

# 学位論文の要旨

氏名

田中 智行

学位論文題目

Bスプラインウェーブレットガラーキン法を用いた  
固体/構造力学解析に関する研究

本論文は、「Bスプラインウェーブレットガラーキン法を用いた固体/構造力学解析に関する研究」と題し、ウェーブレット理論により構築されたBスプラインスケーリング関数/ウェーブレットをガラーキン法解析の基底関数に用いた新しい固体/構造力学解析手法を示した論文である。以下に示す全六章で構成されている。

第一章では、本研究の背景について述べる。まず、固体/構造力学解析手法として広く用いられている有限要素法解析について説明する。次に、複雑形状を有する構造物に対して有限要素法解析を行う場合のモデル生成における問題点について説明する。これらの問題解決のために提案されたメッシュフリー法と呼ばれる数値解析手法について説明する。最後に、メッシュフリー法とウェーブレットガラーキン法の関係について説明し、本研究の目的と意義について述べる。

第二章では、ウェーブレットの基礎理論について説明する。はじめに、ウェーブレット解析の概要について説明し、代表的なスケーリング関数/ウェーブレットの関数形および特徴を示す。これらのスケーリング関数/ウェーブレットが多重解像度解析と呼ばれる関数空間の階層構造を構成することを示す。次に、本研究で用いる二階(一次)~四階(三次)Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットの特徴について述べ、これらの関数が多項式の区分関数により構成されることを示す。最後に、Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットを用いた関数近似の方法について示す。

第三章では、基底関数に二階(一次)～四階(三次)Bスプラインウェーブレットを用いたガラキン法の固体/構造力学解析での離散化方法について示す。まず、問題領域をセルと呼ばれる固定直交格子の有限要素を用いて離散化を行う方法について説明する。次に、解析対象を線形弾性体とみなして弱形式の定式化を行う。ウェーブレットガラキン法での変位の表記法について述べ、変位一ひずみ関係式、応力一ひずみ関係式を導き、最終的な剛性方程式を組み立てる手順について述べる。最後に、二階(一次)～四階(三次)Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットの積分方法について述べる。

第四章では、本手法の領域境界の取り扱いについて述べる。はじめに、従来のウェーブレットガラキン法解析において領域境界を取り扱うために用いられてきたFictitious domain(架空領域)について説明し、本解析でFictitious domainを用いない理由について述べる。次に、Bスプラインウェーブレットガラキン法でFictitious domainを用いない解析を行った場合の問題点について説明する。最後に、その解決方法を示し、Bスプラインウェーブレットガラキン法解析が可能であることを示す。

第五章では、Bスプラインウェーブレットガラキン法を用いたアダプティブ解析について示す。はじめに、アダプティブ解析の手順について示す。次に、アダプティブ解析で用いる誤差指標について示し、誤差指標をもとに新しい基底関数を加える方法、および解析の終了方法について説明する。最後に、基底関数に二階(一次)～三階(二次)Bスプラインウェーブレットガラキン法を用いたアダプティブ解析の数値解析例を示す。

第六章では、本研究の総括を行う。

## 論文審査の要旨

報告番号	理工研 第 253 号	氏名	田中 智行
審査委員	主査	岡田 裕	
	副査	福井 泰好	戸谷 眞之
		本間 俊雄	萩原 世也

学位論文題目 Bスプラインウェーブレットガラーキン法を用いた固体/構造力学解析に関する研究  
(B-spline wavelet Galerkin method for solid/structural mechanics analysis)

### 審査要旨

提出された学位論文及び論文目録等を基に学位論文審査を実施した。本論文は、ウェーブレット理論により構築されたBスプラインスケーリング関数/ウェーブレットをガラーキン法解析の基底関数に用いた新しい固体/構造力学解析手法を示した論文である。以下に示す全六章で構成されている。

第一章では、本研究の背景・目的・意義について述べている。まず、固体/構造力学解析手法として広く用いられている有限要素法解析とそのモデル生成における問題点について説明している。これらの問題解決のために提案されたメッシュフリー法と本研究で取り上げたウェーブレットガラーキン法の関係について説明し、本研究の目的と意義について述べている。

第二章では、ウェーブレットの基礎理論について説明している。はじめに、ウェーブレット解析の概要について説明し、スケーリング関数/ウェーブレットが多重解像度解析と呼ばれる関数空間の階層構造を構成することを示している。次に、本研究で用いる二階(一次)～四階(三次)Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットの特徴について説明し、Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットを用いた関数近似の方法について述べている。

第三章では、基底関数に二階(一次)～四階(三次)Bスプラインウェーブレットを用いたガラーキン法の固体/構造力学解析での離散化方法について示している。ウェーブレットガラーキン法での変位の表記法について述べ、変位一ひずみ関係式、応力一ひずみ関係式を導き、最終的な剛性方程式を組み立てる手順について述べ、最後に、二階(一次)～四階(三次)Bスプラインスケーリング関数/ウェーブレットの積分方法について説明している。

第四章では、本手法の領域境界の取り扱いについて述べている。はじめに、従来のウェーブレットガラーキン法解析において領域境界を取り扱うために用いられてきたFictitious domain(架空領域)と、本解析でFictitious domainを用いない理由を説明している。次に、そのFictitious domainを用いない解析方法を提案し、数値解析によって実証している。

第五章では、Bスプラインウェーブレットガラーキン法を用いたアダプティブ解析について示している。はじめに、アダプティブ解析の手順について示す。次に、アダプティブ解析で用いる誤差指標について説明し、誤差指標をもとに新しい基底関数を加える方法、および解析の終了方法の提案を行っている。最後に、基底関数に二階(一次)～三階(二次)Bスプラインウェーブレットガラーキン法を用いたアダプティブ解析の数値解析例が示されている。

第六章では、本研究の総括し、今後の展望について述べている。

以上、本論文はウェーブレットガラーキン法による固体/構造力学解析に関する研究で物体境界の離散化方法とアダプティブ解析法を提案した。これはメッシュフリー解析手法の発展に大きく寄与するものである。よって、審査委員会は博士(工学)の学位論文として合格と判定する。

## 最終試験結果の要旨

報告番号	理工研 第 253 号	氏 名	田中 智行
審査委員	主 査	岡田 裕	
	副 査	福井 泰好	戸谷 眞之
		本間 俊雄	萩原 世也

平成19年2月13日に審査員5名とその他16人の聴講者に対して田中氏の論文発表会が開催された。田中氏が博士論文の内容について約50分の説明を行い、その後、その内容に関する質疑応答が約30分間行われた。その主な内容は以下の通りである。

1. ウェーブレット基底を物体境界で切断する際に問題となるウェーブレット基底とはどのようなものか。そして、それらをどのように判別したのか。また、どのような物体境界でも大丈夫なのか。

(答) 問題になるウェーブレット基底は、物体の外側で切断した結果、物体内部で他の基底関数の一次結合で表すことが可能になってしまったものである。その判別は、基底関数に関する式を精査することにより行った。また、どのような物体境界でも対応可能なようにルールを作成している。

2. アダプティブ解析でモデルリファインメントの基準とする誤差エネルギーノルム率のしきい値が1~2%と、かなり厳しい値のように思えるが、どのように決定したのか。また、一次、二次そして三次Bスプライン基底を利用した場合で結果に大きな差があるか。モデルリファイン前の初期セルで誤差エネルギーノルム率を評価するのは問題があるように思えるが、如何か。

(答) 誤差エネルギーノルム率のしきい値は経験的に決定した。問題によって最適な値が異なる可能性があるが、今までの経験より、今回使用したような値で概ね良好な解析結果が得られることがわかっている。また、一次のBスプライン基底よりも、二次や三次のBスプライン基底を用いた方が解の収束が速い。モデルリファイン後のセルで誤差エネルギーノルム率の評価を行っている。

3. 数値解析の相対誤差が小さくなると、数値解が真の解に漸近しているか調べたのか。そのためには、数値解析結果の相対誤差だけでなく、真の解との誤差率も調べるべきである。また、モデルの解像度を細かくすることにより真の解に収束することを証明できるか。さらに、相対誤差が小さくなることと、解が真の解に近づくことを同義と考えてもいいか。

(答) 数値解が真の解に漸近していることは、円孔の応力集中問題解析で得られた応力値によって確認した。真の解との誤差率については調べていないが、これによって数値解が真の解に収束することをより明確にできたと思う。また、モデルの解像度を細かくすることで真の解に近づくことは、有限要素法に対する証明をそのまま適用できる。さらに、相対誤差が小さくなることは、円孔の解析結果のように、方向性としては数値解が真の解に近づいていると言える。

4. 今後の発展の可能性について教えてほしい。また、固体内に多くの微小き裂が存在するような損傷力学解析等への応用を考えることはできるか。

(答) 現在のところ、破壊力学解析を考えている。また、損傷力学解析も可能である。

上記のように田中氏は質問に対して的確に回答した。これらの質問の内容は学術的に高いレベルのものであった。以上にに基づき、5名の審査員は田中氏が大学院博士後期課程修了者として十分な学力を有すると判断し、最終試験を合格と判定した。