

実船プロペラ性能の近似計算法について

— 相当無限翼数プロペラ計算法の改良 —

上 田 耕 平, 中 山 博

On an Approximate Numerical Method for Estimating the Performance of Actual Ship Propeller

— Improvement of a Numerical Method for the Equivalent Infinitely-Bladed Propeller —

Kohei Ueda*¹ and Hiroshi Nakayama*¹

Keywords : Performance of propeller, non-uniform flow, thrust, torque,
propeller

Abstract

The propeller of a ship generally operates in a wake behind the hull. Then the propeller receives complicated and mutual interference with a hull and a rudder. We usually divide the ship into three parts i.e. the hull, the propeller and also the rudder, when we consider the problem of the ship propulsive performance. The propeller occupies an important part of ship propulsion in the sense that it affects the hull and the rudder largely. Moreover a propeller operates in such a non-uniform flow, and then we require a numerical method that the calculation of the propeller performance is easy and the computing time is short. And such a computation method should be able to estimate well the forces and the moments acting on the propeller and also the velocity field around it finely.

For this purpose, there are some computation methods based on "equivalent infinitely-bladed propeller". However, the value of a section drag coefficient of a propeller blade was taken generally too large in these methods. Therefore these methods are inappropriate when the scale effect or the characteristics of an actual ship propeller are estimated.

In this paper, in order to take into account the viscous effect, the authors attempt to improve the numerical method based on the Ueda-Yamazaki's theory of "equivalent infinitely-bladed propeller". And then results are compared with the experimental values. An application to an actual ship propeller is also examined.

船のプロペラは、一般に船体の後方に位置し、その直後に舵が置かれている。従って、プロペラは船体の後方伴流の中で稼働しており、さらに船体および舵との複雑な相互干渉を受けている。このような船の推進性能を考える場合、一般に船体、プロペラ、および舵の3つ

*¹鹿児島大学水産学部漁船運用学講座 (Laboratory of Fishing Vessel Seamanship, Faculty of Fisheries, Kagoshima University, 50-20 Shimoarata 4, Kagoshima 890, Japan)

の構成部分に分けて考えるが、その中でプロペラは船体、舵に大きく作用するという意味で推進性能の中核的な部分を占める¹⁾。プロペラ性能の数値計算方法は、揚力面理論や境界要素法²⁾を用いた多くの計算例が報告されており、さらに単独プロペラ性能に関しては、模型プロペラと実船プロペラの尺度影響も明かにされてきた³⁾。しかしながら船の推進性能を考える場合のように、不均一流中で稼働し、さらに周囲の構成部分との相互干渉を考える場合は、プロペラ自体の性能計算は簡単で計算時間が短く、さらに流体力や近傍の流場ができるだけ良好に推定できる計算法が必要である。このような考え方に基づいた多くの計算例が発表されてきたが^{1,4-7)}、従来のこれらの近似計算においては流体力の計算でプロペラ翼の断面抗力係数 C_D の値が確かなものが無いと言う事から、 C_D の値を推定または仮定しており、例えば上田は $C_D=0.010$ を使用している。また森山¹⁾は、多くのプロペラについて計算値と実験値を比較して C_D の推定式を導き、それを用いたプロペラ単独性能の計算値は実験値とよく合うことを示している。しかしながらこれらの C_D の値は上田の計算値³⁾や ITTC78 による推定値⁸⁾に比べて大きすぎるために尺度影響や実船プロペラの性能を推定する上で不都合を生じることが分かった [付録 参照]。

これらのことから本論文では、前論文⁹⁾で述べた相当無限翼数プロペラの理論式を基に数値計算方法の改良を行い、その適用例として数種のプロペラについてプロペラ単独性能を計算し、得られた値を実験値と比較するとともに実船プロペラへの適用を検討する。

1. 一般論

本論文では船体や舵の影響を含めた不均一流の中で定常的に作動しているプロペラの性能を取り扱う。

まずプロペラと共に平行移動する直交座標系 $0-xyz$ をとる。これは

$$\begin{aligned} x &= x, & y &= r \cos \theta, & z &= r \sin \theta \end{aligned} \quad (1)$$

によって円筒座標系 $0-xr\theta$ に変換できる。今座標系の原点 O をプロペラの回転軸上の一点に固定し、 x 軸をプロペラの回転軸に一致させる [Fig.1 参照]。流れは非圧縮性、非粘性の密度 ρ の無限流体とし、その主流は V の速度で x 軸の正の方向に流れており、プロペラは x 軸のまわりを θ の負の向きに一定の角速度 Ω で回転しているとする。さらにプロペラのま

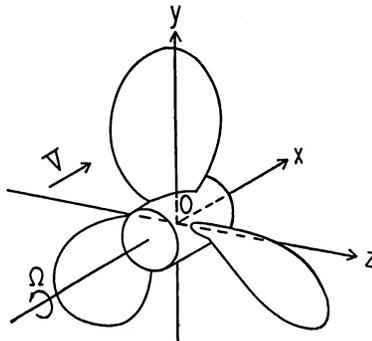


Fig. 1. Coordinate System of Propeller

わりの流れには主流 V の他に位置のみに関係し, 時間 t に無関係な不均一流れがあり, その x, y, z, r および θ 方向の成分をそれぞれ v_x, v_y, v_z, v_r および v_θ とすると

$$v_r = v_y \cos \theta + v_z \sin \theta, \quad v_\theta = -v_y \sin \theta + v_z \cos \theta \quad (2)$$

の関係が成立し, また連続の条件すなわち

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

が成立しなければならない。なお簡単化のために v_{xz}, v_r および v_θ による vorticity は近似的に zero として取扱う。

プロペラは翼数 K , 半径 r_0 , ボス半径 r_B で, 半径 r における断面の翼弦長 $c(r)$, 有効ピッチ $2\pi a(r)$ とすると, 推進性能の立場から, 近似的に rake, skew および翼厚を無視し, 半径方向の $Kc(r)$ および $2\pi a(r)$ の分布を保持するような無限翼数のプロペラすなわち相当無限翼数プロペラで置換えることができる。このときプロペラ面 (P) は

$$x = 0, \quad r_B \leq r \leq r_0, \quad \theta = \theta, \quad \text{ただし } 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (4)$$

で表わされる。

さてプロペラを流体力学的に表わすために, (4) で表わされるプロペラ面 (P) 上に半径方向に軸をもつ bound vortex と, それから発出する free vortex 分布で置換える。このとき (P) 上の $dr d\theta$ 内に含まれる bound vortex の強さを $\Gamma(r, \theta) dr d\theta$ とし, free vortex はその強さを保持しながら一定なピッチ $2\pi h$ の螺旋面となって無限後方まで伸びていると仮定する。

このときプロペラの速度ポテンシャル ϕ_P は

$$\phi_P = \int_{r_0}^r dr' \int_0^{2\pi} \Gamma(r', \theta') G_P d\theta', \quad (5)$$

ただし

$$G_P = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{r'/h}{\sqrt{x^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)}} - \frac{r \sin(\theta' - \theta)}{r'^2 + r^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)} \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)}} \right) \right\} \quad (6)$$

で表わされる。さらにプロペラ面 (P) およびその後方の流れの場には vorticity があるため非ポテンシャル流れがあり, その x, r および θ 方向の成分をそれぞれ w_{1x}, w_{1r} および $w_{1\theta}$ で表わすと, 翼数の影響を考慮して

$$w_{1x} = \frac{\Gamma(r, \theta)}{2h \kappa_K(r)}, \quad w_{1r} = 0, \quad w_{1\theta} = -\frac{\Gamma(r, \theta)}{2r \kappa_K(r)}$$

$$\text{on the domain } x=0, \quad r_B \leq r \leq r_0, \quad (7)$$

$$w_{1x} = \frac{\Gamma(r, \theta)}{h}, \quad w_{1r} = 0, \quad w_{1\theta} = -\frac{\Gamma(r, \theta)}{r}$$

$$\text{on the domain } x > 0, \quad r_B \leq r \leq r_0, \quad (8)$$

ただし

$$\kappa_K(r) = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \exp \left\{ -K \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) \frac{\sqrt{r_0^2 + h^2}}{2h} \right\} \quad (9)$$

とおくことができる。

次にプロペラ面で満足されなければならない境界条件は、近似的に

$$\left(\frac{2\sqrt{r^2 + a(r)^2}}{k_1 r Kc(r)} + \frac{r^2 + a(r)h}{2hr^2 \kappa_K(r)} \right) \Gamma(r, \theta)$$

$$= \frac{a(r)}{r} \left(\Omega r + \left[\frac{\partial \phi_P}{r \partial \theta} - \frac{\partial \phi_P^*}{r \partial \theta} + v_\theta \right]_{(P)} \right) - \left(V + \left[\frac{\partial \phi_P}{\partial x} - \frac{\partial \phi_P^*}{\partial x} + v_x \right]_{(P)} \right) \quad (10)$$

ただし

$$k_1 = 1.07 - 1.05c(r_e)/r_0 + 0.375(c(r_e)/r_0)^2, \quad (11)$$

$$\phi_P^* = \Gamma(r, \theta) \int_{r_0}^{r_e} dr' \int_0^{2\pi} G_P d\theta' \quad (12)$$

とおくことができる。ここで(10)式の ϕ_P^* は速度ポテンシャルの式(6)において $\Gamma(r, \theta)$ を $\Gamma(r, \theta)$ に置換えたものに等しい。また free vortex のピッチ $2\pi h$ は次式によって求めることができる、

$$\frac{\bar{\Gamma}(r) - 2r \kappa_K(r) (\Omega r + \bar{v}_\theta)}{2r^2 \kappa_K(r)} h^2 + (V + \bar{v}_x) h + \frac{\bar{\Gamma}(r)}{2 \kappa_K(r)} = 0 \quad \text{for } r = r_e, \quad (13)$$

ただし

$$\bar{\Gamma}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) d\theta,$$

$$\bar{v}_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [v_x]_{(P)} d\theta, \quad \bar{v}_\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [v_\theta]_{(P)} d\theta. \quad (14)$$

さらに近似的には,

$$h = \frac{1}{2} \left[a(r) + \frac{V + \bar{v}_x}{\Omega + \bar{v}_\theta / r} \right]_{r=r_e} \quad (15)$$

とおくことができる。ここで(10), (14)式の $[\]_{(P)}$ は(4)式で表わされたプロペラ面(P)上における $[\]$ 内の値を表わす。 r_e はプロペラの代表半径を表わし,

$$r_e = 0.7r_0 \quad (16)$$

を採用する。

以上の条件から bound vortex 分布 $\Gamma(r, \theta)$ が求められる。ここで尺度影響として粘性修正係数 K_V が与えられると, 得られた $\Gamma(r, \theta)$ に K_V を掛けた値, すなわち

$$\Gamma^*(r, \theta) = K_V \Gamma(r, \theta) \quad (17)$$

を改めて $\Gamma(r, \theta)$ の値として採用する。

$\Gamma(r, \theta)$ の値が確定すると, プロペラに働く力およびモーメントの各成分を求めることができ, x, y および z 方向の力の成分を F_x, F_y および F_z とし, x, y および z 軸まわりのモーメントを M_x, M_y および M_z とし, さらにプロペラに働く推力およびトルクを T および Q , プロペラ翼断面の抗力係数を C_D で表わすとこれらの諸力およびモーメントは, 次式によって求められる,

$$\begin{aligned} T &= -F_x = -(F_{xp} + F_{xv}), & F_y &= F_{yp} + F_{yv}, & F_z &= F_{zp} + F_{zv}, \\ Q &= M_x = M_{xp} + M_{xv}, & M_y &= M_{yp} + M_{yv}, & M_z &= M_{zp} + M_{zv}, \end{aligned} \quad (18)$$

ただし

$$\begin{aligned} F_{xp} &= -\rho \int_{r_n}^{r_0} dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_{P\theta}]_{(P)} d\theta, \\ F_{yp} &= -\rho \int_{r_n}^{r_0} dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_x]_{(P)} \sin \theta d\theta, \\ F_{zp} &= \rho \int_{r_n}^{r_0} dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_x]_{(P)} \cos \theta d\theta, \\ M_{xp} &= \rho \int_{r_n}^{r_0} r dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_x]_{(P)} d\theta, \\ M_{yp} &= -\rho \int_{r_n}^{r_0} r dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_{P\theta}]_{(P)} \sin \theta d\theta, \\ M_{zp} &= \rho \int_{r_n}^{r_0} r dr \int_0^{2\pi} \Gamma(r, \theta) [V_{P\theta}]_{(P)} \cos \theta d\theta, \\ F_{xv} &= \frac{1}{2} \rho \int_{r_n}^{r_0} C_D Kc(r) \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0\theta}^2} V_{0x} dr, & F_{yv} &= 0, & F_{zv} &= 0, \\ M_{xv} &= \frac{1}{2} \rho \int_{r_n}^{r_0} C_D Kc(r) \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0\theta}^2} V_{0\theta} r dr, & M_{yv} &= 0, & M_{zv} &= 0, \end{aligned}$$

$$V_{0x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [V_x]_{(P)} d\theta, \quad V_{0\theta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [V_{P\theta}]_{(P)} d\theta,$$

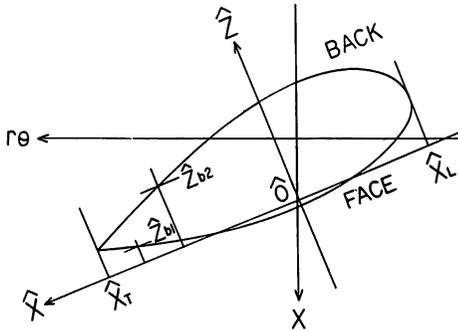


Fig. 2. Local Coordinate System of Blade Section

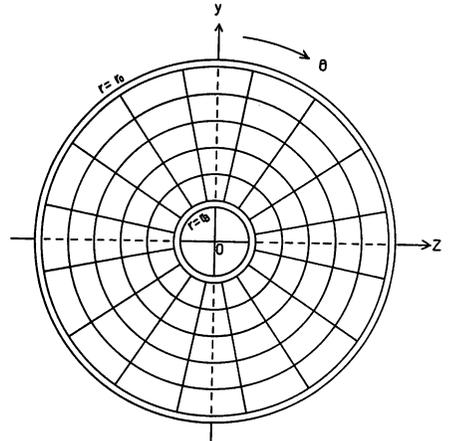


Fig. 3. Discretization of Propeller Disk (P)

$$[V_x]_{(P)} = V + \left[\mathbf{v}_x + w_{1x} + \frac{\partial \phi_P}{\partial \mathbf{x}} \right]_{(P)}, \quad [V_{P\theta}]_{(P)} = \Omega r + \left[\mathbf{v}_\theta + w_{1\theta} + \frac{\partial \phi_P}{r \partial \theta} \right]_{(P)}. \quad (19)$$

また C_D および K_V は翼断面揚力係数分布 $C_L(r)$ をもとに推定することができる³⁾。ここで揚力係数 $C_L(r)$ は次式によって求められる,

$$C_L(r) = \frac{4\pi \bar{\Gamma}(r)}{Kc(r) \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0\theta}^2}}. \quad (20)$$

なおプロペラの半径 r における断面の有効ピッチ $2\pi a(r)$ はその断面における翼形状と base line のピッチ $H = 2\pi a_0(r)$ が与えられると、次式によって近似的に求められる,

$$a(r) \doteq a_0(r) \frac{1 + \alpha_{g1}(r) (r/a_0(r))}{1 - \alpha_{g1}(r) (a_0(r)/r)}, \quad (21)$$

ただし

$$\alpha_{g1}(r) \doteq \frac{1}{2\pi} \int_{z_L(r)}^{z_T(r)} \frac{z_b(\hat{x})}{\sqrt{(\hat{x}-z_L)(z_T-\hat{x})}} d\hat{x}, \quad (22)$$

$$z_b(\hat{x}) = (z_{b2}(\hat{x}) + z_{b1}(\hat{x}))/2. \quad (23)$$

なお (22), (23) 式で用いている局所座標 ($\hat{O} - \hat{x}$) 表示は前論文³⁾にしたがっている [Fig.2 参照]。

2. 数値計算法

プロペラ面 (P) を r 方向に M , θ 方向に N 分割し, その分割線を

$$r'_m = (m-1)\Delta r + \Delta r/4 + r_B \quad \text{for } m=1,2,\dots,M,M+1,$$

および

$$\theta'_n = (n-1)\Delta\theta - \Delta\theta/2 \quad \text{for } n=1,2,\dots,N,N+1,$$

ただし

$$\Delta r = (r_0 - r_B) / (M + 1/2), \quad \Delta\theta = 2\pi/N \quad (24)$$

で表わす [Fig.3 参照]。そしてこれらの分割線で囲まれた小さな扇形 ($r = r'_m, r'_{m+1}$; $\theta = \theta'_n, \theta'_{n+1}$) の中では $\Gamma(r, \theta)$ は一定値 Γ_{mn} をとり,

$$\Gamma_{mn} = \Gamma(r_m, \theta_n), \quad (25)$$

ただし

$$r_m = (r'_m + r'_{m+1}) / 2, \quad \theta_n = (\theta'_n + \theta'_{n+1}) / 2 \quad (26)$$

とする。そうすると (5), (6) および (25) 式から誘導速度の各成分は

$$\begin{aligned} w_{Px} &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} \int_{r'_m}^{r'_{m+1}} dr' \int_{\theta'_n}^{\theta'_{n+1}} \frac{\partial G_P}{\partial x} d\theta', \\ w_{Pr} &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} \int_{r'_m}^{r'_{m+1}} dr' \int_{\theta'_n}^{\theta'_{n+1}} \frac{\partial G_P}{\partial r} d\theta', \\ w_{P\theta} &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} \int_{r'_m}^{r'_{m+1}} dr' \int_{\theta'_n}^{\theta'_{n+1}} \frac{\partial G_P}{r \partial \theta} d\theta', \end{aligned} \quad (27)$$

によって表わされ, 境界条件やプロペラに働く力およびモーメントの計算に必要な誘導速度成分はプロペラ面 (P) 上での値であり, 近似的に次のようにおくことができる⁴⁾,

$$\begin{aligned} [w_{Px}]_{(P)} &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} P_{xm'n'}^*(r, \theta), \\ [w_{P\theta}]_{(P)} &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} P_{\theta m'n'}^*(r, \theta), \end{aligned} \quad (28)$$

ただし

$$\begin{aligned} P_{xm'n'}^*(r, \theta) &= \int_{r'_m}^{r'_{m+1}} dr' \int_{\theta'_n}^{\theta'_{n+1}} \left[\frac{\partial G_P}{\partial x} \right]_{(P)} d\theta' \\ &\doteq \begin{cases} 0 & \text{for } \theta = \theta_n = (\theta'_n + \theta'_{n+1})/2 \\ \frac{1}{4\pi} \{ p_x^*(r'_{m'+1}, \theta'_{n'+1}) + p_x^*(r'_m, \theta'_n) - p_x^*(r'_{m'+1}, \theta'_n) - p_x^*(r'_m, \theta'_{n'+1}) \} & \text{for } \theta \neq \theta_n, \end{cases} \end{aligned}$$

$$P_{\theta m'n'}^*(r, \theta) = \int_{r_m}^{r_{m+1}} dr' \int_{\theta_n'}^{\theta_{n'+1}'} \left(\frac{\partial G_P}{r \partial \theta} \right)_{(P)} d\theta'$$

$$\equiv \begin{cases} \frac{1}{2\pi r} \left[\tan^{-1} \left(\frac{r-r \cos((\theta_{n'+1}' - \theta_n')/2)}{r \sin((\theta_{n'+1}' - \theta_n')/2)} \right) \right]_{r'=r_m}^{r_{m+1}} & \text{for } \theta = \theta_n = (\theta_n' + \theta_{n'+1}')/2 \\ \frac{1}{4\pi} \{ p_{\theta}^*(r_{m+1}, \theta_{n'+1}') + p_{\theta}^*(r_m, \theta_n') - p_{\theta}^*(r_{m+1}, \theta_n') - p_{\theta}^*(r_m, \theta_{n'+1}') \} & \end{cases}$$

for $\theta \neq \theta_n$,

$$p_{\theta}^*(r, \theta') = \frac{1}{r} \log \left| \frac{r+r - \sqrt{r^2+r'^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)}}{r-r - \sqrt{r^2+r'^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)}} \right|,$$

$$p_{\theta}^*(r, \theta') = -\frac{1}{hr} \sqrt{r^2+r'^2 - 2r'r \cos(\theta' - \theta)} + \frac{1}{r} \tan^{-1} \left(\frac{r-r \cos(\theta' - \theta)}{r \sin(\theta' - \theta)} \right)$$

(29)

以上の諸式を用いて(10)の境界条件の方程式と(18)および(19)のプロペラに働く力およびモーメントの各成分を書換える。プロペラ面(P)上の境界条件を各微小扇形の中点ですなわち $r = r_m$, $\theta = \theta_n$ において満足させることにすると, 近似的に次式を得る,

$$\left[\frac{2\sqrt{r_m^2 + a(r_m)^2}}{k_1 r_m K c(r_m)} + \frac{r_m^2 + a(r_m)h}{2hr_m^2 \kappa K(r_m)} \right] \Gamma_{mn} + \sum_{m'=1}^M \left(\sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} B_{mnm'n'} - \sum_{n' \neq n}^N \Gamma_{m'n'} B_{mnm'n'} \right)$$

$$= \Omega r(a_m) - V - v_x^*(r_m, \theta_n) + \frac{a(r_m)}{r_m} v_{\theta}^*(r_m, \theta_n),$$

(30)

ただし

$$v_x^*(r, \theta) \equiv [v_x]_{(P)}, \quad v_{\theta}^*(r, \theta) \equiv [v_{\theta}]_{(P)},$$

$$B_{mnm'n'} = P_{xm'n'}^*(r_m, \theta_n) - \frac{a(r_m)}{r_m} P_{\theta m'n'}^*(r_m, \theta_n).$$

(31)

また free vortex のピッチ $2\pi h$ は, (13), (14) または (15) 式を用いて r の関数として計算できるので, 内挿法によって $r = r_e$ のときの値を求めることができる。

プロペラに働く力およびモーメントは(18), (19) および (28) 式から次のようになる,

$$T = -F_x = -(F_{xp} + F_{xu}), \quad F_y = F_{yp} + F_{yu}, \quad F_z = F_{zp} + F_{zu},$$

$$Q = M_x = M_{xp} + M_{xu}, \quad M_y = M_{yp} + M_{yu}, \quad M_z = M_{zp} + M_{zu}.$$

(32)

ただし

$$\begin{aligned}
 F_{xp} &= -\rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_{P\theta}]_{mn}, \quad M_{xp} = \rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_x]_{mn} r_m, \\
 F_{yp} &= -\rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_x]_{mn} \sin \theta_n, \quad M_{yp} = -\rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_{P\theta}]_{mn} r_m \sin \theta_n, \\
 F_{zp} &= \rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_x]_{mn} \cos \theta_n, \quad M_{yz} = \rho \Delta r \Delta \theta \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Gamma_{mn} [V_{P\theta}]_{mn} r_m \cos \theta_n, \\
 F_{xv} &= \frac{1}{2} \rho \Delta r \sum_{m=1}^M C_D K_C(r_m) \sqrt{1 + (h/r_m)^2} [V_{0x}]_m [V_{0\theta}]_m, \quad F_{yv} = F_{zv} = 0, \\
 M_{xv} &= \frac{1}{2} \rho \Delta r \sum_{m=1}^M C_D K_C(r_m) \sqrt{1 + (h/r_m)^2} [V_{0\theta}]_m^2 r_m, \quad M_{yv} = M_{zv} = 0, \\
 [V_{0x}]_m &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [V_x]_{mn}, \quad [V_{0\theta}]_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [V_{P\theta}]_{mn}, \\
 [V_x]_{mn} &= V + v_x^*(r_m, \theta_n) + \frac{\Gamma_{mn}}{2h \kappa_K(r_m)} + \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} P_{xm'n'}^*(r_m, \theta_n), \\
 [V_{P\theta}]_{mn} &= \Omega r_m + v_\theta^*(r_m, \theta_n) - \frac{\Gamma_{mn}}{2r_m \kappa_K(r_m)} + \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N \Gamma_{m'n'} P_{\theta m'n'}^*(r_m, \theta_n), \quad (33)
 \end{aligned}$$

計算の手順

さてプロペラの仕様が与えられると $K, r_0, r_B, c(r)$ が既知であり, さらに $a(r)$ は (21) ~ (23) 式から計算できる。したがって (P) 面の分割数 M および N が与えられると, (24) ~ (26) 式を用いて, (29) 式および (3) 式左辺の諸係数が h を含む項と含まない項に分けて計算することができる。作動条件 V, Ω および (P) 面上の不均一流れ成分 v_x, v_r および v_θ に応じて h の初期値として (15) 式を用い, 連立方程式 (30) と h に関する方程式 (13) を反復計算で解くと, Γ_{mn} および h の収束値が求まる。これらを用いて (20) 式から $C_L(r_e)$ を求め, さらにこの $C_L(r_e)$ の値に対応した C_D および K_V の値を導入すると, (32), (33) 式からプロペラに働く力およびモーメントが計算できる。

3. 数値計算例

前節の方法にしたがって, プロペラ性能を数値的に求めてみる。プロペラ面 (P) の分割数は 16 ビットパソコンで十分な速さで計算可能なように, 連立一次方程式 (30) の係数および右辺の定数を表わす配列の大きさが, 倍精度計算で, 1 セグメント (64KB) 以内におさまる範囲を考え,

$$M = 5, \quad N = 16$$

を採用する。

ここでプロペラ性能を表わすために前進係数, 推力係数, トルク係数, およびプロペラ効率として, J , K_T , K_Q および η_p として次式を定義しておく,

$$J = \frac{V}{n_r D}, \quad K_T = \frac{T}{\rho n_r^2 D^4}, \quad K_Q = \frac{Q}{\rho n_r^2 D^5}, \quad \eta_p = \frac{VT}{2\pi n_r Q} = \frac{JK_T}{2\pi K_Q},$$

ただし

$$D = 2 r_0, \quad n_r = \Omega / 2\pi$$

またプロペラレイノルズ数 Rn_D として

$$Rn_D = n_r D^2 / \nu$$

を定義しておく。

計算例として前論文³⁾で用いた普通のプロペラ CP を取扱う。CP の主要目を Table 1 に示す。まず計算によって得られた模型プロペラの K_T および K_Q の値を Fig. 4 に示す。Fig. 4 には h の値として (15) 式を初期値 ($h = 1st \text{ value}$) とし, この初期値をそのまま使用した場合と, (13) 式を使用して反復計算 (反復回数 4 回) によって得られた渦の強さ Γ と h を用いて計算した場合 ($h = 4th \text{ value}$) の両方の K_T および K_Q の値を山崎の実験値^{3,10)} とともに示している (C_D および K_V の値は上田の図³⁾ を使用)。Fig. 4 から C_D の値として従来の計算方法で仮定したような大きな値を採用する必要のないことは明らかである (付録 Fig.A-1 参照)。しかしながら計算値の K_T は実験値に比べてやや大きくなっており, したがってプロペラ効率は図示していないが明らかに計算値の方が実験値より優れている。このことは今後の課題であり, なんらかの補正が必要であろう。また線形計算特有の前進係数 J が小さいときの頭下がり回避は避けられていない。それはそれとして, 粘性の影響を考慮した計算³⁾ で得られた断面抗力係数 C_D および粘性修正係数 K_V を用いて近似計算法で得られたプロペラ単独性能は定性的および定量的に模型実験結果と良く合っているといえる。

次に CP の単独性能を模型および実船プロペラについてそれぞれ計算し比較する。模型および実船の K_T , K_Q および η_p の値を, h として初期値を用いた場合を Table 2 に, 反復計算で得られた値を用いた場合を Table 3 に示す。これらの表には実船プロペラの C_D の値として上田の結果³⁾ と ITTC 78 Method⁸⁾ で得られた値をそれぞれ使用した場合について, さらに C_L に対応する粘性修正係数 K_V の値として上田の結果を使用した場合と粘性修正をしない場合 ($K_V = 1$) の両方を比較のために示しており, 表中 MODEL および SHIP の UEDA は C_D および K_V の値として上田の結果を使用し, ITTC 78 は ITTC 78 Method によって計算された C_D を使用している。さらに h の値として初期値を使用した場合の模型と実船プロペラの両方の単独性能曲線を Fig. 5 に示す (C_D および K_V の値は上田の図を使用)。Fig. 5 における模型プロペラ単独性能と実船プロペラ単独性能の相違はほとんど前論文³⁾ と一致していることが分かる。

Table 1. Principal Particulars of Propeller CP

Propeller	MODEL	SHIP
Diameter (m)	0.574	7.170
Pitch Ratio (const.)	1.0200	
Expanded Area Ratio	0.7300	
Blade Thickness Ratio	0.0604	
Boss Ratio	0.1925	
Number of Blades	5	
Blade Section	MAU	
Rake Angle	10.0°	
Skew Angle	16.2°	
Revolution (r. p. s)	10.15	1.80

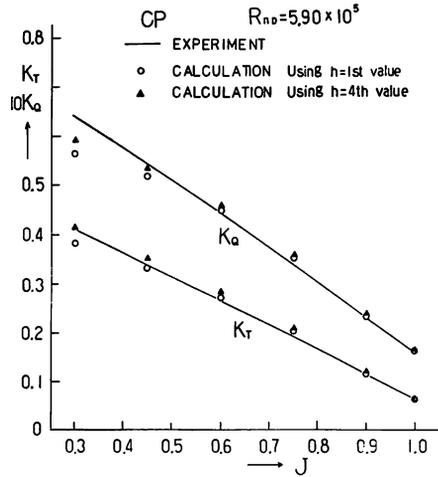


Fig. 4. Propeller Open Characteristics of CP

Table 2(a) Comparison of Thrust Coefficients (CP)

J	K_T $h = 1st\ VALUE$			
	MODEL	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
$Rn_D = 5.90 \times 10^5$		$K_V = UEDA$	$K_V = 1$	
0.30	0.383	0.385	0.386	0.386
0.45	0.332	0.334	0.336	0.336
0.60	0.272	0.274	0.275	0.276
0.75	0.201	0.203	0.204	0.206
0.90	0.120	0.121	0.123	0.126
1.00	0.061	0.063	0.064	0.067

Table 2(b) Comparison of Torque Coefficients (CP)

J	K_Q $h = 1st\ VALUE$			
	MODEL	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
$Rn_D = 5.90 \times 10^5$		$K_V = UEDA$	$K_V = 1$	
0.30	0.564	0.553	0.545	0.547
0.45	0.514	0.503	0.494	0.496
0.60	0.444	0.435	0.424	0.427
0.75	0.350	0.343	0.331	0.335
0.90	0.232	0.224	0.212	0.218
1.00	0.138	0.130	0.118	0.124

Table 2(c) Comparison of Efficiency (CP)

J	η_P $h = 1st\ VALUE$			
	MODEL	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
$Rn_D = 5.90 \times 10^5$		$K_V = UEDA$	$K_V = 1$	
0.30	0.324	0.332	0.338	0.337
0.45	0.464	0.476	0.486	0.485
0.60	0.585	0.600	0.619	0.618
0.75	0.685	0.706	0.735	0.734
0.90	0.742	0.777	0.831	0.829
1.00	0.707	0.769	0.867	0.866

Table 3(a) Comparison of Thrust Coefficients (CP)

J	K_T $h = 4th\ VALUE$			
	MODEL	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
$Rn_D = 5.90 \times 10^5$		$K_V = UEDA$	$K_V = 1$	
0.30	0.414	0.416	0.417	0.418
0.45	0.352	0.354	0.355	0.356
0.60	0.283	0.285	0.286	0.287
0.75	0.206	0.208	0.209	0.211
0.90	0.122	0.123	0.125	0.128
1.00	0.062	0.063	0.065	0.068

Table 3(b) Comparison of Torque Coefficients (CP)

J	K_Q $h = 4$ th VALUE			
	MODEL $Rn_D = 5.90 \times 10^5$	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
			$K_V = UEDA$	$K_V = 1$
0.30	0.591	0.580	0.572	0.574
0.45	0.534	0.524	0.514	0.517
0.60	0.457	0.448	0.437	0.440
0.75	0.357	0.350	0.338	0.342
0.90	0.235	0.226	0.215	0.220
1.00	0.138	0.130	0.119	0.124

Table 3(c) Comparison of Efficiency(CP)

J	η_P $h = 4$ th VALUE			
	MODEL $Rn_D = 5.90 \times 10^5$	SHIP $Rn_D = 8.12 \times 10^7$		
		UEDA	$C_D = ITTC78$	
			$K_V = UEDA$	$K_V = 1$
0.30	0.335	0.343	0.348	0.348
0.45	0.473	0.484	0.494	0.494
0.60	0.591	0.606	0.624	0.623
0.75	0.689	0.709	0.738	0.736
0.90	0.744	0.779	0.833	0.830
1.00	0.708	0.770	0.867	0.866

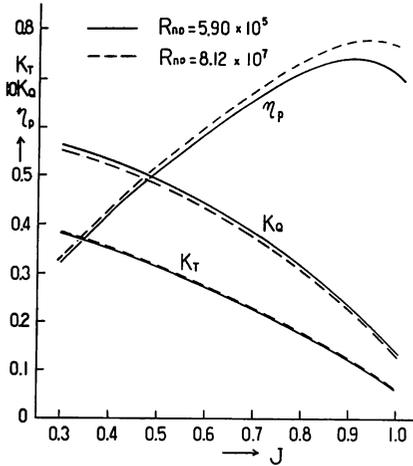


Fig. 5. Comparison of Open Characteristics of CP

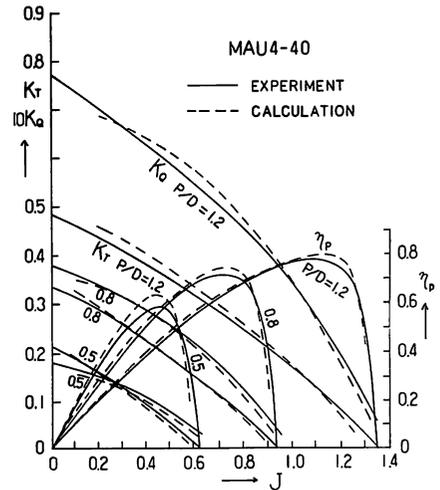


Fig. 6. Propeller Open Characteristics of MAU4-40

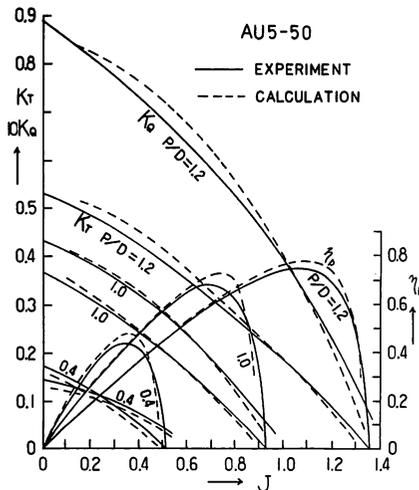


Fig. 7. Propeller Open Characteristics of AU5-50

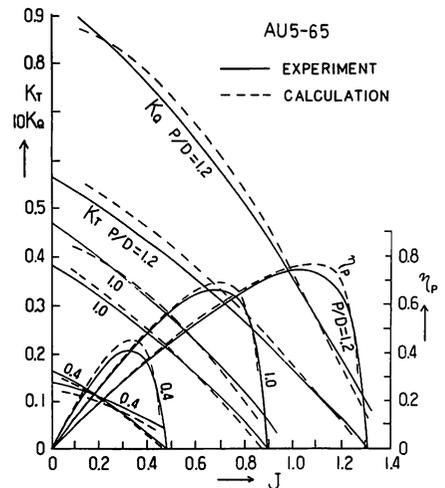


Fig. 8. Propeller Open Characteristics of AU5-65

Tables 2, 3, Fig. 4 および Fig. 5 から前進係数が特に小さい場合を除いて今回の改良された新しい相当無限翼数プロペラの計算法で十分であり, また h の値としては従来通りの初期値でも十分だと云える。

Table 2 および Table 3 における実船プロペラ性能の UEDA と ITTC の相違は小さいが, 前論文で計算された実船プロペラの境界層には層流部分がかかり残っており, そのことが実船プロペラの C_D の値を ITTC78 Method で得られた値に比べて大きくしていると考えられるなら, 実船プロペラの場合 K_V の値が 1.00 に近いことも考慮し, C_D の値として ITTC78 Method で得られた値を採用した方が良いかもしれない。

参考までにこの計算方法で AU 型プロペラについて単独性能を計算し実験結果¹¹⁾と合せて Fig. 6 ~ Fig. 8 に示す。これらの図からピッチ比の大小によって実験値と計算値の定量的な大小関係の傾向が少し異なってくるが, 全体として計算結果は定性的および定量的に実験値と良く合っているといえる。

4. 結 言

以上において, 実船のプロペラ性能を計算するために必要な, 不均一流の中で定常的に稼働しているプロペラの性能を簡単に計算時間が短く, かつ流体力や近傍の流場をできるだけ良好に推定できる計算法の 1 つとして, 相当無限翼数プロペラの数値計算法を改良し, プロペラ単独性能を計算し, 実験結果と比較した。その結果, 本計算方法は模型および実船のプロペラ性能を定性および定量的に十分推定できる方法であることが分かった。しかしながら, 今回の計算例はプロペラ単独性能のみの検討であり, 船体および舵との相互干渉を考慮した実船については計算する必要がある。このことは今後の研究に待ちたい。

最後に本論文を書くにあたり, 貴重な御意見, 御討議を頂いた九州大学中武一明教授に感謝致します。なお本研究は文部省科学研究費補助金に依って遂行したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 森山文雄 (1979) : プロペラ性能の近似計算法について. 船舶技術研究所報告, 16 (6), 49-64.
- 2) 凌志浩, 佐々木康夫, 高橋通雄 (1985) : 境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析 (第 1 報: 均一流中の計算). 日本造船学会論文集, 157, 82-94.
凌志浩, 佐々木康夫, 高橋通雄 (1986) : 境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析 (第 2 報: 定常な船尾伴流中). 日本造船学会論文集, 159, 44-58.
- 3) 上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響. 九州大学学位論文
上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響 (I). 西部造船会々報, 69, 57-78.
上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響 (II). 西部造船会々報, 70, 27-42.
- 4) 上田耕平 (1975) : ダクトプロペラに関する研究 (I). 西部造船会々報, 49, 221-253.
- 5) 上田耕平 (1976) : ダクトプロペラに関する研究 (III). 西部造船会々報, 52, 1-18.
上田耕平 (1978) : ダクトプロペラに関する研究 (IV). 西部造船会々報, 55, 77-94.
上田耕平 (1980) : ダクトプロペラに関する研究 (V). 西部造船会々報, 59, 163-177.
- 6) 中武一明, 古賀隆典, 山崎隆介 (1980) : プロペラと舵の相互干渉について. 西部造船会々報, 61, 15-24.

- 7) Yamazaki, R., Nakatake, K. and Moriyama, F. (1985): "On the Mutual Interaction between the Screw Propeller and the Rudder", *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu Univ.*, 45 (1), 79-109.
- 8) ITTC78 (1978), "1978 ITTC Performance Method for Single Screw Ships. Computer program.", *Appendin to the Report of the Performance Committee of the 15th International Towing Tank Conference, 1978.*, 390-404.
ITTC87 (1987), "Manual for Use of the 1978 ITTC Performance Prediction Method as Modified in 1984 and 1987.", *Appendix to the Report of the Performance Committee of the ITTC87.*, 266-273.
- 9) 上田耕平, 山崎隆介 (1987) : 定常プロペラの簡易理論. 九州大学工学集報, 60(3), 317-323.
- 10) 山崎正三郎 (1983) : ハイスケープロペラの研究. 広島大学学位論文
- 11) 矢崎敦生 (1961) : AU型プロペラ設計法に関する研究. 運輸技術研究所報告, 11(7), 1-111.

付 録

従来の相当無限翼数プロペラの近似計算法⁵⁾を用いて前論文³⁾の模型プロペラ CP の単独性能を計算すると, 断面抗力係数を前論文³⁾から近似的に $C_D \approx 0.0064$ とおいたとき, Fig. A-1 のようになる。このままでも実船相当の C_D 及び K_V を用いれば, 実船プロペラの性能を一応推定できるが, トルクが小さすぎる。従来これらの計算方法においては, C_D の値を

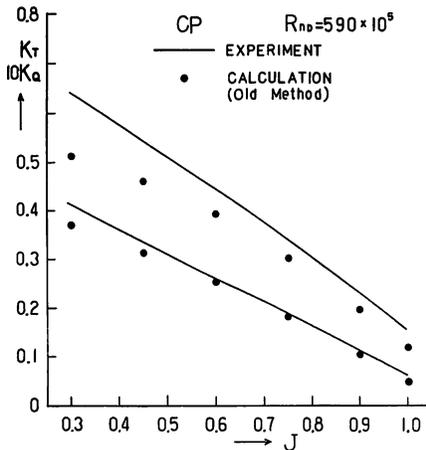


Fig. A-1. Propeller Open Characteristics of CP

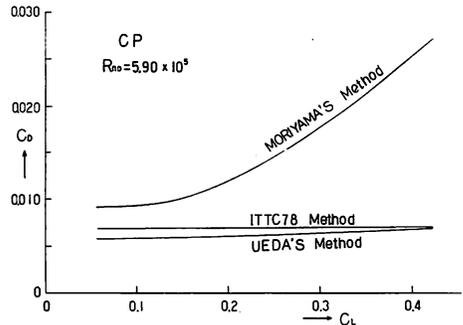


Fig. A-2. Comparison of Drag Coefficients

大きめに推定しており, 例えば上田^{4,5)}は $C_D = 0.010$ を仮定している。また従来の近似計算においては C_D の値が確かなものが無いと言う事から, 例えば森山¹⁾は, 数多くのプロペラの計算値と実験値を比較して C_D の推定式を導き, それを用いたプロペラ単独性能の計算値は実験値とよく合っている。しかし, 森山の式を今回の模型プロペラ CP に適用すると C_L と C_D の関係は Fig. A-2 のようになってる。Fig A-2 には上田の計算値³⁾および ITTC 78 Method⁸⁾に計算値も合せて記入しているが森山の式を用いた計算値は明らかに他の 2 つの値と掛離れていることがわかる。