

相対密度の異なる一連の一面せん断試験 による不飽和砂の摩擦係数の決定

三隅 浩二* 杉野 友紀**

Determination of Coefficient of Friction for Unsaturated Sandy Soil
by a Series of Box Shear Tests with Different Relative Density

Koji MISUMI* and Yuki SUGINO**

The determination procedure of coefficient of friction μ for unsaturated sandy soil by a series of box shear tests is proposed in this paper. At first, it is assumed that slip surface is Spatially Mobilized Plane (SMP). And coefficient of friction μ is obtained from energy dissipation equation on SMP. That is, coefficient of friction μ is determined by the value of τ/σ when compressive displacement y reach to the maximum y_{\max} (i.e., maximum negative dilatancy). Here, σ and τ are normal stress and shear stress on SMP. Secondly, coefficients of friction μ for unsaturated Toyoura sand are obtained from a series of box shear test datum with different relative density. And relationship between coefficients of friction μ and degrees of saturation S_r are clarified. Finally, the value of critical state parameter M (capital μ) is calculated by relationship between M and μ in conventional triaxial compression test condition.

Keywords : coefficient of friction, box shear test, unsaturated sandy soil, dilatancy

1. はじめに

大規模な土木構造物の建設がますます増加している今日、それを支える地盤の変形予測・破壊予測をいかに正確に行うかという問題は、それに携わるエンジニアにとって大変重要な問題である。有限要素法による変形や破壊の予測結果は、用いたパラメ

ータの数値に大きく依存し、従って、予測の精度はどのようにしてそれらのパラメータを決めたのかに大きく左右される。そこで、本研究では、相対密度 D_r の異なる一連の一面せん断試験を実施して、不飽和砂の摩擦係数 μ の決定を試みる。摩擦係数 μ はせん断強度や破壊規準に関わるだけでなく、土要素のせん断に伴う体積変化すなわちダイレイタンシーが正なのか負なのかを決める重要な力学パラメータである。今回は、飽和度 $S_r = 10\% \sim 70\%$ の豊浦標準砂の一面せん断試験結果より摩擦係数 μ を決定している。

2016年9月7日受理

* 海洋土木工学専攻

** 北九州市役所

2. 一面せん断試験による摩擦係数 μ の決定法

本研究では、一面せん断試験のすべり面を空間滑動面 (Spatially Mobilized Plane) ¹⁾ と見なして試験結果の解析を試みている ²⁾。空間滑動面は、一言で言うと3次元空間における潜在滑り面である。図-1は最大主応力 σ_1 、中間主応力 σ_2 、最小主応力 σ_3 の値がそれぞれ異なるときのモールの応力円を示している。図-2は最大主応力 σ_1 、中間主応力 σ_2 、最小主応力 σ_3 が作用する面と空間滑動面の関係を示している。図-1の点 P_1 で成り立つ中間主応力 σ_2 と最小主応力 σ_3 の関係より図-2のB-C線が得られる。同様に、点 P_2 では最大主応力 σ_1 と最小主応力 σ_3 の関係よりA-C線が得られ、点 P_3 では最大主応力 σ_1 と中間主応力 σ_2 の関係よりA-B線が得られる。空間滑動面はこれらの3つ

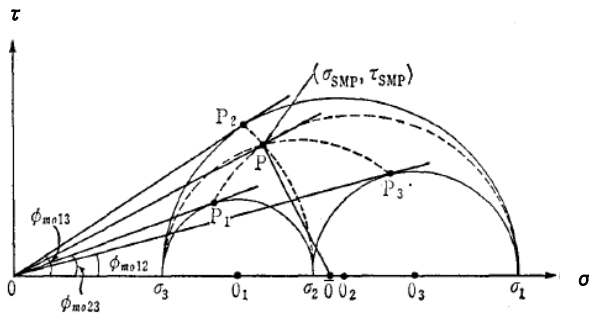


図-1 モールの応力円 ¹⁾

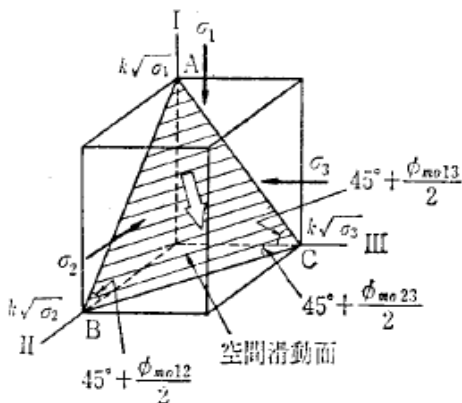


図-2 主応力面と空間滑動面の関係 ¹⁾

の線分を含む平面として定義される。

式(1)と式(2)は空間滑動面上に作用する垂直応力 σ とせん断応力 τ の定義式 ¹⁾ であり、応力の第1不変量 J_1 、第2不変量 J_2 、第3不変量 J_3 で表される。式(3)は応力の第1不変量 J_1 、第2不変量 J_2 、第3不変量 J_3 を最大主応力 σ_1 、中間主応力 σ_2 、最小主応力 σ_3 で表した式である。

$$\sigma = \frac{3J_3}{J_2} \quad (1)$$

$$\tau = \frac{\sqrt{J_1 J_2 J_3 - 9J_3^2}}{J_2} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 \\ J_2 &= \sigma'_1 \sigma'_2 + \sigma'_2 \sigma'_3 + \sigma'_3 \sigma'_1 \\ J_3 &= \sigma'_1 \sigma'_2 \sigma'_3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

さて、砂質土の回復不能な体積変化や形状変形は载荷により供試体に加えられたエネルギーが土粒子間の摩擦のため熱や音になって消散することで発生する。本研究ではそのことを表すエネルギー消散式を利用して摩擦係数 μ を決定する。すなわち、空間滑動面上の垂直応力 σ とせん断応力 τ を含んだ次の式(4)を用いる。

$$\tau A dx + \sigma A dy = \left(\frac{\tau}{\sigma} + \frac{dy}{dx} \right) \sigma A dx \quad (4)$$

式(4)中の A は供試体の断面積、 τA はせん断力、 σA は垂直力である。 dx はせん断変位増分、 dy は垂直変位増分 (dy は圧縮を正とする) である。式(4)の左辺と右辺はいずれもせん断中のエネルギー消散を示している。すなわち、左辺はインプットとして供試体に加わるせん断力 τA と垂直力 σA をアウトプットのせん断変位増分 dx と垂直変位増分 dy に掛けて合計した外部エネルギー消散を示している。一方、右辺は左辺を変形して得られる式であり、 $(\tau/\sigma + dy/dx)$ は右辺の式の形から摩擦係

数、 $(\tau/\sigma + dy/dx)\sigma A$ は摩擦力であることが分かる。摩擦力は水平方向に作用するのでせん断変位増分が掛けられている。右辺はエネルギー消散が摩擦によって発生することを表しており、内部エネルギー消散を示している。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{\tau}{\sigma} + \frac{dy}{dx}\right)\sigma A - \tau A}{\sigma A} \quad (5)$$

式(5)は式(4)を変形して得られるが、この式は、せん断力 τA が摩擦力 $(\tau/\sigma + dy/dx)\sigma A$ より小さいとき供試体が圧縮し、せん断力 τA が摩擦力 $(\tau/\sigma + dy/dx)\sigma A$ より大きいとき供試体が膨張することを示している。

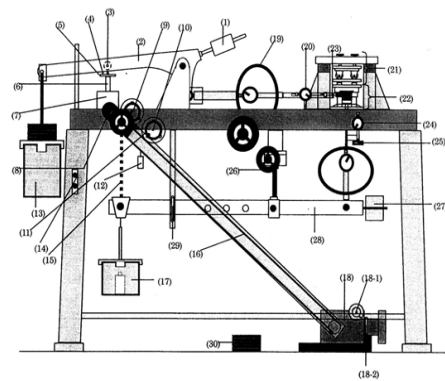
さて、今回決定する摩擦係数はせん断力 τA が摩擦力 $(\tau/\sigma + dy/dx)\sigma A$ に等しくなる限界状態で発揮されている摩擦係数 μ である。限界状態では体積変化が生じない($dy=0$)ので、 $\mu = \tau/\sigma$ より摩擦係数 μ を決定することができる。ところが、砂質土の供試体では特に限界状態に到達する前に応力やひずみの状態が非常に不均質になるので、せん断後期に摩擦係数 μ を決定することは難しい。そこで、供試体が圧縮から膨張に転ずるとき(圧縮側の最大の垂直変位 y_{max} が発生しているとき)に摩擦係数 μ を決定する³⁾。このときもせん断力 τA は摩擦力 $(\tau/\sigma + dy/dx)\sigma A$ に等しく $dy=0$ なので、 $\tau A = (\tau/\sigma)\sigma A = \mu\sigma A$ すなわち $\mu = \tau/\sigma$ より簡単に摩擦係数 μ を決定することができる。

3. 相対密度の異なる一連の一面せん断試験による摩擦係数 μ の決定

3.1 一面せん断試験の概要

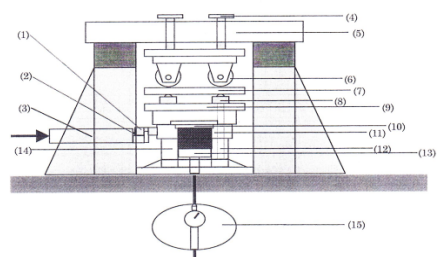
今回試料には豊浦標準砂を使用している。豊浦標準砂の土粒子の密度は $\rho_s = 2.64\text{g/cm}^3$ 、最大間隙比

は $e_{max} = 0.97$ 、最小間隙比は $e_{min} = 0.62$ である。垂直応力 σ は $\sigma = 200\text{ kPa}$ と $\sigma = 400\text{ kPa}$ の2ケースに対して定圧一面せん断試験を行った。2ケースの垂直応力 σ に対し、供試体の飽和度 S_r と相対密度 D_r を種々に調整して試験を行った。すなわち、供試体設置時において、飽和度 S_r は $S_r = 10\%$ 、 30% 、 50% 、 70% の4ケースとした。また、それぞれの飽和度 S_r に対し、相対密度 D_r は $D_r = 10\%$ 、 20% 、 30% 、 40% 、 50% 、 60% 、 70% 、 80% 、 90% の9ケースとした。



装置名称	
(1) バランスウエイト	(2) 剪断荷重載荷レバー
(3) コンタクトローラー	(4) マイクロスイッチ
(5) マイクロスイッチアタッチメント	(6) 昇降ネジ軸
(7) キヤードボックス	(8) クラッチ
(9) 手動ハンド軸	(10) 垂直荷重制御用ハンドル軸
(11) 着脱式手動ハンドル	(12) 対重ウエイト
(13) 剪断荷重用水槽 (排水弁付)	(14) 駆動・停止スイッチ
(15) フックチェーン (レバー吊り上げ用)	(16) 電動連動チェーン
(17) 垂直荷重用水槽 (排水弁付)	(18) 無段変速機
(18-1) 調整ハンドル	(18-2) 目盛板
(19) 剪断荷重用ブルーピングリッド	(20) 剪断変位用ダイヤルゲージ
(21) 反力ローラー部	(22) 剪断箱その他
(23) ゲージアタッチメント	(24) 垂直変位用ダイヤルゲージ
(25) ゲージアタッチメント	(26) レバー調整ハンドル
(27) バランスウエイト	(28) 垂直荷重載荷レバー
(29) レバーガイド	(30) 分銅 (5g)

図3 一面せん断試験装置の概略図



概観構成図	
(1) せん断アタッチメント	(2) 連結用ピン
(3) せん断軸	(4) 調節ネジ (3個)
(5) 反力枠	(6) ローラー (3個)
(7) ローラー板	(8) ロードセル (3個)
(9) ステンレス板	(10) 反力板
(11) 上箱	(12) ロックピン
(13) 加圧板	(14) 下箱
(15) ブルーピングリッド	

図4 せん断箱の拡大図

図-3は今回使用した一面せん断試験装置の概略図である。図-4はせん断箱の拡大図を示している。

定圧一面せん断試験の手順は以下の通りである。まず、直径6cm、高さ2cmの円筒形になるように、締めめ法を用いて供試体を設置した。供試体を設置したのち、垂直荷重用水槽に分銅を載せ、ハンドルを回して加圧版を押し上げ、供試体に垂直荷重 $P = \sigma A$ を加えた。このとき、载荷後の供試体の圧縮量からせん断開始時点の体積比 v_0 を求めることができる。

次に、1分間に0.2mmの速度でせん断変位 x を与えた。せん断変位増分 Δx が0.2mmの間隔で垂直変位 y 、せん断力 $T = \tau A$ を測定し、せん断変位 x が7.0mmになった時点で試験を終了した。

3.2 定圧一面せん断試験の試験結果

図-5-1と図-5-2は、垂直応力 $\sigma = 200$ kPa、飽和度 $S_r = 10\%$ の不飽和砂の応力比 $\tau/\sigma \sim$ せん断変位 x 関係と垂直変位 $y \sim$ せん断変位 x 関係の試験結果を示す。

図-5-3と図-5-4は、垂直応力 $\sigma = 200$ kPa、飽和度 $S_r = 70\%$ の不飽和砂の応力比 $\tau/\sigma \sim$ せん断変位 x 関係と垂直変位 $y \sim$ せん断変位 x 関係の試験結果を示す。

図-6-1と図-6-2は、垂直応力 $\sigma = 400$ kPa、飽和度 $S_r = 10\%$ の不飽和砂の応力比 $\tau/\sigma \sim$ せん断変位 x 関係と垂直変位 $y \sim$ せん断変位 x 関係の試験結果を示す。

図-6-3と図-6-4は、垂直応力 $\sigma = 400$ kPa、飽和度 $S_r = 70\%$ の不飽和砂の応力比 $\tau/\sigma \sim$ せん断変位 x 関係と垂直変位 $y \sim$ せん断変位 x 関係の試験結果を示す。

以上、2ケースの垂直応力 σ に対し、供試体の飽和度 S_r の両極端な試験結果を示したが、その他の試験結果については参考文献4に示している。

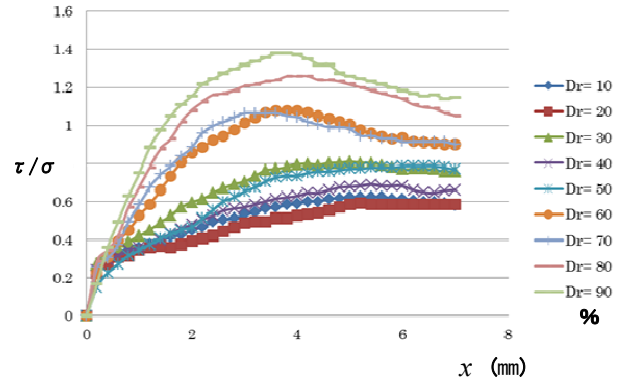


図-5-1 $\tau/\sigma \sim x$ 関係 ($\sigma=200$ kPa % $S_r=10\%$)

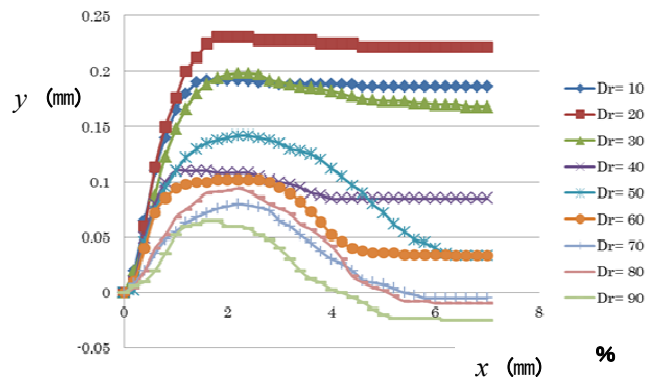


図-5-2 $y \sim x$ 関係 ($\sigma=200$ kPa % $S_r=10\%$)

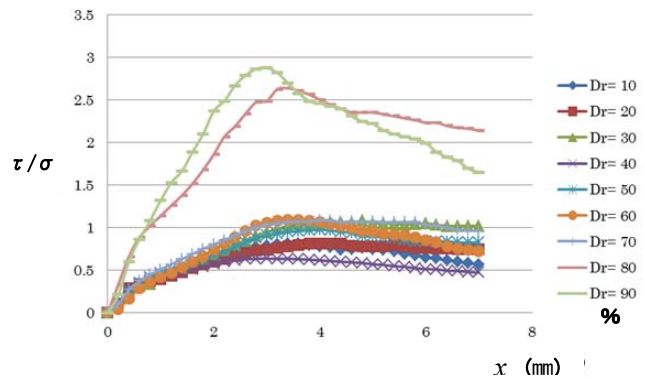


図-5-3 $\tau/\sigma \sim x$ 関係 ($\sigma=200$ kPa % $S_r=70\%$)

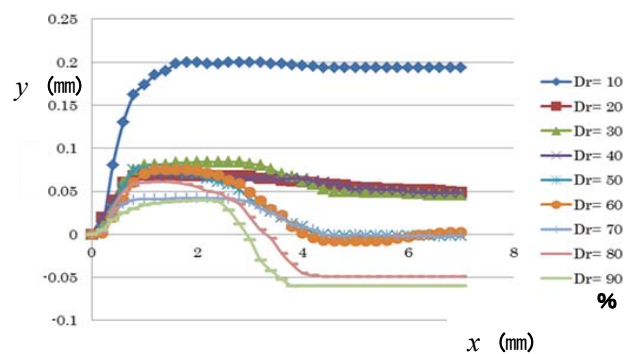


図-5-4 $y \sim x$ 関係 ($\sigma=200$ kPa % $S_r=70\%$)

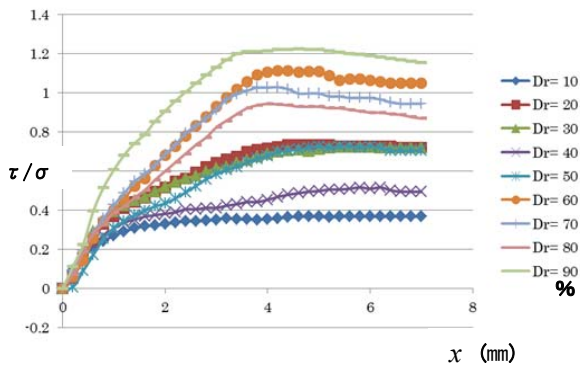


図-6-1 $\tau/\sigma \sim x$ 関係 ($\sigma=400\text{kPa}$ $S_r=10\%$)

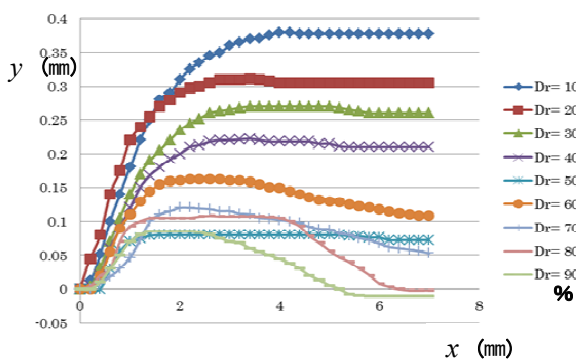


図-6-2 $y \sim x$ 関係 ($\sigma=400\text{kPa}$ $S_r=10\%$)

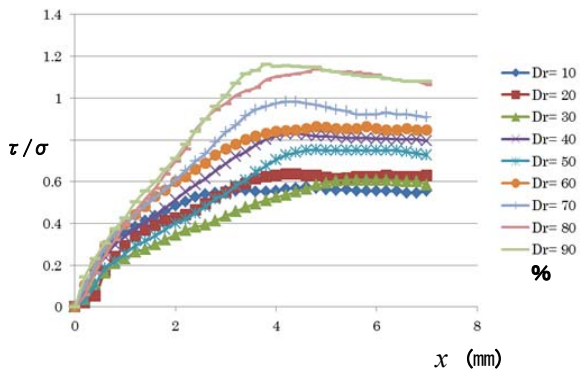


図-6-3 $\tau/\sigma \sim x$ 関係 ($\sigma=400\text{kPa}$ $S_r=70\%$)

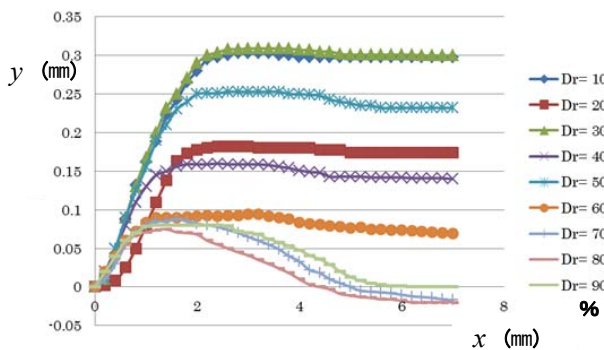


図-6-4 $y \sim x$ 関係 ($\sigma=400\text{kPa}$ $S_r=70\%$)

これらの図より、垂直応力 $\sigma = 400$ kPa の試験結果は、 $\sigma = 200$ kPa の試験結果と比べて、全体的に、垂直変位 y の値が大きい（負のダイレイタンスが卓越している）ことが見て取れる。応力比 τ/σ の値に関しては大きな違いは認められなかった。

3.3 不飽和砂の摩擦係数 μ の決定

前に述べたように、供試体が圧縮から膨張に転ずるとき $dy=0$ なので、せん断力 τA は摩擦力 $\mu \sigma A$ に等しく、このとき摩擦係数 μ を $\mu = \tau/\sigma$ より決定することができる。

図-7 は提案する方法で $\sigma = 200$ kPa の試験結果より摩擦係数 μ を決定し、相対密度 D_r を横軸にとってまとめたものである。この図より、摩擦係数 μ の値は、飽和度 $S_r = 70\%$ で相対密度 $D_r = 80\%$ と $D_r = 90\%$ の2つの結果を除けば、0.3~1.2の範囲でばらついていることが分かる。また、相対密度 D_r の値が大きくなるにつれて摩擦係数 μ の値も大きくなる傾向が見て取れる。

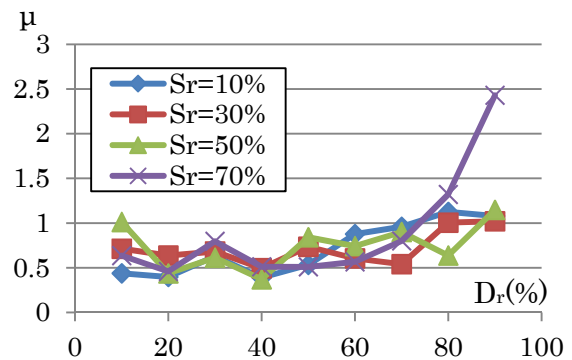


図-7 摩擦係数 $\mu \sim$ 相対密度 D_r 関係 ($\sigma=200\text{kPa}$)

図-8 は $\sigma = 400$ kPa の試験結果より摩擦係数 μ を決定し、相対密度 D_r を横軸にとってまとめたものである。この図より、摩擦係数 μ の値は0.3~1.0の範囲でばらついていることが分かる。 $\sigma = 200$ kPa のときと同様に、相対密度 D_r の値が大きくなるにつれて摩擦係数 μ の値も大きくなる傾向が見て取れる。

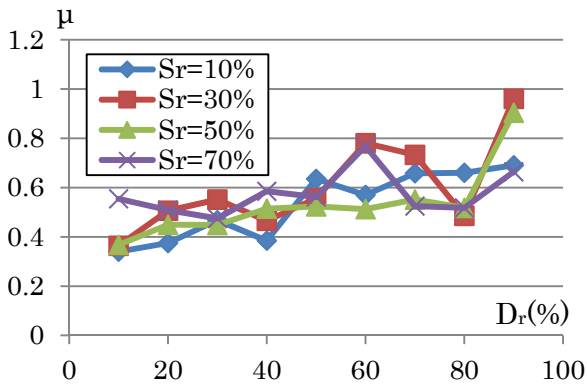


図-8 摩擦係数 μ ~ 相対密度 D_r 関係 ($\sigma = 400\text{kPa}$)

図-9は $\sigma = 200 \text{ kPa}$ の試験結果より得られた摩擦係数 μ について、各飽和度 S_r で平均値を求めてまとめたものである。この図より、飽和度 S_r の値が大きくなれば摩擦係数 μ の値も大きくなる傾向が見て取れる。ただし、飽和度 $S_r = 70\%$ の結果を除けば、 $\mu = 0.7$ 程度の値となっていることが分かる。

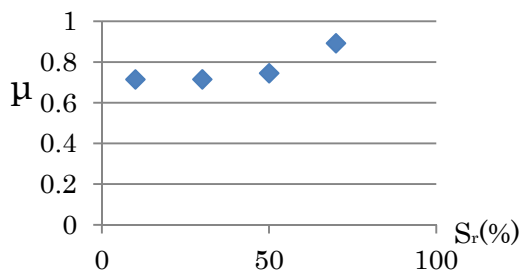


図-9 摩擦係数 μ ~ 飽和度 S_r 関係 ($\sigma = 200\text{kPa}$)

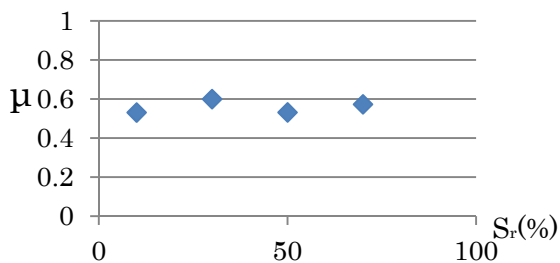


図-10 摩擦係数 μ ~ 飽和度 S_r 関係 ($\sigma = 400\text{kPa}$)

図-10は $\sigma = 400 \text{ kPa}$ の試験結果より得られた摩擦係数 μ について、各飽和度 S_r で平均値を求め

てまとめたものである。この図より、飽和度 S_r の値に関わらず $\mu = 0.5 \sim 0.6$ の値となっていることが分かる。なお、摩擦係数 μ と内部摩擦角 ϕ の間には式(6)の関係がある。この式より、摩擦係数 $\mu = 0.5 \sim 0.7$ の値に対し $\phi = 27^\circ \sim 35^\circ$ の値が対応することが分かる。

$$\mu = \tan \phi \quad (6)$$

以上のように、摩擦係数 μ の値は、垂直応力 σ 、飽和度 S_r 、相対密度 D_r などの試験条件で変化する。ただし、摩擦係数 μ は土粒子間で発揮されるものなので本当は1つの値しか持たないはずである。一面せん断試験で決定した摩擦係数 μ の値がばらつくのは、試験装置の精度や試験者のスキルの違いによるものであると思われる。

3.4 限界状態パラメータ $M^{5),6)}$ の決定

一面せん断試験のすべり面を空間滑動面と見なせば、摩擦係数 μ は式(1)と式(2)で表される空間滑動面上の垂直応力 σ とせん断応力 τ の比で示される。これを整理すると次の式(7)が導かれる。この式に三軸圧縮条件 $\sigma'_2 = \sigma'_3$ を導入して変形すると主応力比 σ'_1 / σ'_3 と μ の関係式、式(8)が得られる。式(8)より、摩擦係数 $\mu = 0.5 \sim 0.7$ の値に対し $\sigma'_1 / \sigma'_3 = 2.76 \sim 3.95$ の値が対応することが分かる。

$$\mu = \frac{\tau}{\sigma} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{9 J_3} - 1} \quad (7)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{9} \left(2 \frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} + 5 + 2 \left[\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} \right]^{-1} \right) - 1} \quad (8)$$

σ'_1 / σ'_3 と限界状態パラメータ M の間には次の式(9)が成り立つので、摩擦係数 μ の値から限界状態パラメータ M の値を求めることができる²⁾。すなわち、摩擦係数 $\mu = 0.5 \sim 0.7$ の値に対し限界状

態パラメータ $M = 1.11 \sim 1.49$ の値が対応することが分かる。

$$M = \frac{q}{p'} = 3 \left\{ \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} - 1 \right) / \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} + 2 \right) \right\} \quad (9)$$

4. まとめ

1. 一面せん断試験の結果より、不飽和砂の摩擦係数 μ を決定する方法を提案した。提案する方法は、一面せん断試験のすべり面を空間滑動面と見なし、空間滑動面上で成り立つエネルギー消散式を利用して摩擦係数 μ を決定する。すなわち、供試体が圧縮から膨張に転じるとき（圧縮側の最大垂直変位 y_{\max} が発生しているとき）の応力比 τ/σ より摩擦係数 μ を決定する。
2. 相対密度の異なる一連の一面せん断試験の試験結果に提案方法を適用して、不飽和砂の摩擦係数 μ を決定することができた。垂直応力 σ は200 kPaと400 kPaの2ケース対し、飽和度 S_r は10%, 30%, 50%, 70%の4ケースとした。また、それぞれの飽和度 S_r に対し、相対密度 D_r は10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%の9ケース試験を実施して、合計72の供試体より摩擦係数 μ を決定することができた。なお、試料には豊浦標準砂を用いている。
3. 垂直応力 σ が200 kPaの場合、相対密度 D_r を横軸にとってまとめた結果、異常値を除けば、摩擦係数 μ は0.3～1.2の範囲でばらついていることがわかった。垂直応力 σ が400 kPaの場合、相対密度 D_r を横軸にとってまとめた結果、摩擦係数 μ は0.3～1.0の範囲でばらついていることが分かった。垂直応力の大小に関わらず相対密度 D_r の値が大きくなるにつれて摩擦係数 μ の値も大きくなる傾向が見て取れた。
4. 垂直応力 σ が200 kPaの場合、各飽和度 S_r の平

均値を比較すると、飽和度 S_r が70%の結果を除けば、摩擦係数 μ は0.7前後の値となることが分かった。垂直応力 σ が400 kPaの場合、摩擦係数 μ は0.5～0.6の値となることが分かった。なお、摩擦係数 $\mu = 0.5 \sim 0.7$ の値に対し $\phi = 27^\circ \sim 35^\circ$ の値が対応することが分かった。

5. 空間滑動面上で定義された摩擦係数 μ の式に三軸圧縮条件を導入することにより、限界状態パラメータ M を決定することができた。摩擦係数 $\mu = 0.5 \sim 0.7$ の値に対し $M = 1.11 \sim 1.49$ の値が対応することが分かった。

謝辞

本研究に協力して頂いた海洋土木工学科4年の二石充と原拓也に感謝致します。

参考文献

- 1) 松岡元, 地盤工学の新しいアプローチ, 京都大学学術出版会, pp. 4-22 (2003)
- 2) 三隅浩二, 杉野友紀, すべり面を空間滑動面と見なした一面せん断試験の試験結果の解析, 平成27年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, III-72, pp. 415-416 (2016).
- 3) 三隅浩二, 土質材料の評価方法, 特許第4691663号 (2011).
- 4) 三隅浩二, 古川大嗣, 野村将和, 一面せん断試験による砂質土の圧縮指数の決定, 鹿児島大学工学部研究報告, 第56号, pp. 9-16 (2014).
- 5) A. Schofield and P. Wroth, Critical State Soil Mechanics, McGRAW-Hill Publishing Company Limited, pp.89-166 (1968).
- 6) J. H. Atkinson and P. L. Bransby, The Mechanics of Soils, An Introduction to Critical State Soil Mechanics, McGRAW-Hill Book Company Limited, pp.184-291 (1978).