

薄層 p-n 接合理論

沼田 正

(受理 昭和47年5月31日)

THEORY OF P-N JUNCTION RECTIFIERS OF FINITE SIZE

Tadashi NUMATA

The current-voltage characteristics of p-n junction rectifiers of finite size are derived by *not using* an equilibrium approximation for the concentration of minority charge carriers injected into the p-region or the n-region at the edges of the transition region. The reverse saturation current density obtained is fairly different from the ones derived previously by using an equilibrium approximation and indicates an apparent junction structure dependence. With increasing applied reverse voltage, the saturation current density becomes gradually to be restricted by the transition region and predicts that the saturation current density does not become very large even then the space charge region approaches the end contact.

§ 1. 緒 論

従来一般に p-n 接合の理論的取扱いに際しては、熱平衡でないときでさえも、接合の遷移領域端より半導体層中に注入される少数キャリア濃度を与える式に対して熱平衡近似が採用されている¹⁾。この熱平衡近似は遷移領域を挟む n, p 半導体両層の厚さが共にそれら層中の少数キャリアの拡散距離に比較し充分厚い場合には正確な近似²⁾となる。

然し近時盛んに使用されるようになった半導体装置には、半導体の p 層, n 層の厚さのいずれか一方または両方がそれぞれの少数キャリアの拡散距離より極めて薄い数 μ 程度の所謂薄層 p-n 接合が多数組込まれている。この種の薄層 p-n 接合の理論的取扱いに際しても、厚い p-n 接合の場合と同様に注入少数キャリア密度に対して熱平衡近似が採用されている。然し半導体層が極めて薄い場合には熱平衡近似を採用することは正しくない。従つて熱平衡近似を使用して得られた結果の信憑性にも疑問なしとしない。本論文の主眼の一つはこの点を吟味することである。

理論構成は次のようになされる。まず非平衡状態下において遷移領域内を通過する電子および正孔について拡散方程式を解き遷移領域端に注入される少数キャリア密度を求める。次に p 形 n 形半導体内への少数キャリアの拡散による拡散制限電流を求める。然る後、この両者を連続条件により結合することにより理論式を導出する。得られる結果の整流理論式の逆方向飽和

電流密度はかなりの修正をうけ、遷移領域構造にも依存する。また“突き抜け”現象が起る以前に飽和電流密度は遷移領域のみによつて制限されるようになり、熱平衡近似の理論式が示すような飽和電流密度の極端な増大は起らないことが示めされる。理論式の導出は直流特性と交流特性について行なう。

§ 2. 直 流 特 性

薄層 p-n 接合に対するエネルギー準位図およびその形状寸法を夫々第 1 図, 第 2 図に示す。第 1 図には熱平衡状態でのエネルギー準位図および非平衡状態での即ち外部電圧が印加されている場合のエネルギー準位図とが示めされている。ここで母体半導体の伝導率は n, p 両半導体共に大きく、外部印加電圧の殆んどは遷移領域のみにかかり、半導体母体内の電界は共に極めて小さいと仮定されている。座標軸の原点 ($x=0$) は p, n 半導体の界面にとられており、 x_1, x_2 は夫々非平衡時の遷移領域の p 側端, n 側端の座標である。従つて遷移領域の幅は (x_2-x_1) で与えられる。 U は外部印加電圧 V_a に電子電荷 $-e$ をかけたものであり、また V_D は拡散ポテンシャルエネルギーである。エネルギーの基準 (零点) は熱平衡時の n 形半導体の伝導帯の底にとつてある。

第 2 図 (a) は p-n 接合素子の両端面が表面再結合速度 S_p, S_n の自由端面で終結している場合であり、第 2 図 (b) はオーム接触の金属面電極で終結している場合である。 W_p, W_n は夫々半導体の p 層, n 層の厚さである。

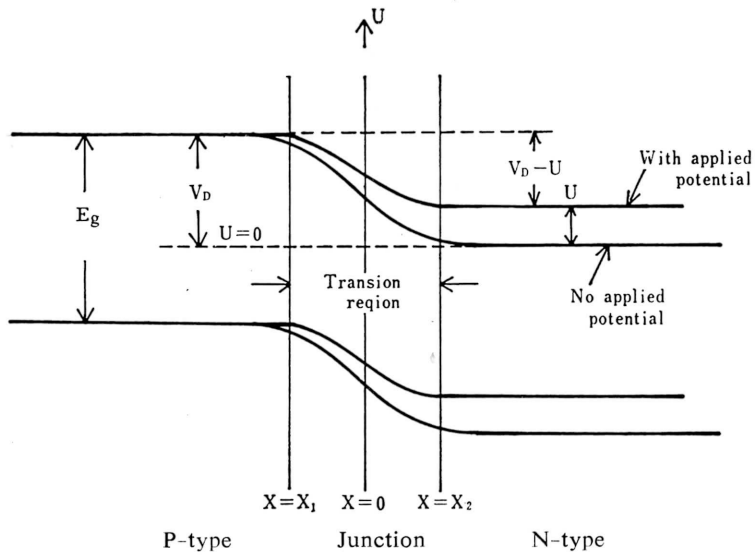


Fig. 1. Potential energy diagram showing energy band configuration near a *p-n* junction in the absence of applied voltage and with forward applied voltage.

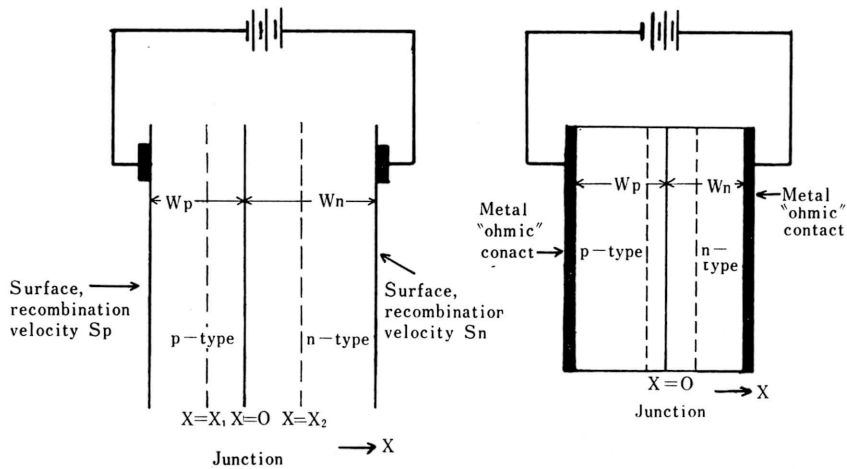


Fig. 2. (a) Geometry of the finite *p-n* junction rectifier. (b) Geometry of a typical finite *p-n* junction rectifier with metal ohmic surface contact.

以下計算を進めるにあたり、遷移領域内でのキャリアの発生および再結合³⁾は無視する。従つて本論文ではかかる効果による逆方向バイアス時の飽和電流の増加は考察の対象外とする。

遷移領域内での電子、正孔の移動による電流密度は夫々次式で与えられる。

$$J_n = en\mu_n E + eD_n \frac{\partial n}{\partial x} \tag{1. a}$$

$$J_p = ep\mu_p E - eD_p \frac{\partial p}{\partial x} \tag{1. b}$$

ここで

$$J_n = \text{電子電流密度}$$

J_p = 正孔電流密度
 e = 電子電荷
 E = 遷移領域内電界
 n = 遷移領域内電子濃度
 p = 遷移領域内正孔濃度
 μ_n = 電子移動度
 μ_p = 正孔移動度
 D_n = 電子拡散係数
 D_p = 正孔拡散係数

である。

J_n, J_p を求めるために電子, 正孔, 接合に対して以下の境界条件をもうける。

$$n(x, U) = n(x_2, U) = n_{n0} \quad x \geq x_2 \quad (2. a)$$

$$n(x, 0) = n(x_1, 0) = n_{p0} \quad x \leq x_1 \quad (2. b)$$

$$n(x_1, U) = n_{px1} \quad x = x_1 \quad (2. c)$$

$$V_n(x, U) = V_n(x_2, U) = U \quad x \geq x_2 \quad (2. d)$$

$$V_n(x, U) = V_n(x_1, U) = V_D \quad x \leq x_1 \quad (2. e)$$

$$p(x, U) = p(x_1, U) = p_{p0} \quad x \leq x_1 \quad (3. a)$$

$$p(x, 0) = p(x_2, 0) = p_{n0} \quad x \geq x_2 \quad (3. b)$$

$$p(x_2, U) = p_{nx2} \quad x = x_2 \quad (3. c)$$

$$V_p(x, U) = V_p(x_1, U) = E_g - V_D \quad x \leq x_1 \quad (3. d)$$

$$V_p(x, U) = V_p(x_2, U) = E_g - U \quad x \geq x_2 \quad (3. e)$$

(2. a)~(2. e) までは電子に対する境界条件であり, (3. a)~(3. e) までは正孔に対する境界条件である。

ここで

n_{n0} = n 形半導体内部の電子の熱平衡濃度

n_{p0} = p 形半導体内部の電子の熱平衡濃度

n_{px1} = 遷移領域 p 形端における電子の非熱平衡濃度

p_{p0} = p 形半導体内部の正孔の熱平衡濃度

p_{n0} = n 形半導体内部の正孔の熱平衡濃度

p_{nx2} = 遷移領域 n 形端における正孔の非熱平衡濃度

$V_n(x, U)$ = 印加電圧 (U/e) が加わったときの電子のポテンシャルエネルギー

$V_p(x, U)$ = 印加電圧 (U/e) が加わったときの正孔のポテンシャルエネルギー

E_g = 禁止帯の幅

である。

(2. a) は n 形半導体内部 および 遷移領域の n 形端での電子濃度は印加電圧にかかわらず熱平衡濃度に等しいことを示しており, (2. b) は印加電圧がないとき p 形半導体内部の少数キャリア電子濃度が一定の熱

平衡値 n_{p0} をとることを示しておく。

(2. d) は印加電圧が加われば, n 形半導体内部および遷移領域 n 形端の伝導帯の底にある電子のポテンシャルエネルギーが U だけ増減することを示しており, (2. e) は印加電圧にかかわらず p 形半導体内部および遷移領域 p 側端の伝導帯の底にある電子のポテンシャルエネルギーが V_D で一定であることを示している。

J_n, J_p の求め方は全く同様であるので, 以下では J_n だけについて述べる。

(1. a) 式を Einstein の関係式 $\mu_n/D_n = e/kT$, および $V_n = e\partial E/\partial x$ を使用して書きかえ, 然る後, 遷移領域 (x_1, x_2) にわたって積分すると

$$n(x_2, U)e^{V_n(x_2, U)/kT} - n(x_1, U)e^{V_n(x_1, U)/kT} = \frac{J_n}{eD_n} \int_{x_1}^{x_2} e^{V_n(x, U)/kT} dx \quad (4)$$

が得られる。

(4) 式に境界条件 (2. a)~(2. e) までは使用すると

$$n_{n0}e^{U/kT} - n_{px1}e^{V_D/kT} = \frac{J_n}{eD_n} \int_{x_1}^{x_2} e^{V_n(x, U)/kT} dx \quad (5)$$

が得られる。

(5) 式に, $U=0$ のとき, $J_n=0$ を代入すると

$$n_{p0} = n_{n0}e^{-V_D/kT} \quad (6)$$

が得られる。すなわち n_{p0} は Boltzmann 分布をする。

印加電圧 U/e のもとに, n 形半導体内部から遷移領域を通過し遷移領域の p 形端に注入された電子はその後 p 形半導体内部へ少数キャリアとして拡散していく。遷移領域の n 形端に注入された正孔についても全く同様である。これらの過程を少数キャリアの再結合が完全に無視出来る場合と, 若干の再結合が考慮されねばならない場合との二通りにわけて考える。

先ず前者の場合には注入少数キャリアは再結合しないで半導体の自由表面または金属面電極へ到達する。従つて p 形半導体内部では

$$\frac{\partial J_n}{\partial x} = 0 \quad (7. a)$$

n 形半導体内部では

$$\frac{\partial J_p}{\partial x} = 0 \quad (7. b)$$

が成立する。半導体内部では $E=0$ であるから, J_n , J_p は夫々拡散電流のみからなり

$$J_n = eD_n \frac{\partial n_p}{\partial x} \quad (8. a)$$

$$J_p = -eD_p \frac{\partial p_n}{\partial x} \quad (8. b)$$

で与えられる。ここで n_p , p_n は夫々 p 形, n 形領域内の非平衡電子, 正孔濃度である。

(8. a), (8. b) を夫々 (7. a), (7. b) に代入すると

$$\frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} = 0 \quad (9. a)$$

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0 \quad (9. b)$$

が得られる。

境界条件として, 次のようなものを採用する。

$$n_p = n_{px1} \quad x = x_1 \quad (10. a)$$

$$p_n = p_{nx2} \quad x = x_2 \quad (10. b)$$

$$D_n \left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{-w_p} = S_p \{ n_p(-w_p) - n_{p0} \} \quad (10. c)$$

$$-D_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{w_n} = S_n \{ p_n(w_n) - p_{n0} \} \quad (10. d)$$

(10. a), (10. b) は遷移領域端における電荷の連続条件である。(10. c), (10. d) は半導体端面における少数キャリアの表面再結合電流に関するものであり, S_p , S_n は夫々電子および正孔の表面再結合速度である。

以下これらの境界条件を使用して (9. a), (9. b) を解き J_n を求めると

$$J_n = eD_n \left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{x_1} = \frac{eD_n S_p (n_{px1} - n_{p0})}{D_n + S_p (W_p + x_1)} \quad (11)$$

が得られる。(4) 式中の $n(x_1, U)$ は n_{px1} であることに留意し, また遷移領域を流れる電流は半導体層中を流れる拡散電流に等しいという電流密度連続条件を使用して (4), (11) 式より n_{px1} を消去し, J_n を求めると

$$J_n = \frac{eD_n n_{p0} S_p}{D_n + S_p (W_p + x_1) + S_p R(U)} (e^{U/RT} - 1) \quad (12)$$

が得られる。

ここで

$$R(U) = e^{-V_D/RT} \int_{x_1}^{x_2} e^{V_n(x, U)/RT} dx \quad (13)$$

である。

同様にして J_p も求めることが出来る。全電流密度 J は J_n と J_p との和で与えられる。従つて

$$J = J_0 (e^{U/RT} - 1) \quad (14)$$

$$J_0 = \frac{eD_n n_{p0} S_p}{D_n + S_p (W_p + x_1) + S_p R(U)} + \frac{eD_p p_{n0} S_n}{D_p + S_n (W_n - x_2) + S_n R(U)} \quad (15)$$

が得られる。 J_0 は逆方向飽和電流である。

次に再結合を考慮する場合について調べる。定常状態における p 形, n 形半導体内の少数キャリアに対する連続の方程式 (拡散方程式) は

$$D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} = 0 \quad x \leq x_1 (< 0) \quad (16. a)$$

$$D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} = 0 \quad x \geq x_2 (> 0) \quad (16. b)$$

で与えられる。ここで τ_n , τ_p は夫々少数のキャリアである電子, 正孔の寿命である。

(16. a), (16. b) の一般解は

$$n_p - n_{p0} = A_1 \cosh \frac{x - x_1}{L_n} + A_2 \sinh \frac{x - x_1}{L_n} \quad (17. a) \quad (x < 0)$$

$$p_n - p_{n0} = B_1 \cosh \frac{x - x_2}{L_p} + B_2 \sinh \frac{x - x_2}{L_p} \quad (17. b) \quad (x > 0)$$

となる。ここで L_n , L_p は夫々 $L_n = (D_n \tau_n)^{1/2}$, $L_p = (D_p \tau_p)^{1/2}$ で電子, 正孔の拡散距離である。

(17. a), (17. b) は境界条件 (10. a) ~ (10. d)

を使用すると

$$n_p - n_{p0} = (n_{px1} - n_{p0}) \left(\cosh \frac{x - x_1}{L_n} + \xi_p \sinh \frac{x - x_1}{L_n} \right) \quad (18. a)$$

$$p_n - p_{n0} = (p_{nx2} - p_{n0}) \left(\cosh \frac{x - x_2}{L_p} - \xi_n \sinh \frac{x - x_2}{L_p} \right) \quad (18. b)$$

となる。

ここで

$$\xi_p = \frac{S_p \cosh \frac{W_p + x_1}{L_n} + \frac{D_n}{L_n} \sinh \frac{W_p + x_1}{L_n}}{\frac{D_n}{L_n} \cosh \frac{W_p + x_1}{L_n} + S_p \sinh \frac{W_p + x_1}{L_n}} \quad (19. a)$$

$$\xi_n = \frac{S_n \cosh \frac{W_n - x_2}{L_p} + \frac{D_p}{L_p} \sinh \frac{W_n - x_2}{L_p}}{\frac{D_p}{L_p} \cosh \frac{W_n - x_2}{L_p} + S_n \sinh \frac{W_n - x_2}{L_p}} \quad (19. b)$$

である。

(18. a) より J_n を求めると

$$J_n = e D_n \frac{\partial n_p}{\partial x} \Big|_{x_1} = \frac{e D_n}{L_n} \xi_p (n_{p, x_1} - n_{p0}) \quad (20)$$

が得られる。前と同様に (4), (20) 式より J_n を求めると

$$J_n = \frac{e D_n n_{p0} \xi_p}{L_n + \xi_p R(U)} (e^{U/RT} - 1) \quad (21)$$

が得られる。 J_p も同様にして求められ、全電流密度 J は

$$J = J_0 (e^{U/RT} - 1) \quad (22)$$

$$J_0 = \frac{e D_n n_{p0} \xi_p}{L_n + \xi_p R(U)} + \frac{e D_p p_{n0} \xi_n}{L_p + \xi_n R(U)} \quad (23)$$

で与えられる。

以上により薄い p-n 接合の電圧電流特性を与える一般式が導出された。整流理論式は任意の構造の遷移領域に対して適用出来るが、飽和電流 J_0 の詳細を知るためには与えられた遷移領域について Poisson の方程式を解き (13) 式で与えられる $R(U)$ および x_1, x_2 を具体的に求める必要がある。然し一般的に言つて遷移領域の構造が簡単でないかぎり、 $R(U)$ の計算は複雑で且つ困難である。

階段接合の場合には、遷移領域内のキャリアの空間電荷を無視して計算すれば $R(U)$ は次のようになる。

$$R(U) = \left(\frac{e^2 N_a}{2 \epsilon \epsilon_0 k T} \right)^{-1/2} \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/2} \operatorname{erf} \tilde{\chi} + \left(\frac{e^2 N_d}{2 \epsilon \epsilon_0 k T} \right)^{-1/2} e^{-(V_{D-U})/RT} \Gamma(z) \quad (24)$$

ここで

Ge

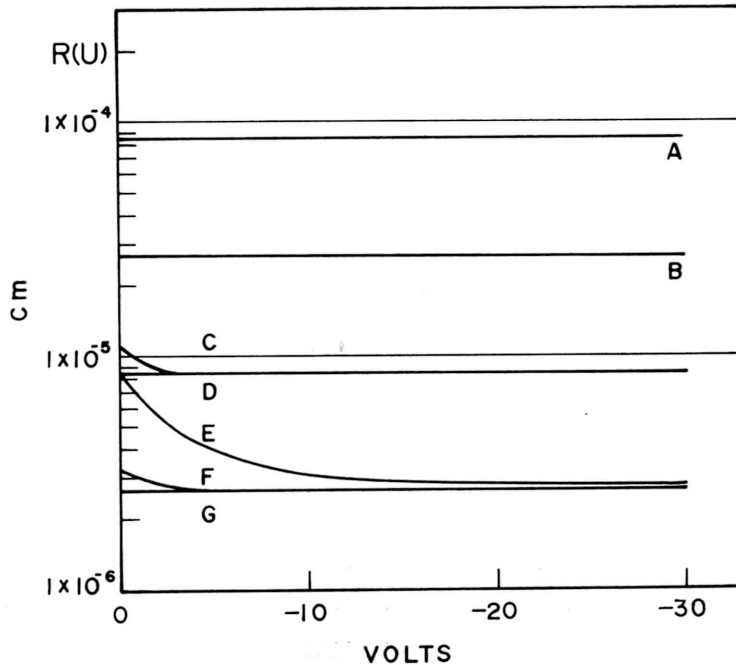


Fig. 3. Curves of $R(U)$ as a function of applied reverse voltage for Ge. Curve A: $N_a=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve B: $N_a=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve C: $N_a=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve D: $N_a=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve E: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve F: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve G: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$.

$$\tilde{x} = \left(\frac{V_D - U}{kT} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_d} \right)^{1/2} \quad (25)$$

$$z = \left(\frac{V_D - U}{kT} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_d} \right)^{1/2} \quad (26)$$

$$\Gamma(z) = \int_0^z e^{x^2} dx \quad (27)$$

である。ここで ϵ は半導体の比誘電率、 ϵ_0 は真空の誘電率、 N_a 、 N_d は夫々アクセプターおよびドナー濃度である。また x_1 、 x_2 は次式で与えられる¹⁾。

$$x_1 = - \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_D - U)}{e^2(N_a + N_d)} \cdot \frac{N_a}{N_d} \right)^{1/2} \quad (28)$$

$$x_2 = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_D - U)}{e^2(N_a + N_d)} \cdot \frac{N_a}{N_d} \right)^{1/2} \quad (29)$$

§ 3. 交流特性

少数キャリアの注入量が時間的に変化する場合、す

なわち交流特性について考える。p形領域、n形領域における過剰少数キャリアに対する連続方程式は夫々

$$D_n \frac{\partial^2 n_e}{\partial x^2} - \frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{n_e}{\tau_n} = 0, \quad x \leq x_1 \quad (30. a)$$

$$D_p \frac{\partial^2 p_e}{\partial x^2} - \frac{\partial p_e}{\partial t} - \frac{p_e}{\tau_p} = 0, \quad x \geq x_2 \quad (30. b)$$

ここで

$$n_e = n_p - n_{p0} \quad (31. a)$$

$$p_e = p_n - p_{n0} \quad (31. b)$$

であり、 n_e 、 p_e は夫々過剰な電子、正孔濃度である。

いま外部印加電圧 $U/-e$ が次式のように変化するものとする。

$$U = U_0 + U_1 \exp(j\omega t) \quad (32)$$

交流分 U_1 は直流分 U_0 にくらべ十分小さいとする。

Si

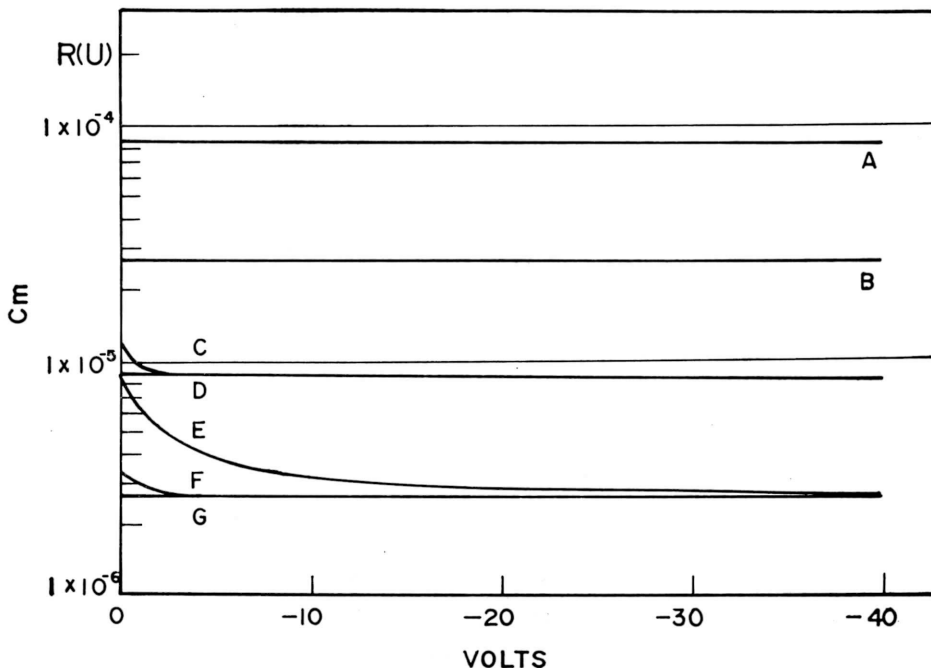


Fig. 4. Curves of $R(U)$ as a function of applied reverse voltage for Si. Curve A: $N_a=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve B: $N_a=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve C: $N_a=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, Curve D: $N_a=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Curve E: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$. Curve F: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$. Curve G: $N_a=5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d=5 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, $5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$.

ω は交流電圧の角振動数である。

(30. a), (30. b) の解を夫々

$$n_e = n_0 + n_1 \exp(j\omega t) \quad (33. a)$$

$$p_e = p_0 + p_1 \exp(j\omega t) \quad (33. b)$$

とする。ここで n_0, n_1, p_0, p_1 は x, U のみの関数であり、 t によらないものとする。

以下 n_e に関してのみ、すなわち J_n について調べる。(33. a) を (30. a) に代入すると

直流分に関して

$$D_n \frac{\partial^2 n_0}{\partial x^2} - \frac{n_0}{\tau_n} = 0 \quad (34. a)$$

交流分に関して

$$D_n \frac{\partial^2 n_1}{\partial x^2} - \frac{n_1}{\tau_n} (1 + j\omega\tau_n) = 0 \quad (34. b)$$

が得られる。(34. a), (34. b) の一般解は夫々

$$n_0 = A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}} \quad (35)$$

$$n_1 = C e^{\frac{x}{L_n}} + D e^{-\frac{x}{L_n}} \quad (36)$$

$$J_n = e D_n \frac{\partial n_e}{\partial x} \Big|_{x_1} = e D_n \left[\left(\frac{A}{L_n} e^{\frac{x_1}{L_n}} - \frac{B}{L_n} e^{-\frac{x_1}{L_n}} \right) + \left(\frac{C}{L_n} e^{\frac{x_1}{L_n}} - \frac{D}{L_n} e^{-\frac{x_1}{L_n}} \right) \exp(j\omega t) \right] \quad (40)$$

となる。

交番電界の角振動数 ω が極端に大きくない限り、すなわち変位電流が無視出来るような場合には、(1. a), (1. b) 式はそのまま成立し⁴⁾、時間を陽に含まない。従つて、この場合 (5) 式はそのまま成立する。(5) 式に (6), (13) 式を使用し変形したものに (32) 式を代入すれば

$$n_{p0} e^{\frac{U_0}{kT}} + n_{p0} e^{\frac{U_0}{kT}} \frac{U_1}{kT} \exp(j\omega t) - n_{px1} = \frac{R(U_0)}{e D_n} J_n \quad (41)$$

が得られる。 $R(U)$ は一般に U の関数であるが、第3図、第4図から知れるように、一部の $U=0$ の近傍を除き、 $|U|$ が大なる場合 U の値に殆んどよらず一定値をとる。また $|U_0| \gg U_1$ であるので、 $R(U) \approx R(U_0)$ としてよい ($R(U)$ の絶対値の微小変動は無視する)。

(41) 式中の n_{px1}, J_n に (39), (40) を代入すると A, B, C, D に関する次の二つの方程式が得られる。

$$\frac{L_n + R(U_0)}{L_n} e^{\frac{x_1}{L_n}} A + \frac{L_n - R(U_0)}{L_n} e^{-\frac{x_1}{L_n}} B$$

$$L_n^* = L_n (1 + j\omega\tau_n)^{-1/2} \quad (37)$$

となる。ここで A, B, C, D は積分定数であり、この値は $x=x_1$ で電荷密度および電流密度が連続という連続条件および (10. c) の境界条件を使用することにより決定せられる。

(33. a) より

$$n_e = \left(A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}} \right) + \left(C e^{\frac{x}{L_n}} + D e^{-\frac{x}{L_n}} \right) \exp(j\omega t) \quad (38)$$

が得られる。上式に $x=x_1$ で $n_p=n_{px1}$ なる条件を入れると

$$n_{px1} = n_{p0} + \left(A e^{\frac{x_1}{L_n}} + B e^{-\frac{x_1}{L_n}} \right) + \left(C e^{\frac{x_1}{L_n}} + D e^{-\frac{x_1}{L_n}} \right) \exp(j\omega t) \quad (39)$$

が得られる。

他方 $x=x_1$ における p 形領域内への電子の拡散電流 J_n は

$$= n_{p0} (e^{U_0/kT} - 1) \quad (42)$$

$$\frac{L_n^* + R(U_0)}{L_n^*} e^{\frac{x_1}{L_n}} C + \frac{L_n^* - R(U_0)}{L_n^*} e^{-\frac{x_1}{L_n}} D = n_{p0} \frac{U_1}{kT} e^{U_0/kT} \quad (43)$$

次に境界条件 (10. c) に (38) を代入すると

$$A = \frac{D_n + S_p L_n}{D_n - S_p L_n} e^{\frac{2W_p}{L_n}} B \quad (44)$$

$$C = \frac{D_n + S_p L_n^*}{D_n - S_p L_n^*} e^{\frac{2W_p}{L_n}} D \quad (45)$$

が得られる。

(42), (43), (44), (45) 式より A, B, C, D を求め、(40) 式に代入し、 J_n を求めると

$$J_n = \frac{e D_n n_{p0} \xi_p}{L_n + \xi_p R(U_0)} (e^{U_0/kT} - 1) + \frac{e D_n n_{p0} \xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(U_0)} \frac{U_1}{kT} e^{U_0/kT} \exp(j\omega t) \quad (46)$$

同様にして J_p を求めれば

$$J_p = \frac{eD_p p_{n0} \xi_n}{L_p + \xi_n R(U_0)} (e^{U_0/kT} - 1) + \frac{eD_p p_{n0} \xi_n^*}{L_p^* + \xi_n^* R(U_0)} \frac{U_1}{kT} e^{U_0/kT} \exp(i\omega t) \quad (47)$$

が得られる。

ここで

$$\xi_p^* = \frac{S_p \cosh \frac{W_p + x_1}{L_n^*} + \frac{D_n}{L_n^*} \sinh \frac{W_p + x_1}{L_n^*}}{\frac{D_n}{L_n^*} \cosh \frac{W_p + x_1}{L_n^*} + S_p \sinh \frac{W_p + x_1}{L_n^*}} \quad (48. a)$$

$$\xi_n^* = \frac{S_n \cosh \frac{W_n - x_2}{L_p^*} + \frac{D_p}{L_p^*} \sinh \frac{W_n - x_2}{L_p^*}}{\frac{D_p}{L_p^*} \cosh \frac{W_n - x_2}{L_p^*} + S_n \sinh \frac{W_n - x_2}{L_p^*}} \quad (48. b)$$

$L_n^* = L_n(1 + j\omega\tau_n)^{-1/2}$, $L_p^* = L_p(1 + j\omega\tau_p)^{-1/2}$ である。

全電流 J を直流部分を J_D , 交流部分を $J_A \exp(j\omega t)$ とかけば,

$$J = J_D + J_A \exp(j\omega t) \quad (49)$$

$$\frac{\xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(0)} = \frac{(W_p + x_1) [L_n^2 + R(0)(W_p + x_1) \{1 + (\omega\tau_n)^2\} + j(\omega\tau_n)L_n^2(W_p + x_1)]}{\{L_n^2 + R(0)(W_p + x_1)\}^2 + R(0)^2(\omega\tau_n)^2(W_p + x_1)^2} \quad (54)$$

$\xi_n^*/(L_p^* + \xi_n^* R(0))$ も同様な式として導き出せる。

$$C_{a0} = \frac{e\mu_n n_{p0} \tau_n L_n^2 (W_p + x_1)}{\{L_n^2 + R(0)(W_p + x_1)\}^2 + R(0)^2(\omega\tau_n)^2(W_p + x_1)^2} + \frac{e\mu_p p_{n0} \tau_p L_p^2 (W_n - x_2)}{\{L_p^2 + R(0)(W_n - x_2)\}^2 + R(0)^2(\omega\tau_p)^2(W_n - x_2)^2} \quad (55)$$

となる。

(55) 式は $R(0) \rightarrow 0$ の近似では (Einstein の関係式) を使用して)

$$\lim_{R \rightarrow 0} C_{a0} = \frac{e^2}{kT} (n_{p0}(W_p + x_1) + p_{n0}(W_n - x_2)) \quad (56)$$

$$\frac{\xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(0)} = \frac{\left\{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2\right\} + j\frac{1}{3}(\omega\tau_n) \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2}{\left[(W_p + x_1) + R(0) \left\{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2\right\}\right] + j(\omega\tau_n) R(0) \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2} \quad (57)$$

一般に $1 \gg \frac{1}{3} \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2$, $1 \gg \frac{1}{3} R(0) \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2$ だから, 角振動数 ω が低く

$1 \gg \omega\tau_n$ のときには

$$\frac{\xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(0)} = \frac{1}{(W_p + x_1) + R(0)} \quad (58)$$

となり, 電流密度の直流部分は前同様になる。

$$J_D = J_{D0} (e^{U_0/kT} - 1) \quad (50)$$

$$J_{D0} = \frac{eD_n n_{p0} \xi_p}{L_n + \xi_p R(U_0)} + \frac{eD_p p_{n0} \xi_n}{L_p + \xi_n R(U_0)} \quad (51)$$

電流密度の交流部 J_A は

$$J_A = \left[\frac{eD_n n_{p0} \xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(U_0)} + \frac{eD_p p_{n0} \xi_n^*}{L_p^* + \xi_n^* R(U_0)} \right] \frac{U_1}{kT} e^{U_0/kT} \quad (52)$$

となる。これより拡散アドミタンスの $U_0 = 0$ における値を \dot{Y}_0 とすれば

$$\dot{Y}_0 = G_0 + jB_0 = \frac{J_A}{U_1/e} = \frac{e\mu_n n_{p0} \xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(0)} + \frac{e\mu_p p_{n0} \xi_n^*}{L_p^* + \xi_n^* R(0)} \quad (53)$$

となる。 G_0, B_0 は夫々右辺の実数部, 虚数部で与えられる。

$S_p = S_n = 0$ の特別の場合には, $\xi_p^* = \tanh \frac{W_p + x_1}{L_n^*}$,

$\xi_n^* = \tanh \frac{W_n - x_2}{L_p^*}$ となり, (53) 式中の $\xi_p^*/(L_n^* + \xi_p^* R(0))$ は ξ_p^* を展開して, 次のように近似出来る。

従つて, この場合のサセプトランスは容量性であり, この容量を C_{a0} とすれば

となる。

次に $S_n \gg |D_n/L_n^*|$, $S_p \gg |D_p/L_p^*|$ のときには, $\xi_p^* = \coth \frac{W_p + x_1}{L_n^*}$, $\xi_n^* = \coth \frac{W_n - x_2}{L_p^*}$ となり, (53) 式中の $\xi_p^*/(L_n^* + \xi_p^* R(0))$ は ξ_p^* を展開して次のように近似出来る。

となり, 角振動数が高く

$1 \ll \omega\tau_n$ のときには

$$\frac{\xi_p^*}{L_n^* + \xi_p^* R(0)} = \frac{1}{(W_p + x_1) + R(0)} + j\omega \frac{\frac{1}{3} \tau_n \left(\frac{W_p + x_1}{L_n}\right)^2}{(W_p + x_1) + R(0)} \quad (59)$$

となる。従つて $1 \ll \omega\tau_n$ のときには、サセプタンスは 0 となり、コンダクタンスのみになる。このときのコンダクタンスは正孔によるものを考慮して

$$G_0 = \frac{e\mu_n n_{p0}}{(W_p + x_1) + R(0)} + \frac{e\mu_p p_{n0}}{(W_n - x_2) + R(0)} \quad (60)$$

となる。

$1 \ll \omega\tau_n$ のときはわずかながら容量性サセプタンスをもち

$$C_{d0} = \frac{1}{3} \frac{e\mu_n n_{p0} \tau_n \left(\frac{W_p + x_1}{L_n} \right)^2}{(W_p + x_1) + R(0)} + \frac{1}{3} \frac{e\mu_p p_{n0} \tau_p \left(\frac{W_n - x_2}{L_p} \right)^2}{(W_n - x_2) + R(0)} \quad (61)$$

となる。

§ 4. 考 察

本論文の (14), (15), (22), (23) 式に相当する熱平衡近似を使用して得られる式は次のようである¹⁾。

$$J = J_{0i} (e^{U/kT} - 1) \quad i = 1, 2 \quad (62)$$

$$J_{01} = \frac{eD_n n_{p0}}{W_p + x_1} + \frac{eD_p p_{n0}}{W_n - x_2} \quad (63)$$

$$J_{02} = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \xi_p + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \xi_n \quad (64)$$

従つて本論文で得られた電圧電流特性の形は熱平衡近似を使用して得られたものと異ならない。然し逆方向飽和電流密度 J_0 は J_{01} , J_{02} と異なる。 J_0 には $R(U)$ を含むが、 J_{01} , J_{02} には含まれていない。この点が一番大きな相違であり、飽和電流密度の電圧依存性に大きな相違をもたらす。また一般に $J_0 < J_{0i}$ が成立する。

S_i , G_e についての $R(U)$ の計算結果を第 3 図と第 4 図に示す。図から明らかなように、 S_i , G_e 間には殆んど相違はみられない。 $R(U)$ の値は N_a 依在性よりも N_a 依在性の方が強く、 N_a の同一値に対して N_a の値を変えてもあまり変化しない。 $N_a = 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_a = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ の場合には、 $R(U)$ はかなりの電圧依存性を示し、逆方向印加電圧の小さな範囲での電圧依存性は顕著である。 N_a の値が減少するにつれ、 $R(U)$ の電圧依存性は印加電圧の小さな範囲のみに限定されるようになり、 $N_a = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ では電圧依存性はまったくみられなくなる。不純物濃度が $10^{14} \sim 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ の範囲では、 $R(U)$ の値は 1μ 程度かそれ以下である。従つて我々の問題とする非熱平衡理論

式の与える興味ある結果は W_p , W_n の厚さが数 μ 程度か 10μ 以下のときにあらわれる。すなわち薄層 p-n 接合が議論の対象となる。

(15) 式を検討する。 J_0 は半導体定数以外に $R(U)$, x_1 , x_2 , W_p , W_n , S_p , S_n を通じて遷移領域の構造、接合の厚さ、表面状態等に依存している。分母の第 2 項、第 3 項が夫々無視出来る場合、すなわち S_p , S_n があまり大きくないときには、 J_0 の大きさは

$$J_0 = en_{p0} S_p + ep_{n0} S_n \quad (65)$$

で与えられるような値に近づき、 J_0 は少数キャリアの熱平衡濃度と表面再結合速度によつて定まるようになる。

S_p , S_n が大きくなり、分母の第 1 項 D_n , D_p が夫々第 2 項以下にくらべ無視出来るようになると、 J_0 は

$$J_0 = \frac{eD_n n_{p0}}{(W_p + x_1) + R(U)} + \frac{eD_p p_{n0}}{(W_n - x_2) + R(U)} \quad (66)$$

で与えられるようになる。第 2 図 (b) の金属面電極を有する p-n 接合の場合は S_p , S_n が極めて大きな値をとる特別な場合として取扱うことが出来る。従つて金属面電極を有する薄層 p-n 接合の逆方向飽和電流は (66) 式で与えられる。(66) 式中の x_1 , x_2 は印加電圧と共にその絶対値は増大する。階段接合の場合には、それらは (28), (29) 式で与えられる。従つて一般的に言つて印加電圧の増大につれ、 $(W_p + x_1) \rightarrow 0$, $(W_n - x_2) \rightarrow 0$ となり、 J_0 は

$$J_0 = \frac{eD_n n_{p0}}{R(U)} + \frac{eD_p p_{n0}}{R(U)} \quad (67)$$

で与えられるような一定の最大値に近づく (U が大になると $R(U)$ は一定値をとるようになる)。すなわち飽和電流は半導体層中での少数キャリアの拡散による電流制限がうすれ、遷移領域のみによつて制限されるようになる。このようなことは熱平衡近似で得られる式、すなわち結果として遷移領域制限を無視して得られた (31) 式においてはみられず、 $J_{01} \rightarrow \infty$ となる。

$(W_p + x_1) = 0$, $(W_n - x_2) = 0$ になることは遷移領域端が半導体自由表面または金属面電極へ到達したことを意味している。この現象は“突き抜け”と呼ばれている。従来“突き抜け”が起れば飽和電流は極度に増大するものと考えられているが¹⁾、これは遷移領域制限を無視した熱平衡近似理論に基づく誤りであろう。我々の理論によれば、電流密度の極度の増大はやはり

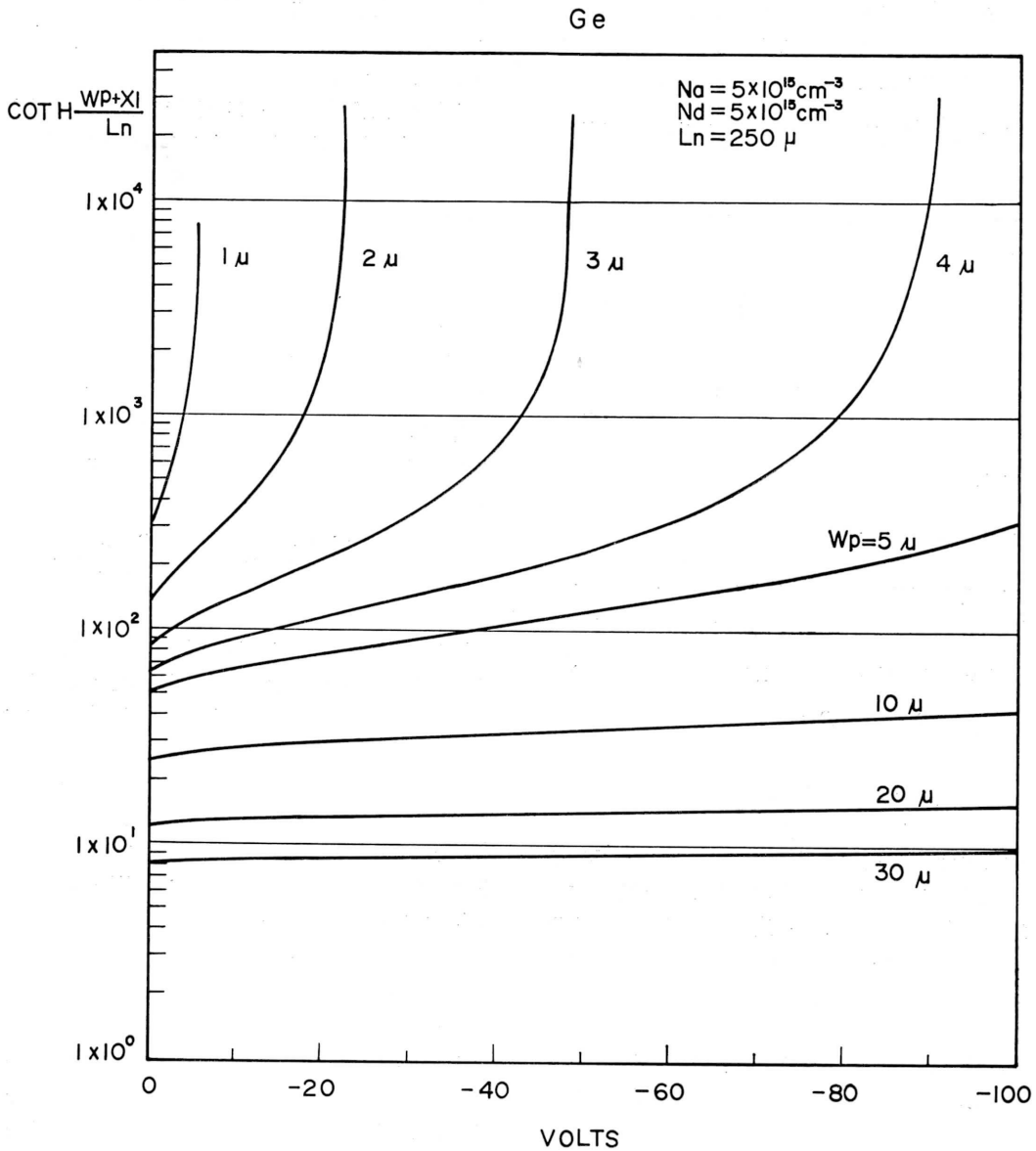


Fig. 5. Curves of $\coth \frac{W_p+x_1}{L_n}$ as a junction of applied reverse voltage for Ge.

雪崩現象⁵⁾あるいは Zener 破壊⁶⁾によるものと考え
 の方が妥当であると思われる。その理由は以上で述べ
 たことの外に“突き抜け”が起れば、その後は印加電
 圧の増大にともなつて“突き抜け”が起る以前よりも
 より急速に遷移領域内電界が高まるためである。

次に (23) 式について簡単に調べる。(23) 式は
 $S_p = S_n \approx 0$ のときには $L_n \gg R(U) \tanh \frac{W_p+x_1}{L_n}$,

$L_p \gg R(U) \tanh \frac{W_n-x_2}{L_n}$ が成立するから、近似的に次
 のようになる。

$$\begin{aligned}
 J_0 = & \frac{e D_n n_{p0}}{L_n} \tanh \frac{W_p+x_1}{L_n} \\
 & + \frac{e D_p p_{n0}}{L_p} \tanh \frac{W_n-x_2}{L_p} \quad (68)
 \end{aligned}$$

また $S_n \gg D_p/L_p$, $S_p \gg D_n/L_n$ のときには

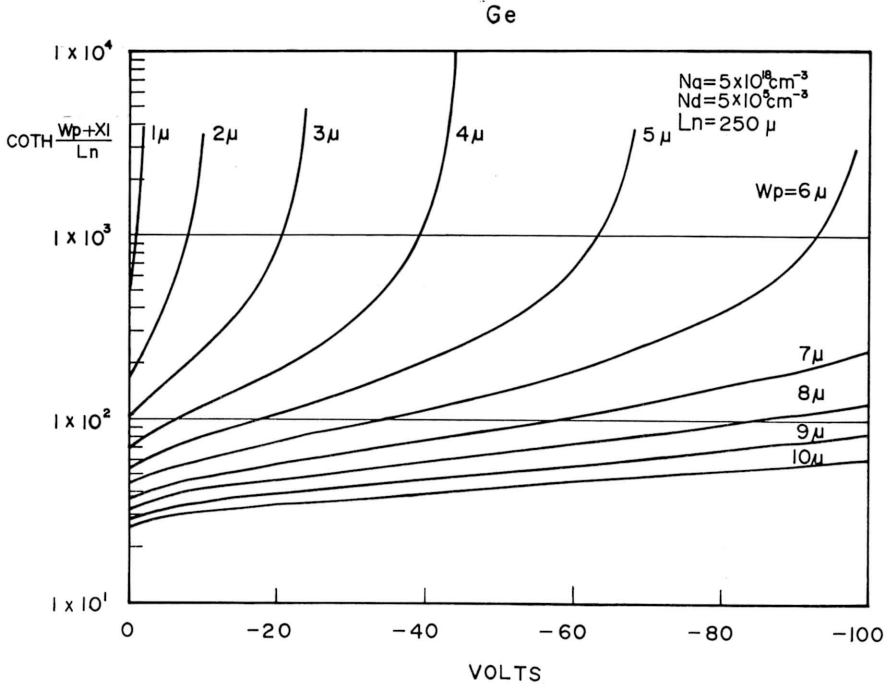


Fig. 6. Curves of $\coth \frac{W_p + x_1}{L_n}$ as a function of applied reverse voltage for Ge.

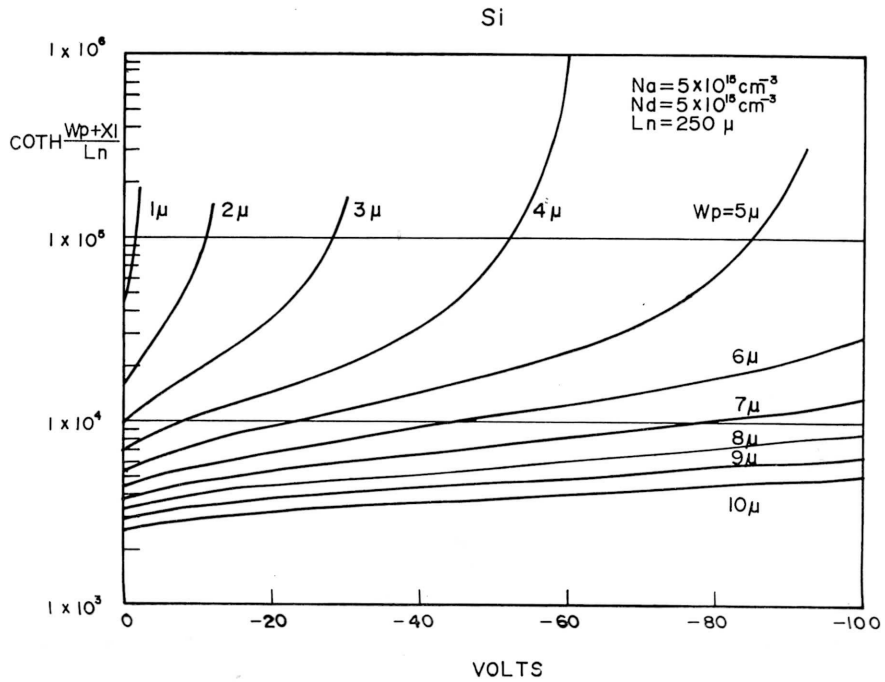


Fig. 7. Curves of $\coth \frac{W_p + x_1}{L_n}$ as a function of applied reverse voltage for Si.

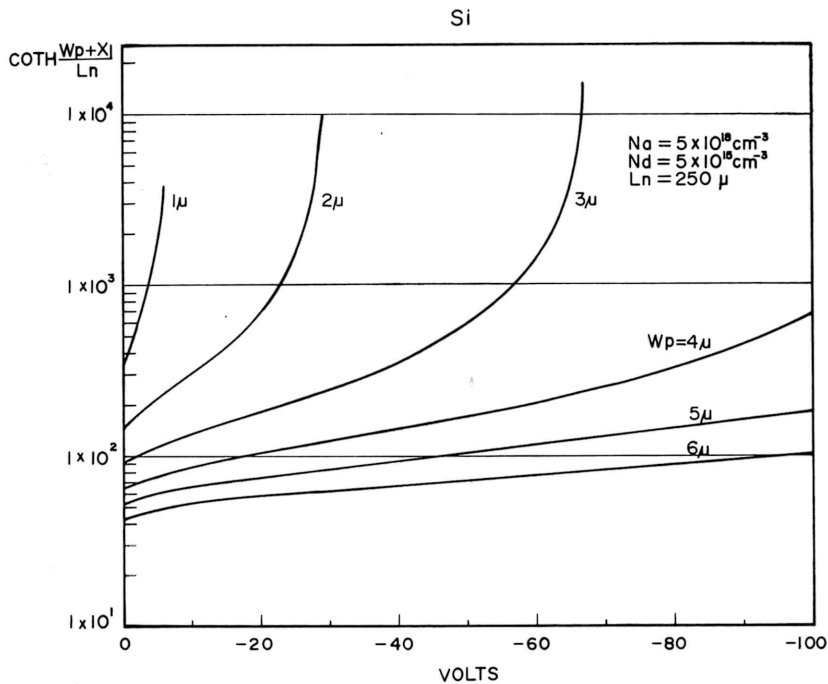


Fig. 8. Curves of $\coth \frac{W_p + x_1}{L_n}$ as a function of applied reverse voltage for Si.

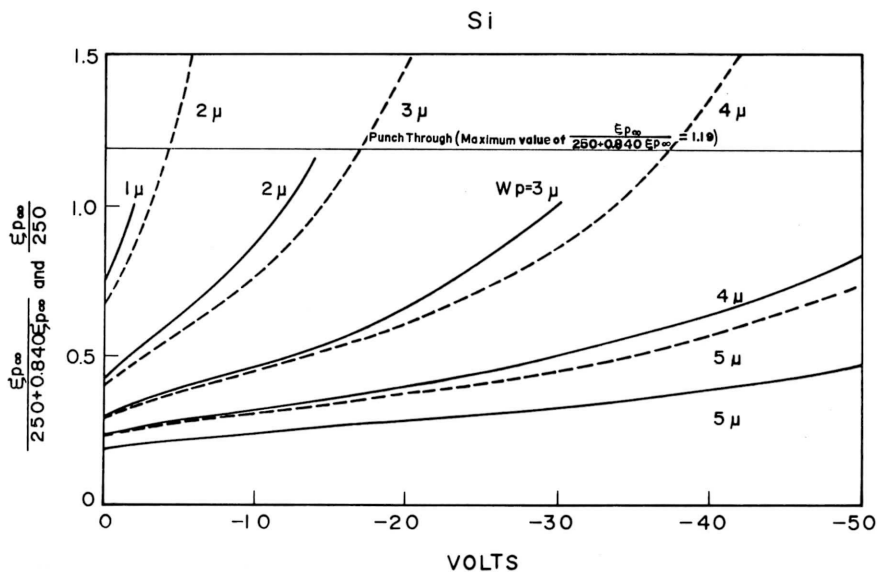


Fig. 9. Solid lines are curves of $\frac{\xi_{p\infty}}{250 + 0.84 \xi_{p\infty}}$ as a function of applied reverse voltage. Dotted lines are curves of $\frac{\xi_{p\infty}}{250}$. Where $N_a = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ in both cases.

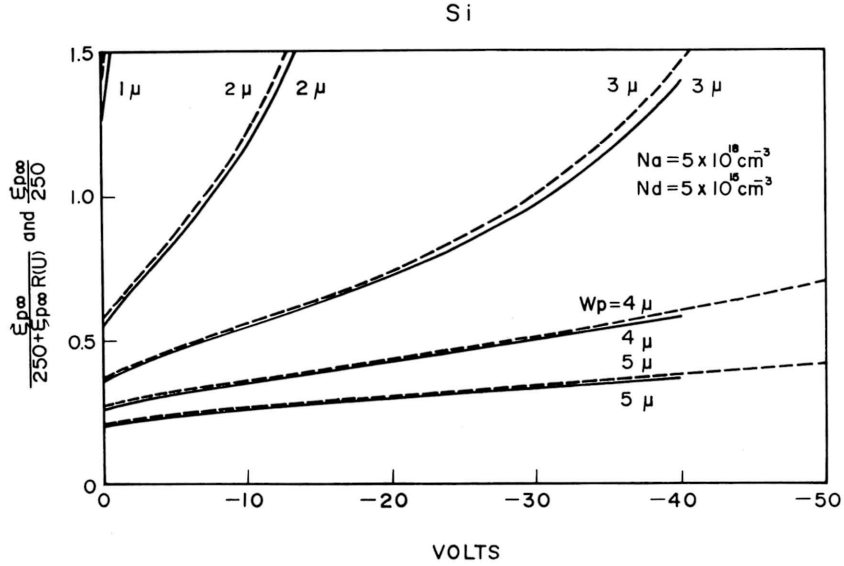


Fig. 10. Solid lines are curves of $\frac{\xi_{p00}}{250 + \xi_{p00}R(U)}$ as a function of applied reverse voltage. Dotted lines are curves of $\frac{\xi_{p00}}{250}$. Where $N_a = 10^{18} \times \text{cm}^{-3}$, $N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ in both cases. The maximum value of $\frac{\xi_{p00}}{250 + \xi_{p00}R(U)}$ at punch-through is 37.04.

$$J_0 = \frac{eD_n n_{p0} \xi_{p00}}{L_n + \xi_{p00} R(U)} + \frac{eD_p p_{n0} \xi_{n00}}{L_p + \xi_{n00} R(U)} \quad (69)$$

$$\xi_{p00} = \coth \frac{W_p + x_1}{L_n} \quad (70)$$

$$\xi_{p00} = \coth \frac{W_n - x_2}{L_p} \quad (71)$$

となる。

(69) 式で与えられる J_0 は印加電圧の増大につれ、(66) 式で述べたものと類似な振舞をなし、飽和電流は $R(U)$ によつて制限されるようになる。

第5図、第6図には G_e に対する $\coth \frac{W_p + x_1}{L_n}$ 対 U の関係が示されている。第5図では定数値は $L_n = 250 \mu$, $N_a = 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ であり、第6図では $L_n = 250 \mu$, $N_a = 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ である。第7図、第8図は S_i に対するものであり、定数値も同様な値が採用されている。計算にあたっては $V_D = \frac{kT}{e} \ln N_a N_d / n_i^2$ なる式¹⁾を使用し、 n_i^2 の値としては論文 7) の値を採用した。

第9図、第10図には S_i に対する $\xi_{p00} / [L_n + \xi_{p00} R(U)]$ 対 U , および熱平衡近似から得られる ξ_{p00} / L_n 対

U の関係が W_p の値を助変数として示されている。第9図の定数は $L_n = 250 \mu$, $R(U) = 0.840 \mu$ (近似的に一定), $N_a = N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ であり、この場合の“突き抜け”における $\xi_{p00} / [250 + 0.84 \xi_{p00}]$ の値は 1.19 である。第10図は $L_n = 250 \mu$, $R(U)$ は第4図の曲線 E の値 (U の関数), $N_a = 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, $N_d = 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ に対するものであり、この場合の“突き抜け”における $\xi_{p00} / [250 + \xi_{p00} R(U)]$ の値は 37.04 である。

第9図、第10図より我々の理論と熱平衡近似理論との結果の相違が明らかであろう。一般的に言つて W_p が薄い程、また N_a が小さい程この相違は顕著である。

交流特性の直流部は静特性のそれと一致するのは勿論であるが、任意の ω に対してアドミタンスは (53) 式で与えられる。一般に $0 < S_p < \infty$, $0 < S_n < \infty$ であるので、(53) 式より求められるサセプタンスは複雑である。

容量性サセプタンスは少数キャリアの p 層、 n 層中での拡散により生ずる。従つて印加電圧の増大にともなつて $(W_p + x_1)$, $(W_n - x_2)$ が減少すれば、(55),

(56), (59) 式から夫々明らかなように減少する。“突き抜け”においては零となる。然しコンダクタンスは“突き抜け”においても零とならず $e(\mu_n n_{p0} + \mu_p p_{n0})/R(0)$ となり遷移領域のみによつて制限される。

最後に数値計算，図表の作成に協力された電子教室の村島，肥後，五反田，坂本の諸氏に感謝の意を表す。

文 献

- 1) A. van der Ziel: “*Solid State Physical Electronics*” (Prentice-Hall, Inc. 1957); J. P. Mckelvey: “*Solid Physics State and Semiconductor*” (Harper and Row, New York); J. L. Moll: Proc. IRE. **46**, 1076 (1968)
- 2) W. Shockley: Bell System Tech. J. **28**, 428 (1949); “*Electrons and Holes in Semiconductor*” (Van Nostrand, New York (1951))
- 3) C. T. Sah, R. N. Noyce, and W. Shockley: Proc. IRE. **45**, 1228 (1957)
- 4) J. Bardeen: Bell System Tech. J. **28**, 428 (1949)
- 5) K. G. Mckay, and K. B. McAfee: Phys. Rev. **91**, 1079 (1953); K. G. Mckay: Phys. Rev. **94**, 877 (1954)
- 6) A. G. Chynsweth, and K. G. McKay: Phys. Rev. **106**, 418 (1957); K. B. McAfee, E. J. Ryder, W. Shockly, and M. Sparks: Phys. Rev. **83**, 650 (1951)
- 7) E. M. Conwell: Proc. IRE. **46**, 1281 (1958)