多重効用缶問題の解法について（その２）

――離散的プロセス問題の解法の表現――

吉　福　功　美

（受理　昭和53年5月31日）

ON THE SOLUTION OF THE MULTIPLE-EFFECT EVAPORATORS PROBLEM (Part 2)

(Representation of the solution of the discrete process problem)

Isami YOSHIFUKU

For the purpose of an approach to the two problems brought forward in previous paper, the two principles about the construction of an overall flow graph have been proposed.

In this relation, the second problem has been solved through the classification of the multiple-effect evaporators problems based upon the variables concerned with evaporator and through the introduction of degrees of freedom, the number of which is 6 in the equi-quantities condition problem and minimum-area condition problem, and 5 in the given-quantities condition problem.

緒　　言

前報[2]では多重効用缶問題の解法をフローグラフで表現し，二つの問題点を提起した．問題点１はいかにして可解なフローグラフを構成するかということで，問題点２は本問題の分類とその各々の問題で前もって与えられている量は何個かということである．本報では問題点１に対するアプローチとして，幾つかの計算上の経験から帰納された総括フローグラフの構成に関する二つの原則を提案する．その一つはその構成に関するものであり，その二つはその構成に関する具体的な提案であって，この二つの原則は離散的プロセス問題の解法のアルゴリズムの基礎となるであろう．本報では更に蒸発缶に関する変数に着目して多重効用缶問題の分類を行い，自由度の概念を導入し問題点２の追究を行った．

3.　フローグラフ構成の原則について[3]

フローグラフは離散的プロセス問題でよく出会う複雑な連立非線形差分方程式の解法を表現するグラフとして有用である．１章および２章で示した如く，その構造としては左側に幾つかの変数が縦に並んでおり，右方に向って計算式とそれによって得られる変数が配列されている．筆者は各関係式から作られた単位のフローグラフ（これをフローグラフ・ユニットと呼ぶ）を適当に連結して総括フローグラフを構成し，さらに計算の難易を示す尺度としてのフローグラフの次数について報告した[4),5)]，しかしながら実際に電算機を用いて種々の計算を行った結果から，フローグラフの次数は計算上重要な要因ではなく，むしろフローグラフの構成について統一的な原則を立てること（このことがいかにして可解なフローグラフを構成するかという問題点１に対するアプローチとなるであろう）が重要であることが分った．

ここで総括フローグラフの構成について，次の二つの原則を提案する：

（1）　左側の縦列変数はその問題の自由度に対応する既知量およびその他から成り立つ．

（2）　その問題の関係式の中で線形に表わされるものから行列を作成し，その行列を含むフローグラフ（基幹フローグラフと呼ぶ）を作成し，この基幹フローグラフを基礎とし，これに他のフローグラフ・ユニットを付加することによって総括フローグラフを構成する．

原則１はフローグラフの構造に関するもので，左側の縦列変数を規定する．一般に変数の数から関係式の数を引いたものは過剰な変数であるが，その中から，その問題に応じて選ばれたものをその問題の自由度と定義する．この原則１によって，総括フローグラフの左端には少くともその問題の自由度に対応する変数（これはその問題において既知量として被与される）が並ぶことになる．なお，問題によっては左側の縦列変数として上の自由度に対応する既知量以外のものも存在するが，これはその問題特有の被与量，試行錯誤変数，一ないし多数探索問題における探索変数などがありその問題の解法の難易を示すものである．

原則２はフローグラフの構成に関する具体的な提案である．離散的プロセスには線形の差分方程式が現われることが多い．例えば物質収支，熱収支などの収支式或は定義式などであって，原則２はこの線形の差分方程式を取りだして行列の形とし，これを含むフローグラフを作成し，これと単純な関係式，例えば $y_n=f(x_n)$ から作られるフローグラフ・ユニットと区別しようとするものである．この行列を含むフローグラフをいくつか組合せたものが基幹フローグラフであるが，原則２は基幹フローグラフを基礎として総括フローグラフを構成しようという一つの提案を行っているものである．原則１によって総括フローグラフは自由度に対応する既知量の並びが左側に縦に位置し，原則２によって作成される基幹フローグラフは右側に向って横に位置することになるが，結局この二つの原則は総括フローグラフの構造を規定するものと云うことができる．

4.　多重効用缶問題の分類と自由度[3)]

4-1　問題の分類

本問題で取扱われる変数の中で蒸発缶に関するものは A_n, q_n, Δt_n, U_n および e_n である．この中の Δt_n に着目すると次の２種類の問題（温度差条件問題という）が考えられる．

（問題 TE）　等温度差の下である特定の量を求める．

（問題 TN）　各温度差が与えられたとき，ある特定の量を求める．

同様にして q_n に着目すると，伝熱量条件問題が考えられる．

（問題 QE）　等伝熱量条件下である特定の量を求める．

（問題 QN）　各伝熱量が与えられたとき，ある特定の量を求める．

同様にして A_n に着目すると次の三つの問題が考えられる（面積条件問題という）．

（問題 AE）　等面積条件下で，伝熱面積を求める．

（問題 AN）　各面積が与えられたとき，或る特定の量を求める．

（問題 AM）　各缶の面積の総和を最小にするという条件下で，各缶の面積を求める．

これらの中では問題 AE, AM が設計問題として又問題 AN が操作問題として重要である．問題 T, Q はそれ自体独立したものというよりは問題 A の予備的問題（サブ問題）である．

次に与えられている熱的データによって次の二つの方式に分けることができる．

比熱方式 S……水溶液の比熱が濃度の関数として与えられ，かつ沸点上昇のデータが与えられている場合

線図方式 G……水溶液のエンタルピー濃度線図およびデューリング線図が与えられている場合

ここでは例えば比熱方式での等面積問題を問題 AES, 線図方式での場合を問題 AEG などと記す．従って前報[2)]の（例題１）は問題 ANS,（例題２）は問題 AES,（例題３）は問題 AMS である．

4-2　各問題の自由度

初めに順流式 N 重効用缶における問題 TES を取上げる．この場合の変数の数は下記の如くで，計 $14N+8$ 個である．

蒸気…T_0, T_n, λ_0, λ_n, D_0, D_n, I_n ($4N+3$ 個)

液……t_0, t_n, C_0, C_n, C_{p0}, C_{pn}, W_0, W_n, i_0, i_n ($5N+5$ 個)

缶……A_n, q_n, U_n, Δt_n, e_n　($5N$ 個)

次に関係式は次の通りである．

収支式 ($3N$ 個)

$$W_{n-1}=W_n+D_n \tag{4-1}$$

$$W_{n-1}\cdot C_{n-1}=W_n\cdot C_n \tag{4-2}$$

$$\lambda_{n-1}D_{n-1}+i_{n-1}W_{n-1}=I_nD_n+i_n\cdot W_n \tag{4-3}$$

伝熱速度式 ($2N$ 個)

$$q_n=\lambda_{n-1}D_{n-1} \tag{4-4}$$

$$q_n=U_n\cdot A_n\cdot \Delta t_n \tag{4-5}$$

温度の差の式 ($2N$ 個)

$$\varDelta t_n = T_{n-1} - t_n \tag{4-6}$$
$$e_n = t_n - T_n \tag{4-7}$$

物性の式（$6N+3$ 個）

$$i_n = C_{pn} \cdot t_n, \quad i_0 = C_{p0} \cdot t_0 \tag{4-8}$$
$$I_n = T_n + \lambda_n + 0.45 e_n \tag{4-9}$$
$$\lambda_n = \lambda(T_n), \quad \lambda_0 = \lambda(T_0) \tag{4-10}$$
$$C_{pn} = C_p(C_n), \quad C_{p0} = C_p(C_0) \tag{4-11}$$
$$e_n = \text{given} \tag{4-12}$$
$$U_n = U(\varDelta t_n, t_n) \tag{4-13}$$

ここで過熱水蒸気の比熱を0.45，飽和水の比熱を1.0とした．上記の $13N+3$ 個の式が比熱方式での基本的関係式の数であり，これに問題 TES 特有の式

$$\varDelta t_1 = \varDelta t_2 = \cdots = \varDelta t_N \tag{4-14}$$

の $N-1$ 個を加えると関係式の数は $14N+2$ 個となる．

相平衡の場合の自由度が Gibbs の相律によって規定されているのにならって，多重効用缶問題の自由度を次の如く定義する．一般に変数の数から関係式の数を引いたものは過剰な変数の数であるが，その中でとくに第1缶への入量，第 N 缶からの出量の中で蒸気および液についてのものを多重効用缶問題の自由度と定義する．更に簡単のために本報告では自由度に対応する変数として $T_0, T_N, t_0, C_0, C_N, W_0, D_0$ の7個をとるものとする．

問題 TES の場合は自由度は $(14N+8)-(14N+2)=6$ となり上述の7個の変数の中6個を定めると他は定まってしまう．従って例えば次のような問題が構成できる．

（問題）$T_0, T_N, t_0, C_0, C_N, W_0$ の6個が与えられたとき等温度差条件下で D_0, q_n を求めよ．

このような問題は ${}_7C_6=7$ 個存在する．一般に問題 TES, AES, QES の如き等量条件問題においては自由度は6であって夫々7個の問題が存在する．

次に問題 TNS の場合は，特有の式

$$\varDelta t_n = \text{given} \tag{4-15}$$

の N 個を含めて関係式の数は $14N+3$ 個であり，自由度は $(14N+8)-(14N+3)=5$ となる．従って例えば次のような問題が構成できる．

（問題）T_0, T_N, t_0, C_0, W_0 の5個および $\varDelta t_n$ が与えられたとき D_0, C_N を求めよ．

このような問題は ${}_7C_5=21$ 個存在する．一般に問題 TNS, ANS, QNS の如き各量条件問題においては自由度は5であって夫々21個の問題が存在する．

次に AMS の場合は（4-14），（4-15）式の如き問題特有の式はない．変数の数から基本的関係式の数を引いたものは $(14N+8)-(13N+3)=N+5$ であるが，制御変数（各缶の面積の総和 ΣA_n を最小にするために，その値をいろいろと変化させて定めるもの）として $N-1$ 個の $\varDelta t_n$（他の1個は $\Sigma \varDelta t_n = T_0 - T_N - \Sigma e_n$ より定まる）を差引くと自由度は $(N+5)-(N-1)=6$ となる．従って例えば次のような問題が構成できる．

（問題）$T_0, T_N, t_0, C_0, C_N, W_0$ が与えられたとき，ΣA_n を最小とするという条件下で各缶の面積 A_n を求めよ．

このような問題は ${}_7C_6=7$ 個存在する．

最後に線図方式の場合を取上げる．まず蒸気についての変数に圧力 P_0, P_n を追加し，液についての変数から C_{p0}, C_{pn} を除くと変数の数は比熱方式の場合と同じく $14N+8$ 個となる．基本的関係式については（4-8）～（4-12）式の代りに次式を用いると比熱方式の場合と同じく $13N+3$ 個となる．

$$i_n = i(C_n, t_n), \quad i_0 = i(C_0, t_0) \tag{4-16}$$
$$I_n = I(P_n, t_n) \tag{4-17}$$
$$\lambda_n = I_n - T_n - 0.45 e_n, \quad \lambda_0 = \lambda(T_0) \tag{4-18}$$
$$T_n = T(C_n, T_n) \tag{4-19}$$
$$P_n = P(T_n) \tag{4-20}$$

ここで（4-16），（4-19）式は水溶液のエンタルピー濃度線図，デューリング線図を近似式として表わしたものが用いられる．（4-17）式については過熱水蒸気のエンタルピーに関する谷下の式[1]，（4-20）式については水蒸気の飽和蒸気圧に関する管原の式[1]を用いることができる．又（4-18）式は（4-9）式と同じ式であって，缶から発生する過熱蒸気のエンタルピー I_n（(4-17) 式から求める）から蒸発潜熱 λ_n を定義する式である．これに対して（4-10）式は λ_n を飽和温度 T_n における水蒸気の蒸発潜熱とするもので比熱方式で用いられる近似の一つである．

従って線図方式の場合の自由度は比熱方式の場合と同じである．

結　　論

前報で提起した問題点へのアプローチとして本報では総括フローグラフの構成について二つの原則を提案した．その一つは総括フローグラフにおいて，自由度に対応する既知量の並びが左側に縦に位置することを示し，その二つは基幹フローグラフが右側に向って横に位置することを示している．この両者合わせてフ

ローグラフの構造を規定していると云うことができる.

更に本報では問題点２を追究するために蒸発缶に関する変数に着目して多重効用缶問題を温度差条件，伝熱量条件および面積条件に従って分類し，新しく導入した自由度を求めたが，線図方式，比熱方式何れも等量条件問題および最小面積条件問題では６，各量条件問題では５が得られた.

前報の１章の例題１は問題 ANS（比熱方式で各面積が与えられて，ある特定量を求める）の一例で自由度は５であり，T_0, T_N, t_0, C_0, C_N の５個が被与されている．２章の例題２は問題AES（比熱方式で等面積条件下で A_n を求める）の一例で自由度は６であり，$T_0, T_N, t_0, C_0, C_N, W_0$ の６個が与えられている．同じく例題３は問題 AMS（比熱方式で最小面積条件下で A_n を求める）の一例で自由度は６であり，$T_0, T_N, t_0, C_0, C_N, W_0$ の６個が与えられている.

問題点２は以上の如く解決されたので次は問題点１の追究を試みたい.

本研究にあたり当学科田中安彦教授，伊地知和也助手には有益なご助言を載きました．ここに感謝の意を表します.

使用記号

A:	伝熱面積	〔m^2〕
C:	溶液の濃度	〔wt%〕
C_p:	溶液の比熱	〔Kcal/kg°C〕
D:	発生蒸気量	〔kg/hr〕
D_0:	加熱蒸気量	〔kg/hr〕
e:	沸点上昇	〔°C〕
I:	蒸気のエンタルピー	〔Kcal/kg〕
i:	溶液のエンタルピー	〔Kcal/kg〕
N:	効用数	〔—〕
P:	缶内圧力	〔kgF/m^2〕
q:	伝熱速度	〔Kcal/hr〕
T:	蒸気の飽和温度	〔°C〕
t:	液温度	〔°C〕
U:	総括伝熱係数	〔$Kcal/hr\cdot m^2\cdot°C$〕
W:	液流量	〔kg/hr〕
Δt:	温度差	〔°C〕
λ:	蒸発潜熱	〔Kcal/kg〕
Σ:	$n=1$ から $n=N$ までの和	〔—〕
<Subscripts>		
n:	第 n 番目の効用缶	〔—〕
O:	第１缶への入量	〔—〕

文　献

1)　日本機械学会：改訂蒸汽表および線図（1955）
2)　吉福：鹿児島大学工学部研究報告，19号79(1977)
3)　吉福：化学工学論文集，3，531（1977）
4)　吉福：化学工学，32，1240（1968）
5)　吉福：化学工学，34，63（1970）