

木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究

(第二報) 木材ハリの水平せん断

大 草 克 己

Studies on the Shearing of Wood

—Especially on the Elastic-Plastic Theory and Fracture Mechanics—

Katsumi OKUSA

(II) On the Longitudinal Shearing of the Wood-Beam

目 次

緒 言	2.2 長方形断面ハリでの実験
1 単純曲げを受けるハリの弾塑性応力とひずみ	2.3 I形断面ハリに対する計算式
1.1 長方形断面ハリの縁応力とひずみ	2.4 I形断面ハリでの実験
1.2 単軸圧縮における応力とひずみ	3 論議および考察
1.3 曲げにおける比例限	要 約
2 横荷重を受けるハリが塑性変形を生じた後のせん断応力	引用文献
2.1 長方形断面ハリに対する計算式	写 真

緒 言

木材の繊維に平行なせん断強さは、引張または圧縮の強さに比べると非常に小さく、建築学会が定めている「木構造設計基準」¹⁾によると、短期荷重に対する許容応力度は、針葉樹Ⅱ類(スギ, モミ, エゾマツ, ……)上級構造材の場合、圧縮: 160kg/cm², 引張: 180kg/cm² に対し、せん断では 14kg/cm² である。したがって、スパンに比較してせいの高い木材のハリでは、せん断によってその許容荷重が制限される。

現行の木材許容応力度は、無欠点小試片の規格(標準)試験によって得られる強さを基準として誘導されているが、せん断の規格試験(JIS Z 2114)は、鋭い直角の切欠きを有する椅子型試験体で行なわれる。

近年著しい発展をみせている「破壊力学」²⁾は、クラックまたは鋭いノッチを有する部材の破壊と平滑部材のそれとでは、明確に破壊基準が異なることを示している。したがってJISによるせん断試験の強さが、切欠きをもたない通常のハリに対する基準強度になり得るものであるか、疑問とせざるを得ない。

以上の観点からこの研究は、弾塑性曲げ理論を適用して、ハリの水平せん断強さを求め、それと、振り試験^{3,4)}および規格試験によるせん断強さとの関係を明らかにすることを目的としてなされたものである。

1 単純曲げを受けるハリの弾塑性応力とひずみ⁵⁾

1.1 長方形断面ハリの縁応力とひずみ

Fig. 1 (b)に示す長方形断面(幅 b × 高さ h)のハリが区間 l にわたって一様な曲げモーメント M

を受けるとき Fig. 1 (a)のように湾曲し，軸に垂直な断面は変形後も平面を保持する^{5,6,7)}。したがって中立軸から距離 y の位置にある繊維の線ひずみ ϵ は

$$\epsilon/y = 1/\rho = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/h$$

したがって

$$y = \rho\epsilon = h\epsilon / (\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (1)$$

(1)式の ϵ_1, ϵ_2 は Fig.1 (c)に示される引張側および圧縮側の縁ひずみである。

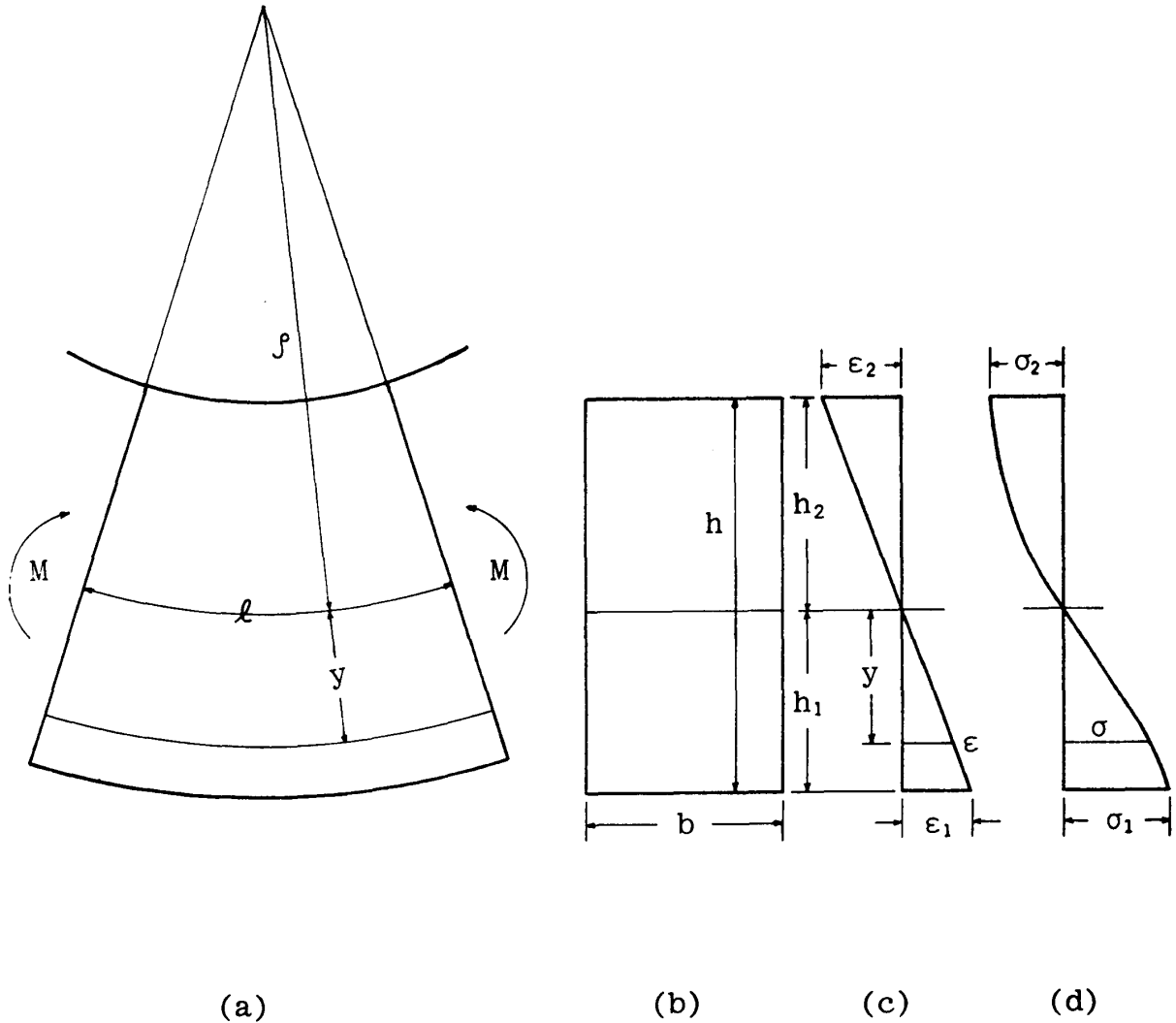


Fig. 1. Pure bending of wood beam having rectangular cross-section.

(a) Deformation, M : bending moment, ρ : radius of curvature.

(b) Cross-section, b : width, h : height.

(c) strain distribution.

(d) stress distribution.

σ_1, ϵ_1 : stress and strain in the outermost tensile fiber of beam.

σ_2, ϵ_2 : stress and strain in the outermost compressive fiber of beam.

つり合条件 $\int_A \sigma dA = 0$ から $\int_{-h_2}^{h_1} \sigma b dy = \rho b \int_{-\epsilon_1}^{\epsilon_2} \sigma d\epsilon = 0$ したがって

$$\int_0^{\epsilon_1} f_1(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\epsilon_2} f_2(\epsilon) d\epsilon \quad (2)$$

ただし

$$\sigma = f_1(\varepsilon), \quad \sigma = f_2(\varepsilon)$$

はこの材料の引張および圧縮の応力-ひずみ関係式である。

(2)式より

$$\sigma_1 d\varepsilon_1 = \sigma_2 d\varepsilon_2 \tag{4}$$

ただし σ_1, σ_2 は $\sigma_1 = f_1(\varepsilon_1), \sigma_2 = f_2(\varepsilon_2)$ であってそれぞれ Fig. 1 (d)の縁応力を表わす。

次にモーメントのつり合条件は

$$M = \int_A y \sigma dA = b \int_{-h_1}^{h_2} y \sigma dy$$

であるから, (1)式の関係を用いると

$$M = \frac{bh^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{bh^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \left\{ \int_0^{\varepsilon_1} \varepsilon f_1 d\varepsilon + \int_0^{\varepsilon_2} \varepsilon f_2 d\varepsilon \right\}$$

となる。したがって

$$\begin{aligned} dM &= \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_1} d\varepsilon_1 + \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_2} d\varepsilon_2 \\ &= \frac{-2M}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} (d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2) + \frac{bh^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} (\varepsilon_1 \sigma_1 d\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \sigma_2 d\varepsilon_2) \end{aligned} \tag{5}$$

ここで (4)式の関係を用いると

$$\sigma_2 = \{ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) dM/d\varepsilon_2 + 2M(d\varepsilon_1/d\varepsilon_2 + 1) \} / bh^2 \tag{6}$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 d\varepsilon_2 / d\varepsilon_1 = \sigma_2 / (d\varepsilon_1/d\varepsilon_2) \tag{7}$$

を得る。

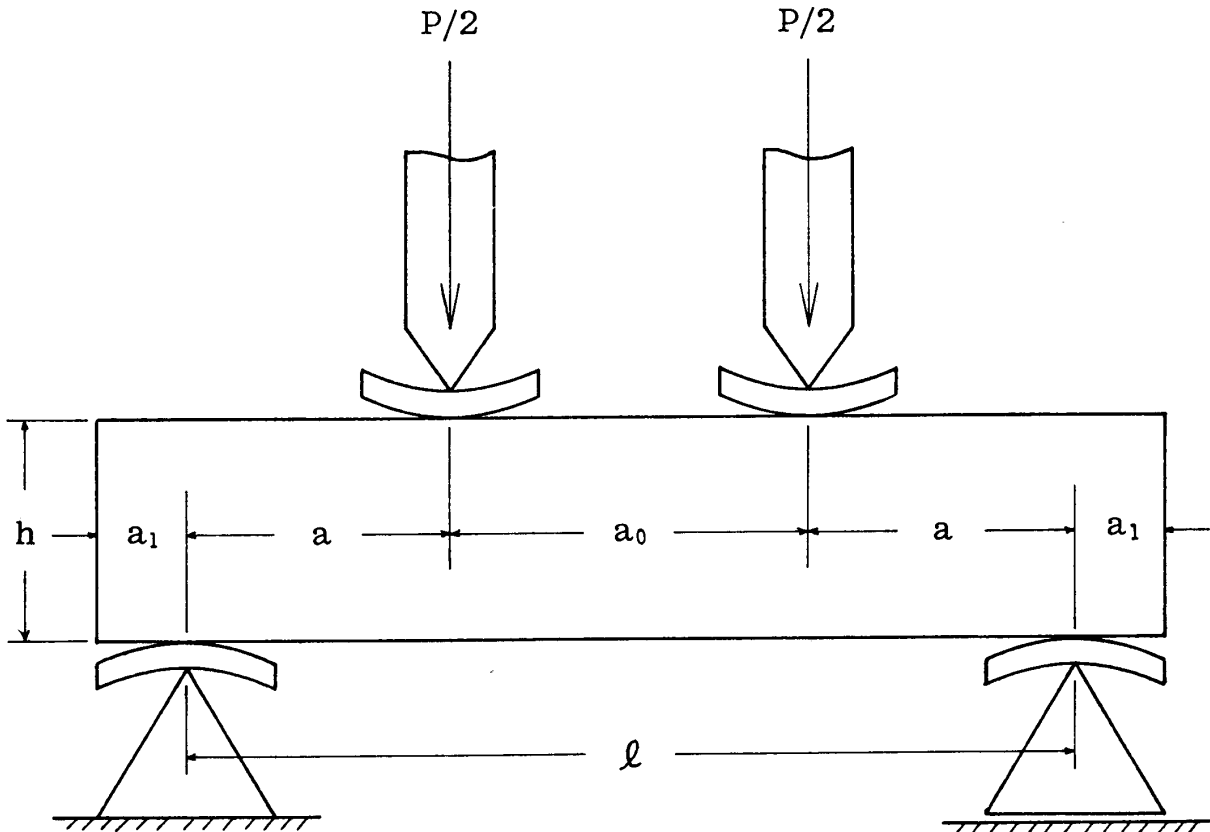


Fig. 2. Bending test of simply supported beam by the two-point loading.
 P: load, l: span, h: depth of beam, a: shear-span.

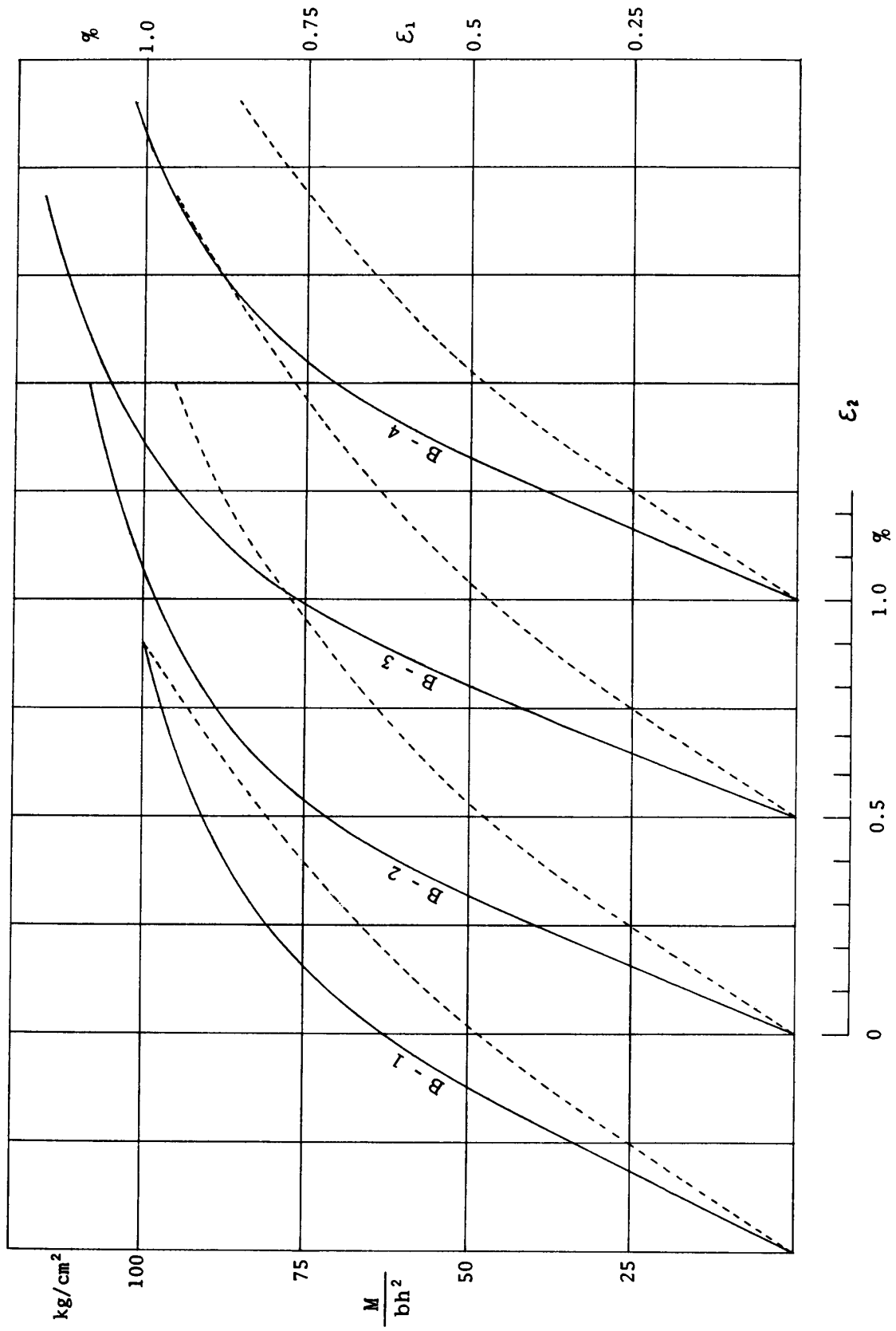


Fig. 3. $M-\epsilon_2$ and $\epsilon_1-\epsilon_2$ relationships in pure bending of some wood beam specimens having the rectangular cross-section. —: $M \sim \epsilon_2$,: $\epsilon_1 \sim \epsilon_2$

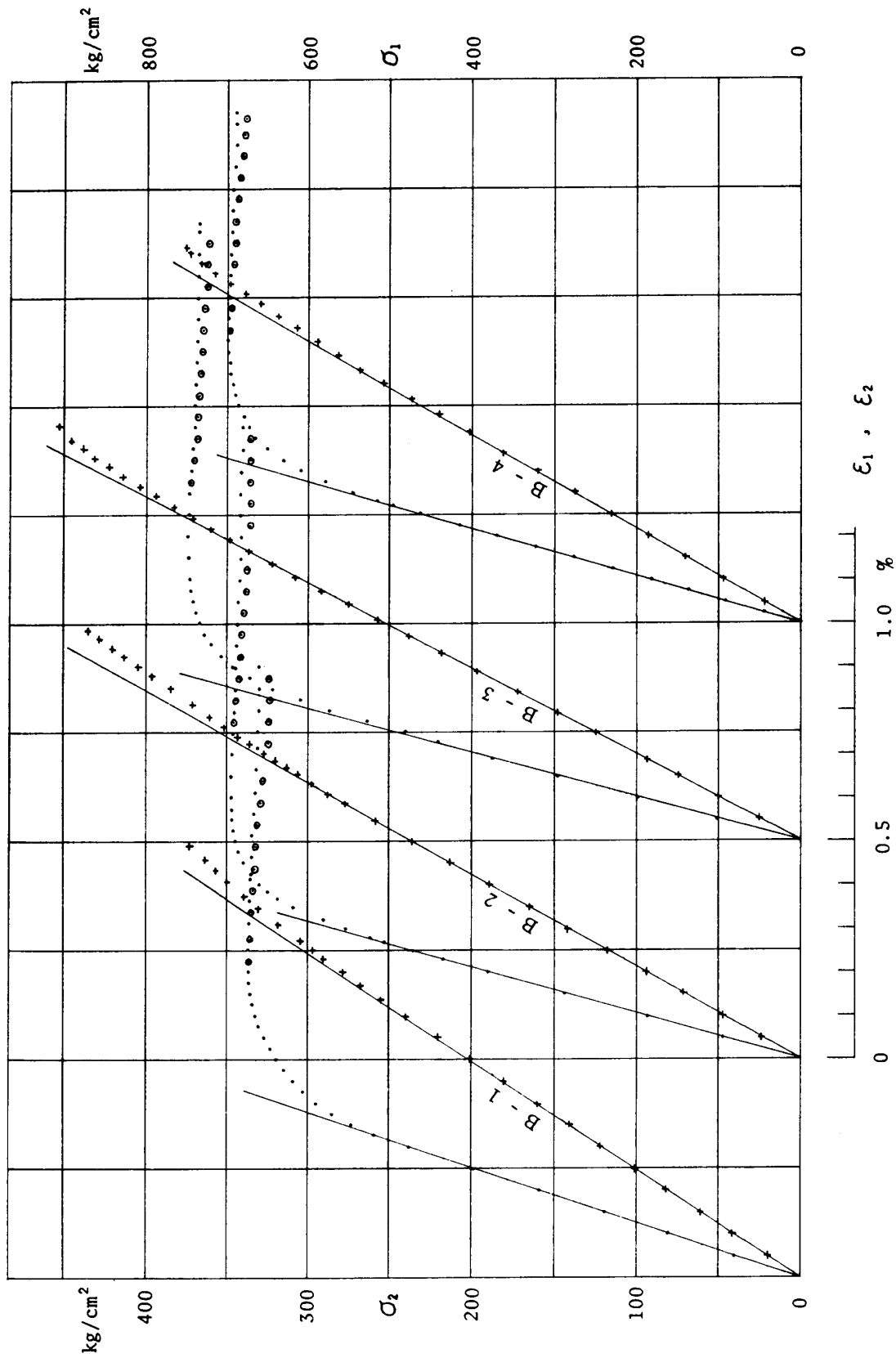


Fig. 4. σ - ϵ diagrams calculated from the curves (obtained from the bending test) in Fig. 3 by eq. 68 and 69. •: compressive stress-strain. +: tensile stress-strain.

単純曲げ試験によって $M \sim \varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$ の関係を測定すれば(6)式および(7)式から、圧縮および引張の応力ひずみの関係 $\sigma_2 = \sigma_2(\varepsilon_2)$, $\sigma_1 = \sigma_1(\varepsilon_1)$ を定めることが出来る。

スギ、気乾材(含水率 $u=12 \sim 13\%$) から長方形断面 ($b \times h = 2.5\text{cm} \times 2.5\text{cm}$), 長さ 42cm, 二方柱曲げ試片を作製し, Fig. 2 に示す 2 点荷重方式 ($a=10\text{cm}$, $a_0=17\text{cm}$, $a_1=2.5\text{cm}$) で曲げ試験を行なった。中央部曲げモーメント一定区間の上下面に wire strain gage をはり, 圧縮側縁ひずみ ε_2 の 0.025% の増加毎に, 対応する引張側縁ひずみ ε_1 および曲げモーメント M を測定した。その結果を示すものが Fig. 3 であり, この図で実線は $\varepsilon_2 \sim M$, 点線は $\varepsilon_2 \sim \varepsilon_1$ の関係を示す。(ただし実線に対する縦座標は M/bh^2 の値がとられている)

これらのグラフの各点での接線の勾配 ($dM/d\varepsilon_2$, $d\varepsilon_1/d\varepsilon_2$) を定め, (6)式を用いて計算した $\sigma_2 \sim \varepsilon_2$ の関係が Fig. 4 の \bullet 印, (7)式で定まる $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ が同図の $+$ 印である。

$\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ のグラフは破壊点まで殆ど直線であるから $\sigma_1 = E\varepsilon_1$ と仮定すれば, (4)式から

$$d\varepsilon_1/d\varepsilon_2 = \sigma_2/\sigma_1 = \sigma_2/E\varepsilon_1$$

となり, これを(6)式に用いると

$$\sigma_2 \equiv \sigma_2^* = \{2M + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)dM/d\varepsilon_2\} / (bh^2 - 2M/E\varepsilon_1) \quad (8)$$

を得る。(この式は浅野⁸⁾ が用いた式である)

Fig. 3 のデータと(8)式を用いて σ_2^* を計算し, それをプロットすると Fig. 4 の \odot 印のようになる。 $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ が直線から離れる区間に対応して当然に σ_2^* は, (6)式から定まる σ_2 より過小な値を与えるが, その差は極めて僅小であり, 木材の引張応力-ひずみの関係は, 特に針葉樹正常材では破壊点まで直線とみなし得ることがよく知られているので, 実用的には(6)式の代りに(8)式を用いることが十分許されるものと考ええる。

1.2 単軸圧縮における応力とひずみ

前述の曲げ試片をとった同じスギ板材から $2.5\text{cm} \times 2.5\text{cm} \times 8.0\text{cm}$ の圧縮試片を作製し, 相対する 2 側面に wire strain gage をはりつけ, ASTM 型両端面平行圧縮装置⁹⁾ を用いて圧縮試験を行ない応力-ひずみの関係を測定した。測定結果の一例(圧縮試片 No. 8)を示すと Fig. 5 の如くである。 A P 間は完全な直線, PQC は曲線, C 点で応力最大となり, しばらくその最大応力を持続するが, ひずみの進行とともにやがて応力は漸減する。球座を用い, 端面加圧板が自由に回転し得る場合は, 最大応力に達した後, 応力の比較的急激な減少が生ずるが, 両端面平行加圧の場合, Fig. 5 にみられるように, かなり広い範囲にわたって応力がほぼ一定の状態が続く。曲げ試験での圧縮側にある各層は両端面平行加圧の条件に近いと考えられるので, 曲げにおける圧縮応力-ひずみの関係は, 最大応力に達した後, 応力一定のまま, ひずみのみが進行するとみなすことはおおむね妥当と考える¹⁰⁾。(このような応力レベルでは, 木材は顕著な粘弾性的挙動を示し, C 点以後の応力-ひずみ関係は, ひずみ速度に強く依存するものであるが, 取扱いの簡単のためここではその問題にはふれない)

Fig. 5 の曲線域 \widehat{PC} ($P(\sigma_p, \varepsilon_p)$, $C(\sigma_c, \varepsilon_c)$) を次のような n 次及び m 次の放物線で表わす²⁹⁾。すなわち PC に平行な直線がこの曲線に接する点を $Q(\sigma_q, \varepsilon_q)$ とすると

$$\varepsilon_p \leq \varepsilon \leq \varepsilon_q: \sigma = \sigma_q - E_2(\varepsilon_q - \varepsilon) - (E_1 - E_2)(\varepsilon_q - \varepsilon)^n / (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \quad (9)$$

$$n = (E - E_2) / (E_1 - E_2) \quad (9.1)$$

$$\varepsilon_q \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c: \sigma = \sigma_c - E_3(\varepsilon_c - \varepsilon)^m / (\varepsilon_c - \varepsilon_q)^{m-1} \quad (10)$$

$$m = E_2 / E_3 \quad (10.1)$$

ただし

$$E = \sigma_p / \varepsilon_p, \quad E_1 = (\sigma_q - \sigma_p) / (\varepsilon_q - \varepsilon_p), \quad E_2 = (\sigma_c - \sigma_p) / (\varepsilon_c - \varepsilon_p), \quad E_3 = (\sigma_c - \sigma_q) / (\varepsilon_c - \varepsilon_q)$$

(9)式は

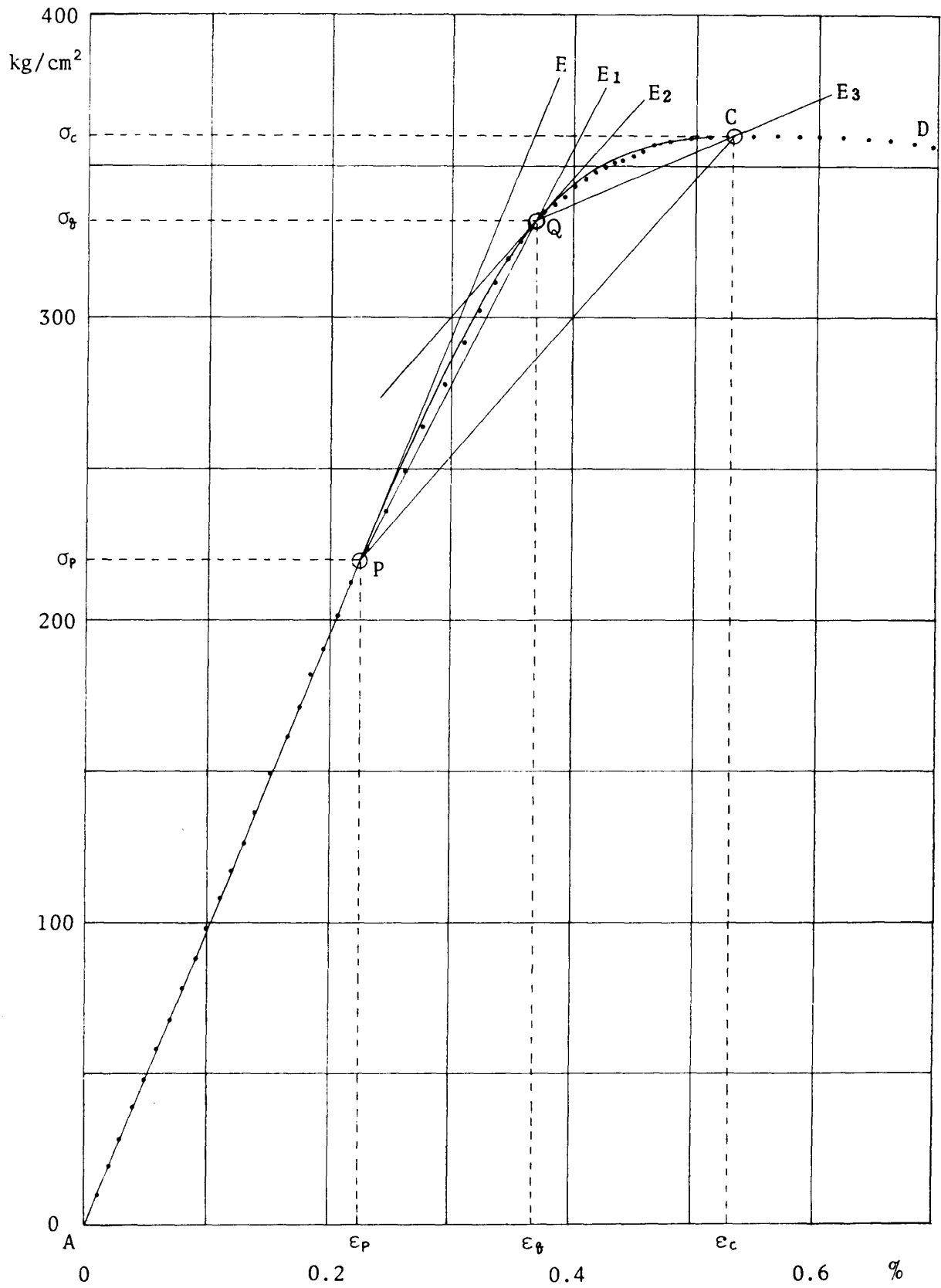


Fig. 5. Stress-strain relation obtained from the compression test (No. 8 specimen).

• : measured value, σ_p : proportional limit stress,
 σ_c : compressive strength, \widehat{PQ} : curve calculated by eq. 71,
 \widehat{QC} : curve calculated by eq. 72.

$$\varepsilon=\varepsilon_p: \sigma=\sigma_p, d\sigma/d\varepsilon=E, \quad \varepsilon=\varepsilon_q: \sigma=\sigma_q, d\sigma/d\varepsilon=E_2$$

(10)式は

$$\varepsilon=\varepsilon_q: \sigma=\sigma_q, d\sigma/d\varepsilon=E_2, \quad \varepsilon=\varepsilon_c: \sigma=\sigma_c, d\sigma/d\varepsilon=0$$

となるから P, Q, C 点で接続する直線または曲線はその勾配まで連続である。

Fig. 5 に示した測定値 (●印; Specimen No.8) では

$$\sigma_p=220, \sigma_q=332, \sigma_c=360 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_p=0.225, \varepsilon_q=0.370, \varepsilon_c=0.530 \%$$

したがって $E=97.8, E_1=77.2, E_2=45.9, E_3=17.5 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, n=1.6550, m=2.6228$ となり(9)式および(10)式にこれらの値を代入して計算すると同図の曲線となり測定値にきわめてよく適合する。

単軸圧縮試験で得られた $E, \sigma_p, \varepsilon_p, \sigma_q, \varepsilon_q, \sigma_c, \varepsilon_c$ の値と、曲げ試験による $\sigma_2 \sim \varepsilon_2$ (Fig. 4) から求められる値は表1のとおりである。この表によると曲げ試験で求まる E, σ_q, σ_c は単軸圧縮試験で得られる値と殆ど差はないが、比例限度力 σ_p のみは曲げ試験による結果が圧縮試験のそれよりかなり高くなっている。しかし、このことからただちに、木材の圧縮比例限度力が応力傾斜の存在(曲げの場

Table 1. Stress ($\sigma_p, \sigma_q, \sigma_c$) and strain ($\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_c$) in bending and compression of wood.

Results of bending test.

Specimen No.	E	σ_p	ε_p	σ_q	ε_q	σ_c	ε_c
	ton/cm ²	kg/cm ²	%	kg/cm ²	%	kg/cm ²	%
B-1	81.0	238	0.294	305	0.431	337	0.688
2	94.1	253	0.269	330	0.402	347	0.598
3	97.0	255	0.263	350	0.413	373	0.650
4	90.8	267	0.294	333	0.422	350	0.653
Mean	90.7	253	0.280	330	0.417	352	0.647

Results of compression test.

Specimen No.	E	σ_p	ε_p	σ_q	ε_q	σ_c	ε_c	n	m
	ton/cm ²	kg/cm ²	%	kg/cm ²	%	kg/cm ²	%		
C-1	81.1	231	0.285	305	0.430	335	0.705	2.143	2.270
2	79.1	174	0.220	294	0.415	327	0.700	1.592	2.753
3	85.4	158	0.185	307	0.415	346	0.735	1.674	2.805
4	98.8	252	0.255	348	0.415	373	0.660	2.289	2.928
5	92.6	250	0.270	329	0.400	350	0.660	1.906	3.175
6	101.4	213	0.210	340	0.385	374	0.645	1.803	2.856
7	96.6	198	0.205	338	0.395	372	0.640	1.680	2.882
8	97.8	220	0.225	332	0.370	360	0.530	1.655	2.623
9	91.0	223	0.245	319	0.380	340	0.545	1.620	3.064
10	93.5	215	0.230	320	0.375	347	0.560	1.650	2.741
11	95.5	191	0.200	324	0.385	348	0.580	1.772	3.357
12	96.7	208	0.215	319	0.365	347	0.530	1.761	2.600
Mean	92.5	211	0.229	323	0.394	352	0.624		

E : Young's modulus.

n, m : parameters in eq. (9) and (10), respectively.

合) によって、一様応力場における値より高められると結論することは、次節で述べる理由からなおさらに十分な吟味が必要である。

1.3 曲げにおける比例限

木材の垂直応力とひずみの関係が

$$-\varepsilon_p \leq \varepsilon: \sigma = E\varepsilon \tag{11}$$

$$-\varepsilon_q \leq \varepsilon \leq -\varepsilon_p: \sigma = -\sigma_q + E_2(\varepsilon_q - |\varepsilon|) + (E_1 - E_2)(\varepsilon_q - |\varepsilon|)^n / (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \tag{12}$$

で表わされ、曲げを受けた木材ハリの軸に垂直な断面内のひずみおよび応力分布が Fig. 6 の(a), (b) であるとする。なおハリは $b \times h$ の長方形断面とする。

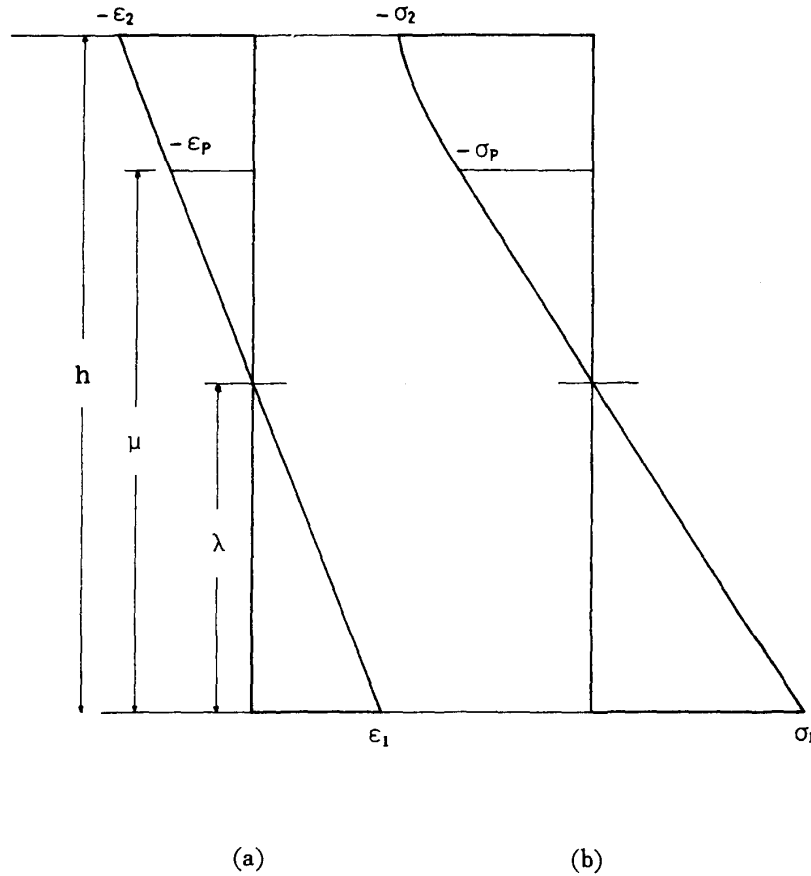


Fig. 6. Distributions of normal strain (ε) and stress (σ) in wood-beam.

ひずみの直線分布から

$$\varepsilon = \varepsilon_2(\lambda - y) / (h - \lambda) \tag{13}$$

$$e_2 \equiv \varepsilon_2 / \varepsilon_p = (h - \lambda) / (\mu - \lambda) \tag{14.1}$$

$$e_1 \equiv \varepsilon_1 / \varepsilon_p = \lambda / (\mu - \lambda) \tag{14.2}$$

したがって、

$$\mu = [(e_2 - 1)\lambda + h] / e_2 \tag{15}$$

(11), (13)式より

$$\int_0^{\mu} \sigma dy = E\varepsilon_2(2\lambda - \mu)\mu / 2(h - \lambda) \tag{16}$$

(12), (13)式より

$$\int_{\mu}^h \sigma dy = -(\sigma_q - E_2 \varepsilon_q)(h - \mu) - E_2 \varepsilon_2 (h - \mu)(h + \mu - 2\lambda) / 2(h - \lambda) \\ - (E_1 - E_2)(h - \lambda)[(\varepsilon_q - \varepsilon_2)^{n+1} - (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n+1}] / (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \quad (17)$$

(16), (17)式の μ を(15)式を用いて λ で表わし

$$\int_A \sigma dA = b \left\{ \int_0^{\mu} \sigma dy + \int_{\mu}^h \sigma dy \right\} = 0$$

の条件から, λ に関する次の2次式を得る。

$$(e_2^2 - 1 - c)\lambda^2 + 2(1 + c)h\lambda - (1 + c)h^2 = 0 \quad (18)$$

$$c = 2(s_q - e_q E_2/E)(e_2 - 1) + (e_2^2 - 1) E_2/E \\ + 2[(e_q - e_2)^{n+1}/(e_q - 1)^{n-1} - (e_q - 1)^2] (E_1 - E_2)/E(n+1) \quad (18.1)$$

ただし

$$s_q = \sigma_q / \sigma_p, \quad e_q = \varepsilon_q / \varepsilon_p \quad (14.3)$$

モーメントのつり合条件(19)式

$$M/b + \int_0^{\mu} y \sigma dy + \int_{\mu}^h y \sigma dy = 0 \quad (19)$$

は, (20), (21)式の μ を λ で表わすと

$$\int_0^{\mu} y \sigma dy = E \varepsilon_2 (3\lambda - 2\mu) \mu^2 / b (h - \lambda) \quad (20)$$

$$\int_{\mu}^h y \sigma dy = -(\sigma_q - E_2 \varepsilon_q)(h^2 - \mu^2) / 2 - E \varepsilon_2 (h - \mu) [2(h^2 + h\mu + \mu^2) \\ - 3\lambda(h + \mu)] / 6(h - \lambda) + (E_1 - E_2)(h - \lambda)^2 \{ (\varepsilon_q - \varepsilon_2)^{n+1} [(\varepsilon_q - \varepsilon_2) \\ / (n+2) - (\varepsilon_q + \varepsilon_1) / (n+1)] - (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n+1} [(\varepsilon_q - \varepsilon_p) / (n+2) \\ - (\varepsilon_q + \varepsilon_1) / (n+1)] \} / \varepsilon_2^2 (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \quad (21)$$

次式(22)のようにかける。

$$M/M_Y = \{ 3(s_q - e_q E_2/E)(e_2 - 1)(1 - \lambda/h)[e_2 + 1 + (e_2 - 1)\lambda/h] \\ + (e_2 - 1)[2(e_2^2 + e_2 + 1) - (e_2^2 + e_2 + 4)\lambda/h - (e_2 - 1)(e_2 + 2)(\lambda/h)^2] E_2/E \\ - 6(1 - \lambda/h)^2 \left[\left(\frac{e_q - e_2}{n+2} - \frac{e_q + e_1}{n+1} \right) (e_q - e_2)^{n+1} / (e_q - 1)^{n-1} \right. \\ \left. - \left(\frac{e_q - 1}{n+2} - \frac{e_q + e_1}{n+1} \right) (e_q - 1)^2 \right] (E_1 - E_2)/E \\ - [(e_2 + 2)\lambda/h - 2][(e_2 - 1)\lambda/h + 1]^2 / (1 - \lambda/h) \} / e_2^2 \quad (22)$$

この式で M_Y は $\varepsilon_2 = \varepsilon_p$, $\sigma_2 = \sigma_p$ となる時の曲げモーメント, すなわち $M_Y = bh^2 \sigma_p / 6$ であって比例限モーメント (または降伏モーメント) と呼ぶ。

ε_2 が $\varepsilon_p \sim \varepsilon_q$ の間のある値をとるとき, $e_2 = \varepsilon_2 / \varepsilon_p$ に対し, (18)式から λ を求め, それを(22)式に用いれば対応する M/M_Y が定まる。

(11), (12)式の $E, E_1, E_2, \varepsilon_p, \varepsilon_q, \sigma_q, n$ に前節の数値 (圧縮試片 No.8) を用い, (18)および(22)式によって, $e_2 = 1.00 \sim 1.50$ に対する M/M_Y を計算し, さらに Fig. 7(a)に示す直線からの deviation Δ_m を計算し, この Δ_m を e_2 に対してプロットすると Fig. 7(b)の曲線(2)のようになる。

比例限を超えて後の圧縮応力-ひずみは, $|\varepsilon| \leq \varepsilon_q$ の範囲で(12)式で表わされるとした。したがって

$$s \equiv \sigma / \sigma_p = -s_q + (e_q - e) E_2/E + (e_q - e)^n (E_1 - E_2) / E (e_q - 1)^{n-1}; \quad e \equiv |\varepsilon| / \varepsilon_p \quad (23)$$

となるから, $1 \leq e$ に対する(23)式の s , つづいて $\Delta_s = e - s$ として Δ_s を求めると, これは $\sigma / \sigma_p \sim \varepsilon / \varepsilon_p$ 曲線の, 直線 $\sigma / \sigma_p = \varepsilon / \varepsilon_p$ からの deviation となる。これを示したものが, Fig. 7(b)の曲線(1)である。

いま, 直線からの deviation を 0.5% (or 1.0%) の精度で検知し得るものとすれば, 単軸圧縮試験

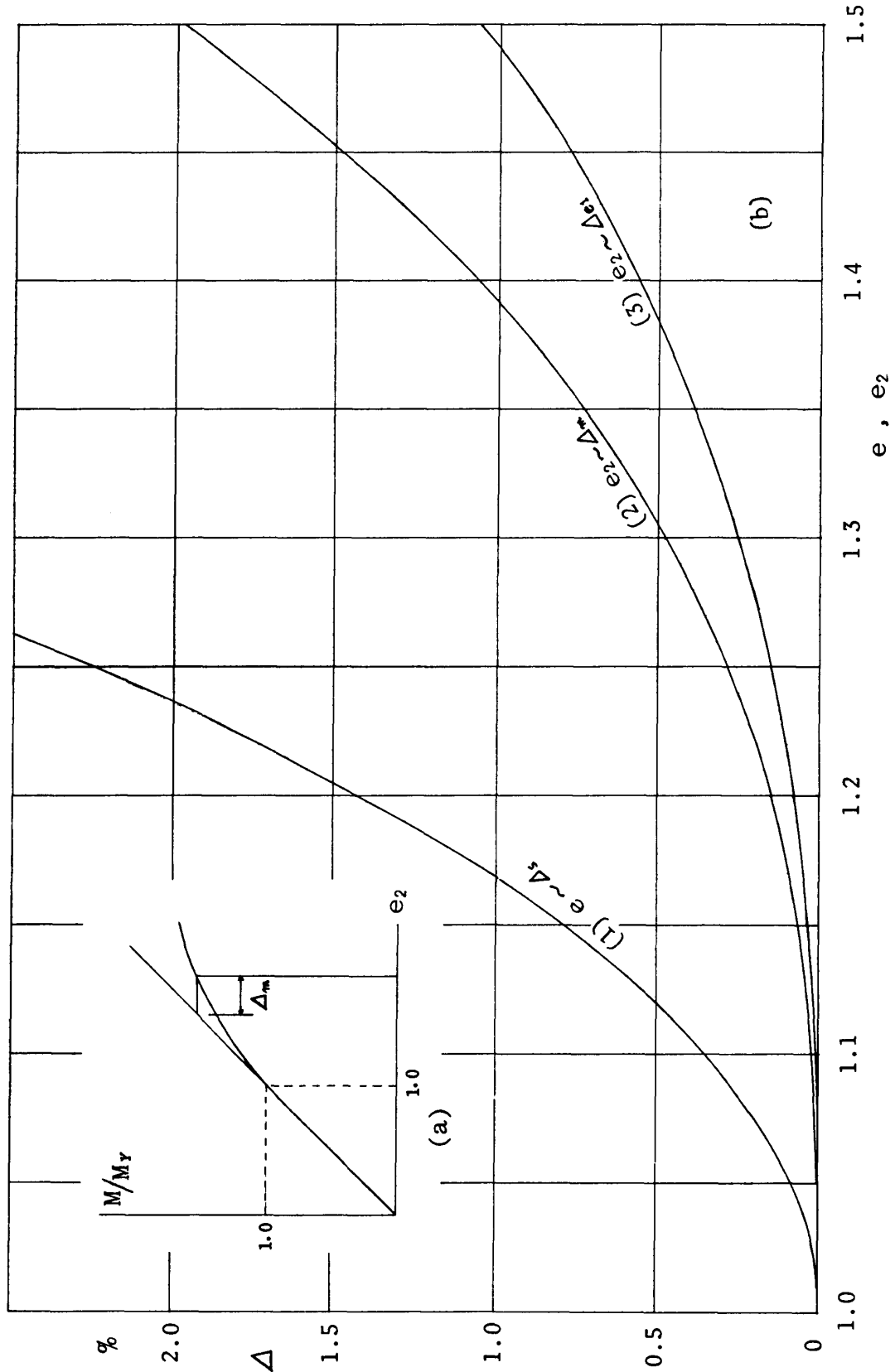


Fig. 7. Deviations (Δ) from the linear relationship.

- (1) relation between stress and strain obtained from compression test.
- (2) relation between moment and deflection obtained from bending test.
- (3) relation between extreme tensile and compressive strain of beam bended.

の $\sigma \sim \varepsilon$ から、 σ_p は真の値に対して 12% (or 18%) 大きい値が得られることになり、曲げの $\varepsilon_2 \sim M$ からは 30% (or 39%) 大きい値が定まることになる。通常曲げ試験では曲げモーメント M とたわみ δ の関係を測定するが、長方形断面ハリでは

$$\delta = l^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/8h$$

の関係がある。ただし l はたわみ δ を測定する区間長、 h はハリの高さである。 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_p$ すなわち真の比例限に達したときのたわみを δ_p とすると

$$\delta_p = l^2\varepsilon_p/4h$$

したがって

$$\delta/\delta_p = (e_1 + e_2)/2$$

となり、 $e_2 = 1.50$ のとき $\delta/\delta_p = 1.4947$ であるから Fig. 7(b)の曲線(2): $e_2 \sim \Delta_m$ は、そのまま $\delta/\delta_p \sim \Delta_m$ とみなしても誤差は 0.35% を超えない。

要するに比例限は測定の精度に強く依存する^{11,12)}ものであるから、圧縮の $\sigma \sim \varepsilon$ と曲げの $M \sim \varepsilon_2$ (or $M \sim \delta$) が同じ相対精度たとえば 0.5% (or 1.0%) で測定される場合には、曲げの比例限度は単軸圧縮の比例限よりも $1.30/1.12 = 1.16$, すなわち 16% (or $1.39/1.18 = 1.18$, すなわち 18%) 程度高く求まることになる。

前節で、曲げ試験からは $\sigma_p = 253 \text{ kg/cm}^2$, 圧縮試験からは $\sigma_p = 211 \text{ kg/cm}^2$ が得られ、その差は 20% になるが、それが木材の本質に直接関係するものであるとするよりは、測定法の相異から当然に生ずる差と解釈するのが妥当である。

以上のことから、単純曲げにおけるハリ内部での応力-ひずみ関係は、一様単軸応力場での応力-ひずみ関係と同一であると仮定しても誤りはないものと判断する。

なお、Fig. 7の曲線(3)は、 e_2 に対応して定まる λ から $e_1 = e_2\lambda/(h - \lambda)$, $\Delta_n = e_2 - e_1$ として計算される Δ_n を e_2 に対してプロットしたものであり、 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$ の関係からはより高い比例限が得られることを表わしている。

2. 横荷重を受けるハリが塑性変形を生じた後のせん断応力

2.1 長方形断面ハリに関する計算式

幅 b , 高さ h の長方形断面のハリを考える。木材の引張応力-ひずみの関係は、破壊点まで線形であり、圧縮の応力ひずみは $|\varepsilon| \leq \varepsilon_p$ では線形、 $\varepsilon_p \leq |\varepsilon| \leq \varepsilon_q$ では(9)式、 $\varepsilon_q \leq |\varepsilon| \leq \varepsilon_c$ では(10)式、 $\varepsilon_c \leq |\varepsilon|$ では $\sigma = -\sigma_c$: (一定) であると仮定する。

ハリの圧縮側縁ひずみ ε_2 の絶対値が ε_p を超えると圧縮側は一部塑性域に入るが、変形が更に進行し $|\varepsilon_2| > \varepsilon_c$ の状態で、ハリの軸 x に対し垂直な断面内のひずみ分布が Fig. 8(a)のようになるものとする。このとき、対応する応力分布は同図(b)の実線のようになる。

ひずみ直線分布の仮定により、下縁(引張側)から距離 η での線ひずみ ε は

$$\varepsilon = \varepsilon_1(\lambda - \eta)/\lambda \quad (24)$$

したがって垂直応力 σ は次の諸式のように表わされる。

$$0 \leq \eta \leq \mu: \varepsilon_1 \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_p: \sigma = \sigma_1(\lambda - \eta)/\lambda \quad (25.1)$$

$$\begin{aligned} \mu \leq \eta \leq \mu_q: & -\varepsilon_p \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_q: \\ \sigma = & -\sigma_q + E_2(\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\eta/\lambda) + (E_1 - E_2)(\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\eta/\lambda)^n / (\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \end{aligned} \quad (25.2)$$

$$\begin{aligned} \mu_q \leq \eta \leq \mu_c: & -\varepsilon_q \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_c: \\ \sigma = & -\sigma_c + E_3(\varepsilon_c + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\eta/\lambda)^m / (\varepsilon_c - \varepsilon_q)^{m-1} \end{aligned} \quad (25.3)$$

$$\mu_c \leq \eta \leq h: -\varepsilon_c \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_2: \sigma = -\sigma_2 \quad (25.4)$$

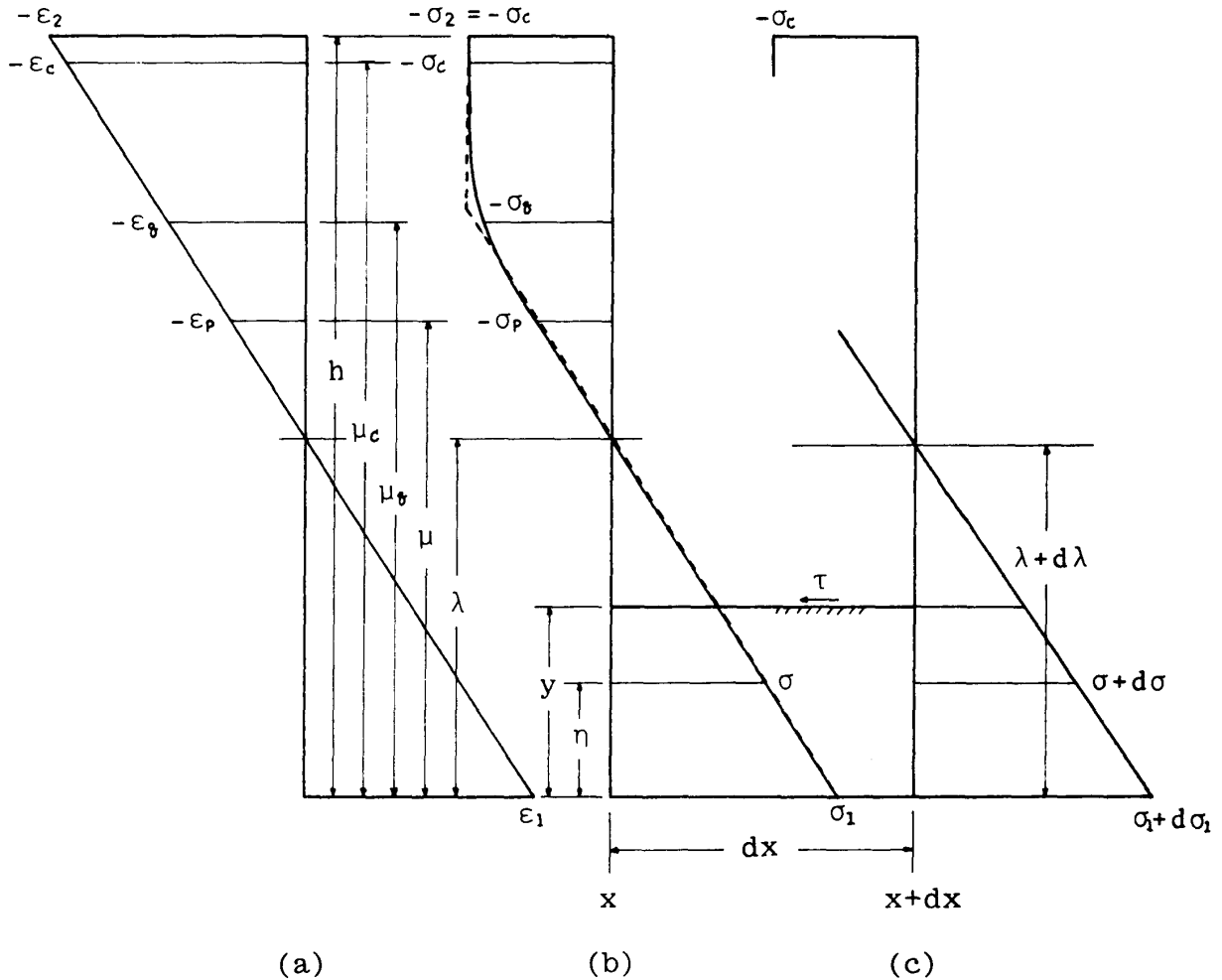


Fig. 8. Distributions of normal strain (a), stress (b) in x -cross section, and stress (c) in $(x+dx)$ -cross section of beam.
 τ : horizontal shearing stress, dotted line: Dr. Kon's assumption.

ハリの軸に沿って距離 x の断面に曲げモーメント M とともにせん断力 Q が作用しているものとする。 $x+dx$ 断面の応力分布は、一般に同図(c)のようになる。下縁からの距離 y の水平断面と、 x および $x+dx$ の垂直断面できりとられるハリの要素に作用する x 方向の力のつり合条件は

$$b \int_0^y (\sigma + d\sigma) d\eta = b \int_0^y \sigma d\eta + \tau b dx$$

とかけるから

$$\tau dx = \int_0^y \{(\sigma + d\sigma) - \sigma\} d\eta$$

したがって

$$\tau = \int_0^y (\partial\sigma/\partial x) d\eta \tag{26}$$

を得る。 $y=0$ および $y \geq \mu_c$ では $\tau=0$ であり、後に明らかにされるように τ の最大値は $0 < y < \mu$ において生じる。

中立軸までの距離 λ は $\int_A \sigma dA = 0$ の条件を用い次のようにして定まる。すなわち

$$\int_0^\mu \sigma d\eta = \sigma_1 (2\lambda - \mu) \mu / 2\lambda \tag{27.1}$$

$$\int_{\mu}^{\mu_q} \sigma d\eta = -\sigma_q(\eta_q - \mu) - E_2\lambda[(\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu_q/\lambda)^2 - (\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu/\lambda)^2]/2\varepsilon_1 - (E_1 - E_2)\lambda[(\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu_q/\lambda)^{n+1} - (\varepsilon_q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu/\lambda)^{n+1}]/(n+1)\varepsilon_1(\varepsilon_q - \varepsilon_p)^{n-1} \quad (27.2)$$

$$\int_{\mu_c}^{\mu} \sigma d\eta = -\sigma_c(\mu_c - \mu) - E_3\lambda[(\varepsilon_c + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu_c/\lambda)^{m+1} - (\varepsilon_c + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\mu_q/\lambda)^{m+1}]/(m+1)\varepsilon_1(\varepsilon_c - \varepsilon_q)^{m-1} \quad (27.3)$$

$$\int_{\mu_c}^h \sigma d\eta = -\sigma_c(h - \mu_c) \quad (27.4)$$

(24)式の関係から

$$\mu = (s_1 + 1)\lambda/s_1, \quad \mu_q = (s_1 + e_q)\lambda/s_1, \quad \mu_c = (s_1 + e_c)\lambda/s_1; \\ s_1 = \sigma_1/\sigma_p, \quad e_q = \varepsilon_q/\varepsilon_p, \quad e_c = \varepsilon_c/\varepsilon_p \quad (28)$$

(28)式を(27)の各式に代入し, $\int_A \sigma dA = 0$ の式を整理すると λ は s_1 の関数として(29)式のようになる。

$$\lambda = hs_c s_1 / f : s_c = \sigma_c / \sigma_p \quad (29)$$

$$f = (s_1^2 + 2s_c s_1 - 1)/2 - s_q(e_q - 1) + s_c e_q + (e_q - 1)^2 E_2 / 2E \\ + (e_q - 1)^2 (E_1 - E_2) / E(n+1) + (e_c - e_q)^2 E_3 / E(m+1) \quad (29.1)$$

モーメントのつり合条件式は

$$\int_0^{\mu} \eta \sigma d\eta = \sigma_p (\lambda/s_1)^2 (s_1 + 1)^2 (s_1 - 2) / 6 \quad (30.1)$$

$$\int_{\mu}^{\mu_q} \eta \sigma d\eta = -\sigma_p (\lambda/s_1)^2 \{s_q(e_q - 1)(e_q + 1 + 2s_1) / 2 \\ - (e_q - 1)^2 [(e_q + 2 + 3s_1)E_2 / 6E + (\frac{e_q + s_1}{n+1} - \frac{e_q - 1}{n+2}) (E_1 - E_2) / E]\} \quad (30.2)$$

$$\int_{\mu_c}^{\mu} \eta \sigma d\eta = -\sigma_p (\lambda/s_1)^2 \{s_c(e_c - e_q)(e_c + e_q + 2s_1) / 2 \\ - (e_c - e_q)^2 (\frac{e_c + s_1}{m+1} - \frac{e_c - e_q}{m+2}) E_3 / E\} \quad (30.3)$$

$$\int_{\mu_c}^h \eta \sigma d\eta = -\sigma_p (\lambda/s_1)^2 \{(h/\lambda)^2 s_1^2 - (s_1 + e_c)^2\} s_c / 2 \quad (30.4)$$

となるからこれらの式を $M/b + \int_0^h \eta \sigma d\eta = 0$ に用いて

$$M/M_Y = 6M/bh^2\sigma_p = 3s_c - (\lambda/s_1)^2\phi/h^2 = 3s_c - s_c^2\phi/f^2 \quad (31)$$

$$\phi = (s_1 + 1)^2 (s_1 - 2) + 3s_c (s_1 + e_q)^2 - 3s_q (e_q - 1) (2s_1 + e_q + 1) \\ + (e_q - 1)^2 (3s_1 + e_q + 2) E_2 / E \\ + 6(e_q - 1)^2 [(e_q + s_1) / (n+1) - (e_q - 1) / (n+2)] (E_1 - E_2) / E \\ + 6(e_c - e_q)^2 [(e_c + s_1) / (m+1) - (e_c - e_q) / (m+2)] E_3 / E \quad (31.1)$$

を得る。

ところで $\mu \geq y \geq \eta$ で σ は (25.1) 式であるから

$$\partial\sigma/\partial x = \partial\sigma_1/\partial x - (\lambda\partial\sigma_1/\partial x - \sigma_1\partial\lambda/\partial x)\eta/\lambda^2$$

したがって(26)式は

$$\tau = y\partial\sigma_1/\partial x - y^2(\lambda\partial\sigma_1/\partial x - \sigma_1\partial\lambda/\partial x)/2\lambda^2 \quad (32)$$

となる。(32)式より, τ_{\max} を与える y を y_m とすると

$$y_m = \lambda^2 \partial\sigma_1/\partial x / (\lambda\partial\sigma_1/\partial x - \sigma_1\partial\lambda/\partial x) \quad (33)$$

(33)式を(32)式に代入すると

$$\tau_{\max} \equiv \tau_m = \lambda^2 (\partial\sigma_1/\partial x)^2 / 2 (\lambda\partial\sigma_1/\partial x - \sigma_1\partial\lambda/\partial x) \quad (34)$$

を得る。

(29)式より

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\partial \lambda}{\partial s_1} \cdot \frac{\partial s_1}{\partial x} = \frac{hs_c}{f} \left(1 - \frac{s_1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial s_1} \right) \frac{\partial s_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial s_1} = s_1 + s_c$$

したがって

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = [\lambda/s_1 - (s_1 + s_c)\lambda/f] \frac{\partial s_1}{\partial x}$$

$$\lambda \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} - \sigma_1 \frac{\partial \lambda}{\partial x} = \sigma_p s_1 (s_1 + s_c) \lambda / f \cdot \frac{\partial s_1}{\partial x}$$

となり (32), (33), (34)式にこれらの式を用いると

$$\tau = \sigma_p [1 - y(s_1 + s_c)/2hs_c] y \frac{\partial s_1}{\partial x} \quad (32.1)$$

$$y_m = hs_c (s_1 + s_c) \quad (33.1)$$

$$\tau_m = \sigma_p hs_c / 2(s_1 + s_c) \cdot \frac{\partial s_1}{\partial x} \quad (34.1)$$

を得る。

ところで(31)式より

$$\frac{\partial}{\partial x} (M/M_Y) = Q/M_Y = (s_c^2/f^3) [2(s_1 + s_c)\phi - f \frac{\partial \phi}{\partial s_1}] \frac{\partial s_1}{\partial x}$$

したがって

$$\frac{\partial s_1}{\partial x} = \frac{6Q}{bh^2\sigma_p} \cdot F \quad (35)$$

$$F = (f^3/s_c^2) / [2(s_1 + s_c)\phi - f \cdot \frac{\partial \phi}{\partial s_1}] \quad (35.1)$$

(31.1)式より

$$\frac{\partial \phi}{\partial s_1} = 6[(s_1^2 - 1)/2 + s_c(s_1 + e_q) - s_q(e_q - 1) + (e_q - 1)^2 E_2/2E + (e_q - 1)^2(E_1 - E_2)/E(n+1) + (e_c - e_q)^2 E_3/E(m+1)] \quad (36)$$

(35)式を(32.1), (34.1)式に代入すると

$$\tau = \frac{6Q}{bh} [1 - (s_1 + s_c)(y/h)^2/2s_c] \cdot F \quad (37)$$

$$\tau_m = \frac{3Q}{2bh} \cdot \frac{2s_c}{s_1 + s_c} \cdot F \quad (38)$$

となる。ここで F は (35.1) 式, また (35.1) 式の ϕ は (31.1) 式, $\partial \phi / \partial s_1$ は (36) 式, f は (29.1) 式で与えられる。

$s_q = 1.5091$, $s_c = 1.6364$, $e_q = 1.6444$, $e_c = 2.3556$ したがって $E_1/E = 0.78997$, $E_2/E = 0.46945$, $E_3/E = 0.17898$, $n = 1.6553$, $m = 2.6229$ なる圧縮特性値を有する材料について, (37)式の右辺を, $s_1 = 2.3, 3.0, 4.0, 5.0$ の各場合について計算し, その結果を図示したものが Fig. 9 である。同図の縦軸は y/h , 横軸は $\tau/\bar{\tau}$, $\bar{\tau}$ はその断面の平均せん断応力すなわち $\bar{\tau} = Q/bh$ である。 $s_1 = 1.0$ は全断面弾性の場合であり, τ_{max} は $y/h = 0.5$ において生じ $\tau/\bar{\tau}$ の値は周知のように 1.5 である。

s_1 が次式(39)の s_1^* に対し, $s_1 \geq s_1^*$ のとき $\mu_c \leq h$ となって Fig. 8 の状態が出現する。この例では $s_1^* = 2.2197$ となる。

$$s_1^* = [1 + 2s_q(e_q - 1) - (e_q - 1)^2 E_2/E + 2s_c(e_c - e_q) - 2(e_q - 1)^2(E_1 - E_2)/E(n+1) - 2(e_c - e_q)^2 E_3/E(m+1)]^{1/2} \quad (39)$$

Fig. 9 より, s_1 が大きくなるにしたがって y_m は小さくなり, τ_m は漸次大きくなっていくことがみられる。なお, この図の実線は (37) 式が成立する $0 \leq y/h \leq \mu/h$ の範囲の値を示し, 点線部分の τ については別の式が導かれるが, 本論の目的外であるから省略した。しかし点線の終点の位値はそれぞれの s_1 に対応する正しい μ_c/h を示しており, ここでの理論によれば, $\mu_c \leq y \leq h$ では τ は常に 0 である。

金¹³⁾ は曲げられた木材のハリの断面内応力分布について圧縮側に完全塑性型を仮定した。この仮

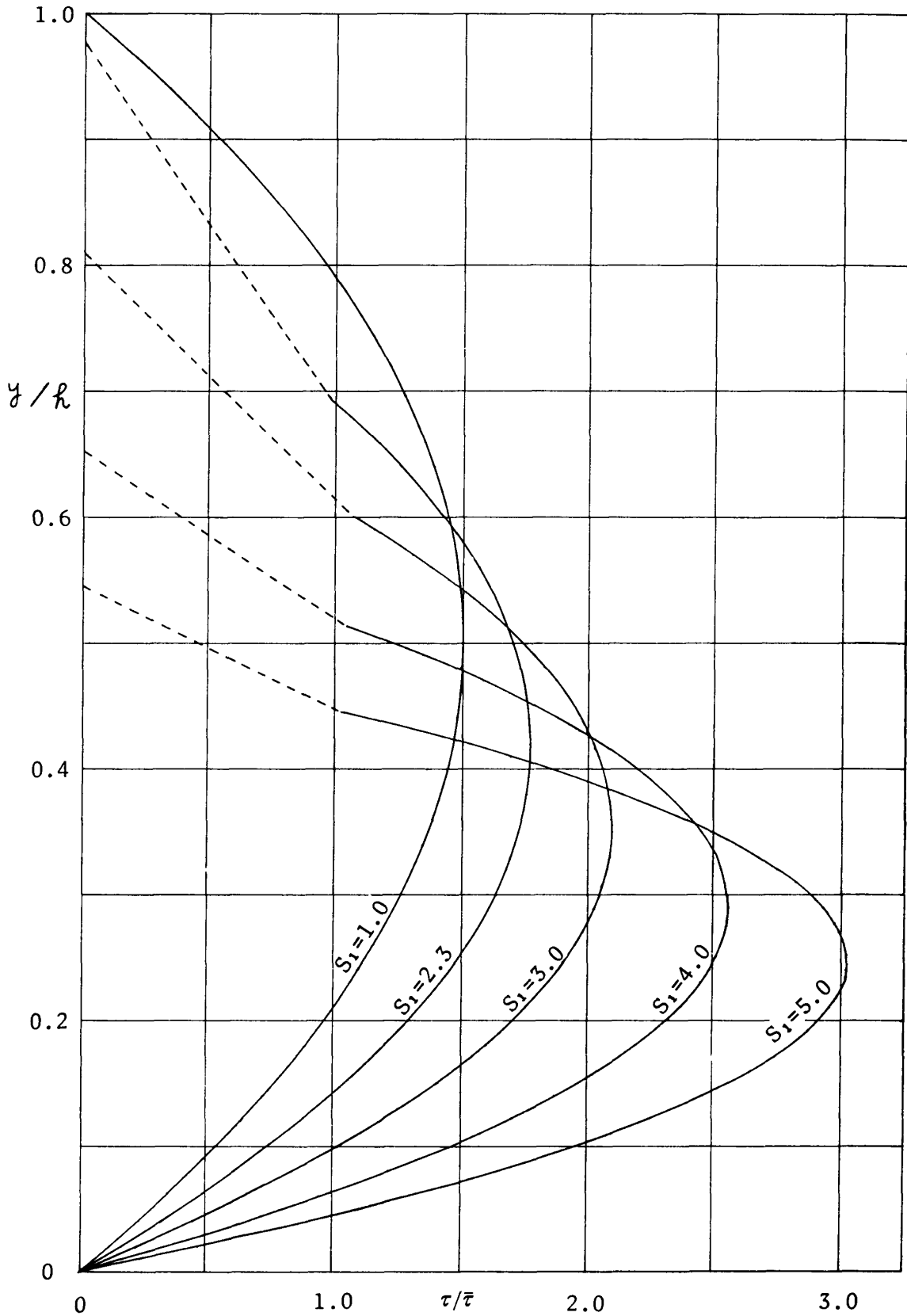


Fig. 9. Distributions of shearing stress (τ) in wood-beam having rectangular cross-section. $S_1 = \sigma_1 / \sigma_P$, σ_P : proportional limit stress in compression, σ_1 : extreme tensile stress in beam, $\bar{\tau} = A/Q$, Q : shearing force, A : area of cross-section.

定によれば応力分布は Fig. 8(b) の点線のようになり, それによる曲げモーメント $(M)_k$, 最大せん断応力 $(\tau_m)_k$ は次式で与えられる。

$$(M)_k = \frac{bh^2(3\sigma_1 - \sigma_c)\sigma_c}{6(\sigma_1 + \sigma_c)} = \frac{bh^2\sigma_p(3s_1 - s_c)s_c}{6(s_1 + s_c)} = M_Y \frac{(3s_1 - s_c)s_c}{(s_1 + s_c)} \quad (40)$$

$$(\tau_m)_k = \frac{3Q}{2b\mu_0} = \frac{3Q}{2bh} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_c}{2\sigma_c} = \frac{3Q}{2bh} \cdot \frac{s_1 + s_c}{2s_c} \quad (41)$$

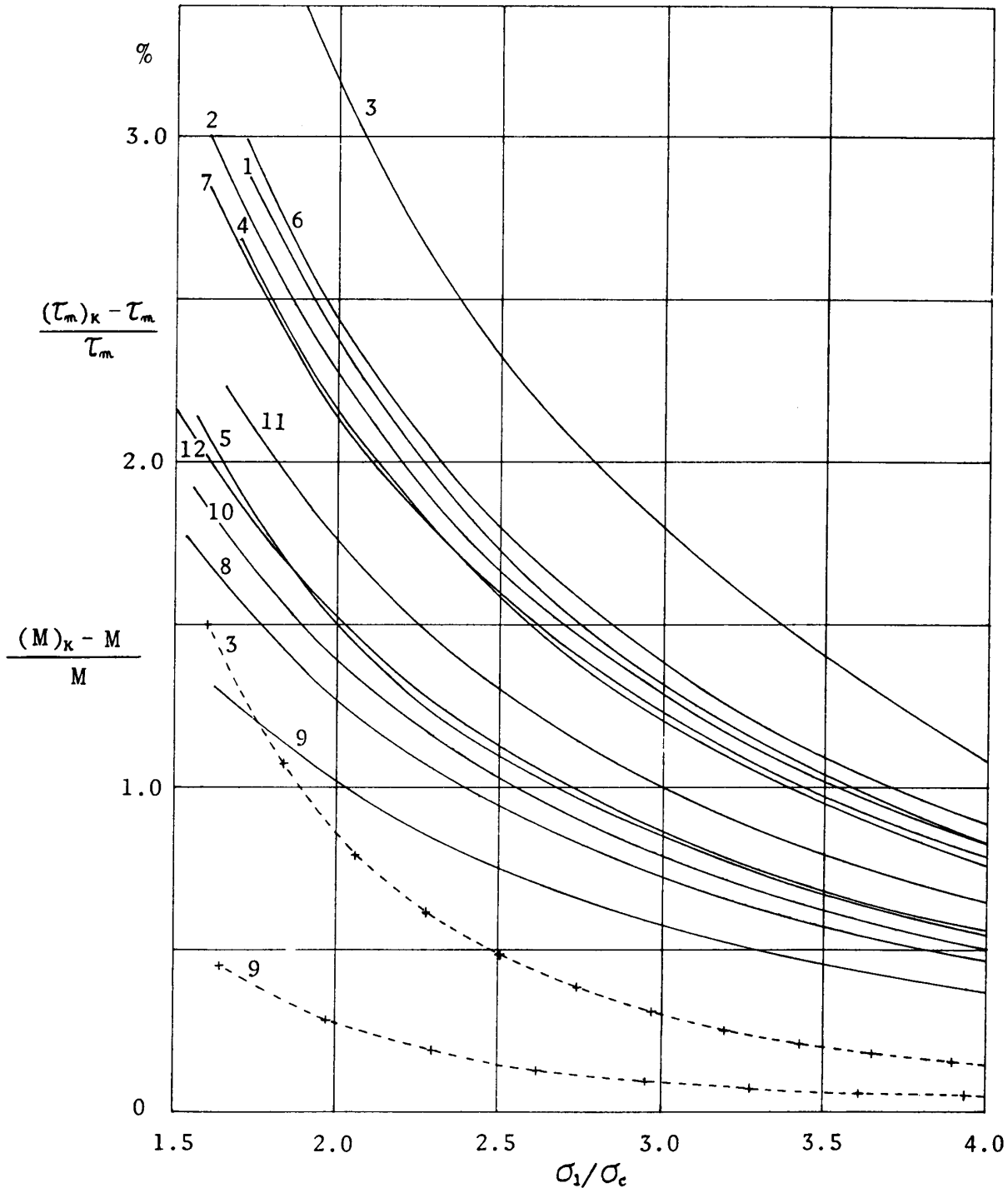


Fig. 10. Differences in the maximum shearing stress and in the internal moment between case 1 and case 2. case 1, 2: normal stress distribution is represented as solid line and dotted line in Fig. 2-8(b), respectively.

(38)式による τ_m と(41)式による値とを比較するため、表1に示した12個の圧縮試片の、各特性値を用い $[(\tau_m)_k - \tau_m] / \tau_m$ を計算し $\sigma_1 / \sigma_c (=s_1/s_c)$ との関係を示すと Fig. 10の各実線のようになる。これによると $(\tau_m)_k$ は τ_m より常に過大な値を与えるが、ハリの引張側縁応力 σ_1 がその木材の圧縮強度 σ_c の2倍以上になれば、その差は3%以下になる。また(40)式による $(M)_k$ も(31)式の M より過大な評価になるが、Fig. 10の……+……に示されるようにその差は τ_m の場合よりもさらに小さく $\sigma_1 > 2\sigma_c$ では1%以下である。

この節で導いた M および τ の式は、木材のハリの圧縮側の応力—ひずみ関係に、単軸圧縮で測定される応力—ひずみ関係にもっともよく適合する n 次及び m 次の放物線を用いたものであるが、 σ_1 が $2\sigma_c$ 以上になれば、完全塑性型を仮定した金の式でも τ, M の推定は実用的に十分な精度を有する。松浦¹⁴⁾、および杉山¹⁰⁾は、圧縮側の応力が σ_c に達するまでの間を2つの直線で近似させ、また Zakic¹⁵⁾ は引張側は直線、圧縮側は2次の放物線として必要な算式を導いているが、これらについても同様なことが言える。金の式は松浦の式および本節で導いた筆者の式に比べ、圧縮特性値としては σ_c のみを知ればよいと云う点において、より实际的であり、しかも終局モーメントまたは終局応力の推定に関しては実用上十分な精度を有するものであることが明らかになった。

2.2 長方形断面ハリでの実験

スギ、気乾材から断面 $2.5\text{cm} \times 2.5\text{cm}$ 、長さ 30cm 、 28cm 、 26cm 、 24cm の2方桁角棒を各10~12本作製し、何れも1端から長さ 8cm の所で切断してこれを圧縮試験に、残余の部分に曲げ試験に供した。曲げ試験は Fig. 1の2点荷重方式で、いずれも $a_0 = 4\text{cm}$ 、 $a_1 = 1\text{cm}$ 、したがって a の長さはそれぞれ 8cm 、 7cm 、 6cm 、 5cm となる。2点荷重方式を採用したのは中央集中荷重方式より荷重点でのツブレの影響を軽減し得るためである。

表—2に測定および計算の結果を示す。試片番号の前に付した記号 R および T は曲げ試験における荷重方向がそれぞれ R 方向および T 方向であることを示し、その次の数字は曲げ試験での長さ a を cm で表わした値である。また b, h はハリの幅及び高さ、 P は曲げ試験での破壊荷重を示す。 σ_b は

$$\sigma_b = 6M/bh^2 = 3aP/bh^2 \quad (42)$$

で計算されるいわゆる曲げ破壊係数、 σ_c は対応する試片の圧縮強度である。

(40)式より

$$\sigma_1 = \sigma_c(\sigma_c + \sigma_b) / (3\sigma_c - \sigma_b) = \sigma_c \frac{1 + \sigma_b/\sigma_c}{3 - \sigma_b/\sigma_c} = \sigma_c(1 + r') / (3 - r'); \quad r' = \sigma_b/\sigma_c \quad (43)$$

(41)式より

$$\tau_m = 3P(1 + \sigma_1/\sigma_c) / 8bh = 3P(1 + r) / 8bh; \quad r = \sigma_1/\sigma_c \quad (44)$$

となるから測定された σ_b, σ_c に基づき(43)式によって σ_1 、さらにこの σ_1 と σ_c から(44)式によって τ_m を求めた。 σ_1 および τ_m は曲げ試験体内部の応力分布が前節の弾塑性曲げのハリ理論に従うとしたときの破壊時における引張側最大縁応力および最大せん断応力である。なお τ_0 は全断面弾性と仮定し、ハリの実用公式 $\tau_0 = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh} = 0.75P/bh$ から計算される値である。

長方形断面ハリの破壊性状を写真①②③④に示す。これらによるとハリは何れも中央部下縁の引張によって破壊したことをうかがわせる。表—2によると破壊時の σ_1 は $a = 8.0, 7.0, 6.0, 5.0\text{cm}$ の各場合に対してそれぞれ平均値で $881, 894, 927, 1180\text{kg/cm}^2$ となり、同じく破壊時の τ_m は $88, 104, 126, 200\text{kg/cm}^2$ と計算された。前述の理論によれば、この σ_1 はこれらハリ材料の引張強度の推定値となり、また、いずれのハリもせん断による破壊を生じなかったから、表2に計算される τ_m は、これら材料のせん断強さがこの τ_m 以上であるという結論になる。しかしここでの理論は、ハリの垂直断面が変形後も平面を保持する (ϵ の直線分布) と云う仮定から出発し、また荷重点および支

Table. 2. Results of bending test for wood-beams of rectangular ($b \times h$) cross-section.

Specimen No.	b	h	P	σ_b	σ_c	r'	σ_1	r	τ_m	τ_0
	cm	cm	kg	kg/cm ²	kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm	kg/cm ²
R8-1	2.48	2.52	423	645	367	1.76	814	2.22	82	51
2	2.48	2.49	413	645	373	1.73	801	2.15	79	50
3	2.49	2.51	461	705	368	1.92	990	2.69	102	55
4	2.54	2.41	412	670	359	1.87	907	2.53	89	50
5	2.51	2.51	407	618	325	1.90	859	2.64	88	48
T8-1	2.52	2.49	413	634	359	1.77	805	2.24	80	49
2	2.53	2.49	440	673	389	1.73	836	2.15	82	52
3	2.50	2.48	426	665	371	1.79	857	2.31	85	52
4	2.50	2.50	470	722	399	1.81	942	2.36	95	56
5	2.52	2.48	461	714	375	1.90	994	2.65	101	55
Mean					369		881		88	52
R7-1	2.53	2.52	538	703	370	1.90	975	2.64	115	63
2	2.50	2.52	514	680	375	1.81	889	2.37	103	61
3	2.50	2.52	509	673	367	1.83	892	2.43	104	61
4	2.50	2.51	520	693	367	1.89	953	2.60	112	62
5	2.50	2.50	472	634	349	1.82	831	2.38	96	57
6	2.50	2.52	530	701	373	1.88	958	2.57	113	63
T7-1	2.51	2.51	527	700	385	1.82	918	2.38	106	63
2	2.53	2.49	496	664	375	1.77	846	2.26	96	59
3	2.50	2.49	479	649	326	1.99	966	2.96	114	58
4	2.51	2.53	521	681	384	1.77	868	2.26	100	62
5	2.50	2.51	511	681	388	1.76	859	2.21	98	61
6	2.51	2.53	480	627	367	1.71	769	2.10	88	57
Mean					369		894		104	61

P : maximum load. σ_b : modulus of rupture in bending. σ_c : compressive strength. σ_1, τ_m : estimated maximum tensile and shearing stress in beam, respectively. $r' = \sigma_b / \sigma_c$ $r = \sigma_1 / \sigma_c$ $\tau_0 = 3P/4bh$.

R8 represents radial loading and shear-span=8cm.

T5 represents tangential loading and shear-span=5cm.

点近傍における接触応力あるいはめりこみ応力の影響を完全に無視したものであるから a/h が極端に小さいハリに対しては本来適用し得ないものである¹⁶⁾。(43), (44)式などの適用可能な範囲については今後の検討課題とし、この実験の結果、 $a=5\text{cm}$ の場合 σ_1, τ_m いずれも極端に大きな値となるのはこのような理由によるものである。もし $a=7\text{cm}$ まで近似的に適用可能であるとすれば、ここでの材料は96~115kg/cm² 以上のせん断強さを有するものと推論される。

2.3 I形断面ハリに関する計算式

2.2にみられるように長方形断面のハリでは2点荷重方式で a/h を相当に小さくし、曲げモーメントよりも、せん断力の影響が相対的に大きくなるようにしても、せん断による破壊を出現せしめ得なかった。したがって σ_1 に対する τ_m の値が相対的に大きくなるI形断面のハリを考える。

Fig. 11(a)のように垂直な対称軸を y 軸とし、 $0 \sim y_1$ および $y_4 \sim y_5$ の間は幅 B 一定、 $y_2 \sim y_3$ 間は幅 b 一定、 $y_1 \sim y_2$ および $y_3 \sim y_4$ 間はその縁が半径 R の円弧であるとする、断面積 A は

$$A = B(t_1 + t_2) + bd + 2k \tag{45}$$

Table 2. (Continued)

Specimen No.	b	h	P	σ_b	σ_c	r'	σ_1	r	τ_m	τ_0
R6-1	2.53	2.52	640	717	377	1.90	996	2.64	137	75
2	2.52	2.49	548	631	360	1.75	795	2.21	105	66
3	2.51	2.48	638	744	396	1.88	1017	2.57	137	77
4	2.50	2.50	621	715	388	1.84	953	2.46	129	75
T6-1	2.50	2.50	622	717	386	1.86	966	2.50	131	75
2	2.49	2.49	630	735	373	1.97	1077	2.89	148	76
3	2.50	2.52	516	585	318	1.84	779	2.45	106	61
4	2.51	2.52	623	704	365	1.93	998	2.73	138	74
5	2.51	2.51	571	650	365	1.78	833	2.28	112	68
6	2.49	2.46	556	664	370	1.80	858	2.32	113	68
Mean					370		927		126	72
R5-1	2.51	2.53	836	781	375	2.08	1261	3.36	215	99
2	2.54	2.51	834	782	362	2.16	1362	3.76	234	98
3	2.52	2.50	672	640	304	2.11	1055	3.47	179	80
4	2.48	2.51	756	728	347	2.10	1192	3.44	202	91
5	2.50	2.52	802	758	387	1.96	1100	2.84	183	95
T5-1	2.51	2.49	691	666	350	1.90	926	2.65	151	83
2	2.49	2.52	773	733	364	2.01	1113	3.06	187	92
3	2.50	2.51	790	752	344	2.19	1346	3.91	232	94
4	2.51	2.51	754	715	331	2.16	1245	3.76	214	90
5	2.50	2.51	849	809	380	2.13	1365	3.59	233	101
6	2.49	2.50	736	709	366	1.94	1011	2.76	167	89
Mean					356		1180		200	92

$$k = (b + 2R - e)c - R^2\theta_1; \theta_1 = \sin^{-1}c/R \quad (45.1)$$

Z 軸に対するこの断面積の 1 次モーメント G_z , 2 次モーメント I_z は

$$G_z = B(t_1^2 + 2t_1h - t_2^2)/2 + (y_2 + y_3)(bd/2 + k) \quad (46)$$

$$I_z = B(t_1^3 + h^3 - y_4^3)/3 + b(y_3^3 - y_2^3)/3 + (y_2^2 + y_3^2)k \\ + [(b + 2R)c^2 - 4(R^3 - e^3)/3]d + 2(b + 2R)c^3/3 - R^4\theta_1/2 + (R^2 - 2c^2)ce/2 \quad (47)$$

断面図心の位置 y_0 および図心を通り軸に平行な軸に対する 2 次モーメント I_{z_0} は

$$y_0 = G_z/A \quad (48)$$

$$I_{z_0} = I_z - y_0^2A \quad (49)$$

このような断面をもつハリが曲げモーメント M と同時にせん断力 Q を受ける場合, 長方形断面の場合と同様に, ひずみの直線分布を仮定すれば, 下縁 (z 軸) から距離 $y = \eta$ の位置での線ひずみ ε は Fig. 2-11(b) の点線のように

$$\varepsilon = \varepsilon_c(\lambda - \eta) / (\mu - \lambda) \quad (50)$$

で表わされる。

また, ハリ内部での応力-ひずみ関係に

$$-\varepsilon_c \leq \varepsilon: \sigma = E\varepsilon \quad (51.1)$$

$$-\varepsilon_c \geq \varepsilon: \sigma = -\sigma_c \quad (51.2)$$

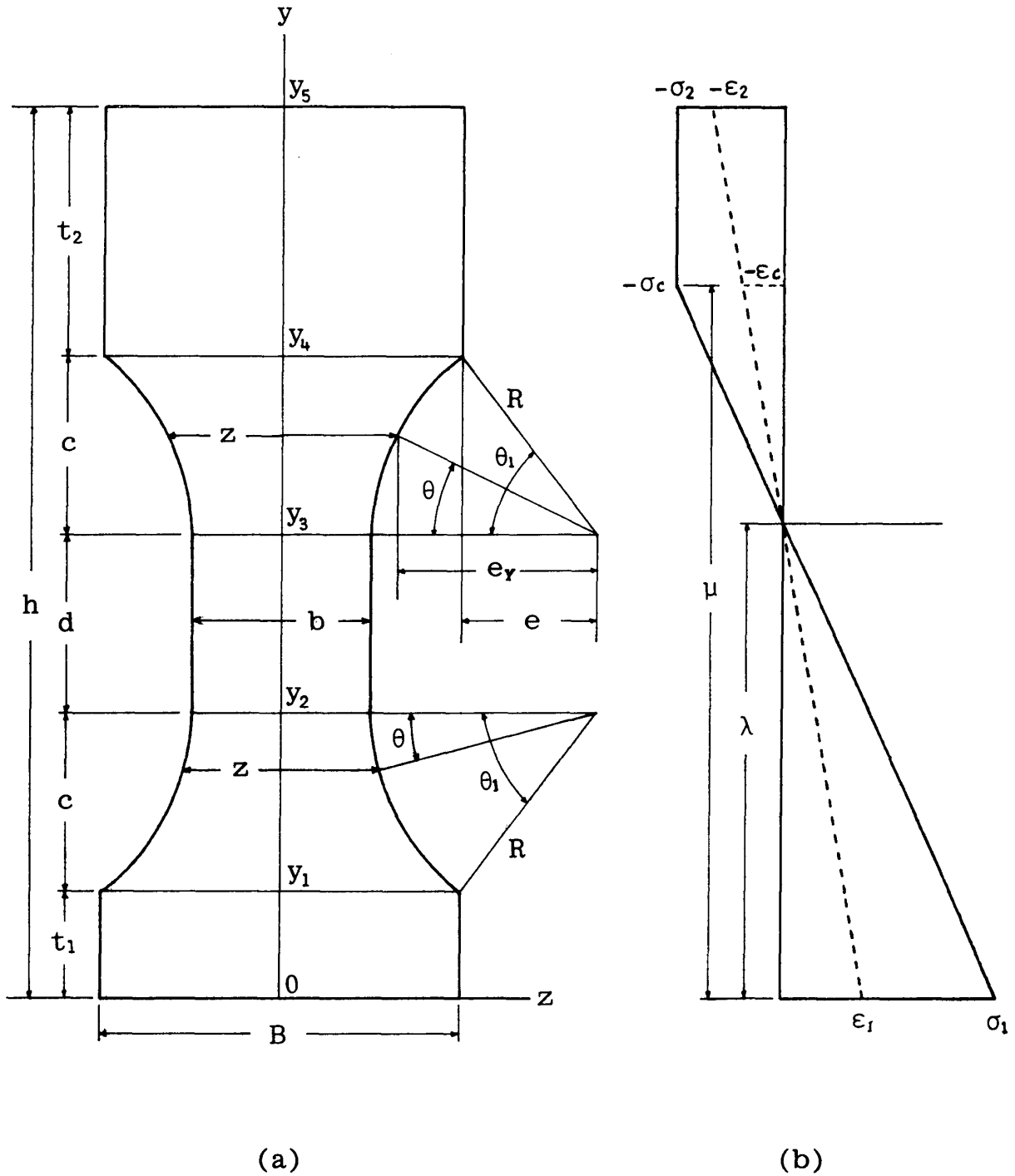


Fig. 11. (a) Cross-section of I-beam.
(b) Distributions of stress (----) and strain (—) in wooden I-beam.

のように引張側線形，圧縮側完全塑性型を仮定すると，応力分布は同図の実線のようになる。μは $\epsilon = -\epsilon_c$ となる位置，λは中立軸までの距離である。

せん断応力 τ は，長方形断面の場合と同様な考察により

$$y \geq \mu: \tau = 0$$

$$y \leq \mu: \tau = \frac{1}{z(y)} \int_0^y \frac{\partial}{\partial x} \sigma(x, \eta) z(\eta) d\eta \quad (52)$$

後に示されるように(50)式の λ は μ の関数として表わされるから(51.1)とともに

$$\partial\sigma/\partial x = \frac{\sigma_c}{(\mu-\lambda)^2} [(\mu\partial\lambda/\partial\mu - \lambda) + (1 - \partial\lambda/\partial\mu)\eta] \frac{\partial\mu}{\partial x} \quad (53)$$

とかける。

ところで μ の値が

i) $y_4 \leq \mu \leq h$ の場合

$$\begin{aligned} \int_0^{y_1} \sigma z dy &= \sigma_c B (\lambda y_1 - \frac{1}{2} y_1^2) / (\mu - \lambda) \\ \int_{y_1}^{y_2} \sigma z dy &= \sigma_c [k(\lambda - y_2) + \frac{1}{2} (b + 2R) c^2 - \frac{2}{3} (R^3 - e^3)] / (\mu - \lambda) \\ \int_{y_2}^{y_3} \sigma z dy &= \sigma_c b d (2\lambda - y_2 - y_3) / 2 (\mu - \lambda) \\ \int_{y_3}^{y_4} \sigma z dy &= \sigma_c [k(\lambda - y_3) - \frac{1}{2} (b + 2R) c^2 + \frac{2}{3} (R^3 - e^3)] / (\mu - \lambda) \\ \int_{y_4}^{\mu} \sigma z dy &= \sigma_c B [\lambda(\mu - y_4) - \frac{1}{2} (\mu^2 - y_4^2)] / (\mu - \lambda) \\ \int_{\mu}^h \sigma z dy &= -\sigma_c B (h - \mu) \end{aligned}$$

となるから $\int_0^h \sigma z dy = 0$ の条件から

$$\lambda = [K_1 + B(h\mu - \frac{1}{2}\mu^2)] / A \quad (54)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} B (y_1^2 - y_4^2) + (k + \frac{1}{2} b^2) (y_2 + y_3) \quad (54.1)$$

(54)式の A はこの I 断面の面積であって(45)式で与えられる。また k は(45.1)式である。また

$$\begin{aligned} \int_0^{y_1} \sigma z y dy &= \sigma_c B (3\lambda - 2t_1) t_1^2 / 6 (\mu - \lambda) \\ \int_{y_1}^{y_2} \sigma z y dy &= \sigma_c \{ \lambda [k y_2 - \frac{1}{2} (b + 2R) c^2 + \frac{2}{3} (R^3 - e^3)] - k y_2^2 \\ &\quad + (b + 2R) c^2 (y_2 - \frac{1}{3} c) - \frac{4}{3} y_2 (R^3 - e^3) + \frac{1}{4} R^2 (R^2 \theta_1 - c e) + \frac{1}{2} c^3 e \} / (\mu - \lambda) \\ \int_{y_2}^{y_3} \sigma z y dy &= \sigma_c b [3\lambda (y_3^2 - y_2^2) - 2(y_3^3 - y_2^3)] / 6 (\mu - \lambda) \\ \int_{y_3}^{y_4} \sigma z y dy &= \sigma_c \{ \lambda [k y_3 + \frac{1}{2} (b + 2R) c^2 - \frac{2}{3} (R^3 - e^3)] - k y_3^2 \\ &\quad - (b + 2R) c^2 (y_3 + \frac{1}{3} c) + \frac{4}{3} y_3 (R^3 - e^3) + \frac{1}{4} R^2 (R^2 \theta_1 - c e) + \frac{1}{2} c^3 e \} / (\mu - \lambda) \\ \int_{y_4}^{\mu} \sigma z y dy &= \sigma_c B [3\lambda (\mu^2 - y_4^2) - 2(\mu^3 - y_4^3)] / 6 (\mu - \lambda) \\ \int_{\mu}^h \sigma z y dy &= -\sigma_c B (h^2 - \mu^2) / 2 \end{aligned}$$

であるから $M + \int_0^h \sigma z y dy = 0$ の条件から

$$M = \frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)} \phi_1 \quad (55)$$

$$\phi_1 = -K\lambda - \frac{1}{6} B (\mu^3 - 3h^2\mu) + K_2 \quad (56)$$

$$K = \frac{1}{2} B [t_1^2 + t_2(h + y_4)] + (k + \frac{1}{2} b^2) (y_2 + y_3) \quad (56.1)$$

$$K_2 = \frac{1}{3}B(y_1^3 - y_4^3) + k(y_2^2 + y_3^2) + \frac{1}{3}b(y_3^2 - y_2^2) \\ + (b+2R)(d + \frac{2}{3}c)c^2 - \frac{4}{3}(R^3 - e^3)d - \frac{1}{2}R^2(R^2\theta_1 - ce) - c^3e \quad (56.2)$$

ii) $y_3 \leq \mu \leq y_4$ の場合

$\int_0^h \sigma z dy = 0$ の条件から

$$\lambda = [K_3 - (\mu - y_3)^2(\frac{1}{2}b + R - e_\mu) - (\mu - y_3)R^2\theta_\mu + \frac{2}{3}e_\mu^3 + \mu(k + Bt_2)]/A \quad (57)$$

$$\theta_\mu = \sin^{-1}[(\mu - y_2)/R], \quad e_\mu = R\cos\theta_\mu \quad (57.1)$$

$$K_3 = \frac{1}{2}By_1^2 + ky_2 - \frac{1}{2}(b+2R)c^2 + \frac{1}{2}bc(y_2 + y_3) - \frac{2}{3}e^3 \quad (57.2)$$

また $M + \int_0^h \sigma zy dy = 0$ の条件から

$$M = \frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)}\phi_2 \quad (58)$$

$$\phi_2 = -k\lambda + (\mu - y_3)^3[\frac{1}{3}(b+2R) - \frac{1}{2}e_\mu] + (\mu - y_3)^2[y_3e_\mu - \frac{1}{2}(b+2R)\mu] \\ + (\mu - y_3)R^2(\frac{1}{4}e_\mu + y_3\theta_\mu) - \frac{1}{4}R^4\theta_\mu + \frac{2}{3}(2y_3 - \mu)e_\mu^3 + K_4\mu - K_5 \quad (59)$$

$$K_4 = ky_3 + \frac{1}{2}(b+2R)c^2 + \frac{2}{3}e^3 + \frac{1}{2}Bt_2(h + y_4) \quad (59.1)$$

$$K_5 = \frac{1}{3}Bt_1^3 + ky_2^2 - [(b+2R)c^2 - \frac{4}{3}(R^3 - e^3)]y_2 + [\frac{1}{3}(b+2R) - \frac{1}{2}e]c^3 \\ - \frac{1}{4}(R^2\theta_1 - ce)R^2 + \frac{1}{3}b(y_3^3 - y_2^3) - \frac{4}{3}y_3R^3 \quad (59.2)$$

iii) $y_2 \leq \mu \leq y_3$ の場合

$$\lambda = [K_6 + (by_3 + k + Bt_2)\mu - \frac{1}{2}b\mu^2]/A \quad (60)$$

$$K_6 = \frac{1}{2}By_1^2 + ky_2 - \frac{1}{2}(b+2R)c^2 + \frac{2}{3}(R^3 - e^3) - \frac{1}{2}by_2^2 \quad (60.1)$$

$$M = \frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)}\phi_3 \quad (61)$$

$$\phi_3 = -K\lambda - \frac{1}{6}b\mu^3 + K_7\mu + K_8 \quad (62)$$

$$K_7 = \frac{1}{2}Bt_2(h + y_4) + ky_3 + \frac{1}{2}(b+2R)c^2 - \frac{2}{3}(R^3 - e^3) + \frac{1}{2}by_3^2 \quad (62.1)$$

$$K_8 = ky_2^2 - \frac{1}{3}(b+2R)(3y_2 - c)c^2 + \frac{4}{3}(R^3 - e^3)y_2 \\ - \frac{1}{4}R^2(R^2\theta_1 - ce) - \frac{1}{2}c^3e - \frac{1}{3}(by_2^3 - By_1^3) \quad (62.2)$$

となる。

したがって(53)式中の $\partial\lambda/\partial\mu$ は(54)式より

$$\partial\lambda/\partial\mu = B(h - \mu)/A; \quad y_4 \leq \mu \leq h \quad (63)$$

(57.1)式より

$$\partial\theta_\mu/\partial\mu = 1/R\cos\theta_\mu = 1/e_\mu, \quad \partial e_\mu/\partial\mu = -R\sin\theta_\mu \cdot \partial\theta_\mu/\partial\mu = -(\mu - y_3)/e_\mu$$

であるから(57)式より

$$\partial\lambda/\partial\mu = \{(\mu - y_3)[\frac{R^2 - (\mu - y)^2}{e_\mu} - (b+2R)] + R^2\theta_\mu + k + Bt_2\}/A; \quad y_3 \leq \mu \leq y_4 \quad (64)$$

(60)式より

$$\partial\lambda/\partial\mu = (by_3 + k + Bt_2 - b\mu) / A ; y_2 \leq \mu \leq y_3 \quad (65)$$

となる。

ところで、曲げモーメント M は (55), (58), (61) の各式のように

$$M = \frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)} \phi_i ; \phi_i = \phi_i(\mu) \quad (66)$$

の形であり、ハリ理論にしたがってせん断力 $Q = \partial M / \partial x$ であるから

$$Q = \partial M / \partial x = \frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)^2} [(\mu - \lambda) \partial \phi_i / \partial \mu - \phi_i (1 - \partial \lambda / \partial \mu)] \cdot \partial \mu / \partial x$$

したがって

$$\frac{\sigma_c}{(\mu - \lambda)^2} \cdot \partial \mu / \partial x = Q / [(\mu - \lambda) \partial \phi_i / \partial \mu - \phi_i (1 - \partial \lambda / \partial \mu)] \quad (67)$$

とかける。

$\partial \phi_i / \partial \mu$ は (56), (59), (62) の各式より次の (68), (69), (70) 式となる。

$$\partial \phi_1 / \partial \mu = -K \partial \lambda / \partial \mu + \frac{1}{2} B (h^2 - \mu^2) ; y_4 \leq \mu \leq h \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \partial \phi_2 / \partial \mu = & -K \partial \lambda / \partial \mu + \frac{1}{2} (\mu - y_3)^3 (\mu - 3y_3) / e_\mu \\ & + (\mu - y_3)^2 [(b + 2R) (1/2 - \mu) + (2y_3 - 3/2) e_\mu - \frac{1}{4} R^2 / e_\mu] \\ & + (\mu - y_3) [R^2 y_3 / e_\mu - 2(2y_3 - \mu) e_\mu] + \frac{1}{4} R^2 (e_\mu - R^2 / e_\mu) \\ & + y_3 R^2 \theta_\mu - \frac{2}{3} e_\mu^3 + K_4 ; y_3 \leq \mu \leq y_4 \end{aligned} \quad (69)$$

$$\partial \phi_3 / \partial \mu = -K \partial \lambda / \partial \mu - \frac{1}{2} b \mu^2 + K_7 ; y_2 \leq \mu \leq y_3 \quad (70)$$

(53) 式に (67) 式の関係を用い、それを (52) に代入すると、

$$\tau = \frac{Q}{z(y)\Psi} \int_0^y (\psi_1 + \psi_2 \eta) z(\eta) d\eta ; y \leq \mu \quad (71)$$

$$\psi_1 = \mu \frac{\partial \lambda}{\partial \mu} - \lambda, \quad \psi_2 = 1 - \frac{\partial \lambda}{\partial \mu}, \quad \Psi = (\mu - \lambda) \frac{\partial \phi_i}{\partial \mu} - \phi_i \quad (71.1)$$

を得る。この (71) 式は Fig. 11(a) の I 形断面ハリが曲げモーメント M と同時にせん断力 Q の作用を受け、圧縮側上縁の線ひずみが $-\varepsilon_2 < -\varepsilon_c$ となって圧縮側に塑性域を生じた状態にあるとき、引張側下縁から距離 y の位置でのせん断応力 τ を求める一般式である。この断面について (71) 式の積分を計算すると次の (72), (73), (74), (75), (76) の各式を得る。

$$0 \leq y \leq y_1 : \tau / Q = (\psi_1 y + \frac{1}{2} \psi_2 y^2) / \Psi \quad (72)$$

$$\begin{aligned} y_1 \leq y \leq y_2 : \tau / Q = & \{ \psi_1 [By_1 + (b + 2R) (y - y_1) - R^2 (\theta_1 - \theta) - ce + (y_2 - y) e_y] \\ & + \psi_2 [\frac{1}{2} By_1^2 + \frac{1}{2} (b + 2R) (y^2 - y_1^2) \\ & - y_2 [R^2 (\theta_1 - \theta) + ce - (y_2 - y) e_y] + \frac{2}{3} (e_y^3 - e^3)] \} / z\Psi \end{aligned} \quad (73)$$

$$\theta = \sin^{-1} [(y_2 - y) / R], \quad e_y = R \cos \theta, \quad z = b + 2R (1 - \cos \theta) \quad (73.1)$$

$$\begin{aligned} y_2 \leq y \leq y_3 : \tau / Q = & \{ \psi_1 [By_1 + k + b(y - y_2)] + \psi_2 [\frac{1}{2} By_1^2 + \frac{1}{2} (b + 2R) (y_1 + y_2) c \\ & - (R^2 \theta_1 + ce) y_2 + \frac{2}{3} (R^3 - e^3) + \frac{1}{2} b (y^2 - y_2^2)] \} / b\Psi \end{aligned} \quad (74)$$

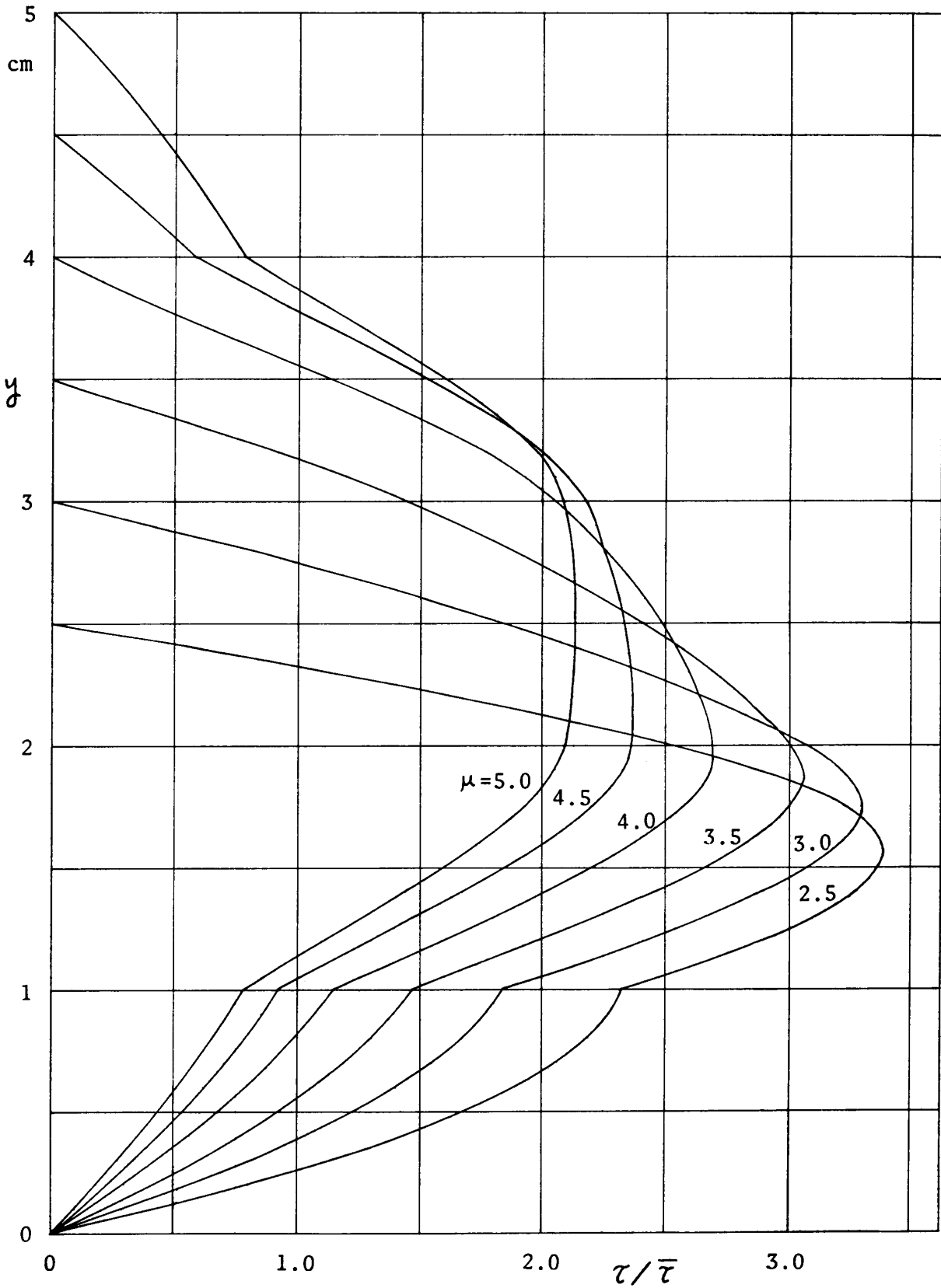


Fig. 12. Distributions of shearing stress (τ) in wood-beam having I($t_1=1.0$)-shaped cross-section. μ : distance as shown in Fig. 2-11(b), $\bar{\tau}$: average shearing stress.

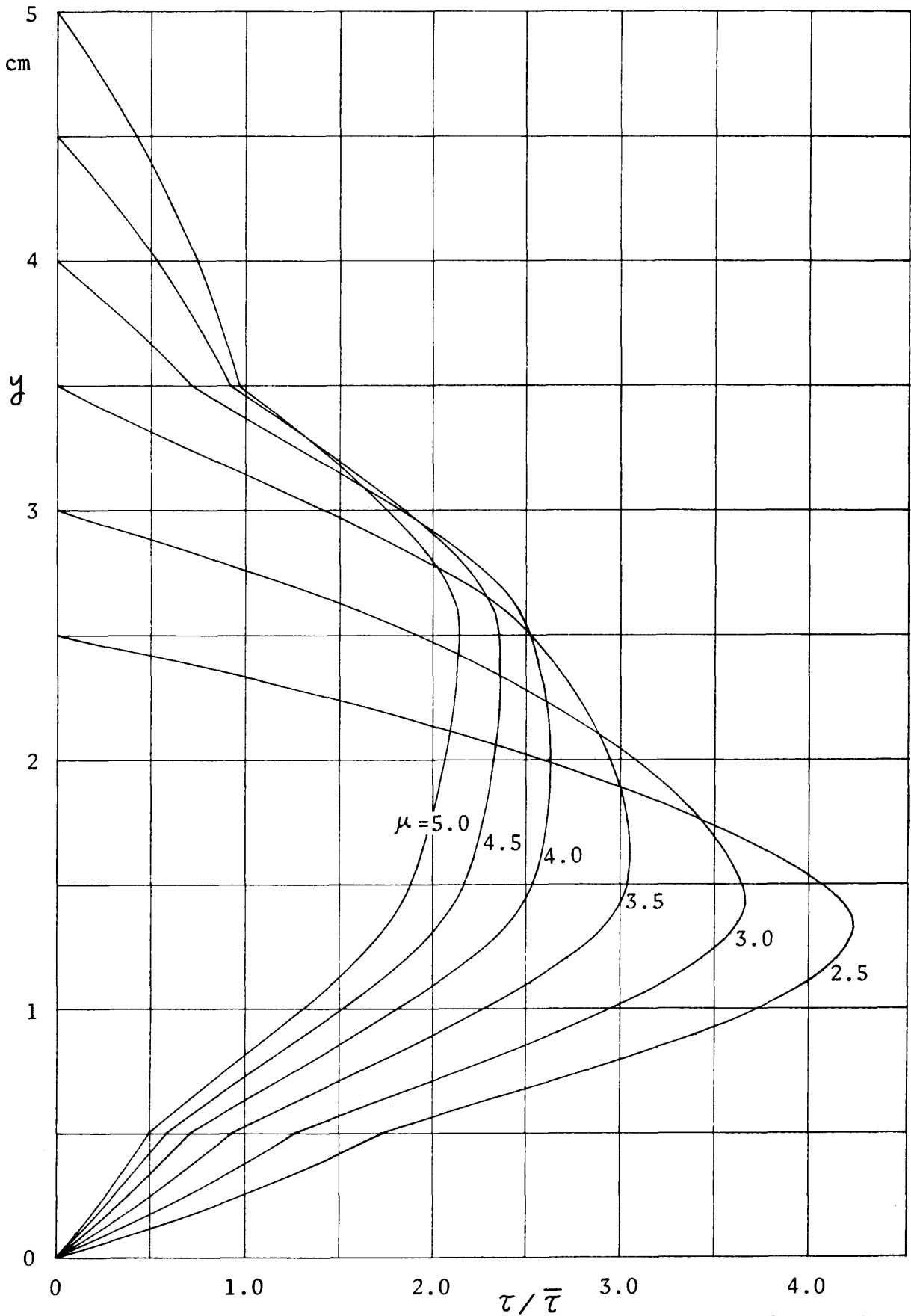


Fig. 13. Distributions of shearing stress (τ) in wood-beam having I ($t_1=0.5$)-shaped cross-section
 μ : distance as shown in Fig.2-11(b), $\bar{\tau}$: average shearing stress

$$\begin{aligned}
y_3 \leq y \leq y_4: \tau/Q = & \{ \phi_1 [By_1 + k + bd + (b + 2R - e_y)(y - y_3) - R^2\theta] \\
& + \phi_2 [\frac{1}{2}By_1^2 + \frac{1}{2}(b + 2R)(y_1 + y_2)c - (R^2\theta_1 + ce)y_2 + \frac{2}{3}(R^3 - e^3) + \frac{1}{2}bd(y_2 + y_3) \\
& + (b + 2R - e_y)y_3(y - y_3) + \frac{1}{2}(b + 2R)(y - y_3)^2 - y_3R^2\theta - \frac{2}{3}(R^3 - e_y^3)] \} / z\Psi
\end{aligned} \quad (75)$$

$$\theta = \sin^{-1}[(y - y_3)/R], \quad e_y = R\cos\theta, \quad z = b + 2R(1 - \cos\theta) \quad (75.1)$$

$$\begin{aligned}
y_4 \leq y \leq h: \tau/Q = & \{ \phi_1 [B(y_1 - y_4 + y) + 2k + bd] + \phi_2 [\frac{1}{2}B(y_1^2 - y_4^2 + y^2) \\
& + \frac{1}{2}(b + 2R)(y_1 + y_2 + c)c - (R^2\theta_1 + ce - \frac{1}{2}bd)y_2 + (k + \frac{1}{2}bd)y_3] \} / B\Psi
\end{aligned} \quad (76)$$

Fig. 11 (a) で $h=5.0\text{cm}$, $B=2.0\text{cm}$, $b=c=d=1.0\text{cm}$ とすると, $K=1.25\text{cm}$, $e=0.75\text{cm}$, $\theta_1=0.927295$ となる。さらに $t_1=y_1=1.0\text{cm}$ とすると $t_2=1.0\text{cm}$ となり上下, 左右対称な I 形断面となり, これを $I(t_1=1.0)$ の記号で表わす。この断面について $\mu=5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0, 2.5\text{cm}$ の各場合における $y \sim \tau/Q$ の関係を計算して図示すると Fig. 12 のようになる。ただしこの図の横軸には $\tau/\bar{\tau}$ すなわち各 y の位置におけるせん断応力 τ を, 断面全体の平均せん断応力 ($\bar{\tau}=Q/A$) に対する比の値で示している。同様に $t_1=0.5\text{cm}$ とすると $t_2=1.5\text{cm}$ となり, この断面: $I(t_1=0.5)$ における $y \sim \tau/\bar{\tau}$ の関係を Fig. 13 に示す。

$\mu=5.0 \sim y_2$ の範囲で, μ をさらに小さく変化させて $y \sim \tau/Q$ の関係を計算し, その結果から各 μ に対する $(\tau/Q)_{max}$ を求める。また (50) 式から

$$\sigma_1/\sigma_c = \lambda/(\mu - \lambda) \quad (77)$$

の関係があり, λ は (54), (57), (60) のように, μ によって一義的に定まるから, μ を媒介変数として σ_1/σ_c と $\tau_m/\bar{\tau}$ ($\equiv A(\tau/Q)_{max}$) の関係を定めることが出来る。この結果を図示したものが Fig. 14 であり, 曲線 (1) は $I(t_1=1.0)$, 曲線 (2) は $I(t_1=0.5)$ についてのものである。

長方形断面で, 同じく圧縮側に完全塑性を仮定すれば,

$$\tau_m/\bar{\tau} = 3h/2\mu \quad (78)$$

となり, また (77) 式は一般に成立する式であり, 長方形断面の場合には

$$\lambda = (2h - \mu)\mu/2h$$

であるから

$$\sigma_1/\sigma_c = 2h/\mu - 1 \quad (79)$$

となる。(78), (79) 式から h/μ を消去すると

$$\tau_m/\bar{\tau} = 3(\sigma_1/\sigma_c + 1)/4 \quad (80)$$

の関係を得る。これを図示したものが Fig. 14 の直線 (3) である。

木材特に一般の針葉樹材では, 引張強度 σ_t の圧縮強度 σ_c に対する比が概略 3.0 である¹⁷⁾。Fig. 14 から曲げモーメントによるハリの引張縁応力 σ_1 が $3\sigma_c$ に達するとき, その断面に同時にせん断力が存在する場合, その断面での最大せん断応力 τ_m の平均せん断応力 $\bar{\tau}$ に対する比が, 長方形断面では 3.0 であるのに対し, $I(t_1=0.5)$ では, 4.25 になる。したがって, 長方形断面ハリでは σ_1 によって破壊を生ずる M, Q 条件に対して, $I(t_1=0.5)$ のハリでは τ_m によるせん断破壊を生ずる可能性がある。また同じ I 形断面でも上下対称形, すなわち $I(t_1=1.0)$ の場合には $\sigma_1/\sigma_c=2.4$ 附近から $\tau_m/\bar{\tau}$ は減少しはじめ, $\sigma_1=3\sigma_c$ では $\tau_m/\bar{\tau}=3.3$ 程度となるから, ハリを σ_1 ではなく, τ_m で破壊させようとするに関してはほとんど有効でない。

後に使用するため, $I(t_1=0.5)$ 断面について求めた λ , $\tau_m/\bar{\tau}$, τ_m を生ずる位置 y_m , $M/\sigma_c = \phi/(\mu - \lambda)$: (66) 式, $\sigma_1/\sigma_c = \lambda/(\mu - \lambda)$: (77) 式の計算値を, μ を引数として表 3 に示す。

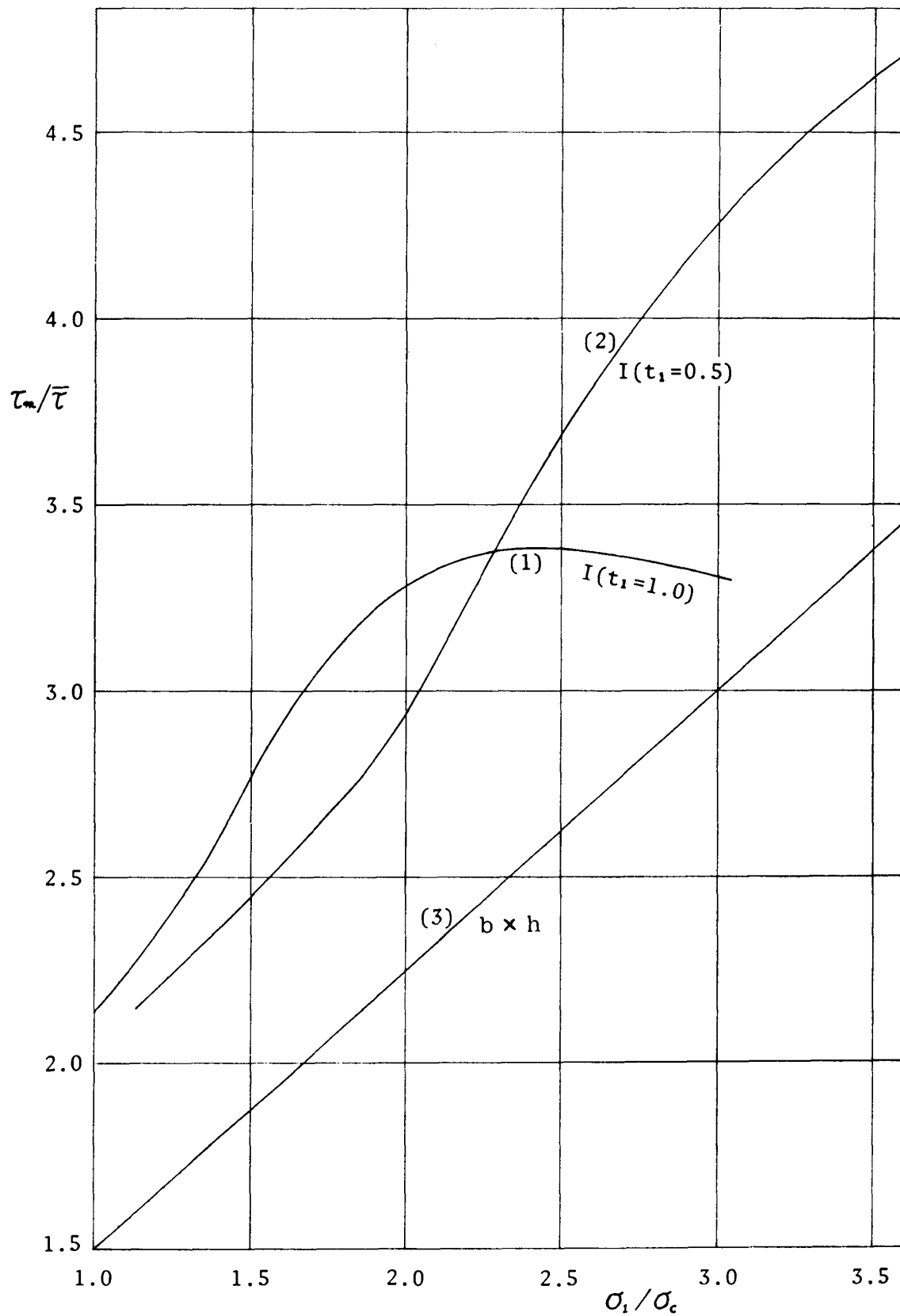


Fig. 14. Relationship between $\tau_m/\bar{\tau}$ and σ_1/σ_c in wood-beams. (1) $I(t_1=1.0)$ -shaped cross-section, (2) $I(t_1=0.5)$ -shaped cross-section, (3) rectangular ($b \times h$) cross-section. $\tau_m/\bar{\tau}$: ratio of maximum shearing stress (τ_m) to average shearing stress ($\bar{\tau}$), σ_1/σ_c : ratio of maximum tensile stress (σ_1) in beam to compressive strength (σ_c).

Table 3. Calculated values for $I(t_1=0.5)$ -shaped beam [$h=5\text{cm}$, $B=2\text{cm}$, $b=c=d=1\text{cm}$, $t_1=0.5\text{cm}$ in Fig.11(a)].

μ	λ	y_m	$(\tau_m/\bar{\tau})$	(M/σ_c)	(σ_1/σ_c)
cm	cm	cm		cm ²	
5.0	2.658	2.52	2.147	8.015	1.135
4.9	2.656	2.51	2.190	8.358	1.184
4.8	2.652	2.50	2.233	8.700	1.235
4.7	2.646	2.47	2.276	9.042	1.288
4.6	2.637	2.41	2.320	9.383	1.343
4.5	2.625	2.34	2.366	9.722	1.400
4.4	2.610	2.28	2.414	10.06	1.459
4.3	2.593	2.21	2.464	10.39	1.519
4.2	2.574	2.14	2.517	10.73	1.582
4.1	2.551	2.07	2.573	11.05	1.647
4.0	2.526	2.00	2.633	11.38	1.714
3.9	2.499	1.93	2.698	11.69	1.783
3.8	2.468	1.86	2.770	12.00	1.854
3.7	2.435	1.78	2.849	12.30	1.926
3.6	2.400	1.70	2.939	12.58	2.000
3.5	2.362	1.62	3.045	12.85	2.075
3.4	2.321	1.54	3.163	13.11	2.151
3.3	2.278	1.49	3.286	13.35	2.229
3.2	2.233	1.48	3.411	13.58	2.309
3.1	2.186	1.46	3.534	13.80	2.391
3.0	2.137	1.44	3.656	14.02	2.477
2.9	2.087	1.42	3.776	14.23	2.566
2.8	2.035	1.40	3.894	14.43	2.660
2.7	1.982	1.38	4.009	14.63	2.759
2.6	1.927	1.35	4.123	14.83	2.864
2.5	1.871	1.32	4.234	15.03	2.976
2.4	1.814	1.30	4.345	15.22	3.096
2.3	1.755	1.26	4.453	15.41	3.223
2.2	1.696	1.23	4.558	15.60	3.361
2.1	1.634	1.19	4.661	15.79	3.510
2.0	1.572	1.15	4.759	15.98	3.672

μ, λ : distance as shown in Fig.11(b). y_m : distance from bottom to the location where shearing stress is maximum (τ_m). $\bar{\tau}$: average shearing stress. M : bending moment. σ_c : compressive strength. σ_1 : maximum tensile stress at the bottom of beam.

2.4 I形断面ハリでの実験

スギ気乾材から、長さ 40cm の $I(t_1=0.5)$ 断面、すなわち Fig. 11 (a) で $h=5.0\text{cm}$, $B=2.0\text{cm}$, $b=c=d=1.0\text{cm}$ $t_1=0.5\text{cm}$, $t_2=1.5\text{cm}$ のハリを約30本作製した。その際半数は y 軸 (荷重方向) が R 方向 (R 試片, 水平せん断応力 $\tau_{xy}=\tau_{LR}$), 他の半数は y 軸が T 方向 (T 試片, $\tau_{xy}=\tau_{LT}$) に一致するようにして、まず $B \times h$ の角棒を作製し、その後双型が同図の凹型の円弧および直線に正しく合致するルータによって所定の形状寸法に仕上げた。

Table. 4. Results of bending test for wood-beams having I ($t_1=0.5$)-shaped cross-section, and of compression and shearing tests for matched specimens.

Specimen No.	P	σ_c	M/σ_c	μ	λ	$(\tau_m/\bar{\tau})$	τ_s	σ_1	τ_c	τ_s/τ_c
	kg	kg/cm ²	cm ³	cm	cm		kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	
IR16-1	503	306	13.15	3.38	2.31	3.19	106	661	67.7	1.57
2	493	287	13.74	3.13	2.20	3.50	113	679	57.3	1.97
3	510	304	13.42	3.27	2.26	3.32	111	680	58.7	1.89
4	498	280	14.23	2.90	2.09	3.78	124	722	71.2	1.74
5	486	316	12.30	3.70	2.44	2.85	91	612	54.9	1.66
6	514	302	13.62	3.18	2.22	3.44	116	698	59.6	1.95
IR14-1	540	297	12.73	3.55	2.38	2.99	106	604	65.1	1.63
2	546	306	12.49	3.63	2.41	2.91	105	604	73.3	1.43
3	526	269	13.69	3.15	2.21	3.47	120	632	66.5	1.80
4	512	278	12.89	3.49	2.36	3.06	103	581	63.3	1.63
5	521	312	11.67	3.91	2.50	2.69	92	553	59.9	1.54
6	513	294	12.21	3.73	2.45	2.83	95	563	58.5	1.62
(Mean)	(514)	(269)					(107)	(632)	(63.9)	
IR16-21	590	368	12.83	3.51	2.37	3.03	118	765	77.7	1.52
22	630	385	13.26	3.34	2.25	3.24	134	864	80.5	1.66
(Mean)		(374)					(126)	(815)	(79.1)	
IT16-1	514	298	13.80	3.10	2.19	3.53	119	717	64.4	1.85
2	515	281	14.66	2.69	1.98	4.02	136	784	67.9	2.00
3	576	320	14.40	2.82	2.05	3.87	147	852	70.3	2.09
4	520	316	13.16	3.38	2.31	3.19	109	682	70.9	1.54
5	467	276	13.54	3.22	2.24	3.39	104	631	64.4	1.61
IT14-1	547	295	12.98	3.45	2.34	3.10	112	622	66.1	1.69
2	572	319	12.55	3.61	2.40	2.93	110	633	66.1	1.66
3	586	334	12.28	3.71	2.44	2.84	109	642	70.9	1.54
4	538	311	12.11	3.72	2.44	2.83	100	593	68.2	1.47
5	641	358	12.53	3.62	2.41	2.92	123	713	70.6	1.74
6	557	313	12.46	3.64	2.41	2.90	106	613	65.1	1.63
(Mean)	(548)	(314)					(112)	(662)	(67.7)	
IT16-21	612	384	12.75	3.54	2.38	3.00	121	788	80.2	1.51
22	605	370	13.08	3.41	2.33	3.15	125	798	77.2	1.62
(Mean)		(377)					(123)	(793)	(78.7)	

P : maximum bending load. σ_c : compressive strength. τ_s : beam-shear-strength. σ_1 : maximum tensile stress in beam at failure. τ_c : shearing strength in accordance with JIS-test.

試験は Fig. 2 の 2 点荷重方式で, $a_1=2.0\text{cm}$ とし, $a=16.0\text{cm}$ (したがって $a_0=4.0\text{cm}$) および $a=14.0\text{cm}$ ($a_0=8.0\text{cm}$) で行った。破壊の性状は写真 ⑤⑥⑦⑧⑨ にみられるように, ほとんどの試片が, 繊維に沿う水平せん断で破壊した。しかし T 試片では, いくつかの試片が繊維を直角または斜めに破断する形の破壊を示した。曲げ試験を行った後, ハリの両端上縁すなわち, 曲げ試験での荷重の影響を殆んど受けない部分から, $2.0\text{cm} \times 1.5\text{cm} \times 5.0\text{cm}$, および $2.0\text{cm} \times 1.5\text{cm} \times 3.0\text{cm}$ の短角柱をそれぞれ各 2 個切りとり, 前者はそのまま圧縮試験用に, 後者はさらに $2.0\text{cm} \times 0.75\text{cm} \times 1.0\text{cm}$ の切欠きを入れて椅子型試験体 (せん断面積 $= 2.0\text{cm} \times 2.0\text{cm}$) に作製し, JIS に準ずる方法で圧縮試験およびせん断試験を行い, それぞれ 2 個の平均値をもって, そのハリ材料の圧縮強さ σ_c および切欠き

せん断強さ τ_c とした。測定および計算の結果を表 4 に示す。いずれも明瞭な水平せん断破壊を生じたハリについてのデータである。

表 4 の試片番号先頭の記号 I は I 形断面を意味し、 R および T は、それぞれ R 試片および T 試片を、また記号につづく数字は 2 点荷重曲げ試験での長さ a を cm で表した数値である。 P は曲げ試験での破壊荷重、 σ_c はそのハリ材料の圧縮強さ、 M は破壊モーメント ($Pa/2$) である。曲げ試験と圧縮試験から定まる M/σ_c と表 3 の (M/σ_c) 欄の数値とから、補間によって対応する μ , λ および ($\tau_m/\bar{\tau}$) の値を求める。破壊時の最大せん断応力 τ_{max} は破壊荷重 P から

$$\tau_{max} = (\tau_m/\bar{\tau})Q/A = (\tau_m/\bar{\tau})P/2A$$

によって計算される。 A はこの I ($t_1=0.5$) 形断面の面積であって (107) 式により 7.602cm^2 である。このようにして定まる τ_{max} はハリ材料の繊維に平行な面に沿うせん断強さ (τ_s) の推定値であり、 R 試片および T 試片の No.1~6 の平均値 $107\text{kg}/\text{cm}^2$ および $112\text{kg}/\text{cm}^2$ はそれぞれこの試片がとられた厚板材の τ_{LR} および τ_{LT} に対する強度とみなされる値である。 I 断面ハリ No.1~6 をとったものと板材は同じくスギ気乾材であるが、表 1, 表 2 および I 断面ハリ No. 21, 22 をとった厚板材 (それが製材された木材丸太①) とは別の木材丸太②からのものであり、 σ_c を比較すると②は①より 15% 程度低い値を示している。このために I 断面ハリについての平均は②と①を別にして表示した。 σ_1 は測定値 σ_c と表 3 から求まる μ , λ とから $\sigma_1 = \sigma_c \lambda / (\mu - \lambda)$ として計算された値であり、 I 断面ハリが水平せん断破壊をおこした際に、引張側下縁に生じていたと考えられる最大引張応力を示す。また上記のようにして求めたハリの水平せん断強さ τ_s と切欠きせん断強さ τ_c の比は同表の最後のらんに表示される。

3. 論議および考察

均質な材料のハリが単純曲げを受けるとき平面保持の条件が完全に満されることは、Nadai⁵⁾, MacCullough⁶⁾ らの研究から明確であるが、木材のハリについても Ramos⁷⁾, Bechtel^ら¹⁸⁾ の実験によって十分な精度で成立することが明らかにされた。したがって、ひずみは弾性、塑性を通じてハリの高さ方向に直線的分布をする。このひずみに対応する応力が一様単軸応力場でのそれと同一であるかと云う点については議論が分れている。中西¹⁹⁾, 郡²⁰⁾, 野口²¹⁾ らは軟鋼の降伏、鋳鉄の破断応力が、応力勾配の存在によって明らかに高められることを認めている。木材についても 1924 年 Newlin and Trayer がいわゆる “fiber-supporting theory” を提唱し、Dietz²²⁾ もこれを実験によって確認したように、木材ハリの圧縮側比例限応力は単純圧縮試験で得られるそれより 1.4~1.5 倍高いことを示した。浅野⁸⁾ はヒノキ、スギ、ナラについて実験し、ハリの圧縮側応力の比例限はもちろん最大応力も、短柱の圧縮試験強度よりいくらか高められる結果を得ている。これに対し、Bechtel^ら¹⁸⁾ は Sitkaspruce の圧縮試験から得られる応力-ひずみの関係を、単純曲げを受けるハリの圧縮側のそれと同一であると仮定して撓みを計算し、これを曲げ試験での撓みの実測値と比較し、よく一致することを確かめ、この仮定が正しいとした。また Ramos⁷⁾ は、ハリが曲げを受けて破壊する直前のひずみと破壊直後の残留ひずみとから破壊直前の応力分布を求め、ハリの圧縮側の応力-ひずみの関係は単軸一様応力の場合のそれと同一であることを示した。

スギ気乾材についての表 1 のデータは、きわめて僅かな数であるから一般的な結論は保留するとして、少くとも σ_c に関しては、圧縮試験におけるそれとハリの圧縮側の最大応力とは等しいと云う説にたって論議を進めることにする。なお上に引用した各論文とも、引張側については破壊点まで応力-ひずみが直線関係であることを認めている。

木材のハリの圧縮側に塑性域が発達するため、せん断力 Q を同時に受ける長方形 ($b \times h$) 断面ハリ

の最大せん断応力は、 $3Q/2bh$ ではなくて、(41)式： $3Q/2b\mu_0$ ($\mu_0 < h$)のように大きくなり、塑性域せん断破壊を生ずる場合があることを認め、ハリの破壊条件を吟味したのは金の研究¹³⁾がはじまりである。金は、“引張側縁応力 σ_1 がその木材の引張強さ σ_t をこえるか、または最大せん断応力 τ_m がせん断強さ τ_s をこえる”と云うことを破壊のための十分条件として理論を展開しているが、Bechtelら¹⁸⁾は、応力分布に関しては同様であるが、破壊基準として、 $(\sigma/\sigma_t)^2 + (\tau/\tau_s)^2 = 1$; (σ, τ : 引張およびせん断強さ)をとり、次の式を導いた。

$$\left[\frac{4-n}{n(\sigma_t/\sigma_c)} - \frac{8(y/h)}{n^2(\sigma_t/\sigma_c)} \right]^2 + \left\{ \frac{24}{n^2(\tau_s/\bar{\tau})} \left[(y/h) - \frac{2}{n}(y/h)^2 \right] \right\}^2 = 1; \quad (81)$$

$$n = 3 - m, \quad m = \sigma_b/\sigma_c, \quad \sigma_b = 6M/bh^2, \quad \bar{\tau} = Q/bh$$

これは複合応力の下での破壊条件を考えたものであって、上式を満足する n, y を求め、 $\sigma_b = m\sigma_c = (3-n)\sigma_c$ として曲げ破壊係数 σ_b を計算する。しかし Fig. 2 で $a/h < 5$ 程度になると $\tau_m \geq \tau_s$ の条件から定まる金の式

$$\sigma_b = 3\sigma_c / [1 + (\sigma_c/\sigma_s)(h/2a)] \quad (82)$$

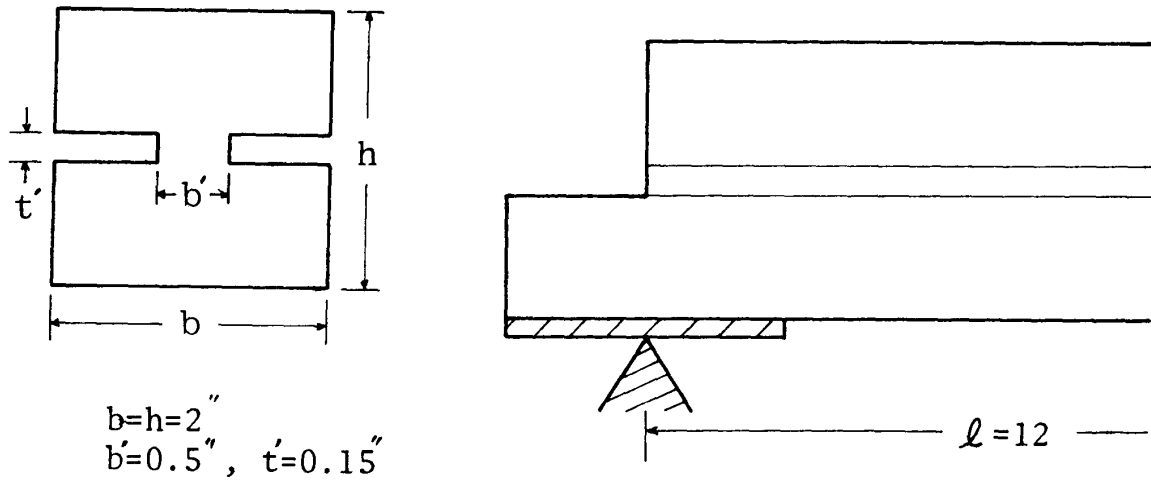
と、その差は 1~2% 以下になる。

沢田²³⁾ は針葉樹アテ材、高含水率のミズナラ、ニセアカシアなど広葉樹材では、引張側にも塑性域が生ずるとして、金の理論をこの場合にも適用出来るよう更に拡大した。沢田のこの論文には詳細なデータが載せられているが破壊性状を示す写真はない。圧縮側にだけ塑性域があり、塑性域せん断破壊であるとして計算されたエゾマツ (A) Beam D-3, 4, 5 (Beam F は shear-span/depth = $\frac{l}{2}/h = 2$ であるので、2.2 に述べたように、ここでの諸式の適用外であると考え) は $\frac{l}{2}/h = 3.5$ で σ_b の測定値は 615, 680, 705kg/cm², σ_c は 340, 340, 355kg/cm² である。したがって $r' = \sigma_b/\sigma_c$ は 1.81, 2.00, 1.99 となるから、破壊時の σ_1 は(43)式から、803, 1020, 1051kg/cm² と計算される。試験は中央集中荷重でおこなわれているから $P = (2/3)bh(h/l)\sigma_b$ 、したがって(44)式は $\tau_m = (1/4)(h/l)\sigma_b(1 + \sigma_1/\sigma_c)$ となり、これから破壊時の τ_m は 71, 90, 93 となる。もしこのハリがせん断ではなく引張で破壊したとすると σ_b の計算値 σ_{bk} は、 $r = \sigma_t/\sigma_c$: 3.34, 3.37, 3.44 を用い $\sigma_{bk} = \sigma_c(3r-1)/(r+1)$ から 714, 709, 745kg/cm², したがって実測値に対する比は 1.16, 1.04, 1.06 となる。せん断破壊によるとしての計算値の実測値に対する比は、1.13, 1.04, 1.06 であるから、 σ_{bk} の誤差はほとんど同程度である。

トドマツ飽湿材の実験は $\frac{l}{2}/h = 6$ でなされ、塑性域せん断破壊として計算された σ_{bk} は、460kg/cm² (試験ハリ 20 本についての平均、以下同様)、実測値 σ_b は 445kg/cm² したがって $\sigma_{bk}/\sigma_b = 1.03$ ときわめてよい一致を示している。しかし $\sigma_c = 200$ kg/cm², $r = \sigma_t/\sigma_c = 5.66$ から引張破壊の σ_{bk} は 480kg/cm² となり $\sigma_{bk}/\sigma_b = 1.08$ であるから、“せん断破壊ではなく、引張破壊である”と云うことを完全に否定し得る程度のもではない。

要するに、エゾマツ (A) では $\tau_s = 100$ kg/cm², エゾマツ飽湿材では $\tau_s (= \sigma_c/q = 200/3.73) = 54$ kg/cm² とみこまれているが、(82)式での計算値 σ_{bk} が実測値 σ_b によく一致すると云うことと、実際にハリがせん断で破壊したと云うこととは、必ずしも同一のことではない。沢田の論文は σ_b を推定することを問題にしているのであるから、それはそれなりに評価さるべきであるが、水平せん断に対するこれらの材の強さ τ_s は JIS の試験で定まる上記の値よりもっと大きい値ではないかと云うのがここで著者が述べようとした点である。

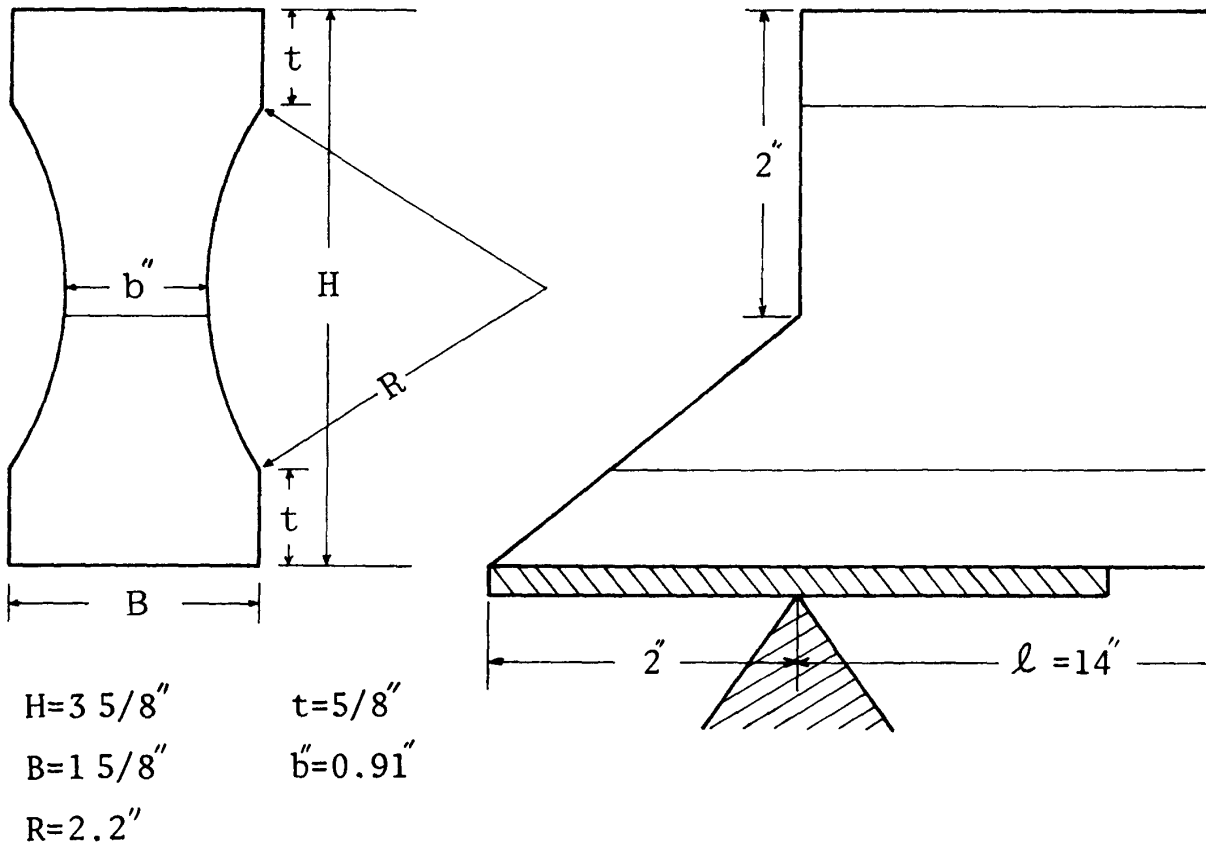
Fig. 15 は Radcliffe²⁴⁾, Fig. 16 は Meadows²⁵⁾ が行なった beam-shear の試験体である。いずれも、span-depth ratio を色々変えて実験を試みたが、長方形断面ハリではせん断破壊が出現しなかったので、ハリ断面の中央部をせまくして τ_m の効果が大きくなるようにしたと説明している。中央



$$b=h=2''$$

$$b'=0.5'', t'=0.15''$$

Fig. 15. Notched beam shear specimen according to Radcliffe.



$$H=3\ 5/8''$$

$$t=5/8''$$

$$B=1\ 5/8''$$

$$b''=0.91''$$

$$R=2.2''$$

Fig. 16. I-shaped beam according to Meadows.

集中荷重を加え、破壊荷重 P から Radcliffe は (83) 式、Meadows は (84) 式でせん断強さを計算している。

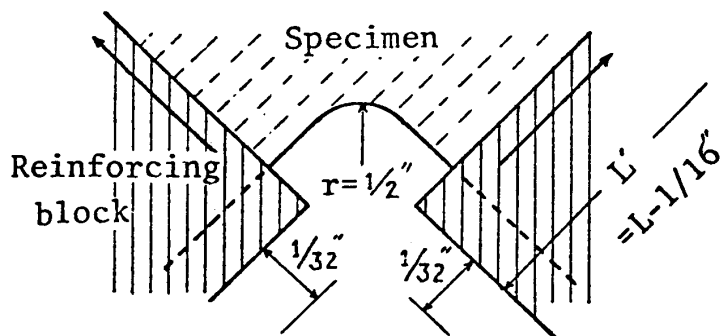
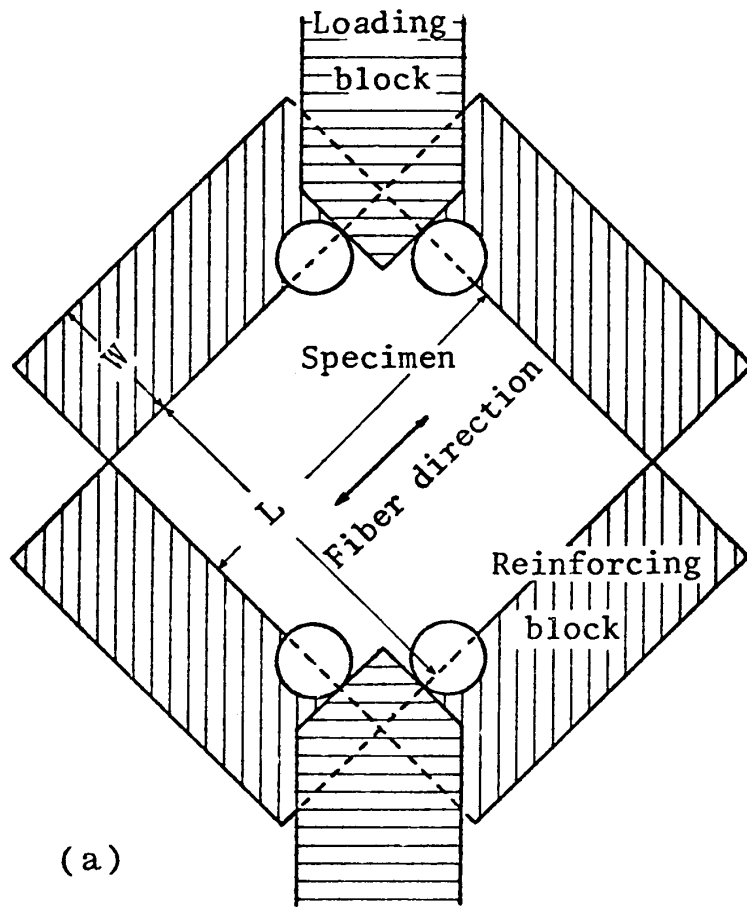
$$\tau_s = 3P/4b'h \tag{83}$$

$$\tau_s = PS/2Ib; S=3.033\text{in}^3 \quad I=11.01\text{in}^4 \tag{84}$$

また、そのハリ材料の一部からイス型せん断試験体 (ASTM) をつくって試験し τ_c を求めた。Radcliffe の結果は、 $\tau_s/\tau_c=1.31$ (Yellow poplar), 1.35 (White ash), 1.33 (Soft maple), 1.11 (Red

oak), Meadowsの結果は, 1.12 (Southern pine) となっている。Radcliffeは試験したハリがすべてせん断破壊を示したが, Meadowsは曲げ (の引張) 破壊をしたものもかなりあったので, すべてがせん断によって破壊したとすればこの比の値はもっと大きくなる筈だと述べている。

Radcliffeの試験体は, 断面の幅が不連続に変化しており, また支点の直上で断面の上半分を切り取り (支点反力の作用線を超えてハリが伸びておれば, その部分が水平せん断に対し抵抗を附加すると考えたのであろう), 直角のノッチをもつ形になっているので, いす型試験体のような応力集中のない場合の強さを求めると云う, この実験本来の目的が失われている。Meadowsの試験体では, その角



(b)

Fig. 17. Panel-shear method according to ASTM D2719.

度が 90° から 129° に大きくなってはいるが、やはりノッチであることは同じで、この部分に応力集中が現われる。また 2.3 で述べたように圧縮塑性を考えると Meadows の断面形は水平せん断を出現させるのに余り有効ではない。

Norris²⁶⁾ は、Radcliffe の研究を批判し、合板について開発された Panel-shear 法を木(素)材にも適用出来るとして、Fig. 17 における中央のせん断を受ける部分が $0.63''$ (厚) $\times 5'' \times 5''$ (Douglas-fir), $0.32'' \times 3.5'' \times 3.5''$ (Yellow poplar, Yellow birch, Sweet gum) の大きさに試片を作製し Panel-Shear 法で試験を行なった。また別に対応試片でいす型せん断試験を行ないこの両者を比較した。その結果は予想に反して Panel shear によるものがかえって小さく、いす型試験体の 94% であった。Norris は Panel shear 法では全体にわたって一様な純粋せん断ひずみ分布が見られるのに、この両者が殆んど変わらないのは、いす型試験に現われる高い応力集中は弾性範囲でのことであり、降伏して塑性範囲に入ればひずみ分布したがって応力分布はおおむね一樣になるのではないかと述べている。

Fig. 17 は ASTM D2719 Plywood in shear through-the-thickness の Panel-shear test for small specimens によるものであり $L > 20t$, $W > 5t$, (t : 厚さ), と規定している。したがって厚さ $0.63''$ では $L > 12.6''$, $0.32''$ では $L > 6.4''$ となるが Norris の試片の L はこの規定より小さい。Fig. 17(b) は補強板が出会う角の部分の詳細であるが、Norris の論文ではこの部分についての記載がない。補強板をつける前の shear specimen の写真からは、ここに特に丸味をつけているようにみえない。本来 Panel-shear 法は G を測定するためのものであって、しいて破壊まで荷重をかければ補強板と試片との境界の極く狭い zone に限定して破壊が生じる。おそらくそれは Fig. 17 (b) の r の底から破壊が始まるであろう。そしてこの部分は、たとえ規定の r をつけたとしても応力集中をさげられない所である。

表 4 の第 8 欄 τ_s の値は $I(t_1=0.5)$ 断面ハリについて得られた (水平) せん断強さであり、第 10 欄 τ_c は JIS に準じた椅子型試験体でのせん断強さである。試片 No. 1~6 は㊸丸太からの試片で、2.4 で述べたように、 σ_c を比較すると㊸丸太より 15% 程度低い。

前報⁴⁾ の表 7, スギ: $\tau_{LRm}=144$, $\tau_{LTm}=163\text{kg/cm}^2$ は振り試験から求められた τ_{LR} , τ_{LT} に対するせん断強さであるが、これを 1/1.15 倍 (振り試験の試片は㊸丸太よりとられた) した 125 および 142kg/cm^2 は、表 4 の IR-beam の平均 107 および IT-beam の平均 112kg/cm^2 と対比すべき数値である。beam shear での値は、振りによる値より 14% および 21% 低い結果を示しているが、beam shear に関して導いた諸式は弾塑性論的に厳密な式ではないので、振り試験による結果が木材の真のせん断強さであると判断する。また beam shear での τ_s の値は τ_c に比べて IR では 1.43~1.97 倍, IT では 1.47~2.09 倍になり、いす型せん断試験体による τ_c が材料力学的意味での木材のせん断強さを示すものでないことは明瞭である。

緒言で融れたように木構造設計基準 403.1 では、針葉樹 II 類であるスギのせん断許容応力度 (τ_{sa}) は、それが上級構造材である場合、 14kg/cm^2 と規定されており、その根拠は $70\text{kg/cm}^2 \times 2/3 \times 1/3.5 = 13.3 \rightarrow 14\text{kg/cm}^2$ と解説されている。 70kg/cm^2 は針葉樹 II 類の無欠点、椅子型試片でのせん断強さの平均値であり、 $2/3$ は圧縮、曲げにおける比例限応力/破壊応力の比に相当する低減率、 $1/3.5$ はせん断が引裂き (割さき) を伴う場合、規格試験強さの $1/3.5$ に低下すると云う事実に基づく説明されている。

つづいて基準 403.4 の (4) では、「割さきを伴わないせん断の場合は、上記の値を 1.5 倍まで増すことが出来る」とあり、ハリの水平せん断がこの場合に相当すると解説している。したがってハリの設計において用いるべき許容せん断応力度は $14 \times 1.5 = 21\text{kg/cm}^2$ となる。

以上の所論で、 $1/3.5$ が割裂きを伴うための低減率であるならハリの水平せん断のように、割裂き

を伴わない場合には、何ら低減を要しないわけであるから $13.3 \times 3.5 = 46.6$ が τ_{sa} としてとられるべき値ではなからうか。

竹山²⁷⁾ は合掌尻、陸梁のせん断について実大材の試験を行ない、標準試験体で $60 \sim 80 \text{kg/cm}^2$ の τ_c を有するスギ材が、せん断長 30cm 程度の実大材では 18kg/cm^2 程度で破壊する。すなわち合掌尻のように割裂を伴いかつせん断長が相当に長いとせん断強さは $18 / (60 \sim 80) = 1/3.3 \sim 1/4.4$ に減少するという結果を得ている。また、後藤²⁸⁾ は引裂きを伴うせん断ではその強さが $1/2.7$ に低下している。

設計基準の解説にある $1/3.5$ の係数は、これらの実験結果をふまえてのものと思われるが、何れも、JIS 試験体すなわち切欠きをもつ椅子型試験体の強度を基準強度にとっている。

表 4 にみられるように、ここで用いられたスギ気乾材の τ_c は τ_{LR} に対し 64 、 τ_{LT} に対し 68kg/cm^2 であるから上級構造材と格付けするにはやや不十分である。しかし、beam shear strength τ_c の値は 107 および 112kg/cm^2 であるから、ハリの設計に対する基準強度としてはこの値を採用すべきであって、比例限に対応する $2/3$ の低減率を適用するとすれば 71 および 75kg/cm^2 となる。ただし、許容応力度は、設計計算に用いる算式と不可分の関係にあり、木構造ではもっぱら弾性を前提としたいわゆる材力公式によっている。すなわちハリのせん断応力度は

$$\tau_0 = \frac{Q}{I_{z_0}} \cdot \left[\frac{1}{z(y)} \int_0^y z(\eta) (y_0 - \eta) d\eta \right]_{max} \quad (85)$$

で計算される。この式で y_0 は下縁から図心軸までの距離、 I_{z_0} はこの図心軸に対する断面 2 次モーメントである。 $I(t_1=0.5)$ 断面の場合 $y_0=2.658 \text{cm}$ 、 $I_{z_0}=18.77 \text{cm}^4$ となる、また (85) 式の $[]_{max}$ は $y=2.516 \text{cm}$ に対応する、 5.302cm^2 であるから (85) 式は

$$\tau_0 = 0.2825Q = 0.2825(P/2) \quad (85.1)$$

となる。表-4 の破壊荷重 P は、平均値で 514 および 548kg であり、(85.1) 式を用いると $\tau_0=72.6$ および 77.4kg/cm^2 となる。すなわち、材力公式によれば、ここで試験された $I(t_1=0.5)$ beam は $\tau_0=72.6$ および 77.4kg/cm^2 でせん断破壊を生じたことになる。したがって、もし安全率を 2.0 にとる必要があるなら、材力公式による設計計算に対し、許容応力度 τ_{sa} は 36 および 38kg/cm^2 にとれば十分であると云える。

要 約

横荷重を受ける木材ハリのせん断応力度は、圧縮側に塑性域が発達するにしたがって、弾性を仮定した材力公式による値よりも相当に大きくなる。長方形断面、 $I(t_1=1.0)$ 形断面、 $I(t_1=0.5)$ 形断面において、 $s_1 (= \sigma_1 / \sigma_p)$ の増大または μ の減少に伴って、せん断応力分布が変化の様子は Fig. 9, 12, 13 に示される。この場合圧縮側の応力-ひずみ関係は金¹³⁾ の仮定のように完全塑性型としても、終局モーメントまたは終局応力の推定については十分な精度が保証される。

スギ気乾材についての試験から、長方形断面ハリではせん断による破壊はみられなかった (写真 ① ~ ④)。

Fig. 11 (a) に示される I 形断面のハリで、圧縮側に完全塑性型を仮定したときのせん断応力 τ の一般式は (71) 式で与えられる。この式における λ は (54) (57) (60) 式、 ϕ_i は (56) (59) (62) 式、 $\partial \lambda / \partial \mu$ は (63) (64) (65) 式、 $\partial \phi_i / \partial \mu$ は (68) (69) (70) 式のようにいずれも μ (Fig. 11 (b)) の関数として示される。したがって任意な μ (ただし $h \geq \mu \geq y_2$) に対する $y \sim \tau$: (71) 式の関係から、その μ に対する $(\tau/Q)_{max}$ が定まり、また、(66) 式から同じ μ に対する M が定まる。表 3 は $I(t_1=0.5)$ 形断面: (Fig. 11 (a) で $B=2.0$, $h=5.0$, $b=c=d=1.0$, $t_1=0.5 \text{cm}$) ハリについて上のようにして計算

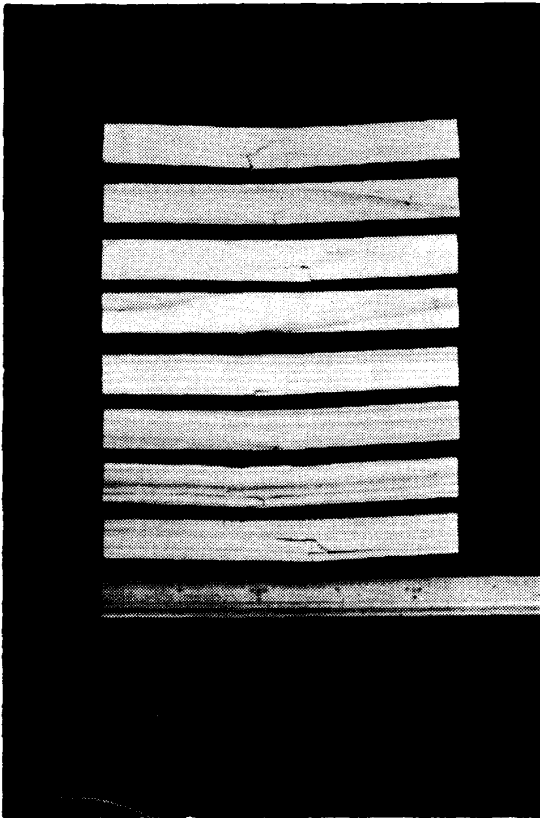


Photo ① Beam specimens (rectangular cross-section) tested with shear-span $a=8\text{cm}$.

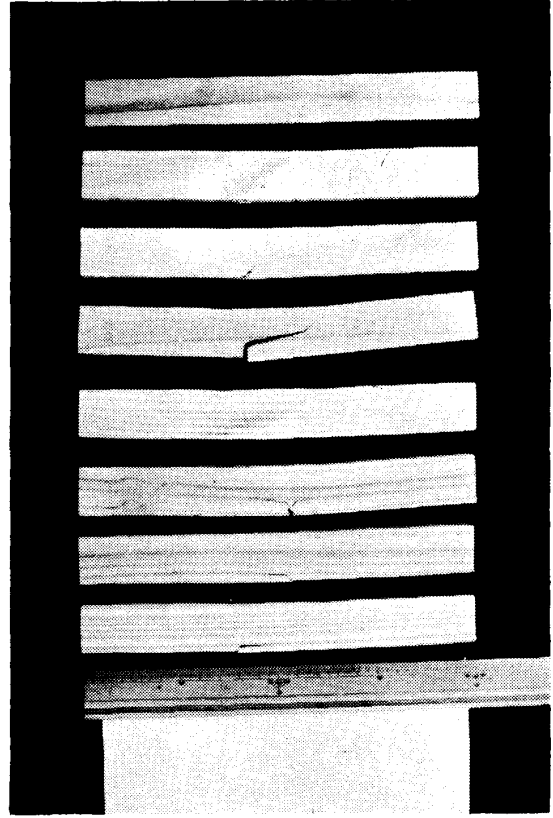


Photo ② Beam specimens (rectangular cross-section) tested with shear-span $a=7\text{cm}$.

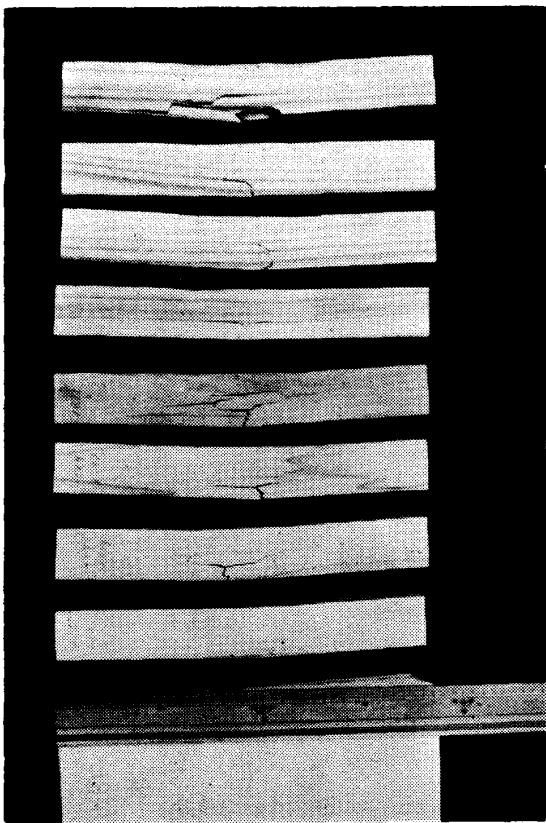


Photo ③ Beam specimens (rectangular cross-section) tested with shear-span $a=6\text{cm}$.

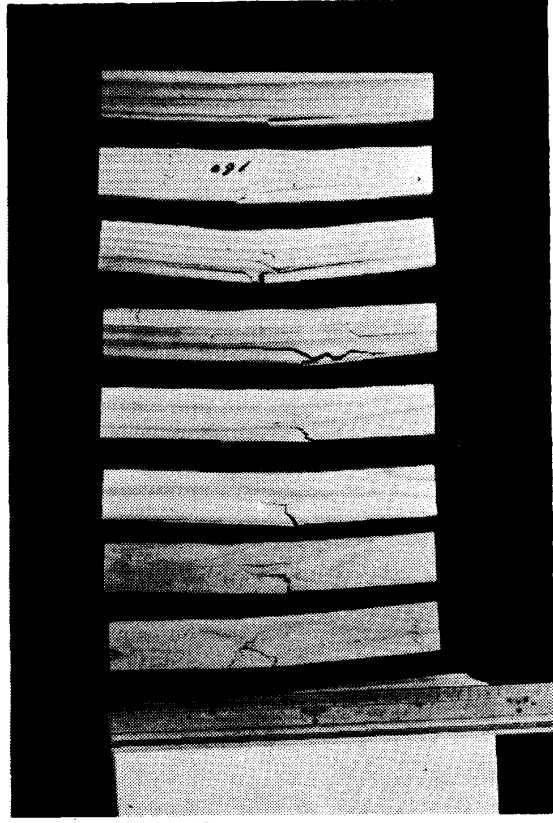


Photo ④ Beam specimens (rectangular cross-section) tested with shear-span $a=5\text{cm}$.

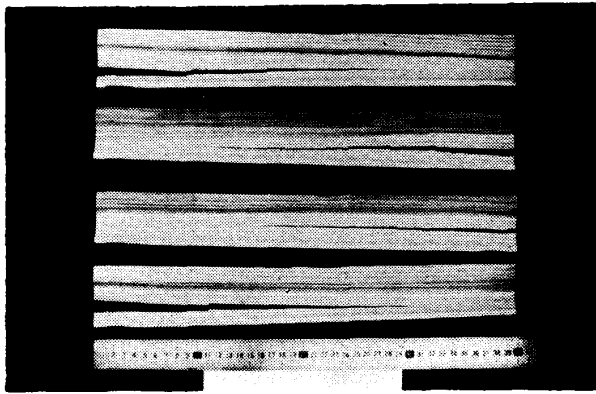


Photo ⑤ I ($t_1=0.5$)-shaped beam specimens tested with shear-span $a=16\text{cm}$, by radial loading.

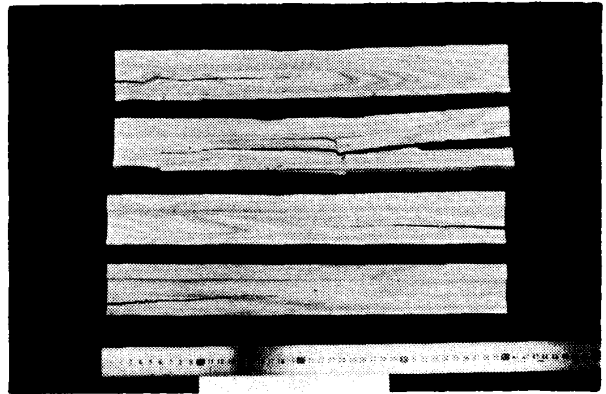


Photo ⑥ I ($t_1=0.5$)-shaped beam specimens tested with shear-span $a=16\text{cm}$, by tangential loading.

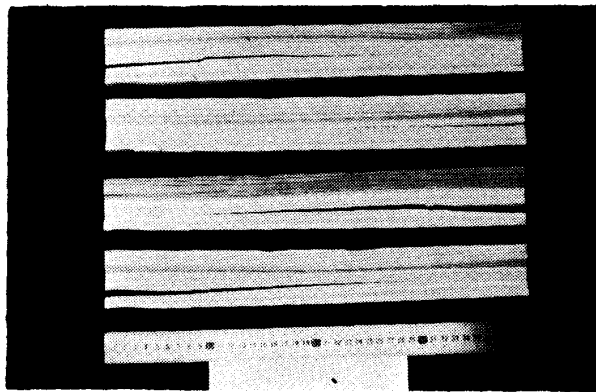


Photo ⑦ I ($t_1=0.5$)-shaped beam specimens tested with shear-span $a=14\text{cm}$, by radial loading.

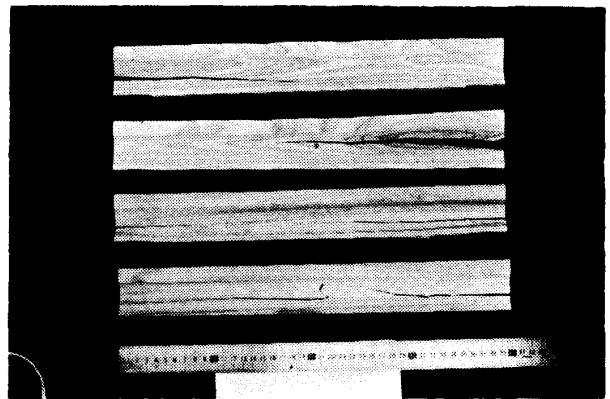


Photo ⑧ I ($t_1=0.5$)-shaped beam specimens tested with shear-span $a=14\text{cm}$, by tangential loading.

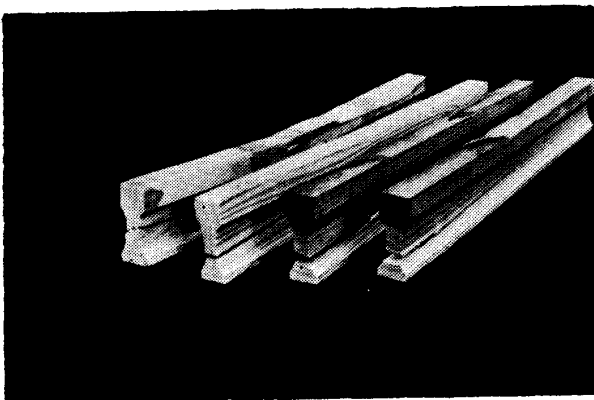


Photo ⑨ End-side-view of I ($t_1=0.5$)-shaped beam specimens, tested.

された諸量である。

スギ気乾材 ($t_1=0.5$) 形断面ハリについて曲げ試験を行なった結果は写真 ⑤～⑨ に示されるように水平せん断による破壊を示した。そのときの破壊荷重は表 4 の P である。また表 4 には、そのハリ材料について試験された圧縮強さ σ_c 、および JIS せん断強さ τ_c が示されている。 P 、 σ_c および表 3 を用いて破壊時の最大せん断応力 τ_s が計算される。木材 (スギ, 気乾材) ハリの水平せん断強さは τ_{LR} に対して 107kg/cm^2 、 τ_{LT} に対して 112kg/cm^2 となり、これは JIS せん断強さ τ_c の 1.4～2.0 倍 1.5～2.1 倍であって、前報³⁾ の振り試験によるせん断強さとほぼ同等である。

引用文献

- 1) 日本建築学会 (1974), “木構造設計規準・同解説”, 丸善
- 2) Sih, G.C. (1973), “Mechanics of Fracture”, Noordhoff, Leyden
- 3) 大草克己 (1977), 直交異方弾塑性体としての木材の棒の振り, 木材学会誌 23: 217-227
- 4) 大草克己 (1978), 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究, (第 1 報) 振り試験によるせん断応力とひずみ (直交異方弾塑性解析), 鹿大農演報 6: 21-61
- 5) Nadai, A. (1950), “Theory of Flow and Fracture of Solids”, McGraw-Hill, New-York: 353-363
- 6) MacCullough, G.H. (1933), An Experimental and Analytical Investigation of Creep in Bending, J. Appl. Mech., 1:55-60
- 7) Ramos, A.N. (1961), Stress-Strain Relation in Douglas-Fir Beams within the Plastic Range, Rept. No. 2231, USDA FPL, Madison, Wis.
- 8) 浅野猪久夫 (1966), 梁の塑性曲げにおける圧縮応力について, 木材学会誌 12: 155-160
- 9) 藤崎謙次郎 (1968), 木材の縦圧縮ヤング率の測定法について, 愛大農演報 6: 3-8
- 10) 杉山英男 (1969), 木材の曲げ耐力を論じ許容応力度のあり方に及ぶ——木質構造の新しい設計体系確立のための提案と考察——(第 2 報), 建築学会論文集 162: 13-20
- 11) Templin, R.L. (1929). The Determination and Significance of the Proportional Limit in the Testing of Metals, Proc. ASTM 29(II): 523-553
- 12) Smith, C.S. (1940), Proportional Limit Tests on Copper Alloys, Proc. ASTM 40:864-884
- 13) 金俊三 (1950), 木材の曲げ破損法則について, 土木学会論文集 5: 41-55
- 14) 松浦誠 (1953), 木材の塑性について (第 1 報), 広大工研報 2/3: 299-309
- 15) Zakic, B.D. (1976), Stress Distribution within the Plastic Range in Wood Beams, Subjected to Pure Bending, Holzforschung u. Holzverwertung 28: 114-120
- 16) Tang, R.C. and B.A. Jayne (1971), Solution of an Orthotropic Beam Problem by Fourier Series, Wood and Fiber, 3: 84-89
- 17) 沢田稔 (1958), 木材の強度特性に関する研究, 林試研報 108: 115-224
- 18) Bechtel, S.C. and C.B. Norris (1952), Strength of Wood Beams of Rectangular Cross Section as Affected by Span-Depth Ratio, Rept. No. R1910, USDA FPL, Madison, Wis.
- 19) 中西不二夫, 佐藤和郎 (1970), “材料力学”, 岩波: 6-134
- 20) 郡利矩, 三木紀幸 (1970), 応力勾配が存在する場合の金属の降伏条件 (I), 材料 19: 16-21
- 21) 野口徹 (1971), 応力勾配がある場合の鋳鉄の破断強度について, 材料 20: 851-857
- 22) Dietz, A.G.H. (1942), Stress Strain Relations in Timber Beams, ASTM Bulletin No.118:19-27
- 23) 沢田稔 (1954), 木材ハリに関する研究 (第 1 報) 矩形断面ハリの破壊条件と曲げ破壊係数, 林試研報 71: 39-79
- 24) Radcliffe, B.M. and S.K. Suddarth (1955), The Notched Beam Shear Test, Forest Prod. J. 5: 131-135
- 25) Meadows, J.C. (1956), Longitudinal Shear in Wooden Beams, Forest Prod. J. 6: 337-339

- 26) Norris, C.B. (1957), Comparison of Standard Block-Shear Test with the Panel-Shear Test, Forest Prod. J. 7: 229-301
- 27) 竹山謙三郎 (1944), 針葉樹材のせん断強度に関する実験的研究, 建築学会論文集 33: 4-5
- 28) 後藤一雄 (1944), 簡易木造継手の強度に関する研究, 建築学会論文集 33: 35-37
- 29) 山井良三郎 (1959), 木材の圧縮異方性に関する研究, 林試研報 113:65

Summary

It was noted that, with the gradual development of the plastic region in the compressed side of a beam, the value of the shearing stress in the wood-beam subjected to transverse loading becomes higher than the value calculated from the conventional (elastic) formula.

With an increase in s_1 or a decrease in μ , the distributions of the shearing stress in the wood-beams having rectangular ($b \times h$), I ($t_1=1.0$)-shaped and I ($t_1=0.5$)-shaped cross-section are noted to have shifted as shown in Fig. 9, 12 and 13, respectively. ($s=\sigma_1/\sigma_p$; σ_1 , σ_p show normal stresses as shown in Fig. 8 (b); μ shows the distance as shown in Fig. 11 (b)).

In Dr. Kon's assumption it is fixed that the relationship between the compressive stress and the strain of wood is perfectly plastic, and this is ascertained to be an appropriate one to make the estimation of the ultimate bending moment and the maximum shearing stress in wood-beam.

Basing on Kon's assumption, the general equation for shearing stress (τ) in such an I-shaped beam as shown in Fig. 11 (a) is to be derived as in eq. (71); in this equation all the factors are function of μ . Therefore, corresponding to any value of μ , it becomes possible to make the calculation of the following two kinds of ratio from eq. (71) and (66); namely, the ratio of maximum shearing stress to the average stress ($\tau_m/\bar{\tau}$), and the ratio of bending moment to compressive strength (M/σ_c). It was in this process that the figures in Table 3 were obtained for the I ($t_1=0.5$)-shaped beam.

As may be noted in Photos 1~4, it was not in shearing but in tension that the failures of the wood-beams having rectangular cross-section with various span-to-depth ratios occurred.

As shown in Photos 6~9, the tested I ($t_1=0.5$)-beams failed by the longitudinal shearing, and the maximum loads (P) at the failure were presented in Table 4. τ_c , in the same table, represents the shearing strength of the specimen matched in accordance with the JIS (Chair type)-test.

The maximum longitudinal shearing stress (τ_s) at the failure of the wood beam is to be obtained from P and σ_c (compressive strength) shown in Table 4, and the value (M/σ_c) shown in Table 3. This value (τ_s) is to be looked upon as the true shearing strength parallel to the grain of wood, being 1.5~2.0 times as strong as τ_c .