば生産物価格の上昇（下落）は必ず生産量の増加（減少）を伴わねばならないことがわかる。

次に (23) 式で

$$
(26)\quad \sum_{j=1}^{n} f_j H_{ji}=-F_{oi}\quad ;\quad H=F_{oo}
$$

の関係にあることを考慮すると，(23) は更に次の様に書き換えられる。

$$(27)\quad \frac{\partial a_i}{\partial p_x}=-\frac{1}{p_x}\,\frac{-F_{oi}}{F_{oo}}=-\frac{1}{p_x}\left(\frac{F_{oi}}{F}\Big/-\frac{F_{oo}}{F}\right)=-\frac{\lambda}{p_x}\left(\frac{\partial a_i}{\partial \pi}\Big/\frac{\partial \lambda}{\partial \pi}\right)$$

この式の最右辺で $\lambda/p_x>0$，又前述の如く $\partial\lambda/\partial\pi$ は必ず負，従つて $\partial a_i/\partial p_x$ と $\partial a_i/\partial\pi$ とは必ず同符号を有する。即ち a_i が上級財であるならば，従つて $\partial a_i/\partial\pi>0$ であるならば生産物価格の変動と a_i の変動は同方向である。之に対して a_i が下級財ならば従つて $\partial a_i/\partial\pi<0$ ならば，生産物価格の変動と a_i の変動は反対方向となるであろう。

§3 生産要素價格變動の生産要素の需要及び生産量に對する効果

最後に吾々は生産要素価格の変動の効果を検討してこの稿を終ろう。

先づ (20) の各式を任意の要素価格 p_i について偏微分して得られる各式の両辺を p_x で除すと，(但し $p_x=\text{const.}$)

$$(28)\quad \begin{cases} 0=f_{11}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_i}+f_{12}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_i}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{1n}\dfrac{\partial a_n}{\partial p_i} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{1}{p_x}=f_{i1}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_i}+f_{i2}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_i}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{in}\dfrac{\partial a_n}{\partial p_i} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 0=f_{n1}\dfrac{\partial a_1}{\partial p_i}+f_{1n2}\dfrac{\partial a_2}{\partial p_i}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_{nn}\dfrac{\partial a_n}{\partial p_i} \end{cases}$$

となるが，(28) を前の様に行列式Hで解けば

$$(29)\quad \frac{\partial a_j}{\partial p_i}=\frac{1}{p_x}\,\frac{H_{ij}}{H}\quad (i,j=1,2,\cdots\cdots\cdots\cdots,n)$$

となる。今 $i=j$ の場合を考えれば

$$(30)\quad \frac{\partial a_i}{\partial p_i}=\frac{1}{p_x}\,\frac{H_{ii}}{H}\quad (i=1,2,\cdots\cdots\cdots\cdots,n)$$

(30) 式は任意の要素の価格 p_i の変動の当該要素の需要 a_i に及ぼす効果を示すものであるがこの式の右辺第二項 H_{ii}/H は安定条件 II から必ず負となるから，$\partial a_i/\partial p_i$ は必ず負となることが知られる。即要素の価格の変動はその要素の需要を必ず反対の方向に動かさねばならない。

次に生産要素の価格が変動する場合それが生産量に対して如何なる効果を及ぼすかを検討しよう。その為に (1) 式を p_i について偏微分すると

$$(31)\quad \frac{\partial x}{\partial p_i}=f_1\frac{\partial a_1}{\partial p_i}+f_2\frac{\partial a_2}{\partial p_i}+\cdots\cdots\cdots\cdots+f_n\frac{\partial a_n}{\partial p_i}=\sum_{j=1}^{n} f_i\frac{\partial a_j}{\partial p_i}\quad (i=1,2,\cdots\cdots\cdots\cdots n)$$

となるが，之に (29) 式を代入すると

$$(32)\quad \frac{\partial x}{\partial p_i}=\frac{1}{p_x}\sum_{j=1}^{n} f_j\frac{H_{ij}}{H}$$

が得られるから (23) を考慮すれば結局

$$(33)\quad \frac{\partial a_i}{\partial p_x}=-\frac{\partial x}{\partial p_i}$$

となる。然るに (27) 式から $\partial a_i/\partial p_x$ と $\partial a_i/\partial \pi$ とは同符号で然も a_i が下級財であれば $\partial a_i/\partial \pi < 0$ であり a_i が上級財ならば $\partial a_i/\partial \pi > 0$ なる点を考慮すれば吾々はこのことから次の様に云うことが出来る。即ちある生産要素が上級財ならばその要素の価格変動は必ず之と反対方向に生産量を変動せしめるが，それが下級財であればその価格の変動は必ず之と同じ方向に生産量を動かすと云うこと之である。前節の最後の場合と本節の最後の場合はヒックスの所謂リグレッションの場合に外ならない。(8)かくてリグレッシブな関係は生産要素の下級性に基くものと云い得る。(9)

参　考　文　献

〔1〕 岡部市之助「消費者行動の基礎」研究紀要第3巻 pp. 53〜60

〔2〕 J. R. Hicks; *Value and Capital*. OXFORD, 1946 p.78, p.89邦訳「価値と資本」p. 115 p.131

〔3〕 ワルラスはパレートの批評に会つて，主著の決定版では限界生産力説の第二命題を改めたと云はれる。(高田保馬著「利子論」第七章　p.165)

〔4〕 Hicks; op, cit., p. 81 邦訳「上掲」p. 118

〔5〕 安井琢磨「経済理論の基本問題」(2) 経済学講座第二巻 pp. 40〜41

〔6〕 高田保馬著「上掲書」p. 157

〔7〕 日比野勇夫著「経済理論の数学基礎」p. 236 及 p. 277

〔8〕 Hicks; op. cit., cb. 7 esp. p. 93 邦訳「上掲書」p. 137 尚佐藤豊三郎著「ヒツクス経済学研究」pp. 234〜244

〔9〕 安井琢磨「上掲論文」pp. 51〜2