

有効応力からみた飽和粘土のクリープ破壊

下川悦郎

(砂防工学研究室)

昭和53年8月31日 受理

Creep Failure of Saturated Clays from an Effective Stress Point of View

Etsuro SHIMOKAWA

(Laboratory of Erosion Control)

はじめに

土の変形は時間依存性をもつ。とくに粘土の変形特性におよぼす時間効果は大きく重要である。飽和した正規圧密粘土を非排水状態でクリープ試験を行うと粘土は上限降伏値を境にしてそれ以下ではクリープの飽和、以上ではクリープ破壊といった質的に全く異なった性質を示す。上限降伏値以上ではクリープ応力の増加にともなって粘土のクリープ破壊時間は小さくなる¹³⁾。また同じ状態でヒズミ速度の異なった定ヒズミ速度試験を行うとヒズミ速度の増加とともに破壊時の応力は大きくなる。この性質はみかけ上粘土の強度が時間依存性を有することを示すものである。

しかし柴田、星野¹⁸⁾、K.Arulananandan、C.K. Shen、R.B. Young²⁾によれば粘土の破壊強度を有効応力比 τ/σ'_N 、 σ_d/σ'_m からみるとせん断応力 τ または軸差

応力 σ_d の大きさにかかわらずクリープ破壊時の有効応力比は一定となる。したがって有効応力の立場からみると粘土の強さは時間に依存しない。Fig. 1 は軸差応力 σ_d と平均主応力 σ'_m 座標上にクリープ試験の応力経路と定ヒズミ速度試験の応力経路を模式的に示したものである。上限降伏値以下のクリープによる応力経路③、④は破壊せず、いわゆる静的応力経路①まで至り、そこで停止する。上限降伏値以上のクリープによる応力経路⑤、⑥は応力経路①と交わることなく異なった経路で破壊線⑦に到達し、粘土はクリープ破壊をおこす。応力経路②はある一定の大きさのヒズミ速度をもった粘土の応力経路である。有効応力からみるとクリープ試験においても有効応力比は時間とともに変化する。

既往におけるクリープの応力-ヒズミ-時間関係の構成式の導出は以上のような有効応力の立場にたったものではなく、全応力(クリープ応力)-ヒズミ-ヒズミ速度-時間の関係にもとづいたものが多い^{13,19)}。

本文は有効応力の観点から粘土のクリープ破壊における応力-ヒズミ-時間関係について速度過程理論と実験事実にもとづいて検討を加えたものである。

速度過程としての土のクリープ破壊

これまで多くの研究者によってクリープ現象を速度過程としてとらえ、その理論にもとづいて応力-ヒズミ-時間の関係式が導出された^{13,11,5)}。しかし、導出された関係式はクリープ破壊をおこさない領域にとどまり、クリープ破壊については村山、柴田¹⁹⁾が A. Tobolsky、H. Eyring の理論²⁰⁾をクリープ応力と破壊時間の関係に適用しただけである。

速度過程理論¹¹⁾によれば結合粒子がせん断方向に移動する確率 \bar{v} は

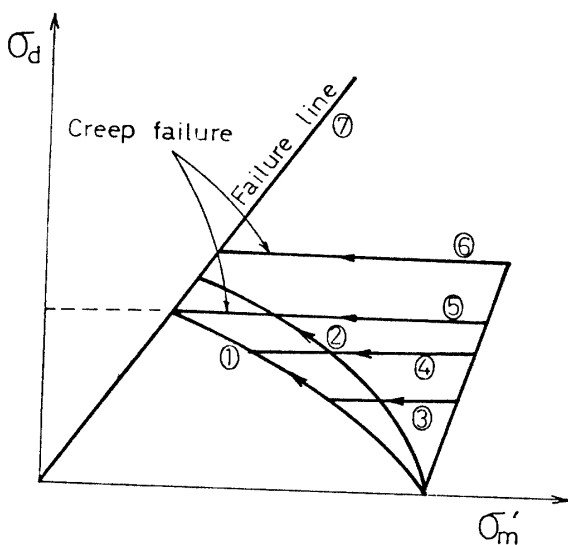


Fig. 1. Schematic representation of effective stress paths.

$$\bar{v} = 2 \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \sinh\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \quad (1)$$

で表わされる。ここに、 k はボルツマン定数 (1.3805×10^{-16} erg/deg. mol), T は絶対温度, h はプランク定数 (6.624×10^{-27} erg · sec), ΔF は活性化エネルギー, R はガス定数 (1.987 cal/deg · mol), f は結合粒子に作用するせん断応力, λ は結合粒子の平衡位置間の距離である。クリープを生じるような大きな応力が作用すると1個の結合粒子が活性化する確率は大きくなり, 単位平面内の結合粒子数は減少する。また, $f\lambda > 2kT$ となるので

$$\sinh(f\lambda/2kT) = \frac{1}{2} \exp(f\lambda/2kT) \quad (2)$$

が成立する。ある任意の時間において1個の粒子が活性化される確率は単位時間内に活性化する粒子の全粒子数に対する割合に等しい¹³⁾と(1)式は

$$\bar{v} = -\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \quad (3)$$

となる。ここに N は単位平面内の結合粒子数, t は時間である。(3)式が速度過程理論にもどづく基本式である。クリープ破壊における応力-ヒズミ-時間関係式を得るためには(3)式をいくつかの仮定のもとで展開しなければならない。

まず(3)式をヒズミと関係づけるために Fig. 2 のようなモデルを考える。Fig. 2 において(1)式は x_i 面内

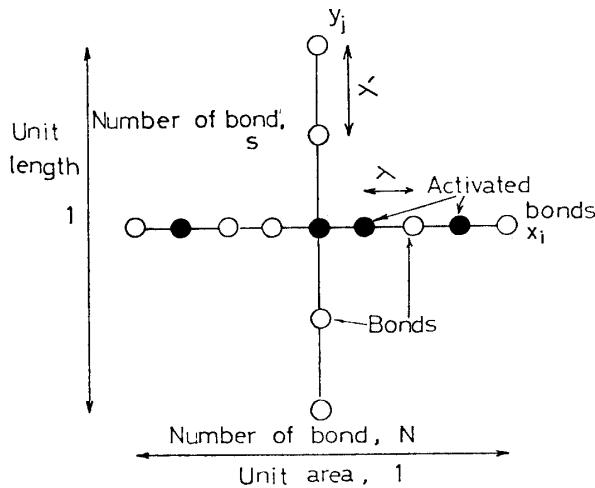


Fig. 2. Hypothetical picture represented the relationship between bonds activation and strain.

における結合粒子の活性化される確率を表現している。 y 軸方向に変位が進むとすると, x_i 面内の1個の結合粒子が活性化されることによって単位時間に y_j 軸方向の変位が λ' だけ生じる。 y_j 方向の単位長あたりの結合粒子数を s とするとヒズミ速度 $\frac{d\epsilon}{dt}$ は

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dt} &= s\lambda'(\bar{v}) = s\lambda' \left(-\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}\right) \\ &= s\lambda' \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

$s\lambda' = X$ とおくと(4)式は

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dt} &= X(\bar{v}) = X \left(-\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}\right) \\ &= X \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{f\lambda}{2kT}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

となる。ここに ϵ はヒズミである。変形の進行中 λ' は一定であるが s, X は減少する。 X を時間 t の指数関数として

$$X = b \frac{1}{t^m} \quad (6)$$

で仮定する。ここに b は定数, m はクリープの進行とともに変化する指数である。

個々の結合粒子に作用する応力はマイクロにみると結合粒子で異なると考えられるが, ここでは三軸応力状態を想定して f を軸差応力 σ_d を単位面積あたりの全結合粒子数で割った平均値として

$$f = \frac{\sigma_d}{N} \quad (7)$$

で表わす。(6), (7)式を(5)式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dt} &= -b \frac{1}{t^m} \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \\ &= b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{\sigma_d}{N}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ヒズミと結合粒子数の関係は(8)式を解いて

$$N = N_0 e^{-\frac{\epsilon t^m}{b}} \quad (9)$$

で表わされる。ここに N_0 は初期結合粒子数である。(9)式を(8)式に代入して

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{\epsilon t^m}{N_0} \sigma_d\right) \quad (10)$$

となる。

軸差応力 σ_d のもとで変形に抵抗する因子は単位面積内の結合粒子数 N の大きさである。J.K. Mitchell, A. Singh, R.G. Campanella¹²⁾, 伊東, 松井⁷⁾によって結合粒子数と有効圧密圧力は比例関係にあることが明らかにされている。故に

$$N_0 = a \sigma_{m_0}' \quad (11)$$

が成立する。ここに σ_{m_0}' は有効圧密圧力, a は定数である。(11)式を(10)式に代入して

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a \sigma_{m0}} \sigma_d\right) \quad (12)$$

または

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right)$$

となる。(12)式は応力が有効応力比の形をとる。さらに以下のような条件を考慮すると(12)式は簡単になる。松井、伊東¹⁰⁾によれば f は圧密圧力には影響されず、ヒズミとの間にユニークな関係をもつ。一方土の構成式は応力比とヒズミのユニークな関係で表わされている¹⁷⁾。故に軸差応力 σ_d に対する結合粒子数 N と有効平均主応力 σ_m' は同値であると考えられることができるので、(11)式はセン断中にも拡大して

$$N = a \sigma_m' \quad (13)$$

(13)式を(8)式に代入すると

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{1}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right) \quad (14)$$

となる。

活性化エネルギー ΔF 、温度 T は一定とする。

(12)、(14)式は変形してそれぞれ

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = b \frac{1}{t^{m-1}} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right) \quad (15)$$

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = b \frac{1}{t^{m-1}} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{1}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right) \quad (16)$$

両辺の対数をとって

$$\log \frac{d\epsilon}{d \log t} = \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) + (1-m) \log t + \frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'} \quad (17)$$

$$\log \frac{d\epsilon}{d \log t} = \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) + (1-m) \log t + \frac{\lambda}{2kT} \frac{1}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'} \quad (18)$$

となる。(17)、(18)式は対数ヒズミ速度と有効応力比の関係を与える。

定常クリープ領域ではヒズミ速度 $d\epsilon/dt$ はほぼ一定とみることができるが、そのためには(12)式において指数 $m=0$ となる必要がある。 $m=0$ の条件のもとで(12)式は

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_{m0}}\right)$$

、変形して

$$\sigma_d = \frac{a \sigma_{m0}}{\lambda} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{e^{\frac{\epsilon}{b}}} \left(\log \frac{d\epsilon}{dt} - \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \right) \quad (19)$$

となる。一方(15)式は破壊時には

$$\left(\frac{d\epsilon}{d \log t}\right)_f = b \frac{1}{t_f^{m-1}} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon_f}{b}}}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right) \quad (20)$$

となる。ここに t_f は破壊時間、 ϵ_f は破壊ヒズミ、 $(d\epsilon/d \log t)_f$ は破壊時の対数ヒズミ速度である。(20)式は両辺の対数をとって σ_d について整理すると

$$\sigma_d = \frac{1}{\lambda} \frac{a \sigma_{m0}}{e^{\frac{\epsilon_f}{b}}} \left(\log \left(\frac{d\epsilon}{d \log t}\right)_f - (1-m) \log t_f - \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \right) \quad (21)$$

が得られ、(21)式は粘土の破壊強度と破壊時間の関係を与える。(19)、(21)式から

$$\log t_f = -\frac{e^{\frac{\epsilon_f}{b}}}{1-m} \log \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\log \left(\frac{d\epsilon}{d \log t}\right)_f + \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \left(e^{\frac{\epsilon_f}{b}} - 1\right)}{1-m} \quad (22)$$

が得られ、破壊時間と定常ヒズミ速度の関係が理論的に求められる。

以上は粘土のクリープ破壊における応力-ヒズミ-時間関係式を導出したものであるが、この関係式は定ヒズミ速度試験の応力-ヒズミ-時間関係にも適用できるものと考えられる。(15)式において左辺の対数ヒズミ速度は

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = \frac{d\epsilon}{dt} \cdot t \quad (23)$$

で表わされる。定ヒズミ速度試験においてはヒズミ速度 $d\epsilon/dt$ を一定とおくと(23)式は

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = \frac{d\epsilon}{dt} \cdot t = \epsilon \quad (24)$$

となり、対数ヒズミ速度はヒズミにおきかえられる。

24式を15式に代入し, $m=0$ とおくと

$$\epsilon = bt \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \frac{\sigma_d}{\sigma_m}\right) \quad (25)$$

、時間の影響がなくなる静的応力ヒズミ関係は $t=t_{\infty}$ とおいて

$$\epsilon = bt_{\infty} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \frac{\sigma_d}{\sigma_m}\right) \quad (26)$$

が得られる。

試料と試験方法

試験に供した試料は霧島粘土, 八女粘土および平山粘土の三種類である。霧島粘土は鹿児島県始良郡牧園町丸尾のいわゆる火山性地すべり地から採取したもので安山岩の温泉による風化粘土である。八女粘土は福岡県八女郡黒木町大淵の地すべり地から採取した黒色変成岩の風化粘土である。平山粘土は長崎県北松浦郡吉井町平山の第三紀層地すべり地のスベリ面から採取した炭質けつ岩の風化粘土である。試料, 供試体の物理的性質を Table 1 に示す。試料は採取時の湿潤状態

Table 1. Physical properties of clays

	Kirishima clay	Yame clay	Hirayama clay
Liquid limit, %	108.5	40.0	89.8
Plastic limit, %	40.9	16.9	42.4
Plasticity index, %	67.6	23.1	47.4
Specific gravity of grains	2.56	2.75	2.59
Clay faction, %		22.2	44.8
Water content, %	78.1	24.2	59.0
Void ratio	1.941	0.664	1.571

のまま 2mm フルイを通過したものを液性限界以上の含水比で練り返し数か月間養生した。その後試料は大型圧密容器を用いて圧密荷重 1.0kg/cm^2 で圧密させた。試験に用いた供試体は円筒形でその寸法は直径 3.4cm, 高さ 8.0cm である。

試験は LS 型三軸圧試験機を用いた。三軸室の供試体設置においては供試体端面マサツの影響をできるだけ少なくするために端面にはグリースを塗ったセルロイド板をおいた。供試体は三軸室で圧密圧力 $\sigma_3=1.0, 2.0\text{kg/cm}^2$ で約1.5日間圧密し, その後 Back pressure 1.0kg/cm^2 を作用させ約半日間放置した。

実験は非排水状態で数種類のクリープ荷重によるクリープ破壊とそれと比較の意味で定ヒズミ速度試験を

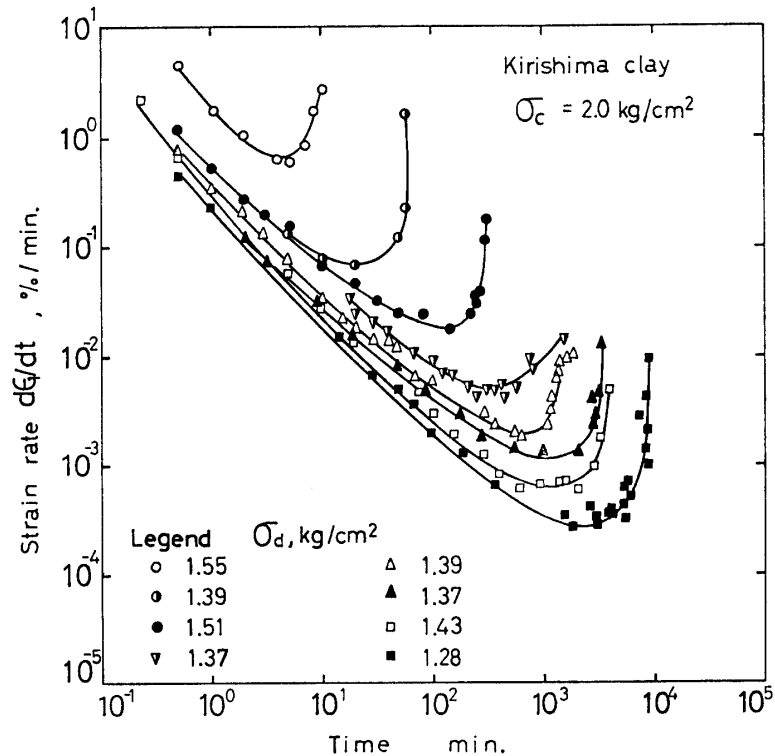


Fig. 3. Relationship between axial strain rate and time in log-log scale for creep test.

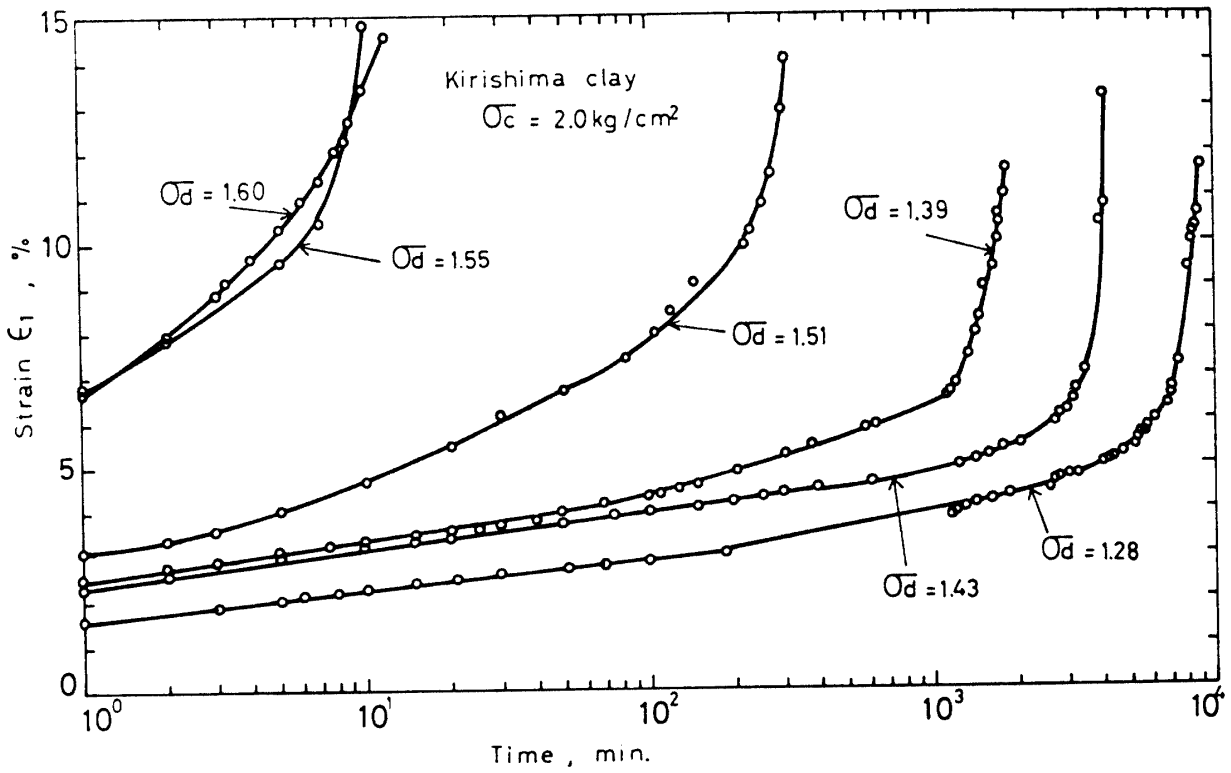


Fig. 4. Axial strain versus time in semi-log scale for creep test.

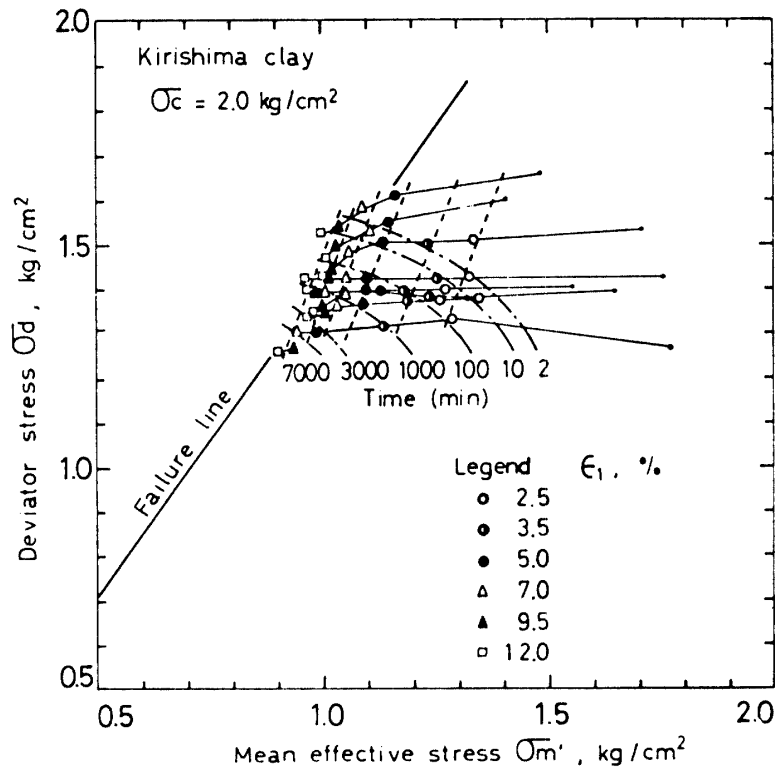


Fig. 5. Changes of effective stress and axial strain depending on time for creep test.

行った。試験中は経時的に応力、ヒズミ、間ゲキ水圧を測定した。間ゲキ水圧は供試体のまわりに取りつけたペーパードレインを通して供試体底面で測定した。試験中の室温は 25°C から 29°C の範囲内である。

結 果

クリープ破壊過程はヒズミ、時間関係からヒズミの時間的変化が時間の経過とともに減少する一次クリープ、ほとんど一定となる二次クリープ（定常クリープ）そして時間の経過とともに次第に増加する三次クリープ（加速クリープ）の三つの領域からなる。Fig. 3 はヒズミ速度と時間の関係を両対数座標上にプロットしたものである。この関係は上限降伏値以下のクリープ応力状態では約 1 の負のこう配をもった直線とな

るが、クリープ破壊応力状態では直線とならずクリープの進行とともに変化する。Fig. 4 はヒズミと時間（対数）の関係を示す。時間を対数軸にするとヒズミの時間的変化は一貫して増加傾向となり、曲線は連続的となる。Fig. 5 はクリープ破壊過程の応力経路を示す。応力経路はヒズミ、時間の経過とともにクリープ応力 σ_d の大きさによって異なった経路を通り左側の破壊線に近づいていく。Fig. 5 には同時に等ヒズミ線、等時間線を表わした。等ヒズミ線は最大主応力軸に平行となる。この結果は種々のヒズミ速度による定ヒズミ速度試験と応力緩和試験から求めた赤井、足立、安藤¹⁾および応力緩和試験から求めた S. Murayama, H. Sekiguchi, T. Ueda¹⁵⁾の結果に一致する。

Fig. 6, Fig. 7 はそれぞれクリープ応力 σ_d と破壊

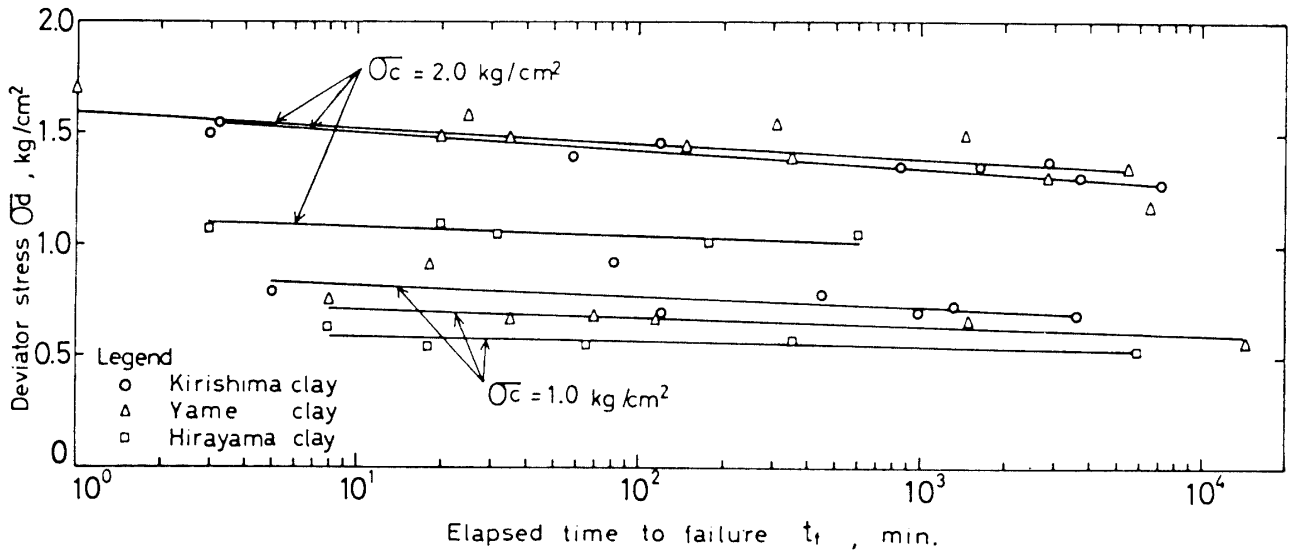


Fig. 6. Influence of the elapsed time to failure on deviator stress in semi-log scale for creep test.

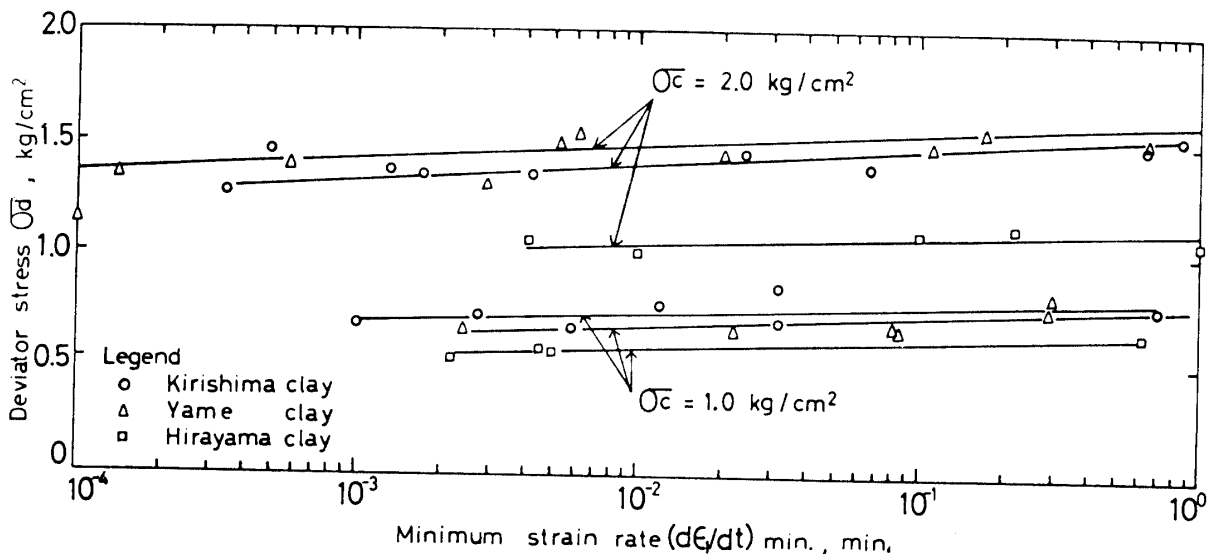


Fig. 7. Influence of the minimum axial strain rate on deviator stress in semi-log scale for creep test.

時間、クリープ応力と最小ヒズミ速度の関係を示したものである。クリープ応力が小さくなると破壊時間は大きくなり、半対数座標上でクリープ応力と破壊時間は直線となる。クリープ応力に対する最小ヒズミ速度は破壊時間とは逆な関係をもっている。

Fig. 8 は間ゲキ水圧 u とヒズミ (対数) の関係を

プロットしたものである。クリープ応力の大きさにかかわらず間ゲキ水圧はヒズミに対してユニークな関係をもつ。

クリープ試験においては σ_d は一定に保っても Fig. 5 の応力経路の変化にみられるように有効応力比 σ_d/σ'_m はクリープの進行にともなって変化する。Fig. 9

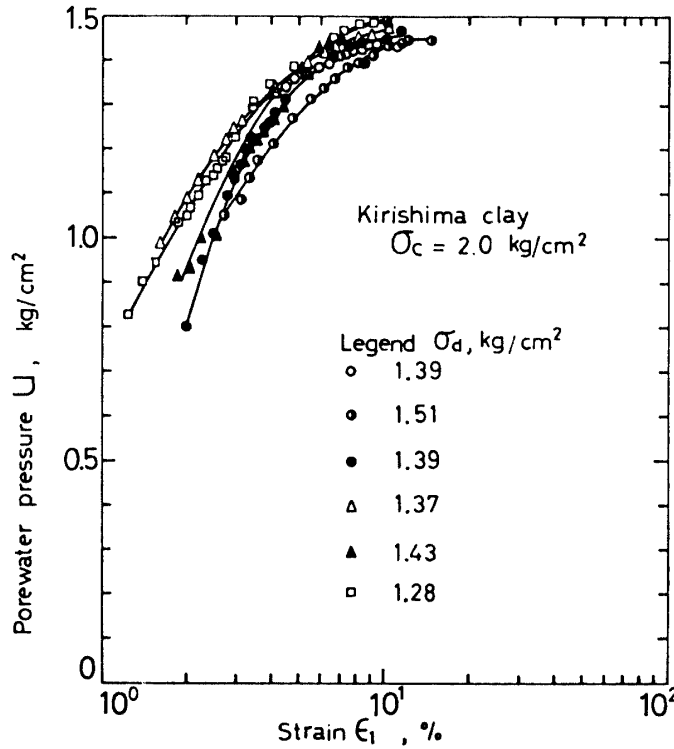


Fig. 8. Relationship between porewater pressure and axial strain in semi-log scale for creep test.

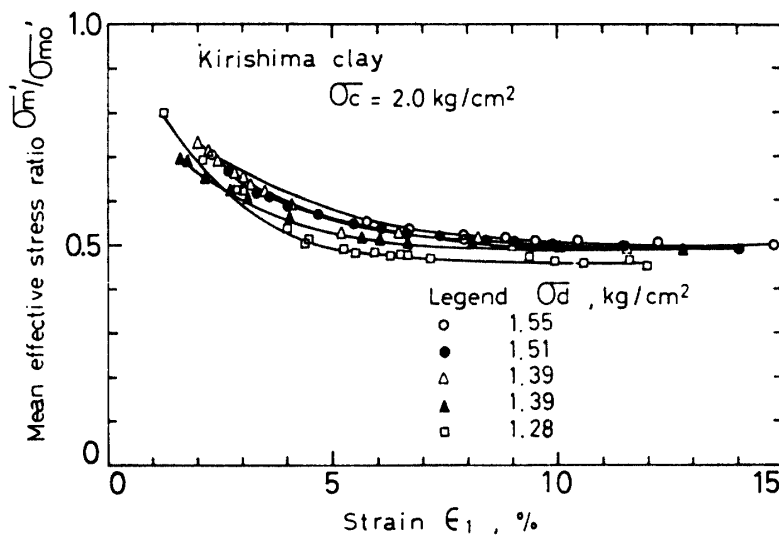


Fig. 9. Relationship between mean effective stress ratio and axial strain for creep test.

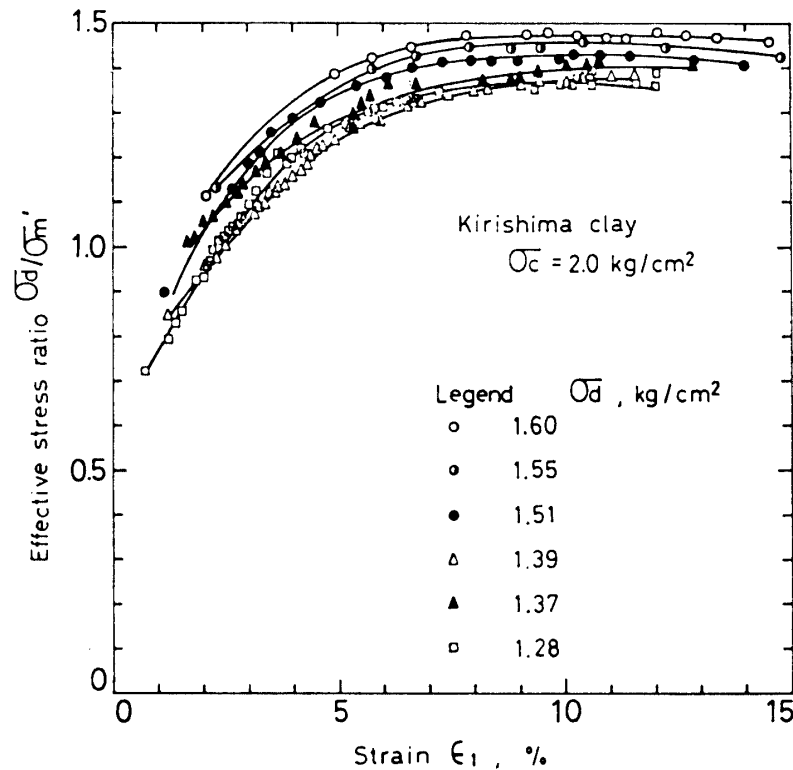


Fig. 10. Relationship between effective stress ratio and axial strain for creep test.

は平均有効主応力の初期値 σ_{m0}' (圧密時の値) に対するクリープ中の平均有効主応力 σ_m' の比 (以下平均主応力比とする) をヒズミに対してプロットしたものである。クリープ応力が大きいほど曲線は上方に位置する。Fig. 10 は有効応力比をヒズミに対してプロットしたものである。この図は定ヒズミ速度試験における応力、ヒズミ曲線に匹敵する。Fig. 10 においては Fig. 9 と同様にクリープ応力が大きいほど曲線は上方に位置する。この有効応力比、ヒズミ曲線の位置の違いは間ゲキ水圧の影響ではなく、粘土そのものの特性にもとづくものであると考えられる。

考 察

1. 速度過程理論による実験結果の検討

Fig. 11 は有効応力比と対数ヒズミ速度の関係を半対数座標上にプロットしたものである。対数ヒズミ速度が大きくなるにつれて有効応力比の変化度は小さくなり、曲線は上に凸の形になる。また対数ヒズミ速度が大きくなるとともに曲線は互いに接近する傾向がみられる。速度過程理論によれば(15), (16)式が有効応力比と対数ヒズミ速度の関係を与えている。(16)式を有効応力比について整理すると

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_m'} = \frac{\log \frac{d\epsilon}{d \log t} - (1-m) \log t - \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right)}{\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon m}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'}} \quad (27)$$

となる。(27)式において

$$1 / \left[\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon m}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \right]$$

は Fig. 11 の曲線の変化度を、

$$-(1-m) \log t - \log b \cdot$$

$$\frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) / \left[\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon m}{b}}}{a} \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \right]$$

は曲線の位置の違いを表現している。

対数ヒズミ速度は

$$\frac{d\epsilon}{d \log t} = \frac{d\epsilon}{dt} \cdot t \quad (23bis)$$

とあらわされ、次元的にはヒズミと同じ無次元表示となる。また対数ヒズミ速度の時間 (対数) に対する関係は Fig. 4 の結果と同様に連続的な増加を示す。故に(27)式は有効応力比とヒズミの関係をも説明できると考える。Fig. 12 に有効応力比とヒズミ (対数) の

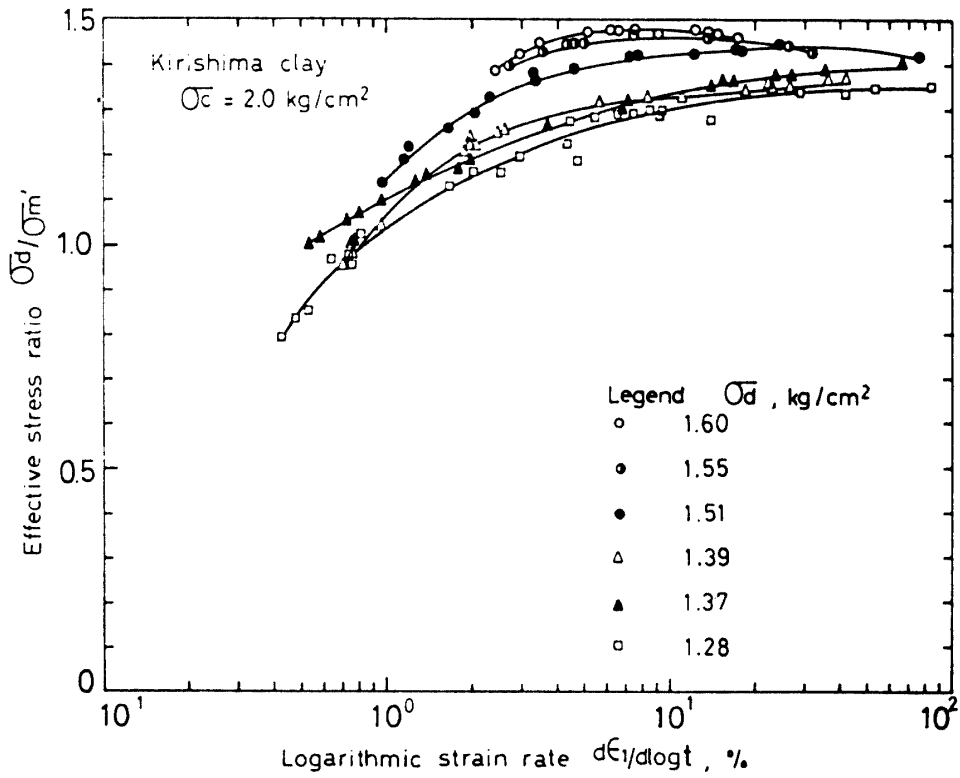


Fig. 11. Relationship between effective stress ratio and logarithmic axial strain rate in semi-log scale for creep test.

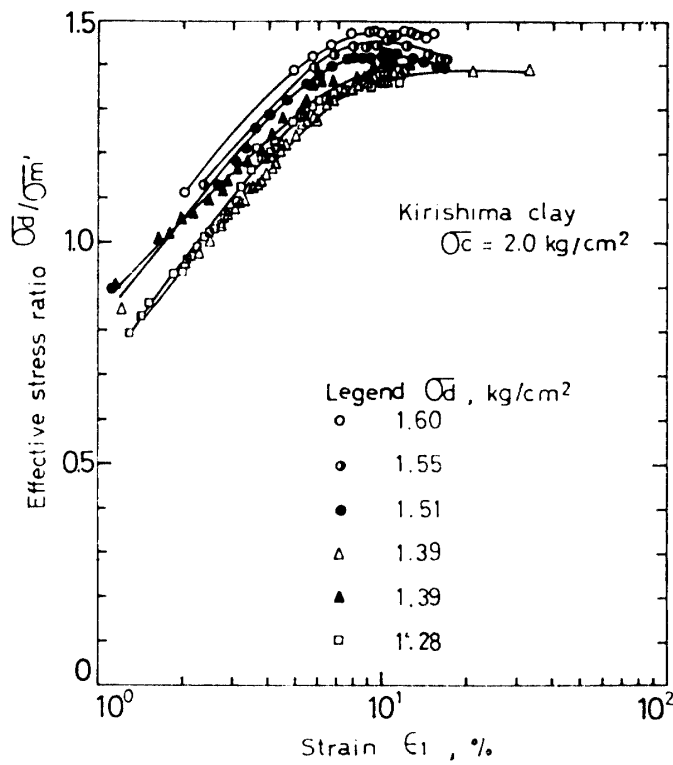


Fig. 12. Relationship between effective stress ratio and axial strain in semi-log scale for creep test.

関係を示す。この曲線は Fig. 11 の曲線と同じ傾向を示す。

Fig. 3 に示したヒズミ速度と時間の両対数座標における関係は(12)式によって説明することができる。(12)式は両辺の対数をとって整理すると

$$\log \frac{d\epsilon}{dt} = -m \log t + \log b \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{4F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon m}{b}}}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_{m0}'}\right) \quad (28)$$

となる。ヒズミ速度と時間の関係は上限降伏値以下とは違って直線関係とはならず、変化する。

Fig. 6 におけるクリープ応力 σ_d と破壊時間の関係、Fig. 7 におけるクリープ応力と最小ヒズミ速度の関係はそれぞれ(21)式、(19)式を用いることによって説明できる。

破壊時間とヒズミ速度の関係は(22)式で与えられる。Fig. 13 は破壊時間と二次クリープ、三次クリープの開始点および破壊時のヒズミ速度の関係を示したものである。この図によると破壊時間とヒズミ速度の関係は直線となり、その直線はクリープ進行とともに上方に移動する。

2. 実験事実にもとづく応力-ヒズミ-時間関係

Fig. 10, Fig. 12 から有効応力比とヒズミの関係が双曲線形となることが推定できる。Fig. 14 は有効応力比とヒズミの関係に R. L. Kondner, J. S. Zelasko⁸⁾ の応力-ヒズミ式を適用した結果を示す。 $\epsilon_1 / \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}$ とヒズミ ϵ_1 の関係は同じこう配をもった直線となり、クリープ応力が大きいほど下方に位置する。Fig. 14 から

$$\frac{\epsilon}{\sigma_d / \sigma_m'} = a + b\epsilon \quad (29)$$

が成立する。ここに a は直線が縦軸と交わった点の座標値であり、その逆数 $\frac{1}{a}$ は有効応力比、ヒズミ関係の初期接線こう配を表わす。 a の値は Fig. 15 に示すようにクリープ応力が大きくなると逆に小さくなる。

b は直線のこう配であり、その逆数 $\frac{1}{b}$ は σ_d / σ_m' の最大値を表わしている。(29)式は微分すると

$$\frac{d\sigma_m'}{dt} \epsilon + \sigma_m' \frac{d\epsilon}{dt} = a \frac{d\sigma_d}{dt} + b \sigma_d \frac{d\epsilon}{dt} + b \frac{d\sigma_d}{dt} \epsilon \quad (30)$$

、クリープ試験においては $d\sigma_d/dt=0$ の条件のもとで(30)式は

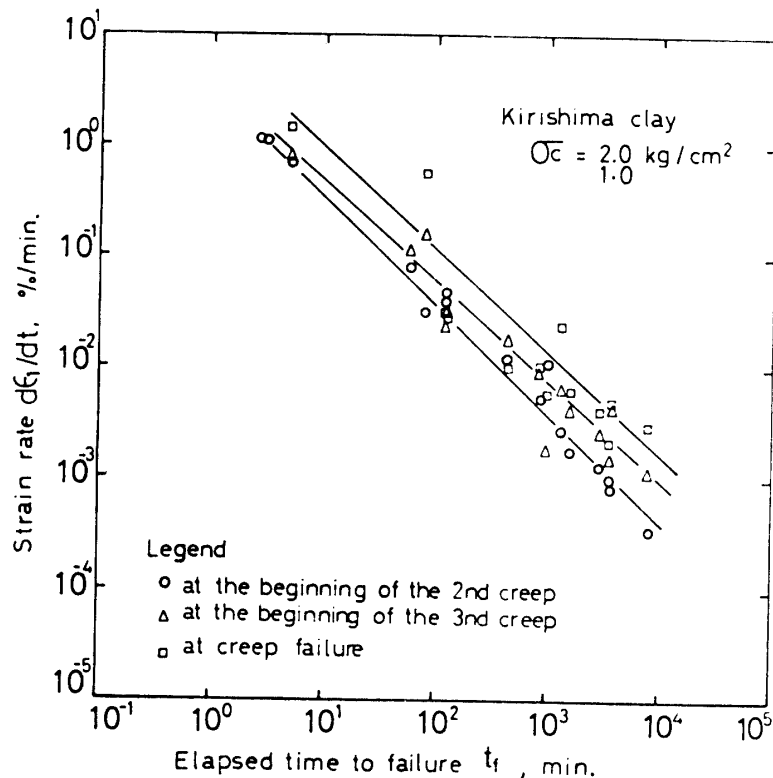


Fig. 13. Relationship between axial strain rate and elapsed time to failure in log-log scale for creep test.

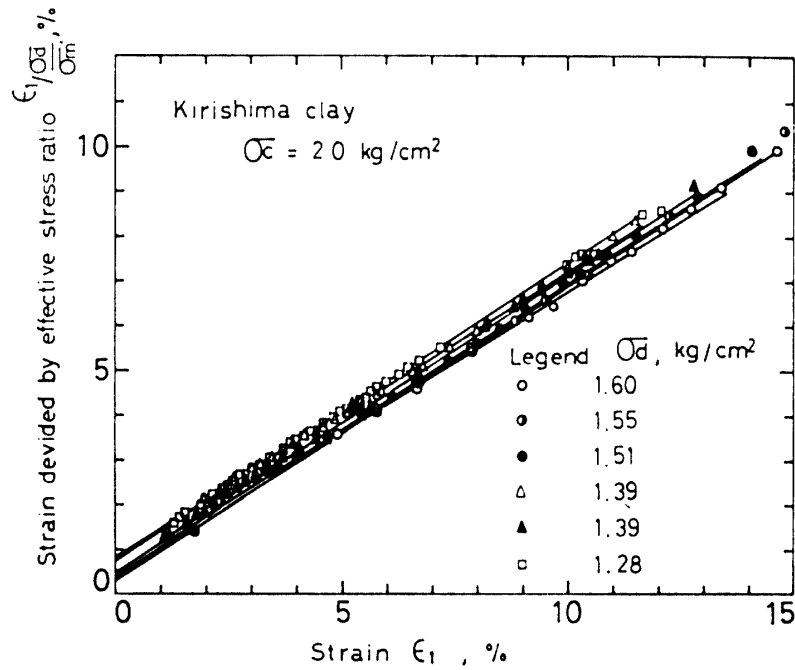


Fig. 14. Relationship between axial strain divided by effective stress ratio and axial strain for creep test.

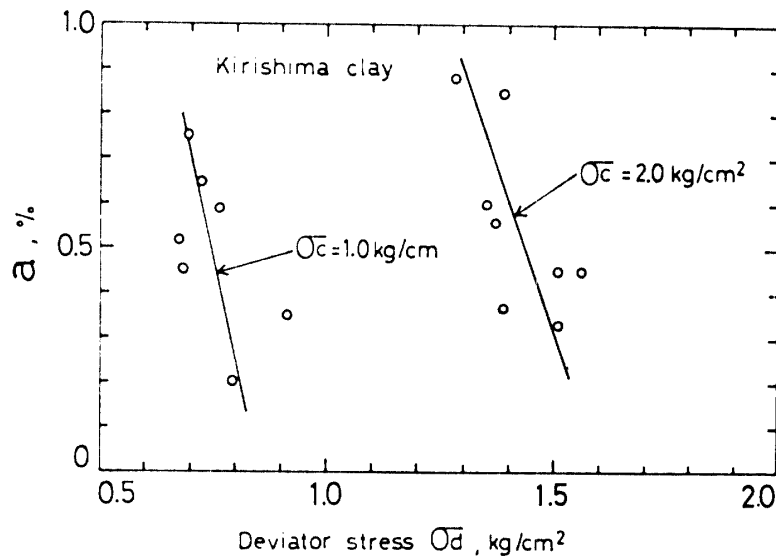


Fig. 15. Influence of deviator stress on the ordinate intercept of axial strain divided by effective stress ratio in Fig.14 for creep test.

$$\frac{1}{\sigma'_m} \frac{d\sigma'_m}{dt} \epsilon + \frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{\sigma_d}{\sigma'_m} \frac{d\epsilon}{dt} \quad (31)$$

となる。(29)式において有効応力からみると σ'_m はヒズミ、時間とともに変化する。Fig. 16 は平均有効主応力比 σ'_m/σ'_{m0} と時間の関係をヒズミをパラメーターにして描いたもので、平均有効主応力比は時間(対数)に対して直線的に変化する。また Fig. 17 は平均有効

主応力比とヒズミの関係を時間をパラメーターにして描いたもので、平均有効主応力比はヒズミに対し両対数座標上で直線となる。以上の事実から平均有効主応力比は

$$\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = \frac{\sigma'_{m1}}{\sigma'_{m0}} + \alpha \log \frac{t_1}{t} + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \quad (32)$$

で表わされる。また平均有効主応力は

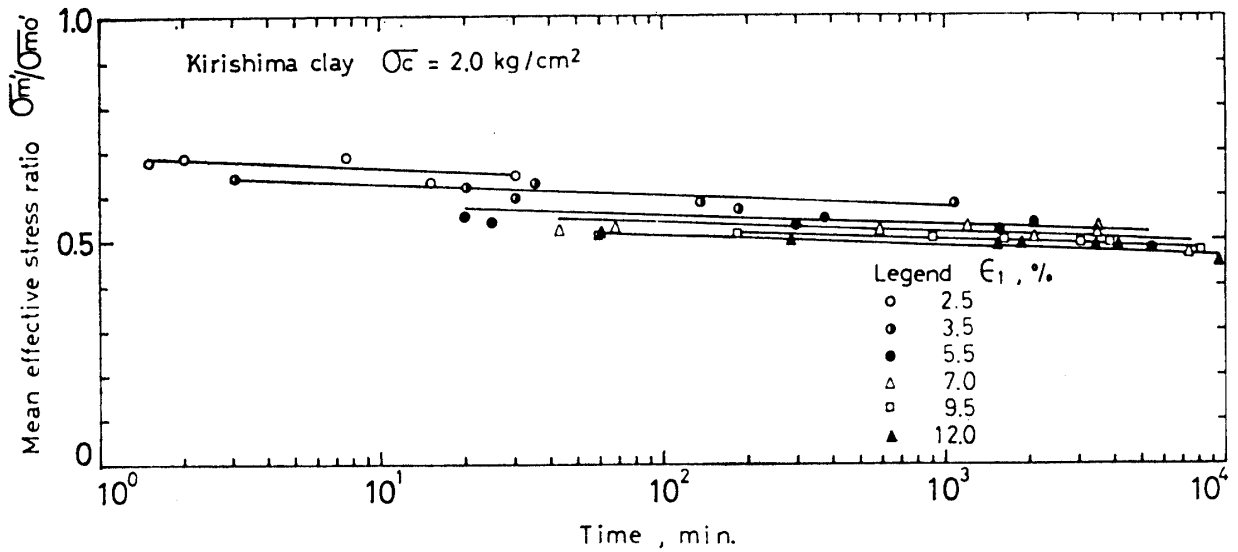


Fig. 16. Relationship between mean effective stress ratio and time in semi-log scale for creep test.

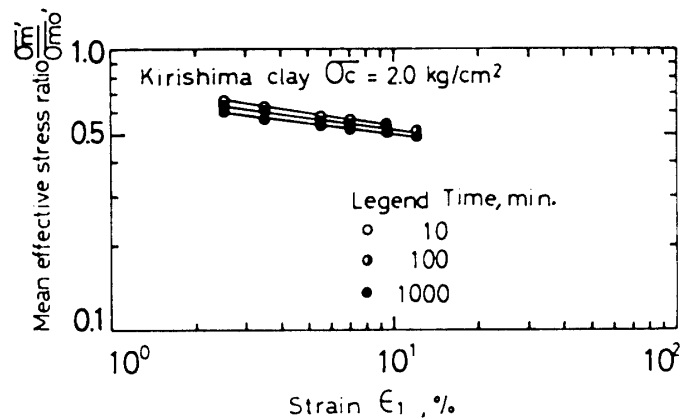


Fig. 17. Relationship between mean effective stress ratio and axial strain in log-log scale for creep test.

$$\sigma_m' = \sigma_{m1}' + \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t}{t_1} + \sigma_{m0}' \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \quad (33)$$

となる。ここに t_1, ϵ_1 はそれぞれ単位時間，単位ヒズミ， σ_{m1}' は時間 t_1 ，ヒズミ ϵ_1 における平均有効主応力， α, β は定数である。(33)式は微分して

$$\frac{d\sigma_m'}{dt} = -\sigma_{m0}' \alpha \frac{1}{t} - \sigma_{m0}' \frac{\beta}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (34)$$

，定ヒズミ速度試験においてはヒズミ速度 $d\epsilon/dt$ は一定となるので(34)式は

$$\frac{d\sigma_m'}{dt} = -\sigma_{m0}' \alpha \frac{1}{t} - \sigma_{m0}' \frac{\beta}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \left(\frac{d\epsilon}{dt} \right)_{const.} \quad (35)$$

となる。(35)式を積分して

$$\sigma_m' = \sigma_{m1}' - \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t}{t_1} - \sigma_{m0}' \beta \left(\frac{d\epsilon}{dt} \right)_{const.} t$$

$$\cdot \left(\frac{t}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta - \frac{t_1}{\epsilon_1} \right) \quad (36)$$

，または平均主応力比の形にして

$$\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} = \frac{\sigma_{m1}'}{\sigma_{m0}'} - \alpha \log \frac{t}{t_1} - \beta \left(\frac{d\epsilon}{dt} \right)_{const.} \left(\frac{t}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta - \frac{t_1}{\epsilon_1} \right) \quad (37)$$

を得る。Fig. 18 はクリープ破壊試験と定ヒズミ速度試験における平均有効主応力比とヒズミの関係を示したものである。試験条件の違いによって平均有効主応力比とヒズミの関係は異なる。この違いは(33)式と(36)式から説明できる。(33)式を(31)式に代入するとクリープ破壊状態における応力-ヒズミ-時間関係式は

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\alpha \epsilon}{\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \left(1 - b \frac{\sigma_d}{\sigma_m'} - \frac{\beta}{\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'}} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \right) t} \quad (38)$$

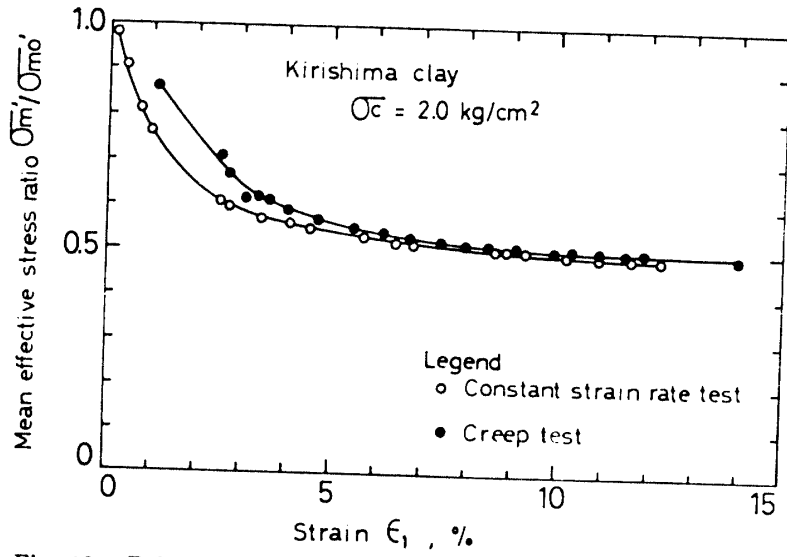


Fig. 18. Relationship between mean effective stress ratio and axial strain for constant strain rate test and creep test.

となる。(33)式を(38)式に代入して σ_d について整理すると

$$\sigma_d = -\frac{\sigma_{m0}' \alpha \epsilon}{bt} \frac{1}{d\epsilon/dt} - \frac{1}{b} \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t}{t_1} + \frac{1}{b} \sigma_{m0}' \cdot \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right)^\beta (1-\beta) + \frac{1}{b} \sigma_{m1}' \quad (39)$$

を得る。(39)式は定常クリープ領域においてはクリー

プ応力と最小ヒズミ速度の関係を、破壊時にはクリープ応力と破壊時間の関係を与え、Fig. 6, 7の結果を裏づける。(39)式は破壊時には

$$\sigma_d = -\frac{\alpha \sigma_{m0}' \epsilon_f}{bt_f} \frac{1}{(d\epsilon/dt)_f} - \frac{1}{b} \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t_f}{t_1} + \frac{1}{b} \sigma_{m0}' \cdot \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_f}\right)^\beta (1-\beta) + \frac{1}{b} \sigma_{m1}' \quad (40)$$

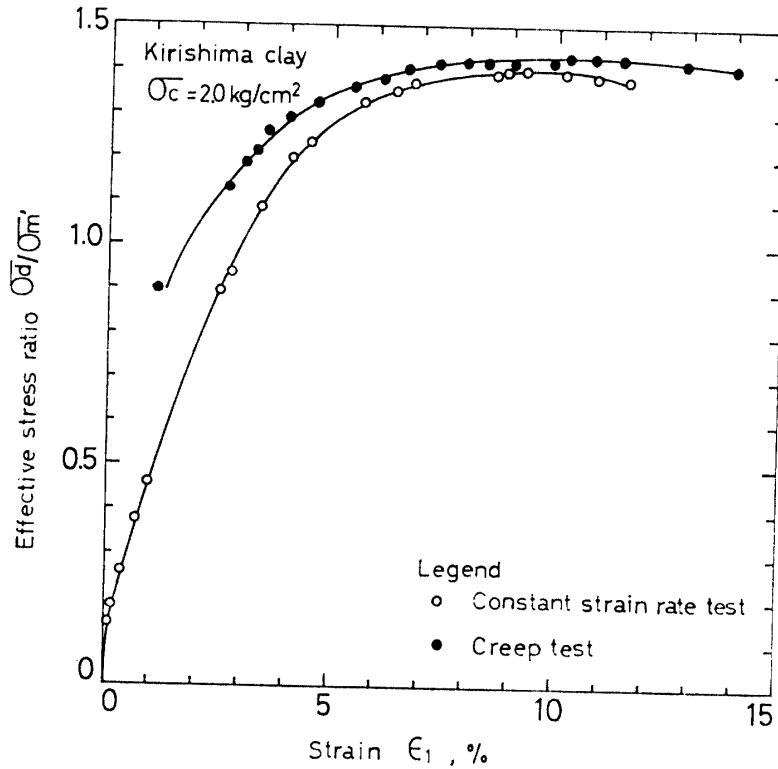


Fig. 19. Relationship between effective stress ratio and axial strain for constant strain rate test and creep test.

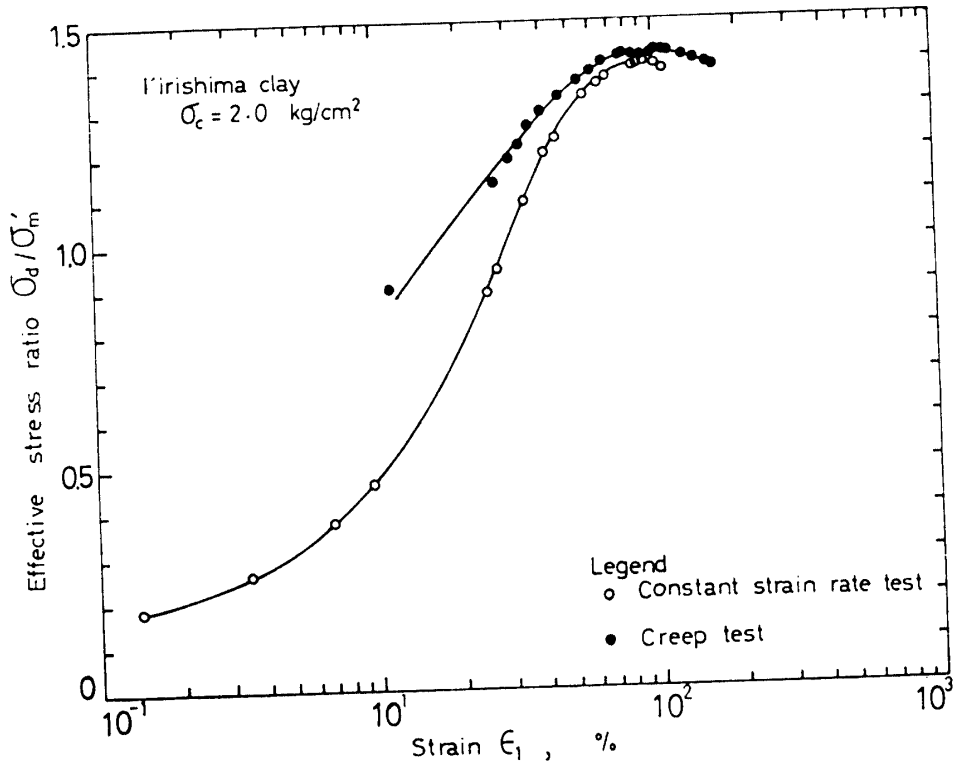


Fig. 20. Relationship between effective stress ratio and axial strain in semi-log scale for constant strain rate test and creep test.

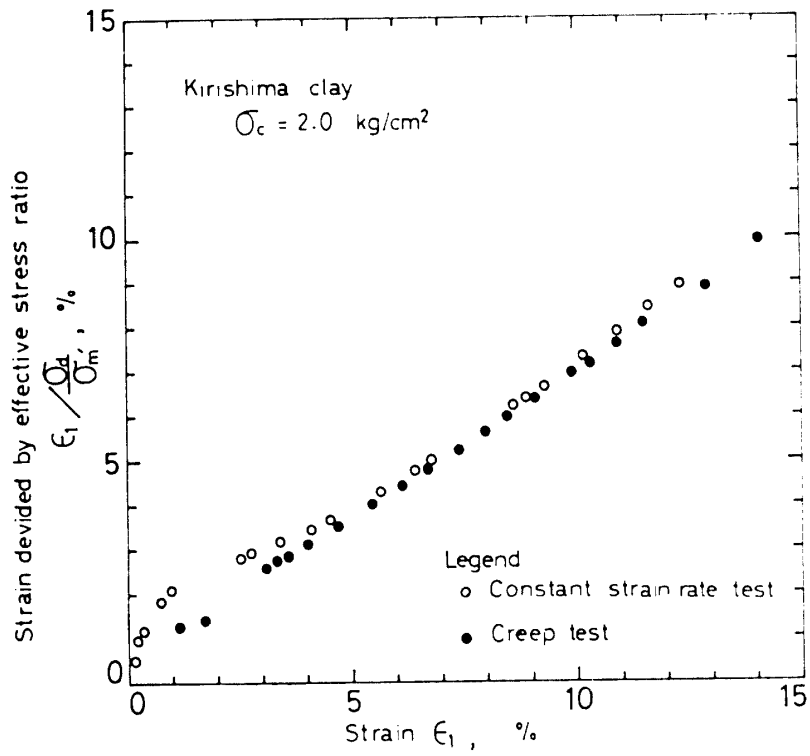


Fig. 21. Relationship between axial strain divided by effective stress ratio and axial strain for constant strain rate test and creep test.

となる。39)と40)式から破壊時間とヒズミ速度の間に

$$\log t_f = \frac{\epsilon}{t} \frac{1}{d\epsilon/dt} - \frac{\epsilon_f}{t_f} \frac{1}{(d\epsilon/dt)_f} + \log \frac{t}{t_1} + (1-\beta) \left(\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_f} \right)^\beta - \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta \right) \quad (41)$$

が成立する。

定ヒズミ速度条件下における応力-ヒズミ-時間関係は36)式を29)式に代入して

$$\sigma_d = \frac{\epsilon}{a+b\epsilon} \left(\sigma_{m1}' - \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t}{t_1} - \sigma_{m0}' \beta \left(\frac{d\epsilon}{dt} \right)_{const.} \cdot \left(\frac{t}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^\beta - \frac{\epsilon_1}{t_1} \right) \right) \quad (42)$$

を得る。Fig. 19, 20 はクリープ試験と定ヒズミ速度試験の有効応力比, ヒズミ曲線の違いをそれぞれ普通座標, 半対数座標上にプロットしたものである。さらに Fig. 21 は $\epsilon_1 / \frac{\sigma_d}{\sigma_m}$ と ϵ_1 の座標上にプロットしたものである。クリープ試験はクリープ応力 σ_d 1.45 kg/cm² で行い, 230分で供試体は破壊した。定ヒズミ速度試験はヒズミ速度 0.020%/min で行い, 破壊時の軸差応力は 1.39kg/cm², 破壊までの時間は475分である。両者は破壊時の σ_d , 破壊時間がほぼ同じである。試験条件の違いによって Fig. 19, 20 の有効応力比, ヒズミ曲線は異なった経路で破壊状態に近づいていく。破壊時の有効応力状態は同一である。Fig. 21 においては試験条件の違いにかかわらず, 有効応力比, ヒズミは同一線上にプロットされる。静的応力状態では $\frac{d\epsilon}{dt} \rightarrow 0, t \rightarrow t_\infty$ とおいて42式は

$$\sigma_d = \frac{\epsilon}{a+b\epsilon} \left(\sigma_{m1}' - \sigma_{m0}' \alpha \log \frac{t_\infty}{t_1} \right) \quad (43)$$

となる。

3. クリープ破壊の機構

土のクリープ破壊現象においては外力はクリープ開始と同時に全てが有効応力として作用しているのではなく, 変形の進行, 時間の経過とともに次第に有効応力に転化していく。そして外力がすべて有効応力に転化した時はじめて破壊がおこる。この様相は Fig. 5 に示されている。したがってみかけ上破壊をおこす大きさをもった外力であっても変形の中で外力を取り除けば土はクリープ破壊をおこしたことはない。このような観点に立つと土のクリープ破壊の規定は変形にもとづくのが最も適切であると考えらる。

土がクリープ破壊に至るまでにはいくつかの変化があらわれる。Fig. 22 は σ_d, σ_m' の座標上に二次ク

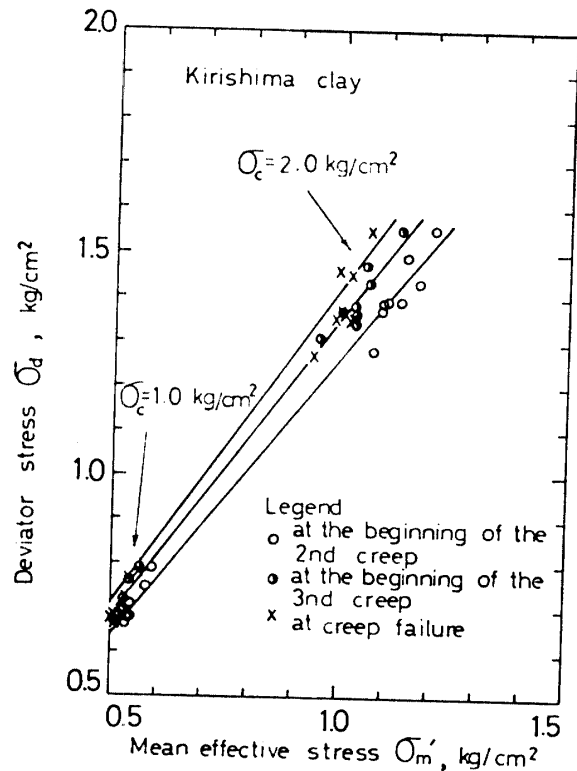


Fig. 22. Effective stress at the beginning of the second and third creep regions, and creep failure.

ープ, 三次クリープの開始点と破壊時の応力状態を示したものである。クリープ応力の違いにかかわらず応力状態は原点を通る直線上にプロットされる。すなわち二次クリープ, 三次クリープの開始点および破壊時の有効応力状態はそれぞれクリープ応力によらず同じである。この結果は村山, 栗原, 関口¹⁴⁾の指摘と一致し, 少なくとも二次クリープ開始時に供試体中に破壊に関与する何らかの要因が生じたことを示すものであろう。Fig. 23 は二次クリープ, 三次クリープの開始

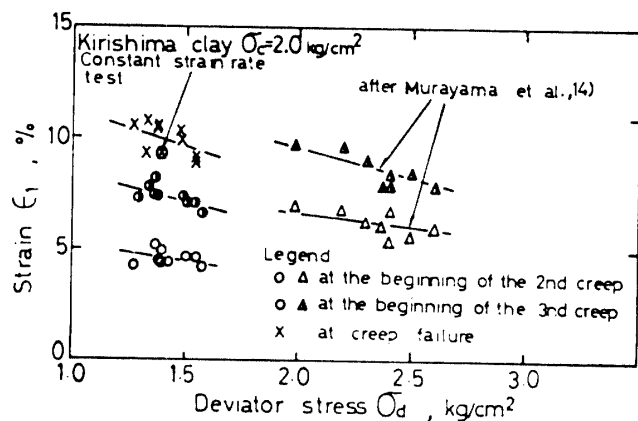


Fig. 23. Influence of deviator stress on axial strain at the beginning of the second and third creep regions, and creep failure.

時および破壊時のいわゆる限界ヒズミをクリープ応力に対してプロットしたものである。また Fig. 23 には同時に村山, 栗原, 関口¹⁴⁾のクリープ試験結果を引用してプロットした。この図によると限界ヒズミは一定とはならず, クリープ応力の影響を受ける。この結果は M. Goldstein, G. Ter-Stepanian⁹⁾の指摘と矛盾する。しかし Fig. 5 の二次クリープ, 三次クリープの開始時, 破壊時の有効応力比線は等ヒズミ線と一致しないという事実から判断すると二次クリープ, 三次クリープの開始時および破壊時の応力状態における限界ヒズミが一定でないことは理由のあることである。Fig. 6, 7 はクリープ応力の破壊時間, 最少ヒズミ速度に対する依存性を示したものである。直線のこう配によってクリープ応力の破壊時間, 最小ヒズミ速度依存性の大きさが求められるが, この大きさは粘土の種類によって異なる。Fig. 24 はクリープ応力の破壊時

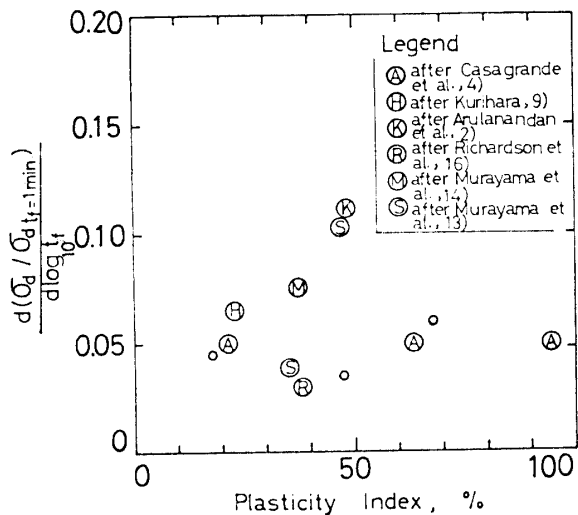


Fig. 24. Influence of plasticity index on deviator stress ratio divided by the elapsed time to failure for creep test.

間依存性の大きさにおよぼす土の性質の影響を示したものである。縦軸は破壊時間が1分の時の $\sigma_{d,t=1min}$ を基準にし, その値に対するある任意の破壊時間をもったクリープ応力の比を, 横軸は塑性指数を示す。Fig. 24 には筆者の試験結果と文献から引用した A. Casagrande, S.D. Wilson⁴⁾ (図中のⒶ), 栗原⁹⁾ (図中のⓂ), K. Arulanandan, C.K. Shen, R.B. Young⁷⁾ (図中のⓀ), A.M. Richardson, R.V. Whitman¹⁶⁾ (図中のⓇ), 村山, 栗原, 関口¹⁴⁾ (図中のⓂ) および村山, 柴田¹³⁾ (図中のⓈ) の結果を示した。図から塑性指数が大きいくほどクリープ応力の破壊時間依存性は大きくなる傾向を示す。塑性指数は液性限界の含水比と

塑性限界の含水比の差によって与えられ, その大きさは粘土粒子の性質, 粘土粒子とそのまわりの水分の関係によってきまる。含水比が増加しても粘土粒子が大きな表面活性をもっていれば, 増加した水分は粘土粒子によって粘土粒子のまわりに厚く保持される。このような粘土に対して液性塑性限界試験を行うと液性限界と塑性限界の差, すなわち塑性指数は大きな値をもつ。L. Bjerrum³⁾ は土のクリープ速度はせん断応力と粘土粒子のまわりの吸着水層の厚さすなわち粘土の塑性とともに大きくなることを指摘している。ここでクリープ速度の大きさはクリープ応力の破壊時間 (または最小ヒズミ速度) 依存性の大きさと同じ意味をもつものと考えられる。また吸着水層の厚さは上述の議論から塑性指数に反映する。したがって粘土の塑性指数とクリープ応力の破壊時間依存性は深く関係することが論理的に証明される。Fig. 25 は粘土のミクロな構

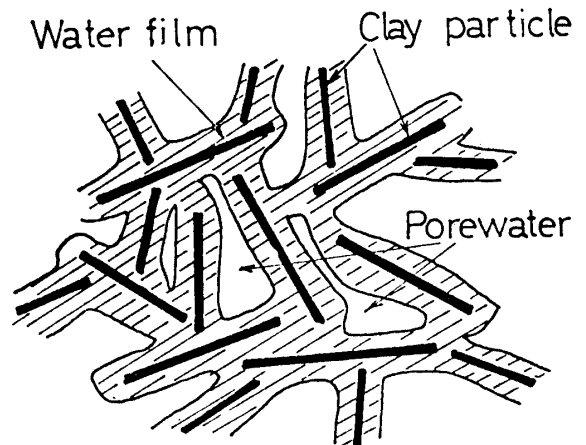


Fig. 25. Schematic representation of clay.

造を模式的にみたものである。飽和状態においては粘土は粘土粒子, そのまわりの吸着水層および間ゲキ水から構成される。このうち粘土のクリープに最も大きな影響をもつものは吸着水層の性質である。吸着水層の性質にはその厚さだけではなく, 硬さ (強さ), 粘度, 表面活性などさまざまな因子が影響する。また拘束圧は吸着水層の厚さ, 粘土構造の変化などに影響をおよぼすものと考えられる。

要 約

飽和した正規圧密粘土のクリープ破壊における応力-ヒズミ-時間の関係式を速度過程理論にもとづいて導出し, クリープ破壊試験結果と比較検討した。またクリープ破壊試験結果を有効応力の観点に立って分析し, その結果にもとづいて応力-ヒズミ-時間の関

係式を導出するとともにクリープ破壊の機構について考察した。その結果を要約すると以下のようである。

(1)速度過程理論にもとづいて導出したクリープ破壊における応力-ヒズミ-時間関係の基本式は(12)式

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\sigma_m'}{a}}}{\sigma_{mo}'} \frac{\sigma_d}{\sigma_m'}\right) \quad (12)$$

によって表わされる。この式にもとづいて、クリープ破壊における有効応力比と対数ヒズミ速度（ヒズミ）の関係、ヒズミ速度と時間の関係、クリープ応力と破壊時間、最小ヒズミ速度の関係、破壊時間とヒズミ速度の関係が定性的に説明される。また(12)式は定ヒズミ速度試験における応力-ヒズミ-時間関係にも適用できる。

(2)有効応力比とヒズミ曲線に Kondner の応力、ヒズミ式を適用して導出したクリープ破壊における応力-ヒズミ-時間関係式は(38)式

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\alpha \epsilon}{\frac{\sigma_m'}{\sigma_{mo}'} \left(1 - b \frac{\sigma_d}{\sigma_m'} - \frac{\beta}{\frac{\sigma_m'}{\sigma_{mo}'}} (\epsilon_1/\epsilon)^\beta\right) t} \quad (38)$$

によって表わされる。

(3)二次クリープ、三次クリープの開始時および破壊時の有効応力状態はクリープ応力の大きさにかかわらず同一であるが、その時のヒズミはクリープの応力が小さいほど大きくなる。

(4)クリープ応力の破壊時間、最小ヒズミ速度依存性は粘土によって異なり、塑性指数とともに大きくなる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたって九州大学農学部末勝海教授には終始温かい御指導と援助を賜わった。鹿児島大学工学部春山元寿助教授には土の変形の考え方、実験上いろいろな指導をいただいた。摂南大学工学部（当時京都大学防災研究所）村山朔郎教授には1973年度文部省科学研究費総合研究(B)を通じて粘土のレオロジーについての有益な討論に参加させていただいた。また宮崎大学工学部藤本広教授には1971年に約1カ月間直接土のクリープ破壊について御指導をいただいた。さらに地すべり粘土の試料採取にあたっては九州大学農学部竹下敬司助教授、長崎県農林部林務課治山係長上原薫氏、同県北振興局地すべり係長前田重人氏に便宜をはかっていただいた。記して深く謝意を表する。

文 献

1) 赤井浩一・足立紀尚・安藤信夫：飽和粘土の応力-ひず

み-時間関係。土木学会論文報告集，225，53-61（1974）

- 2) Arulanandan, K., Shen, C.K. and Young, R.B.: Undrained creep behavior of a coastal organic silty clay. *Geotechnique*, 21(4), 359-375 (1971)
- 3) Bjerrum, L.: General reports. *Proceedings of the 8th International Conference on SMFE*, 3, 111-159 (1973)
- 4) Casagrande, A. and Wilson, S.D.: Effect of rate of loading on the strength of clays and shales at constant water content. *Geotechnique*, 2(3), 251-263 (1951)
- 5) Christensen, R.W. and Wu, T.H.: Analysis of clay deformation as a rate process. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 90(SM6), 125-157 (1964)
- 6) Goldstein, M. and Ter-Stepanian, G.: The long-term strength of clays and depth creep of slopes. *Proceedings of the 4th International Conference on SMFE*, 2, 311-314 (1957)
- 7) 伊東富雄・松井保：粘土の流動機構に関する研究。土木学会論文報告集，236，109-123（1975）
- 8) Kondner, R.L. and Zelasko, J.S.: Void ratio effects on the hyperbolic stress-strain response of a sand. *ASTM Special Technical Publication*, 361, 250-257 (1963)
- 9) 栗原則夫：粘土のクリープ破壊に関する実験的研究。土木学会論文報告集，202，59-71（1972）
- 10) 松井保・伊東富雄：粘土・水系の統一的な流動機構に関する基礎的研究。土木学会論文報告集，242，41-51（1975）
- 11) Mitchell, J.K., Campanella, R.G. and Singh, A.: Soil creep as a rate process. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 94(SMI), 231-253 (1968)
- 12) Mitchell, J.K., Singh, A. and Campanella, R.G.: Bonding, effective stresses, and strength of soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 95(SM5), 1219-1246 (1969)
- 13) 村山朔郎・柴田徹：粘土のレオロジー的特性について。土木学会論文集，40，1-31（1956）
- 14) 村山朔郎・栗原則夫・関口秀雄：粘土のクリープ破壊について。京大防災研究所年報，13(B)，525-541（1970）
- 15) Murayama, S., Sekiguchi, H. and Ueda, T.: A study of the stress-strain-time behavior of saturated clays based on a theory of nonlinear viscoelasticity. *Soils and Foundations*, 14(2), 19-33 (1974)
- 16) Richardson, A.M. and Whitman, R.V.: Effect of strain-rate upon undrained shear resistance of a saturated remoulded fat clay. *Geotechnique*, 13, 310-324 (1963)
- 17) Schofield, A. and Worth, P.: *Critical state soil mechanics*. P. 134-166, McGRAW-HILL Book Company, New York (1968)
- 18) 柴田徹・星野満：粘土の三軸スライスせん断試験について。土木学会第22回年次学術講演会講演概要集，171-174（1967）
- 19) Singh, A. and Mitchell, J.K.: General stress-strain-time function for soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 94(SMI), 21-46 (1968)
- 20) Tobolsky, A. and Eyring, H.: Mechanical properties of polymeric materials. *Journal of Chemical Physics*, 11, 125-134 (1943)

Summary

The stress-strain-time relations of saturated normally consolidated clays for creep failure were obtained by applying a rate process theory which were confirmed by the experimental results. The analysis of experimental results was done from the standpoint of effective stress, by which the stress-strain-time relations were derived. Further, the mechanism for creep failure of clays was discussed.

1) By applying a rate process theory, the basic formula of stress-strain-time relations for creep failure is expressed

$$\frac{d\epsilon}{dt} = b \frac{1}{t^m} \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{2kT} \frac{e^{\frac{\epsilon t^m}{b}}}{a} \frac{\sigma_{m'}}{\sigma_{mo'}} \frac{\sigma_d}{\sigma_{m'}}\right) \quad (12)$$

where k is Boltzmann's constant, T the absolute temperature, h Planck's constant, ΔF the activation energy, R the gas constant, λ the average distance between bonds, $\frac{d\epsilon}{dt}$ the strain rate, ϵ the strain, t the time, $\sigma_{m'}$, $\sigma_{mo'}$ the mean effective stress, σ_d the deviator stress, a , b , m the coefficients. This relation explains the relationships between the effective stress ratio and the logarithmic strain rate (strain), the strain rate and the time, the creep strength and the elapsed time to failure, minimum strain rate, and the elapsed time to failure and the strain rate theoretically. Further, this relation is applied to the constant strain rate test.

2) By applying Kondner's stress-strain formula to the effective stress ratio-strain relations,

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\alpha \epsilon}{\frac{\sigma_{m'}}{\sigma_{mo'}} \left(1 - b \frac{\sigma_d}{\sigma_{m'}} - \frac{\beta}{\sigma_{m'}/\sigma_{mo'}} (\epsilon_1/\epsilon)^\beta\right)} t \quad (38)$$

is derived, where ϵ_1 is the unit strain and α , β and b the coefficients.

3) The effective stress ratio are constant at the beginning of the second and third creep regions respectively, and at creep failure regardless of the deviator stress, but the axial strain is influenced by the deviator stress.

4) The dependence properties of creep strength on elapsed time, to failure and minimum strain rate is influenced by the plasticity index of clays.