核沸騰における気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係について

松　村　博　久

(受理　昭和41年5月31日)

ON THE RELATIONS BETWEEN THE BUBBLE RISING PERIODS AND THE DIAMETERS OF BUBBLE DEPARTING FROM HEATED SURFACE UNDER NUCLEATE BOILING

Hirohisa MATSUMURA

To analyze the mechanism of boiling heat transfer various behaviors of bubbles must be studied in detail. This paper reports on the relations between the bubble rising periods and the diameters of bubble departing from heated surface, under nucleate boiling.

The author trnslates the mechanism of boiling heat transfer into a simple model and analyzes it theoretically. As the results the author has got the formulae expressing the relations between the bubble rising periods and the bubble diameters. These formulae show qualitatively a good agreement with experimental data reported by researchers hitherto.

1. まえがき

沸騰の伝熱機構を理論的に解析するためには，気ほうの挙動を十分に知る必要がある．一言に気ほうの挙動といつても気ほう周囲の条件に応じて挙動は複雑であり，かつ多くの影響因子を包含している．ここでは気ほうの挙動の主要部をしめる気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径との関係について述べる．

大気圧下の自然対流核沸騰における気ほう発生周期と伝熱面離脱時気ほう径の関係については，従来からつぎの Jakob[1] および西川[2]の実験式が用いられている．Jakob の実験式は

$$\frac{D_d}{\tau}=f\,D_d=280,\ \mathrm{m/h} \qquad \cdots\cdots(1)$$

西川の実験式は

$$f\,D_d=400,\ \mathrm{m/h} \qquad \cdots\cdots(2)$$

ここに，

D_d：伝熱面離脱時の気ほう径，m

f：気ほう発生ひん度，1/h

τ：気ほう発生周期，h

である．また，McFadden-Grassmann[3] は次元解析より(3)式を出し，Zuber[4] は理論的解析により (4)式を導いている．

$$f\,D_d^{1/2}=0.56g^{1/2}=6300,\ \mathrm{m^{1/2}/h} \qquad \cdots\cdots(3)$$

$$f\,D_d=0.59\left[\frac{\sigma g^2(\gamma_l-\gamma_v)}{\gamma_l^2}\right]^{1/4}=330,\ \mathrm{m/h} \qquad \cdots\cdots(4)$$

ここに，

g：重力加速度，$\mathrm{m/h^2}$

γ_l：液体の比重量，$\mathrm{kg/m^3}$

γ_v：蒸気の比重量，$\mathrm{kg/m^3}$

σ：表面張力，kg/m

である．

以上の四式は自然対流飽和沸騰についてだけ近似的に成立するものであり，強制対流およびサブクーリングのある場合については検討が加えられていない．ただし，西川-楠田[5]はサブクーリングが 0～7℃ くらいまではほぼ (2)式で表わされることを報告している．本報告は，上述の関係式とは別の方法で気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係について理論的解析を行ない，強制対流を伴う表面沸騰の場合にも適用できる関係式を導いたものである．

2. 理論的解析

2.1. 自然対流下での核沸騰

沸騰を行なつている伝熱面上には限られた気ほう発生点が存在し，それぞれの気ほう発生点からは周期的に気ほうを発生している．このことは従来からの報告

でも述べられており，また筆者ら[6)]が高速度写真による観察結果としても報告した．それらにもとづいて任意の1個の気ほう発生点を中心に取扱うことにする．

解析を行なうにあたり，まずつぎの仮定をおくとともに図1に示すような熱移動の概念をもつことにする．

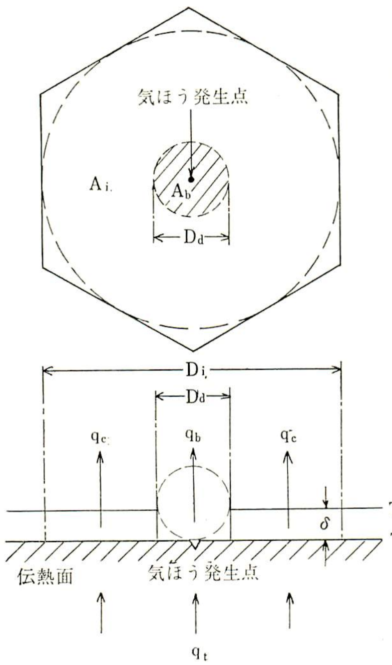

図1　熱移動の概念

1）過熱層内の伝熱は熱伝導のみである．

2）過熱層内の熱の流れは伝熱面にたいして垂直方向のみである．

3）気ほう発生部分の大きさは，離脱時気ほうの伝熱面への垂直投影面積と同じである．

4）気ほう発生部分以外の過熱層は，気ほう発生によりかく乱されずに定常状態である．

5）伝熱面表面温度は一定である．

なお，図中の記号は

A_b：伝熱面離脱時気ほうの伝熱面への垂直投影面積，$\mathrm{m^2}$

A_i：1個の気ほう発生点の影響面積，$\mathrm{m^2}$

D_d：伝熱面離脱時の気ほう径，m

D_i：1個の気ほう発生点の正六角形影響面積に内接する円の直径，m

q_b：気ほう発生部分を通過する熱負荷，$\mathrm{kcal/m^2h}$

q_c：定常過熱層を通過する熱負荷，$\mathrm{kcal/m^2h}$

q_t：全熱負荷，$\mathrm{kcal/m^2h}$

T_{sat}：液体の飽和温度，℃

T_w：伝熱面表面温度，℃

δ：定常過熱層厚さ，m

である．

伝熱面上の気ほう発生点が等間隔に分布しているとすれば，1個の気ほう発生点の影響面積 A_i は

$$A_i=\frac{1}{N} \qquad \cdots\cdots(5)$$

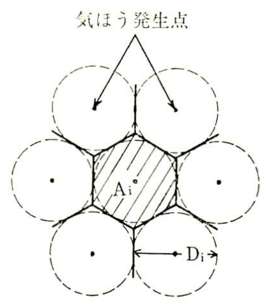

図2　気ほう発生点の影響面積

ただし，N は単位面積当りの気ほう発生点数である．また，図2のように直径 D_i の円に外接する正六角形の影響面積が連続的にならんでいると考えれば，

$$A_i=\frac{\sqrt{3}}{2}D_i^2 \qquad \cdots\cdots(6)$$

気ほう発生部分の面積 A_b は，

$$A_b=\frac{\pi}{4}D_d^2 \qquad \cdots\cdots(7)$$

したがつて，熱移動の概念よりつぎの関係式が得られる．

$$q_t A_i=q_c(A_i-A_b)+q_b A_b \qquad \cdots\cdots(8)$$

または，

$$\frac{q_t-q_c}{q_b-q_c}=\frac{\pi}{4}D_d^2 N \qquad \cdots\cdots(9)$$

気ほうの発生によりかく乱を与えられない定常過熱層の厚さ δ は，

$$\delta=\frac{\lambda(T_w-T_{sat})}{q_c} \qquad \cdots\cdots(10)$$

ただし，λ は液体の熱伝導率である．

定常過熱層を通過する熱負荷は非沸騰時の対流伝熱と同じと考えられるので，自然対流の乱流においては例えば Saunders の式

$$N_u=0.14(G_r\cdot P_r)^{1/3} \qquad \cdots\cdots(11)$$

より書きかえて次式を得る．

$$q_c=0.14\left(\frac{g\beta\lambda^3}{\nu^2}\cdot P_r\right)^{1/3}(\varDelta T_{\mathrm{sat}}+\varDelta T_{\mathrm{sub}})^{4/3} \quad \cdots\cdots(12)$$

ここに，

g：重力加速度，m/h²

G_r：グラスホフ数，無次元

N_u：ヌセルト数，無次元

P_r：プラントル数，無次元

$\varDelta T_{\mathrm{sat}}$：過熱度，℃

$\varDelta T_{\mathrm{sub}}$：サブクーリング，℃

β：液体の膨張係数，1/℃

ν：液体の動粘性係数，m²/h

である．

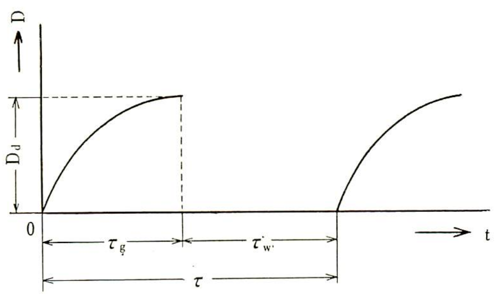

図 3　気ほう発生周期

つぎに気ほう発生部分について考える．それぞれの気ほう発生点における気ほう発生周期は，図 3 に示すように気ほうが発生してから離脱するまでの期間と気ほうが離脱してからつぎの気ほうが発生するまでの期間の和であるので，

$$\tau=\tau_g+\tau_w \quad \cdots\cdots(13)$$

ここに，

τ：気ほう発生周期，h

τ_g：気ほう発生から離脱までの期間，h

τ_w：気ほう離脱からつぎの気ほう発生までの期間，h

であり，図中の記号は

D：気ほう径，m

t：時間，h

である．

気ほうが伝熱面より離脱する際には気ほう発生部分の過熱層は消滅し，そのあとはふたたび過熱層が発達していくので，過熱層の厚さが回復するとつぎの気ほうが発生すると考える．このことより気ほう発生部分は気ほうのない時には半無限物体の非定常熱伝導として取扱い，この場合の式は

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=a\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \quad \cdots\cdots(14)$$

境界条件は，

$$t=0\ \begin{cases} x=0, & \theta=\theta_w \\ x>0, & \theta=0 \end{cases}$$

$$t>0\ \begin{cases} x=0, & \theta=\theta_w \\ x=\infty, & \theta=0 \end{cases}$$

ここに，a：温度伝導率，m²/h

x：伝熱面からの垂直距離，m

θ：伝熱面から遠く離れたところの液体とある位置の液体との温度差，℃

θ_w：伝熱面とそこから遠く離れた位置の液体との温度差，℃

である．

(14) 式の解は，

$$\theta=\theta_w\,\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad \cdots\cdots(15)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}=-\frac{\theta_w}{\sqrt{\pi at}}\exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \quad \cdots\cdots(16)$$

$x=0$ のとき，

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=0}=-\frac{\theta_w}{\sqrt{\pi at}} \quad \cdots\cdots(17)$$

また過熱層が最大厚さに成長したら過熱層内の温度分布は直線的であると近似できるので，

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=0}=-\frac{\varDelta T_{\mathrm{sat}}}{\delta^*} \quad \cdots\cdots(18)$$

ただし，δ^* は相当過熱層厚さであるから

$$\delta^*=\frac{\lambda\,\varDelta T_{\mathrm{sat}}}{q_b} \quad \cdots\cdots(19)$$

しかるに，$\theta_w=\varDelta T_{\mathrm{sat}}+\varDelta T_{\mathrm{sub}}$ であることと (17)，(18) および (19) 式より

$$t=\frac{1}{\pi a}\left[\frac{\lambda(\varDelta T_{\mathrm{sat}}+\varDelta T_{\mathrm{sub}})}{q_b}\right]^2 \quad \cdots\cdots(20)$$

ここで，$t\fallingdotseq\tau_w$とし，(9) および (20) 式より

$$\tau_w=\frac{1}{\pi a}\left[\frac{\lambda(\varDelta T_{\mathrm{sat}}+\varDelta T_{\mathrm{sub}})}{(q_t-q_c)\cdot 4/(\pi D_d{}^2N)+q_c}\right]^2 \quad \cdots\cdots(21)$$

一方，気ほうの成長における気ほうの大きさと時間の関係について，Zuber[7] は理論的につぎの式を導いている．

$$D=\frac{4b}{\pi}\,\frac{\varDelta T_{\mathrm{sat}}\,C_p\,\gamma_l}{r\,\gamma_v}\sqrt{\pi at}\left(1-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{\tau_{\max}}}\right) \quad \cdots\cdots(22)$$

この式において気ほうが最大径になつた時は，

$$D_{\mathrm{mxa}}=\frac{2b}{\pi}\,\frac{\varDelta T_{\mathrm{sat}}\,C_p\,\gamma_l}{r\gamma_v}\sqrt{\pi\,a\,\tau_{\max}} \quad \cdots\cdots(23)$$

ここに，

b：定数

C_p：液体の比熱，kcal/kg ℃

r：蒸発の潜熱，kcal/kg

$D_{\max}$：気ほう最大径，m

γ_l：液体の比重量，kg/m³

γ_v：蒸気の比重量，kg/m³

$\tau_{\max}$：気ほうが発生してから最大径になるまでの期間，h

である．

静圧変化のない場合およびサブクーリングのある場合において，気ほうが伝熱面を離脱する時の気ほう径はほぼ最大径に等しいので，

$$D_{\max}\approx D_d$$

$$\tau_{\max}\approx\tau_g$$

したがつて，(23) 式は

$$D_d=\frac{2b}{\pi}\frac{\Delta T_{\text{sat}}C_p\gamma_l}{r\gamma_v}\sqrt{\pi a\tau_g}\quad\cdots\cdots(24)$$

この式を書きかえて，

$$\tau_g=\frac{1}{\pi a}\left(\frac{\pi}{2b}\frac{r\gamma_v}{\Delta T_{\text{sat}}C_p\gamma_l}\right)^2D_d^2\cdots\cdots(25)$$

ゆえに，求める気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径との関係は，(13)，(21) および (25) 式からつぎの式のようになる．

$$\tau=\frac{1}{\pi a}\left\{\left(\frac{\pi}{2b}\frac{r\gamma_v}{\Delta T_{\text{sat}}C_p\gamma_l}\right)^2D_d^2+\left[\frac{\lambda(\Delta T_{\text{sat}}+\Delta T_{\text{sub}})}{(q_l-q_c)\cdot4/(\pi D_d^2N)+q_c}\right]^2\right\}\quad\cdots\cdots(26)$$

2.2. 強制対流を伴う表面沸騰

強制対流を伴う場合の伝熱面上の過熱層の厚さは極めて薄いので，その過熱層の流動は無視できる．また表面沸騰においては気ほう発生数が多くないので，気ほうが伝熱面に付着している間の流れに対する乱れを与える割合は小さいと考える．そうすると前節の自然対流核沸騰と同じように取扱うことができる．自然対流と異つているところの強制対流時の定常過熱層を通過する熱負荷は，強制対流の乱流の場合はたとえば McAdams の式

$$N_u=0.023\,R_e^{0.8}P_r^{0.4}\quad\cdots\cdots(27)$$

よりつぎの式となる．

$$q_c'=0.023\left(\frac{\lambda}{D_e}\right)\left(\frac{u_mD_e}{\nu}\right)^{0.8}P_r^{0.4}(\Delta T_{\text{sat}}+\Delta T_{\text{sub}})\quad\cdots\cdots(28)$$

ここに，

D_e：流路の相当直径，m

q_c'：強制対流時の定常過熱層を通過する熱負荷 kcal/m²h

R_e：レイノルズ数，無次元

u_m：液体の平均流速，m/h

ある．

ゆえに，強制対流表面沸騰下での気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径との関係は，(26) 式において q_c の代りに q_c' を用いればよいことになる．すなわち，

$$\tau=\frac{1}{\pi a}\left\{\left(\frac{\pi}{2b}\frac{r\gamma_v}{\Delta T_{\text{sat}}C_p\gamma_l}\right)^2D_d^2+\left[\frac{\lambda(\Delta T_{\text{sat}}+\Delta T_{\text{sub}})}{(q_l-q_c')\cdot4/(\pi D_d^2N)+q_c'}\right]^2\right\}\cdots\cdots(29)$$

3. 実験値との比較および考察

3.1. 自然対流核沸騰

自然対流核沸騰での従来から報告されている気ほう発生周期と離脱時気ほう径の大気圧における関係を図4に示している．　図にみられるように，(1)，(2)，(3) および (4) 式の各式は Jakob[1] および西川[2] の実験値のいずれにたいしても近似的関係を示しているにすぎないことがわかる．

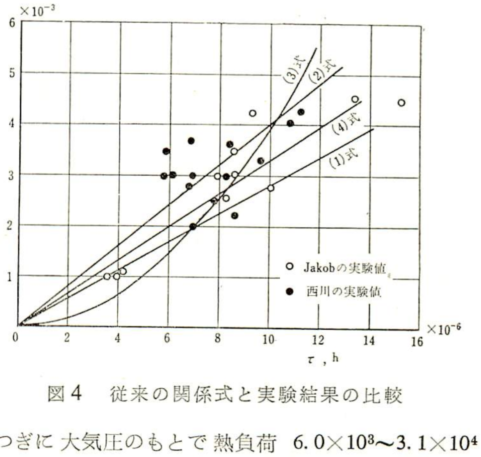

図4　従来の関係式と実験結果の比較

つぎに大気圧のもとで熱負荷 6.0×10³～3.1×10⁴ kcal/m²h の範囲で実験を行なつた Yamagata ら[8] の自然対流飽和核沸騰の実験値とここで理論的解析をした結果の比較をしてみる．代表的に表1にあげるような熱負荷がほぼ 1.0×10⁴，2.0×10⁴ および 3.0×10⁴ kcal/m²h の実験値を取りあげることにする．

表1の実験値を用いて，(26) 式で計算した結果と(2)式の比較を図5に示している．ただし，(26) 式中の定数 b の値は自然対流飽和核沸騰の場合に Forster-Zuber[9] の理論式から $\pi/2$，または Plesset-Zwick[10] の

表1　Yamagata ら[8] の大気圧における自然対流核沸騰の実験値

	q_t	ΔT_{sat}	N	A_i
	kcal/m²h	℃	1/m²	m²
①	1.08×10^4	6.0	1,150	8.7×10^{-4}
②	1.97×10^4	7.8	4,179	2.4×10^{-4}
③	3.06×10^4	8.5	12,700	7.8×10^{-5}

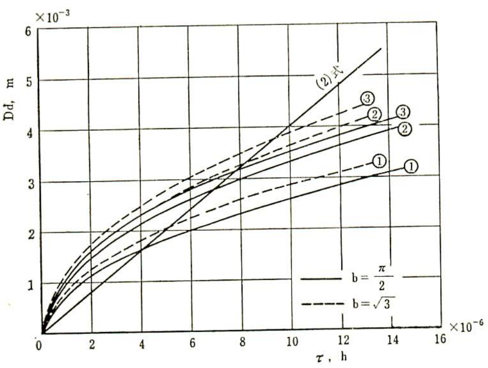

図5　表1の実験値を（26）式で計算した結果と（2）式の比較

理論式からは $\sqrt{3}$ である．（26）式は（1），（2），（3）および（4）式と定性的な傾向が異つているが，Jakob および西川の実験値にたいしては従来の関係式と同様の一致がみられる．ここで熱負荷の小さい方が熱負荷の大きい場合よりも伝熱面離脱時の気ほう径は小さいと考えられるので，解析より導いた（26）式と実験値とは定性的に良く一致していることが確かめられる．しかしながら，気ほう発生周期のとくに小さい範囲では伝熱面離脱時の気ほう径が実験値よりも計算値がいくぶん大きくでている．

3.2. 強制対流表面沸騰

強制対流を伴う表面沸騰については，筆者ら[11]が高速度写真の解析から得た実験値と比較することにする．その実験値の一覧を表2に示している．ただし，表中の過熱度 ΔT_{sat} は実験において伝熱面表面温度を測定していないので，筆者ら[12]の強制対流表面沸騰の熱伝達の整理式であるつぎの式にもとづいて算出してある．

$$q_t = 4.50 e^{p/20} \Delta T_{\mathrm{sat}}^{3.6} + 0.023\left(\frac{\lambda}{D_e}\right) R_e^{0.8} P_r^{0.4} (\Delta T_{\mathrm{sat}} + \Delta T_{\mathrm{sub}}) \quad \cdots\cdots(30)$$

ここに，

p：圧力，ata

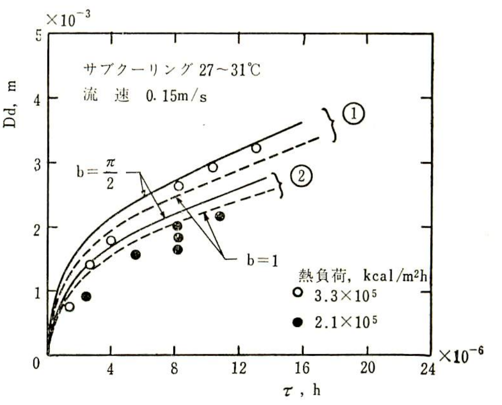

図6　熱負荷の影響

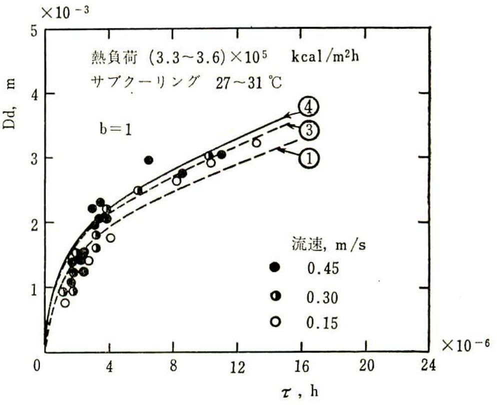

図7　流速の影響

表2　大気圧下における強制対流表面沸騰の実験値

	q_t	U_m	ΔT_{sub}	ΔT_{sat}	N	A_i
	kcal/m²h	m/h	℃	℃	1/m²	m²
①	3.32×10^5	0.54×10^3	27.0	21.5	2.2×10^5	4.55×10^{-6}
②	2.05×10^5	0.54×10^3	31.2	18.1	1.6×10^5	6.25×10^{-6}
③	3.59×10^5	1.08×10^3	32.0	21.0	2.4×10^5	4.16×10^{-6}
④	3.53×10^5	1.62×10^3	31.1	20.5	2.2×10^5	4.55×10^{-6}
⑤	3.98×10^5	1.62×10^3	62.7	20.4	1.6×10^5	6.25×10^{-6}

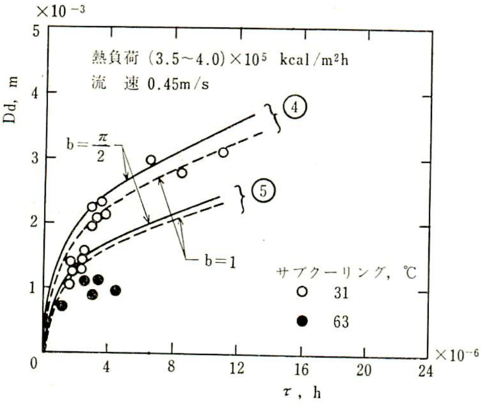

図8 サブクーリングの影響

である．

図6は気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係にたいする熱負荷の影響を，図7は流速の影響および図8はサブクーリングの影響を示している．図中の曲線は解析より導いた (29) 式であり，式中の定数 b の値はZuber[7] の理論式による $\pi/2$ または1を用いてある．ただし，図7においては流速の影響が顕著でないために，$b=1$のみを表わしてある．図6から図8までのそれぞれの影響因子にたいして解析式は気ほう発生周期と伝熱面離脱時気ほう径の関係が定性的に一致しており，実験値をよく表現していることが認められる．

しかしながら，自然対流核沸騰と同様に気ほう発生周期の小さい場合は離脱時気ほう径が実験値よりも (29) 式による計算値の方が大きくでている．また，図8のサブクーリングの影響において，サブクーリングが大きくなつた場合は，伝熱面離脱時の気ほう径は実験値よりも計算値が比較的大きくなつている．

4. 結　論

核沸騰における気ほうの挙動の主要部をなす気ほう発生周期と伝熱面離脱時の気ほう径の関係について，簡単な熱移動の概念より理論的解析を行ない，自然対流核沸騰の場合は (26) 式を，強制対流表面沸騰の場合は (29) 式の関係式を得た．この関係式と従来から報告されている関係式および実験値とを比較検討した．その結果 (26) および (29) 式は従来の式に比して全体を通じ定性的に実験値とよく一致していることが確かめられた．ただし気ほう発生周期の小さい範囲およびサブクーリングの大きくなつた場合に定量的には十分な一致がみられなかつた．これは解析を行なう際の仮定のおき方がなお大まかなためであろう．

最後に御指導いただいた京都大学工学部佐藤俊教授に深く謝意を表します．

参 考 文 献

1) M. Jakob : Mech. Engng., 58, (1936~10), 643.
2) 西川：日本機械学会論文集． 20, 100(1954), 808.
3) P. W. McFadden & P. Grassmann : Int. J. Heat Mass Transfer, 5. (1962), 169.
4) N. Zuber : Int. J. Heat Mass Transfer, 6, (1963), 53.
5) 西川・楠田：日本機械学会論文集． 29, 204(1963~8), 1388.
6) 佐藤・松村・岡田：日本機械学会第714回講演会前刷集(1963~11), 93.
7) N. Zuber : Int. J. Heat Mass Transfer, 2, (1961), 83.
8) K. Yamagata & others : The Memoirs of the Faculty of Engng. Kyushu Univ., 15, 1(1955), 79.
9) H. K. Forster & N. Zuber : J. Appl. Phys., 25, (1954), 474.
10) M. S. Plesset & S. A. Zwick : J. Appl. Phys., 23, (1952), 95.
11) 佐藤・松村・岡田：日本機械学会関西支部 第39期定時総会講演会前刷 (1964~3), 31.
12) 佐藤・松村：日本機械学会論文集． 28, 195(1962~11). 1542.