

気液二相流体の見掛け粘性係数についての一考察

松 村 博 久

(受理 昭和54年5月31日)

ON THE APPARENT COEFFICIENT OF VISCOSITY OF GAS-LIQUID TWO-PHASE FLUIDS

Hirohisa MATSUMURA

There were some correlative equations on the apparent coefficient of viscosity and the apparent coefficient of kinematic viscosity of gas-liquid two-phase fluids, in the past reports by several investigators. The purpose of this paper is to make clear the qualitative characteristics of their equations, because the gas-liquid two-phase fluid takes a complicated behavior of flow.

1. 緒 言

流体の流動現象を解析する場合の重要な物性値として、粘性係数あるいはこれを密度で除した動粘性係数がある。気体および液体の1成分系単相流体の粘性係数あるいは動粘性係数は、各物質ごとに温度ならびに圧力の関数で与えられている。しかし、気液二相流体の粘性係数あるいは動粘性係数は、気体と液体の混合比および流動状態などにも影響を受けるので、温度ならびに圧力だけでなく、ボイド率や滑り比などの関数で表される。したがって、1成分系単相流体の粘性係数あるいは動粘性係数に比較して、気液二相流体のそれらの係数を実験的に求めることは一般に容易でない。この理由ならびに理論的解析を単純化するために、気液二相流体の粘性係数あるいは動粘性係数には、従来から見掛け粘性係数あるいは見掛け動粘性係数が用いられている。

気液二相流体の見掛け粘性係数あるいは見掛け動粘性係数について、理論的および実験的解析で取扱われている定義は、研究者によって多種多様である。例えば気液二相流体の見掛け粘性係数のおもな定義をみてみよう。Al-Sheikh ら¹⁾、Kasturi ら²⁾ および Dukler ら³⁾ は、気体と液体の体積流量率にあん分比例したそれぞれの粘性係数の和として表し、McAdams ら⁴⁾、Isbin ら⁵⁾ および Cicchitti ら⁶⁾ は、気体と液体の重量流量率にあん分比例したそれぞれの粘性係数

の和として表している。そして Levy⁷⁾ は、固液二相のサスペンションの粘性係数を与える Einstein⁸⁾ の関係式を気液二相流体にも応用している。また、Bankoff⁹⁾、Owens¹⁰⁾ および青木ら¹¹⁾ は、気体含有率の小さい場合に気体の粘性係数を無視できるとして、単純に液体のみの粘性係数で表している。

上述のような定義の相違は、気液二相流における流動現象が複雑であるとともに、気体と液体の混合比および流動様式などの適用範囲の差異がおもな原因と思われる。気液二相流体の見掛け粘性係数ならびに見掛け動粘性係数の従来の定義式について、適用範囲はすべてが明確に表示されていないので、ここではそれぞれの定義式の定性的傾向を調べ、これらの比較検討を行った。

2. 記 号

- C_1 : 式 (11) の定数, 無次元
- C_2 : 式 (45) の定数, 無次元
- D : 平均有効速度こう配, 1/s
- d : 平均気泡直径, m
- E : 無次元数, $=\nu_m/\nu_l$
- E_0 : 無次元数, $=\nu_g/\nu_l$
- M : 無次元数, $=\mu_m/\mu_l$
- M_0 : 無次元数, $=\mu_g/\mu_l$
- N : 無次元数, $=\rho_m/\rho_l$
- N' : 無次元数, $=\rho_m/\rho_g$

N_0 : 無次元数, $=\rho_g/\rho_l$
 Q : 体積流量, m^3/s
 S : 滑り比, $=u_g/u_l$, 無次元
 T_a : 無次元数, $=\mu_l dD/\sigma$
 u : 流速, m/s
 W : 重量流量, kg/s
 x : 気体重量流量率, $=W_g/(W_g+W_l)$, 無次元
 α : ボイド率, 無次元
 β : 気体体積流量率, $=Q_g/(Q_g+Q_l)$, 無次元
 μ : 粘性係数, $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$
 ν : 動粘性係数, $=\mu/\rho$, m^2/s
 ρ : 密度, kg/m^3
 σ : 表面張力, kg/m

添字;

g : 気体
 l : 液体
 m : 気液二相流体

3. 見掛け粘性係数の定義について

気液二相流体の見掛け粘性係数は、従来から種々の定義がなされているので、これらの見掛け粘性係数を次の5種に分類して検討してみる。

(1) 気体と液体の体積流量率にあん分比例したそれぞれの粘性係数の和として表す見掛け粘性係数, すなわち体積流量率粘性係数。

(2) 気体と液体の重量流量率にあん分比例したそれぞれの粘性係数の和として表す見掛け粘性係数, すなわち重量流量率粘性係数。

(3) 固液二相流体の粘性係数を与える Einstein の関係式を気液二相流体にも応用して表す見掛け粘性係数, すなわち Einstein 型粘性係数。

(4) 気体の粘性係数を無視して, 液体の粘性係数だけで表す見掛け粘性係数, すなわち相当液体粘性係数。

(5) その他の見掛け粘性係数。

3.1. 体積流量率粘性係数

Al-Sheikh ら¹⁾ は気液二相流における流動様式の判定に使う次元解析式に, そして Kasturi ら²⁾ は気液二相流の気液間に滑りが無い場合の圧力損失を算定する式に, 次の見掛け粘性係数を用いている。

$$\mu_m = \beta\mu_g + (1-\beta)\mu_l \quad (1)$$

ここに,

$$\beta = Q_g/(Q_g+Q_l) \quad (2)$$

式(1)を無次元式に書き代えると,

$$M = 1 - \beta(1 - M_0) \quad (3)$$

ここに,

$$M = \mu_m/\mu_l \quad (4)$$

$$M_0 = \mu_g/\mu_l \quad (5)$$

また Kasturi ら²⁾ は気液二相流の気液間に滑りが有る場合の圧力損失を算定する式に次の見掛け粘性係数を用いている。

$$\mu_m = \alpha\mu_g + (1-\alpha)\mu_l \quad (6)$$

式(6)を無次元式で表すと,

$$M = 1 - \alpha(1 - M_0) \quad (7)$$

となる。なお α と β の間には,

$$\beta = \frac{\alpha u_g}{\alpha u_g + (1-\alpha)u_l} \quad (8)$$

の関係があるので,

$$\alpha = \frac{1}{1 + S(1/\beta - 1)} \quad (9)$$

ここに,

$$S = u_g/u_l \quad (10)$$

いま気液二相流の気液間に滑りが無いとすれば, $S=1$ であるから式(9)は $\alpha=\beta$ となり, 式(7)が式(3)と同じ式となる。

一方, Dukler ら³⁾ は式(1)を修正した次の見掛け粘性係数を定義している。

$$\mu_m = C_1\beta\mu_g + (1-\beta)\mu_l \quad (11)$$

ここに, C_1 は定数である。

式(11)において, 気液間に滑りが無い場合 $C_1=1.0$ を与えており式(1)と同様であるが, 気液間に滑りがある場合には β が α に置き代り, $C_1=1.0$ あるいは $C_1=1/S$ を与えている。すなわち滑りがある場合を無次元式で表すと, $C_1=1.0$ の時は式(7)となり, $C_1=1/S$ の時は次式となる。

$$M = 1 - \alpha(1 - M_0/S) \quad (12)$$

3.2. 重量流量率粘性係数

McAdams ら⁴⁾ および Isbin ら⁵⁾ は, 蒸気と水の二相流体の見掛け粘性係数を次のように定義している。

$$1/\mu_m = x/\mu_g + (1-x)/\mu_l \quad (13)$$

ここに,

$$x = W_g/(W_g+W_l) \quad (14)$$

また Cicchitti ら⁶⁾ は,

$$\mu_m = x\mu_g + (1-x)\mu_l \quad (15)$$

のように表している。式 (13) および式 (15) を無次元式で書くと、それぞれ

$$1/M = 1 - x(1 - 1/M_0) \quad (16)$$

$$M = 1 - x(1 - M_0) \quad (17)$$

となる。

滑り比 S は、

$$S = \frac{u_g}{u_l} = \left(\frac{x}{1-x}\right) \left(\frac{\rho_l}{\rho_g}\right) \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \quad (18)$$

の関係があるから、式 (16) および式 (17) を書き代えると、それぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} &= 1 - \left(1 - \frac{1}{M_0}\right) \left[1 + \frac{1}{SN_0} \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\right]^{-1} \\ &= \frac{1 - \alpha(1 - SN_0/M_0)}{1 - \alpha(1 - SN_0)} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} M &= 1 - (1 - M_0) \left[1 + \frac{1}{SN_0} \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\right]^{-1} \\ &= \frac{1 - \alpha(1 - SM_0N_0)}{1 - \alpha(1 - SN_0)} \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、

$$N_0 = \rho_g/\rho_l \quad (21)$$

3.3. Einstein 型粘性係数

Einstein⁸⁾ は、固液二相流体のサスペンションによる実験と理論解から、固液二相流体の見掛け粘性係数を与える関係式を導いている。この関係式を気液二相流体にも応用すると次式となる。

$$\mu_m = \mu_l \left[1 + 2.5\alpha \left(\frac{\mu_g + 2\mu_l/5}{\mu_g + \mu_l}\right)\right] \quad (22)$$

ただし、 $\alpha \leq 0.05$

Levy⁷⁾ は、式 (22) の右辺第二項について、気液の粘性係数の差異よりも気液の密度差の影響が大きいため、密度差で修正した次式を与えている。

$$\mu_m = \mu_l [1 + 2.5\alpha(1 - \rho_g/\rho_l)] \quad (23)$$

式 (22) および式 (23) を無次元式で表すと、それぞれ

$$M = 1 + 2.5\alpha \left(\frac{2/5 + M_0}{1 + M_0}\right) \quad (24)$$

$$M = 1 + 2.5\alpha(1 - N_0) \quad (25)$$

となる。

3.4. 相当液体粘性係数

Owens¹⁰⁾ や青木ら¹¹⁾ は、気液二相流における圧力損失の実験値の整理について、二相流粘性係数の代わりに液体の粘性係数を用いる方が最適であるとしている。すなわち、

$$\mu_m = \mu_l \quad (26)$$

これを無次元式になおして、

$$M = 1 \quad (27)$$

である。

Bankoff⁹⁾ は、気泡が大きく、その気泡が容易に変形する場合の気液二相流の見掛け粘性係数について、ボイド率と密度差の関数で次式を与えている。

$$\mu_m = \mu_l [1 - \alpha(1 - \rho_g/\rho_l)] \quad (28)$$

また気泡が小さく、その気泡が固体粒子と同じ挙動をするとした場合の見掛け粘性係数は、

$$\mu_m = \mu_l (1 + 2.5\alpha) \quad (29)$$

としており、この式は Einstein 型粘性係数の定義式 (22) あるいは (23) を修正したものである。

式 (28) および式 (29) の無次元式は、それぞれ

$$M = 1 - \alpha(1 - N_0) \quad (30)$$

$$M = 1 + 2.5\alpha \quad (31)$$

である。

3.5. その他の見掛け粘性係数

日向ら¹²⁾ は、液体に小さな空気泡を混入した二相流体の見掛け粘性係数を実験から求めており、次の実験式を得ている。

$$\mu_m/\mu_l - 1 = \alpha(0.45 + 1.3\alpha)T_a^{-1/6} \quad (32)$$

ただし、 $0.01 < T_a < 0.3$

ここに、

$$T_a = \mu_l d D / \sigma \quad (33)$$

式 (32) は次のような無次元式で表せる。

$$M = 1 + \alpha(0.45 + 1.3\alpha)T_a^{-1/6} \quad (34)$$

4. 見掛け動粘性係数の定義について

動粘性係数は粘性係数を密度で除したものである。前述したように気液二相流の見掛け粘性係数の定義は種々ある上に、気液二相流の密度の定義が一定でないため、気液二相流の見掛け動粘性係数の定義も多様である。これらのおもなものを以下に列挙してみる。

勝原ら¹³⁾ は、空気-水二相流の熱伝達の実験において、実験値の整理に二相流レイノルズ数を用いているが、その二相流レイノルズ数に含まれる二相流動粘性係数を次式で定義している。

$$\nu_m = \alpha(\rho_g/\rho_m)\nu_g + (1-\alpha)(\rho_l/\rho_m)\nu_l \quad (35)$$

ここに、

$$\rho_m = \alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l \quad (36)$$

式 (35) を無次元式で表すと、

$$E = \alpha E_0 / N' + (1 - \alpha) / N \quad (37)$$

ここに,

$$E = \nu_m / \nu_l \quad (38)$$

$$E_0 = \nu_g / \nu_l \quad (39)$$

$$N = \rho_m / \rho_l \quad (40)$$

$$N' = \rho_m / \rho_g \quad (41)$$

また式 (36) より

$$N = \alpha N_0 + (1 - \alpha) \quad (42)$$

$$N' = \alpha + (1 - \alpha) / N_0 \quad (43)$$

であるから式 (37) は,

$$E = \frac{E_0}{1 + (1 - \alpha) / (\alpha N_0)} + \frac{1}{1 + \alpha N_0 / (1 - \alpha)}$$

$$= \frac{1 - \alpha (1 - E_0 N_0)}{1 - \alpha (1 - N_0)} \quad (44)$$

となる。

Dukler ら³⁾ は、気液二相流の見掛け粘性係数を式 (11) で与えており、そして二相流密度は、

$$\rho_m = C_2 \rho_g \frac{\beta^2}{\alpha} + \rho_l \frac{(1 - \beta)^2}{1 - \alpha} \quad (45)$$

で定義している。ここに、 C_2 は定数であり、気液間に滑りがない場合は $C_2 = 1.0$ で $\alpha = \beta$ を用い、気液間に滑りがある場合は $C_2 = 1.0$ あるいは $C_2 = 1/S$ を用いている。したがって見掛け動粘性係数は、気液間に滑りがない場合、

$$\nu_m = \frac{\beta \mu_g + (1 - \beta) \mu_l}{\beta \rho_g + (1 - \beta) \rho_l} \quad (46)$$

すなわち無次元式にすると、

$$E = \frac{1 - \beta (1 - M_0)}{1 - \beta (1 - N_0)} \quad (47)$$

である。気液間に滑りがある場合、 $C_1 = C_2 = 1.0$ の時に

$$\nu_m = \frac{\alpha \mu_g + (1 - \alpha) \mu_l}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l} \quad (48)$$

$C_1 = C_2 = 1/S$ の時に

$$\nu_m = \frac{\alpha \mu_g / S + (1 - \alpha) \mu_l}{\alpha \rho_g / S + (1 - \alpha) \rho_l} \quad (49)$$

となる。式 (48) および式 (49) の無次元式はそれぞれ

$$E = \frac{1 - \alpha (1 - M_0)}{1 - \alpha (1 - N_0)} \quad (50)$$

$$E = \frac{1 - \alpha (1 - M_0 / S)}{1 - \alpha (1 - N_0 / S)} \quad (51)$$

である。

青木ら¹¹⁾ は、気液二相流の見掛け粘性係数を式 (26) で与え、二相流密度を式 (36) としている。しかし空

気-水二相流では $\rho_l \gg \rho_g$ より式 (36) を

$$\rho_m \doteq (1 - \alpha) \rho_l \quad (52)$$

と定義している。これらから見掛け動粘性係数は、

$$\nu_m = \mu_l / [(1 - \alpha) \rho_l] \quad (53)$$

すなわち無次元式は、

$$E = 1 / (1 - \alpha) \quad (54)$$

である。

Al-Sheikh ら¹⁾ は、二相流密度を次式で定義している。

$$\rho_m = \beta^2 \rho_g + (1 - \beta)^2 \rho_l \quad (55)$$

また見掛け粘性係数は式 (1) で与えているので、見掛け動粘性係数は、

$$\nu_m = \frac{\beta \mu_g + (1 - \beta) \mu_l}{\beta^2 \rho_g + (1 - \beta)^2 \rho_l} \quad (56)$$

これを無次元式で書くと、

$$E = \frac{1 - \beta (1 - M_0)}{(1 - \beta)^2 + \beta^2 N_0} \quad (57)$$

となる。

Kasturi ら²⁾ は、気液間に滑りがない場合と滑りがある場合についての見掛け粘性係数をそれぞれ式 (1) および式 (6) で与えているので、見掛け動粘性係数はそれぞれの場合について式 (46) および式 (48) と一致する。

5. 考 察

5.1. 見掛け粘性係数の定義式の比較

3節で述べた気液二相流体の見掛け粘性係数を与える無次元式をみても、次のような関数関係に類別することができる。ただし気液間に滑りがない場合、すなわち $S = 1$ の場合に式 (7) の α は β となるので、式 (7) は式 (3) と同じになる。したがって、式 (3) は式 (7) に含めて考えることにする。

式 (27) に対して、

$$M = \text{constant} \quad (58)$$

式 (31) および式 (34) に対して、

$$M = f_1(\alpha) \quad (59)$$

式 (7) および式 (24) に対して、

$$M = f_2(\alpha, M_0) \quad (60)$$

式 (25) および式 (30) に対して、

$$M = f_3(\alpha, N_0) \quad (61)$$

式 (12) に対して、

$$M = f_4(\alpha, M_0, S) \quad (62)$$

式 (19) および式 (20) に対して、

$$M = f_5(\alpha, M_0, N_0, S) \quad (63)$$

ここに、 f_1, f_2, f_3, f_4 および f_5 は関数を意味する。
式 (58) および式 (59) に対する式 (27)、式 (31) および式 (34) の関係を図 1 に示す。なお実験式 (34) の適用範囲は $\alpha < 0.25$ であるので、図 1 はその範囲を取っている。図によると式 (27) と式 (31) が与える M の値は α の増加につれて差が大きくなっており、式 (34) の与える M の値は T_a をパラメータとしているが、式 (27) と式 (31) の関係の中間に位置していることがわかる。そして式 (34) の T_a の実験範囲を越えて考えるならば、 T_a が大きくなると式 (27) へ、 T_a が小さくなると式 (31) へ式 (34) は接近することが認められる。

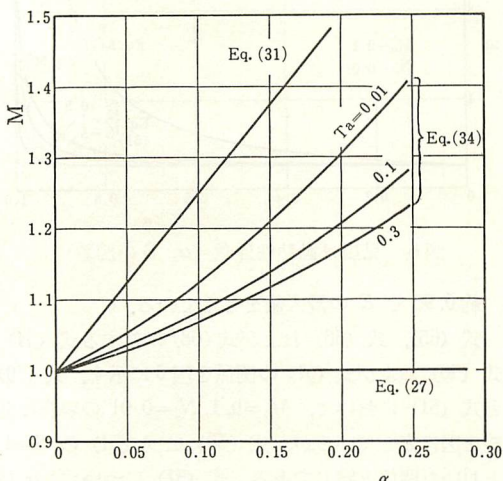


図 1 見掛け粘性係数 (α の関数)

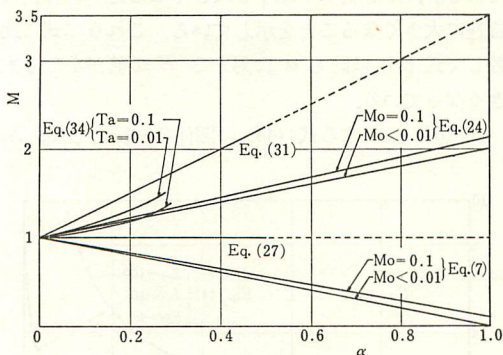


図 2 見掛け粘性係数 (α, M_0 の関数)

式 (60) に対する式 (7) および式 (24) の関係は図 2 に表してある。 α が大きくなると、式 (7) の M

は小さくなり、式 (24) の M は大きくなるので、式 (7) と式 (24) はまったく反対の傾向を示す。また一般に使用される気液二相流において M_0 の値は 0.1 ~ 0.001 なので、図 2 は M_0 をパラメータとして表してあるが、 M_0 の値が 0.01 以下では M_0 の影響はほとんどみられない。とくに $\alpha \rightarrow 1$ では $M \rightarrow M_0$ であるので、 α の大きい範囲の式 (24) の関係は実際の場合と矛盾することになる。参考のために式 (27)、式 (31) および式 (34) も加えてある。そのなかでも式 (24) と式 (34) とは α の小さい範囲で良好な一致を与えている。

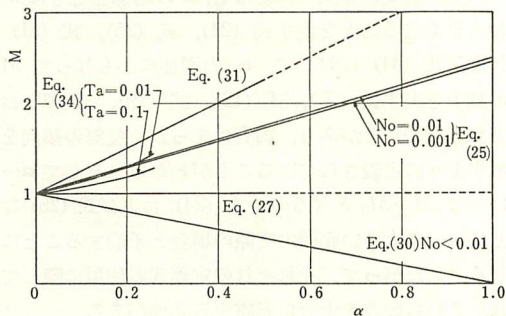


図 3 見掛け粘性係数 (α, N_0 の関数)

図 3 には式 (61) に対する式 (25) および式 (30) の関係を示している。 N_0 がパラメータとなっているが、通常の気液二相流における N_0 の値は 0.01 ~ 0.001 であるので、 N_0 の影響は小さい。両式の関係は、式 (24) と式 (7) の関係と同様に、 α の増加に対して反対の傾向をもっている。したがって式 (24) とおなじく、 $\alpha \rightarrow 1$ で $M \rightarrow M_0$ となるので、 α の大きい範囲の式 (25) の関係は実際の場合と矛盾する。図 3 にも参考のために式 (27)、式 (31) および式 (34) を加えてある。

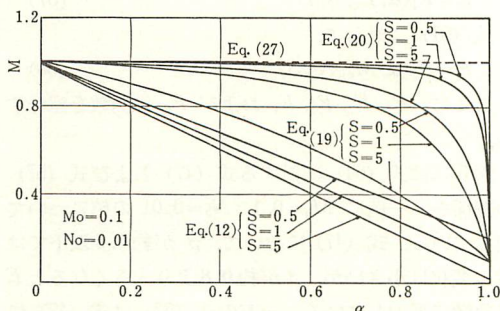


図 4 見掛け粘性係数 (α, S の関数)

式 (62) および式 (63) に対する式 (12), 式 (19) および式 (20) の関係を図4に示す。ただしこれらの式において、一例である $M_0=0.1, N_0=0.01$ の場合の S の影響を図に表している。式 (19) は α の全範囲で S の影響が顕著であり、式 (12) および式 (20) は定性的傾向は違うが α の小さい範囲で S の影響が小さい。ことに式 (20) は α が約 0.8 以下での S の影響はほとんどみられない。式 (19) の $S=0.5$ と式 (20) の $S=5$ の時は同じ関係となるので、図中の曲線は一致している。そして式 (19) の関係は式 (12) および式 (20) の関係の中間領域に存在している。

以上の図1から図4によると、 α の増加とともに M が大きくなることを表す式 (24), 式 (25), 式 (31) および式 (34) に対して、 α の増加にともなって M が減少を表す式 (7), 式 (12), 式 (19), 式 (20) および式 (30) とがあり、両者はまったく反対の傾向を示すように定義されていることがわかる。そして $\alpha \rightarrow 1$ では $M \rightarrow M_0$ となるので式 (24) および式 (25) などは α の大きい範囲で実際の場合と矛盾することになる。したがって、それぞれの定義式の使用に際しては、これらの点を十分に考慮する必要がある。

5.2. 見掛け動粘性係数の定義式の比較

上述の見掛け粘性係数と同様に、見掛け動粘性係数の無次元式についても次のような関数関係に類別することができる。

式 (47) および式 (57) に対して、

$$E = F_1(\beta, M_0, N_0) \quad (64)$$

式 (54) に対して、

$$E = F_2(\alpha) \quad (65)$$

式 (50) に対して、

$$E = F_3(\alpha, M_0, N_0) \quad (66)$$

式 (44) に対して、

$$E = F_4(\alpha, E_0, N_0) \quad (67)$$

式 (51) に対して、

$$E = F_5(\alpha, M_0, N_0, S) \quad (68)$$

ここに、 F_1, F_2, F_3, F_4 および F_5 は関数を意味する。

図5には式 (64) に対する式 (47) および式 (57) の関係を、一例に $M_0=0.1, N_0=0.01$ の値について表している。式 (47) において、 β が約 0.6 以下では E の変化は小さいが、 β が約 0.8 より大きくなると E は急激に増加している。一方の式 (57) は式 (47) に比較して β の増加とともに E の増加が大きく、 β が

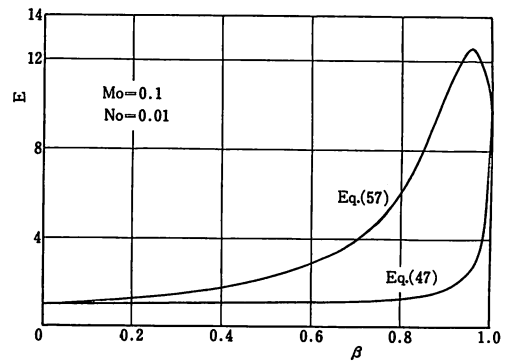


図5 見掛け動粘性係数 (β の関数)

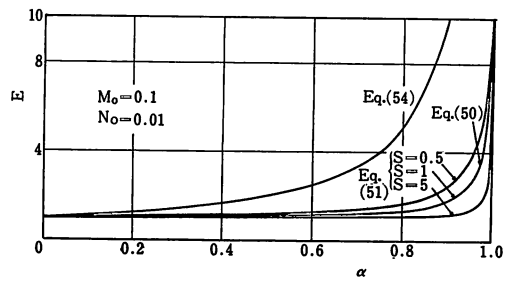


図6 見掛け動粘性係数 (α, S の関数)

約 0.95 で E の最大値を与えている。

式 (65), 式 (66) および式 (68) に対する式 (54), 式 (50) および式 (51) の関係を図6に示す。式 (50) と式 (51) において、 $M_0=0.1, N_0=0.01$ の場合の曲線を図に表しているが、式 (50) は式 (51) の $S=1$ とおいた関係と同じである。式 (51) について、 α が約 0.5 以下での S の影響は小さくて E の値は約 1.0 であるが、 α が約 0.8 より大きくなると E の値は急速に大きくなることを示している。これら二式に比較して式 (54) は同じ α に対する E の値がかなり大きくなっている。

式 (67) に対する式 (44) の関係の一例として、 N_0

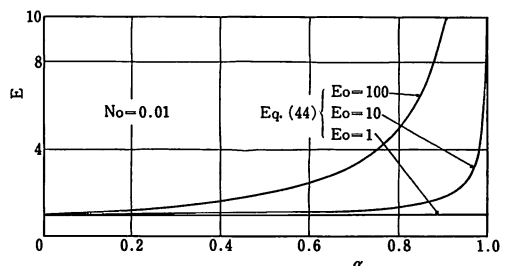


図7 見掛け動粘性係数 (α, E_0 の関数)

$=0.01$ の場合の E_0 の影響を図7に示している。 $E_0=1$ の時は α に無関係に $E=1$ であり、 $E_0=10$ の時は図6の $M_0=0.1$ における式(50)あるいは式(51)の $S=1$ の関係に一致している。また $E_0=100$ の時は図6の式(54)の関係と近似的に一致する。したがって、式(44)における E_0 の影響は E の値に大きく作用することを表している。

上に述べたような見掛け動粘性係数も定義のしかたによっては関係式の定性的傾向を異にするので、見掛け粘性係数と同様に詳細な検討をしてから取扱うことが必要である。

6. 結 言

気液二相流における気体および液体の流動現象は複雑である上に、流動様式とボイド率の関係も定量的に表すことが容易でないので、気液二相流体の粘性係数あるいは動粘性係数の代りに見掛け粘性係数あるいは見掛け動粘性係数が用いられている。従来から多種多様な定義がされている気液二相流体の見掛け粘性係数および見掛け動粘性係数について、ここではそれらの定性的傾向を調べ、それぞれの定義式を比較検討した。その結果、定義式の適用範囲の相違が原因であるかどうか明確でないが、定義のしかたによっては大きな差異を生じ、なかにはまったく反対の傾向を示すものがあった。したがって、見掛け粘性係数あるいは見掛け動粘性係数を決めるにあたっては、気液二相流における気液の挙動を考慮し、その特性にあった定義式を用いることが必要である。

文 献

- 1) AL-Sheikh, J. N., Sandders, D. E. and Brodkey, B. S.: Canadian. J. Chem. Eng., 48, (1970), 21.
- 2) Kasturi, G. and Stepanek, J. B.: Two-Phase Flow—I. Pressure drop and void fraction measurements in cocurrent gas-liquid flow in a coil, Chem. Engng. Sci., 27 (1972), 1871.
- 3) Dukler, A. E., Wicks, M. and Cleveland, R.: Pressure Drop and Hold-Up in Two-Phase Flow, Part A. A comparison of existing correlations, Part B. An approach through similarity analysis, AIChE. J., 10, 1 (1964), 38.
- 4) McAdams, W. H., Wood, W. K. and Heroman, L. C.: Vaporisation Inside Horizontal Tubes, Trans. ASME, 64 (1942), 193.
- 5) Isbin, H. S., Moy, J. E. and DaCruz, A. J. R.: Two-Phase Steam-Water Critical Flow, AIChE. J., 3 (1957), 361.
- 6) Cicchitti, A., Lombardi, C., Silvestri, M., Soldaini, G. and Zavattarelli, R.: Two-Phase Cooling Experiments—Pressure drop, heat transfer and burnout measurements, Energia Nucleare, 7, 6 (1960), 407.
- 7) Levy, S.: Prediction of Two-Phase Pressure Drop and Density Distribution from Mixing Length Theory, Trans. ASME, J. Heat Transfer, 85, 2 (1963), 137.
- 8) Einstein, A.: Ann. Phys., 4 (1906), 289.
- 9) Bankoff, S. G.: A Variable Density Single-Fluid Model for Two-Phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flow, Trans. ASME, J. Heat Transfer, (1960), 265.
- 10) Owens, W. L.: Two-Phase Pressure Gradient, Int. Developments Heat Transfer, Part II (1962).
- 11) 青木・高橋・井上: 管内二相流の圧力損失に関する基礎的研究, 日本機械学会論文集, 31, 224, 588, 1965.
- 12) 日向・大木: 気液二相流のみかけ粘性係数とボイド比との関係について, 日本機械学会論文集, 37, 293, 97, 1971.
- 13) 勝原・風間: 気水二相流の熱伝達, 日本機械学会論文集, 24, 140, 228, 1958.