学 位 論 文 の 要 旨

氏　　名	Haripamyu
学位論文題目	平均化の手法の複素フィンスラー幾何学への応用

本論文は，正則ベクトル束のフィンスラー幾何学への平均化の手法を応用について研究し，正則ベクトル束のamplenessまたはnegativityについて複素フィンラー幾何学を用いて得られた結果を纏めたものである。

第１章は準備のための章である。まず複素ベクトル束についてその一般論を解説している。複素ベクトル束のHermite計量の概念や層コホモロジーについてその概要を述べて，複素直線束の同値類があるコホモロジー類で表現されることを解説した。また最後の節では複素射影空間上の正則ベクトル束について詳細に述べている。

第２章では複素ベクトル束の複素接続について解説している。特にChern類についてその概略を述べ，複素直線束のnegativityをChern類の言葉で特徴付けられることを解説した。また正則ベクトル束のnegativityを小林昭七氏の定義に従って解析し，微分幾何学の立場からすればamplenessよりもnegativityの方が扱い易いことを示した。さらに正則ベクトル束のGriffiths-negativityを定義し，正則ベクトル束がGriffiths-negativeならば小林の意味でnegativeであることの証明を与えた。最後の節では，次章以降で重要な役割を果たすEhresmann接続について解説した。

第３章ではこの学位論文の研究対象である複素フィンスラー束の微分幾何学を展開している。この章ではケーラー・ファイブレーションの微分幾何学として複素フィンスラー幾何学を捉えている。即ち，複素フィンスラー計量がこのファイブレーションの垂直束の各ファイバーにケーラー計量を定義するとき，そのフィンスラー計量をRizza計量とよび，Rizza計量を許容する正則ベクトル束の微分幾何学を研究した。そのために垂直束にRizza計量から自然に定義される部分接続を解析し，Griffiths-negativityの自然な拡張としてRizza-negativityの概念を導入した。この章の主な結果は正則ベクトル束がRizza-negativeであればGriffiths-negativeことを示したことである。

第４章では本論文の主要なテーマである平均化の手法とその応用について得られた研究成果を纏めている。垂直束の各ファイバーで定義されたケーラー計量を積分すること，即ち平均化することにより与えられた正則ベクトル束にHermite計量が得られることを証明し，さらに部分接続を各ファイバー上で平均化して複素接続が得られることを証明している。注目すべき結果はこの複素接続が得られたHermite計量のHermite接続になっていることである。この事実を基に，部分接続の曲率と平均化で得られたHermite接続の曲率を比較することにより重要な不等式を証明している。その応用として正則ベクトル束のRizza-negativityがGriffiths-negativityを引き出すことを証明し，結果的に「Rizza-negative ⇒ Griffiths-negative ⇒小林の意味でnegative」 の関係が成立することを示した。

別記様式第４号

Summary of Doctoral Dissertation

Title of Doctoral Dissertation: Applications of Averaging Methods to Complex Finsler Geometry.

Name: Haripamyu

This thesis is a summary of the study on averaging methods and its applications to the complex Finsler geometry. In last chapter, we have concerned with negative vector bundles and showed some results obtained from Kobayashi’s characterization. The thesis is organized as follows.

Chapter 1 gives the theory of complex vector bundles. First we explain the theory of vector bundles in general and the notion of complex vector bundles. Then we introduce the notion of Hermitian metrics on complex vector bundles. We also explain the theory of the sheaf cohomology for holomorphic vector bundle over a complex manifold. Next we describe that there exists a one-to-one correspondence between the set of all equivalent classes of complex line bundles and the cohomology group. In the last section, we list up some vector bundles over the projective space.

In Chapter 2, we introduce the concepts of connections on complex vector bundles and discuss Hermitian metrics, connections and curvatures on holomorphic vector bundles. We also give a brief review of Chern classes of complex vector bundles. A holomorphic vector bundle admitting a Hermitian metric of negative curvature is said to be Griffiths-negative. The most important result in chapter is that the Griffiths-negativity yields the negativity in the sense of Kobayashi. In the last section, we show that the Hermitian connection on a Hermitian bundle defines an Ehresmann connection which plays an important role in this thesis.

In Chapter 3, we describe the geometry of complex Finsler vector bundles from the view point of Kahler fibrations. A complex Finsler metric is called a Rizza metric if it defines a Kahler metric on each fiber. If a Rizza metric is given on a holomorphic vector bundle, then we may develop the geometry of the vertical sub-bundle with the Hermitian metric defined by the Rizza metric. The fundamental tool in this chapter is a partial connection on the vertical sub-bundle. As a natural generalization of Griffiths-negativity, we introduce the notion of Rizza-negativity, and we show that Rizza-negativity implies the negativity in the sense of Kobayashi.

Chapter 4 is devoted to the main topics of this thesis, namely, the averaging method and its application to complex Finsler geometry. By the averaging method, we obtain a natural Hermitian metric from the given Rizza metric, and a complex connection from the partial connection. This connection is nothing but the Hermitian connection of the metric. Comparing the curvature of this Hermitian connection with the one of the partial connection, we obtain an important inequality. As an application of this inequality, we can conclude that Rizza-negativity yields the Griffiths-negativity, namely “ Rizza -negativity $\Rightarrow$ Griffiths-negativity $\Rightarrow$ negativity in the sense of Kobayashi “.