

連続投資モデルによる企業の多角化戦略の再考察：  
複数プロジェクトが同時進行するケース<sup>1</sup>

王 鏡凱<sup>2</sup>・楊 樂<sup>3</sup>

1. はじめに

本研究は Tirole[2006]の連続投資モデルに基づき、複数プロジェクトによるクロス担保 (Cross-Pledging)分析を再考察したものである。クロス担保とは、あるプロジェクトの資金調達をするために別のプロジェクトの期待収益を担保として利用することであり、プロジェクト間が完全正相関でなければクロス担保は利用可能である。連続投資モデルに基づき  $n$  個のプロジェクトによるクロス担保の分析を一般化し、かつ完全の証明を与えたことは本研究の最大の貢献である。

分析の主な結果は以下の通りである。均衡においてプロジェクトの独立性により、プロジェクトの数  $n$  が大きくなるにしたがって、企業家のモラルハザード問題によって予想される投資 1 単位当たりのエージェンシーコストは、引き下げる方向に働くことが分かる。このように企業家のモラルハザード問題が緩和される結果として、企業家は投資家へ提示できる担保価値も向上し、資金調達コストが下がり、より多くの外部資金を調達できるようになる。最適解において企業家のプロジェクトの数と自己資金の大きさによって、彼の借入能力と最適な投資規模の大きさが決まる。

王[2016]の研究によれば、企業の多角化戦略は時間軸上で考えると大きく 2 つのタイプに分けられる。1 つは同時進行のケースであり、もう 1 つは逐次進行のケースである。2 つのタイプにおいて企業の多角化戦略も違えば、それに先行する資金調達行動も異なる。複数のプロジェクトが同時進行のケース、すなわち複数のプロジェクトによるクロス担保の先行研究については Diamond[1984]と Tirole[2006]がある<sup>4</sup>。Diamond[1984]では、複数のプ

---

<sup>1</sup> 本論文は既発表論文が査読により修正し掲載されるものである。なお、本論文の作成にあたり、レフェリーより数多くの有益なコメントおよび詳細かつ示唆的なアドバイスを頂いた。ここに記して感謝したい。また、本論文は H27 年度および H28 年度の鹿児島大学学長裁量経費「若手・女性研究者研究支援事業」による成果の一部である。

<sup>2</sup> 本論文についての責任は、すべて第一著者である王鏡凱に帰する。

E-mail: [kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp](mailto:kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp)

<sup>3</sup> China Construction Bank

<sup>4</sup> プロジェクトが逐次進行のケースに関するクロス担保の先行研究は多くない。Tirole[2006]は可変投資モデルに基づき分析している。王[2015]は Tirole[2006]の可変投資モデルについて考察したものであ

# Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model: The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

プロジェクトが互いに独立であれば、クロス担保が可能になり、借手のデフォルト問題が緩和される。一方、Tirole[2006]のモデルはプロジェクト間の独立性のロジックを借手である企業側に応用したことに加え、企業側の資金制約問題を明示的にモデリングしたことである。従って本研究も企業の資金制約条件を導入する。

本研究がクロス担保の先行研究との違いは主に 2 つがある。それは連続投資モデルを用いることおよび企業家のインセンティブ制約条件を完全に定義したことである。Tirole[2006]において固定投資モデルに関しては $n$ 個のプロジェクトによるクロス担保を一般化した<sup>5</sup>が、連続投資モデルに関しては 2 個のプロジェクトのケースのみを分析している。また、王・楊[2015]において定式化される企業家のインセンティブ制約条件式だけでは企業家のインセンティブ制約を十分かつ客観的に描き切れていない<sup>5</sup>。本研究ではこの 2 つ問題に対処するため、企業家のインセンティブ制約をすべて満たすように定式化し、そして完全の証明を与えた。連続投資モデルに関して $n$ 個のプロジェクトによるクロス担保の分析を一般化し、そして完全の証明を与えたのは本論文の特徴であり、貢献である。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 節では基本モデルの説明と定式化を行う。第 3 節ではプロジェクトの数が 2 個のケースについて定式化を行い、均衡の特徴づけについて説明する。第 4 節ではモデルの一般化を行い、均衡の特徴づけを行う。最後に全体をまとめる。

## 2. 基本モデル

本研究で用いるモデルは Tirole[2006]の連続投資モデルであり、資金の借手である企業家は私的便益を得るために行動し、資金の貸手である投資家の利益を害するような行動をとるかもしれない、というモラルハザードが存在する状況を想定している。リスク中立な企業家(エージェント)は、投資資金を必要とする正の NPV(Net Present Value)のプロジェクトを持っている。しかし、企業家は十分な内部資金を持たないため、プロジェクトを実行するには外部資金を借りる必要がある。貸手となるのはリスク中立な投資家(プリンシパル)である。企業家と投資家の間では貸借の契約を結ぶが、企業家のモラルハザード問題によって契約は複雑になる。つまり、本モデルにおいては、企業家がプロジェクトを実行する際に努力するか、あるいはしないかを選択し、それを投資家が観察できない、という情報の非対称性が存在する。このことによって、企業家が外部から調達できる資金の量は制約され、自己資金が少ない企業家は最適な投資ができないという問題に直面することになる。

### 2.1 基本設定

ゲームのタイミングは図 1 に示されている。Holmstrom and Tirole[1997]及び

---

り、王[2016]は Tirole[2006]の固定投資モデルについて考察したものである。

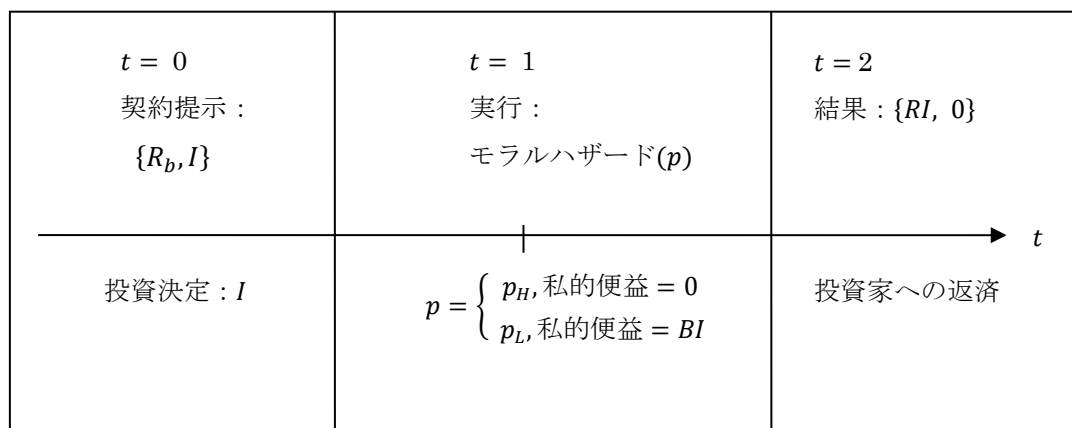
<sup>5</sup> 詳細の説明については第 4 節を参照されたい。

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

Tirole[2006]にしたがって、連続投資モデルを考える。プレイヤーは2人、リスク中立的な企業家と投資家である。外部資金調達市場が完全競争であり、投資家は利潤ゼロで貸出すと仮定する。期首 ( $t = 0$ ) において、自己資金  $A$  を持つ企業家がプロジェクトへの投資額  $I$  を決めようとする。ここで  $I$  は内生変数であり、本モデルは投資額  $I$  に関して連続投資モデルということである。

図1：モデルのタイムライン



自己資金の少ない ( $0 \leq A \leq I$  のような) 企業家は外部からの資金調達を考える必要があり、投資家と貸借契約を結ぶことになる。貸借契約の内容は、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じた担保設定の決め方を定めたものである。以下では契約の内容を説明する。

企業家と投資家が契約について合意すれば、プロジェクトへの投資は実行されることになる。期中 ( $t = 1$ ) において企業家はプロジェクトを実行する際にモラルハザードを起こす可能性がある。企業家の選択肢は努力するかしないかの2通りしかない。企業家が努力すれば、プロジェクトの成功確率は  $p_H$  となる。逆に企業家が努力しなければ、投資1単位当たり私的便益  $B$  を得るが、プロジェクトの成功確率は  $p_L$  となる。ここでは、 $p_H > 1/2$  かつ  $\Delta p \equiv p_H - p_L > 0$  とする。私的便益  $B$  は1単位当たりの投資額に関して不変である。投資規模が  $I$  なら、私的便益は  $BI$  である。

期末 ( $t = 2$ ) において、プロジェクトの成果が実現する。プロジェクトは成功と失敗の2通りしかない。実現される成果はキャッシュインフロー (Cash Inflow) のみである。したがって、企業家が投資家に提供できる担保は将来のプロジェクトのキャッシュインフローのみである。

プロジェクトのキャッシュインフローの配分方法については期首の契約に基づいて、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じて決められている。プロジェクトが成功した場合には、投資1単位当たりキャッシュインフロー  $R$  が実現し、企業家は  $R_b$  をもらい、残り  $(RI - R_b)$  は投資家がもらう。プロジェクトが失敗した場合にはキャッシュインフロー

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

が0となり、企業家と投資家は何も得られない。企業家は有限責任であることを仮定する。つまり、 $R_b \geq 0$ である。 $R$ は私的便益 $B$ と同様、1単位当たりの投資額に関して不変である。投資規模 $I$ のプロジェクトが成功すれば、キャッシュインフロー $RI$ は実現する。

## 2.2 最適化問題

以上の基本設定を前提にモデルの定式化を行う。以下では、プロジェクトを実行するとき、企業家が努力することを選択することが均衡となるケースを分析する。このときの企業家の目的関数は彼の(ネット期待)効用関数であり、

$$U_b = p_H R_b - A \quad (1)$$

と書くことができる。プロジェクトが確率 $p_H$ で成功すると、企業家の報酬は $R_b$ である。逆にプロジェクトが確率 $(1 - p_H)$ で失敗すると、企業家は何ももらえない。自己資金 $A$ は期首においてプロジェクトへの投資に当てたので、差引く必要がある。

企業家の効用関数が(1)式のようになるためには、彼のインセンティブ制約条件と投資家の参加制約条件を満たす必要がある。企業家のインセンティブ制約条件は以下のように表現することができる。企業家が努力すると彼の効用は(1)式の通りであるが、努力しない場合には企業家の効用関数は

$$\tilde{U}_b = p_L R_b - A + BI \quad (2)$$

となる。したがって、企業家に自主的に努力してもらうためには、

$$U_b \geq \tilde{U}_b \quad (3)$$

の条件が満たされる必要がある。これは企業家のインセンティブ制約条件であり、整理すると

$$R_b \geq BI/\Delta p \quad (4)$$

となる。投資家の参加制約条件は彼女の期待収入が貸出額以上であることを保証するものであり、

$$p_H (RI - R_b) \geq I - A \quad (5)$$

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

となる。(5)式の左辺は投資家の期待回収額を表し、右辺は期首に企業家が投資家から借入れた金額を表す。(5)式は投資家の期待収入が投資額以上でないといけないことを表す。貸出市場が完全競争なので(5)式は常に等号で成立する。(5)式を用いて企業家の効用関数を

$$U_b = (p_H R - 1)I \quad (6)$$

と書き換えることができる。投資 1 単位当たりの NPV は厳密に正( $p_H R > 1$ )であり、企業家は投資額  $I$  を最大化することが最適である。まとめると、企業家の資金調達問題は(4)式と(5)式を所与として、彼の効用(6)式を最大にするように  $\{R_b, I\}$  を求める最大化問題と定義できる。ここでは、簡単化のために、

$$\rho_0 \stackrel{\text{def}}{=} p_H(R - B/\Delta p), \quad \rho_1 \stackrel{\text{def}}{=} p_H R, \quad k \stackrel{\text{def}}{=} 1/(1 - \rho_0)$$

と定義する。後の分析の有効性を保証するために、 $0 < \rho_0 < 1$  と仮定する。この仮定は、企業家のモラルハザード問題による投資 1 単位当たりのエージェンシーコスト  $B/\Delta p$  が、プロジェクトが成功した場合のキャッシュインフロー  $R$  を超えないこと、また、企業家のエージェンシーコスト  $B/\Delta p$  を配慮した投資 1 単位当たりのプロジェクトの事前の担保価値(期待値)である  $\rho_0$  が厳密に 1 より小さいことを意味する。

### 2.3 均衡の特徴

最適解において、(4)式と(5)式は等号で成立するので、 $\{R_b^* = kAB/\Delta p, I^* = kA\}$  が得られる。効用  $U_b^* = kA(\rho_1 - 1)$  である。均衡において企業家は自己資金  $A$  をすべて投資することで彼の効用を最大化している。

## 3. クロス担保：プロジェクトが 2 つの場合

### 3.1 最適化問題

Tirole[2006]にしたがって、互いに独立なプロジェクトが 2 つの場合のクロス担保を説明する。企業家が努力を選んだ場合、プロジェクトの結果に関する確率分布は表 1 のようになる。

表 1：確率分布			
2 つとも成功	1 つだけ成功	2 つとも失敗	合計
$p_H^2$	$2p_H(1 - p_H)$	$(1 - p_H)^2$	1

ここで注意されたいのは、企業家がプロジェクトを 2 つとも成功させた場合のみ、投資

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

家は彼に報酬  $R_b > 0$  を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクトしか成功しなかった場合や2つとも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の（ネット）効用関数は、

$$U_b = p_H^2 R_b - A \quad (7)$$

と書くことができる。

以下では特別な説明がない限り、Tirole[2006]にしたがい、均等投資のケースを想定する。つまり、それぞれのプロジェクトの投資額は  $I/2$  であり、プロジェクト当たりの自己資金は  $A/2$  である。よって、各プロジェクトは独立性を除いて、実質上の違いがなく、区別する必要もない。このことは、一般化を行う第4節においても同様である。企業家のインセンティブ制約条件は、(8)式と(9)式を合わせたものである。(8)式は、

$$(p_H + p_L)R_b \geq BI/\Delta p \quad (8)$$

と書くことができ、企業家が2つのプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が努力しない場合の期待効用よりも高いことを表す<sup>6</sup>。そして(9)式は、

$$2p_H R_b \geq BI/\Delta p \quad (9)$$

と書くことができ、企業家が2つのプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が1つのプロジェクトにのみ努力する場合の期待効用よりも高いことを表す<sup>7</sup>。しかし、仮定  $\Delta p \equiv p_H - p_L > 0$  より、(8)式は(9)式の十分条件である。

投資家の参加制約条件は、

$$\rho_1 I - p_H^2 R_b \geq I - A \quad (10)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(10)式は厳密に等号で成立する。(10)式を用いると企業家の効用関数は再び

$$U_b = (\rho_1 - 1)I \quad (6)$$

と書き換えることができる。投資1単位当たりのNPVは厳密に正( $\rho_1 > 1$ )であり、企業家

<sup>6</sup>  $\tilde{U}_b = p_L^2 R_b - A + BI$  および  $U_b \geq \tilde{U}_b$  より、(8)式が導かれる。

<sup>7</sup>  $\tilde{U}_b = p_H p_L R_b - A + BI/2$  および  $U_b \geq \tilde{U}_b$  より、(9)式が導かれる。

は投資額  $I$  を最大化することが最適である。まとめると、企業家の資金調達問題は(8)式と(10)式を所与として、彼の効用関数(6)式を最大にするように  $\{R_b, I\}$  を決める最大化問題と定義できる。

### 3.2 均衡の特徴

以下では均衡の特徴づけを行う。最適解において、(8)式と(10)式は等号で成立するので、 $\{R_b^{**} = k'AB/\Delta p(p_H + p_L), I^{**} = k'A\}$  が得られる。効用  $U_b^{**} = k'A(\rho_1 - 1)$  である。ここでは簡単化のために、

$$\rho_0' \stackrel{\text{def}}{=} p_H[R - p_H B/\Delta p(p_H + p_L)], \quad k' \stackrel{\text{def}}{=} 1/(1 - \rho_0')$$

と定義する。分析の有効性を保証するために、基本モデルに倣って、 $0 < \rho_0' < 1$  と仮定する。 $\rho_0 < \rho_0'$  により、 $k < k'$  が成立する。 $\{R_b^{**}, I^{**}\}$  は 2.3 節の基本モデルで求めた  $\{R_b^*, I^*\}$  より大きいことが分かる。同じく、効用  $U_b^{**}$  は  $k'A(\rho_1 - 1)$  であり、2.3 節の基本モデルで求めた  $U_b^*$  より大きいことが分かる。

均衡においてプロジェクトの独立性により、プロジェクトの数  $n$  が大きくなるにしたがって、企業家のモラルハザード問題によって予想される投資 1 単位当たりのエージェンシーコスト  $Bp_H^2/(p_H^2 - p_L^2)$  は、第 2.2 節の  $Bp_H/\Delta p$  より小さく、引き下げる方向に働くことが分かる。このように企業家のモラルハザード問題が緩和される結果として、企業家は投資家へ提示できる担保価値も向上 ( $\rho_0' > \rho_0$ ) し、資金調達コストが下がり、より多くの外部資金を調達できるようになる ( $k' > k$ )。最適解において企業家のプロジェクトの数  $n$  と自己資金  $A$  によって、彼の借入能力  $k'$  と最適な投資規模  $k'A$  が決まる。均衡において企業家は自己資金  $A$  をすべて投資することで企業家の効用を最大化している。次節では、プロジェクトが  $n$  個の場合においても、これらの均衡の特徴を確認することができる。

## 4. クロス担保の一般化：プロジェクトが $n$ 個の場合

ここでは王・楊[2015]の最適化問題と本研究の最適化問題について定式化する。4.1 節では企業家のインセンティブ制約条件が 2 本である王・楊[2015]の最適化問題を定式化する。4.2 節では企業家のインセンティブ制約条件が  $n$  本である本研究の最適化問題について定式化する。

### 4.1 最適化問題：企業家のインセンティブ制約条件が 2 本の場合

ここでは王・楊[2015]に従い、互いに独立なプロジェクトが  $n$  個の場合のクロス担保問題を定式化する。3.1 節と同様、企業家が  $n$  個のプロジェクトすべてを成功させた場合のみ、投資家は彼に報酬  $R_b > 0$  を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクト

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

でも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の目的関数は、

$$U_b = p_H^n R_b - A \quad (11)$$

と書くことができる。

3.1節と同様、企業家のインセンティブ制約条件は、(8)式に相当する(12)式と(9)式に相当する(13)式を合わせたものである。(12)式は、

$$(p_H^n - p_L^n)R_b \geq BI \quad (12)$$

と書くことができ、企業家が $n$ 個のプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が努力しない場合の期待効用よりも高いことを表す<sup>8</sup>。そして(13)式は、

$$n\Delta p p_H^{n-1} R_b \geq BI \quad (13)$$

と書くことができ、企業家が $n$ 個のプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が $(n-1)$ 個のプロジェクトに努力する場合の期待効用よりも高いことを表す<sup>9</sup>。しかし、(12)式と(13)式は次のような関係が成立する。

$$[1 - (p_L/p_H)^n]/n \leq \Delta p/p_H, \quad \forall n = 1, 2, 3, \dots$$

つまり、この不等式の左辺が $n$ に関して減少関数であることは明らかである。第3節より、 $n=2$ のときに厳密に成り立つので、 $n>2$ についても成り立つ。よって、(12)式は(13)式の十分条件である。

投資家の参加制約条件は、

$$\rho_1 I - p_H^n R_b \geq I - A \quad (14)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(14)式は厳密に等号で成立する。(14)式を用いると企業家の効用は再び

$$U_b = (\rho_1 - 1)I \quad (6)$$

<sup>8</sup>  $\tilde{U}_b = p_L^n R_b - A + BI$  および  $U_b \geq \tilde{U}_b$  より、(12)式が導かれる。

<sup>9</sup>  $\tilde{U}_b = p_H^{n-1} p_L R_b - A + BI/n$  および  $U_b \geq \tilde{U}_b$  より、(13)式が導かれる。



と書き換えることができる。まとめると、企業家の資金調達問題は(12)式と(14)式を所与として、彼の効用関数(6)式を最大にするように $\{R_b, I\}$ を決める最大化問題と定義できる。

ここでは王・楊[2015]の分析の問題について指摘する。企業家のインセンティブ制約条件の(12)式と(13)式は結果的にそして部分的には正しい。しかし、(12)式と(13)式だけでは企業家のインセンティブ制約を十分かつ客観的に描き切れていない。企業家のインセンティブ制約条件は全部で $n$ 本が必要であるにもかかわらず、王・楊[2015]では(12)式と(13)式の2本のインセンティブ制約条件を課しただけである。この問題に対処するため、4.2節では(12)式と(13)式を含めて企業家のインセンティブ制約をすべて満たすように最適化問題を定式化する。

#### 4.2 最適化問題：企業家のインセンティブ制約条件が $n$ 本の場合

ここでは互いに独立なプロジェクトが $n$ 個の場合のクロス担保問題を $n$ 本のインセンティブ制約条件をすべて満たすように定式化する。4.1節と同様、企業家が $n$ 個のプロジェクトすべてを成功させた場合のみ、投資家は彼に報酬 $R_b > 0$ を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクトでも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の目的関数は、

$$U_b = p_H^n R_b - A \quad (11)$$

と書くことができる。企業家が報酬 $R_b$ をもらえるのは、 $n$ 個のプロジェクトがすべて成功したときのみである。1つでもプロジェクトを失敗させると企業家は何ももらえない。

企業家の効用が(11)式のようにするためには、彼のインセンティブ制約条件と投資家の参加制約条件を満たす必要がある。企業家のインセンティブ制約条件は以下のように表現することができる。企業家がすべてのプロジェクトに対して努力すると彼の効用は(11)式の通りであるが、 $n$ 個のプロジェクトのうち $i$ 個のプロジェクトに対して努力しない場合には企業家の効用は

$$\tilde{U}_{bi} = p_H^{n-i} p_L^i R_b - A + iBI/n, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

となる。したがって、企業家に自主的に努力してもらうためには、

$$U_b \geq \tilde{U}_{bi}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

を満たす必要がある。つまり、企業家のインセンティブ制約条件は(12)式と(13)式を含め

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

て $n$ 本の制約条件をすべて満たす必要がある。(16)式を整理すると

$$np_H^{n-i}(p_H^i - p_L^i)R_b/i \geq BI, \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

となる。(17)式は企業家が $n$ 個のプロジェクトにおいてすべて努力する場合の期待効用が $i$ 個のプロジェクトに対して努力しない場合の期待効用よりも高いことを表す。

(17)式には $n$ 本の不等式を含んでおり、 $i = 1$ のときには(13)式に相当し、 $i = n$ のときには(12)式に相当する。重要なのは、企業家のインセンティブ制約を十分かつ客観的に描き切れていることである。すなわち、企業家のインセンティブ制約条件は、単に $i = 1$ の場合の(13)式と $i = n$ の場合の(12)式だけでなく、 $i = 1, 2, \dots, n$ についてすべての場合を満たすので、企業家のインセンティブ制約は完全に描き切れていることになる。

説明しやすくするために、(17)式の左辺を

$$f(i) \stackrel{\text{def}}{=} np_H^{n-i}(p_H^i - p_L^i)/i, \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

ように定義する。 $f(i)$ は $i$ に関して減少関数であり、 $i = n$ のとき $f(i)$ が最小となる。従って、 $i = n$ の場合の(12)式は(17)式の必要十分条件であることが分かる。すなわち、(12)式は単に(13)式の必要十分条件だけでなく、(17)式の必要十分条件でもある。

投資家の参加制約条件は 4.1 節と同じく、

$$\rho_1 I - p_H^n R_b \geq I - A \quad (14)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(14)式は厳密に等号で成立する。

(14)式を用いると企業家の効用は 4.1 節と同じく、

$$U_b = (\rho_1 - 1)I \quad (6)$$

と書き換えることができる。まとめると、企業家の資金調達問題は(12)式と(14)式を所与として、彼の効用(6)式を最大にするように $\{R_b, I\}$ を決める最大化問題と定義できる。

#### 4.3 均衡の特徴

最適解において(12)式と(14)式は等号で成立するので、 $\{R_b^{***} = k'' AB / (p_H^n - p_L^n), I^{***} = k'' A\}$ が得られる。効用 $U_b^{***} = k'' A(\rho_1 - 1)$ である。ただし、

$$\rho_0'' \stackrel{\text{def}}{=} p_H [R - B p_H^{n-1} / (p_H^n - p_L^n)], \quad k'' \stackrel{\text{def}}{=} 1 / (1 - \rho_0'')$$

と定義する．分析の有効性を保証するために，基本モデルに倣って， $0 < \rho_0'' < 1$ と仮定する． $\rho_0''$ は $n$ に関して増加関数であることは明らかであり， $\rho_0 < \rho_0' < \rho_0''$ により， $k < k' < k''$ が成立する． $\{R_b^{***}, I^{***}\}$ は3.2節の最適解 $\{R_b^{**}, I^{**}\}$ より大きいことが分かる．同じく，効用 $U_b^{***}$ は $k''A(\rho_1 - 1)$ であり，3.2節で求めた $U_b^{**}$ より大きいことが分かる．

均衡においてプロジェクトの独立性により，プロジェクトの数 $n$ が大きくなるにしたがって，企業家のモラルハザード問題によって予想される投資1単位当たりのエージェンシーコスト $Bp_H^n/(p_H^n - p_L^n)$ は，第3.2節の $Bp_H^2/(p_H^2 - p_L^2)$ より小さく，引き下げる方向に働くことが分かる．このように企業家のモラルハザード問題が緩和される結果として，企業家は投資家へ提示できる担保価値も向上( $\rho_0'' > \rho_0'$ )し，資金調達コストが下がり，より多くの外部資金を調達できるようになる( $k'' > k'$ )．最適解において企業家のプロジェクトの数 $n$ と自己資金 $A$ によって，彼の借入能力 $k''$ と最適な投資規模 $k''A$ が決まる．均衡において企業家は自己資金 $A$ をすべて投資することで彼の効用を最大化している．

まとめると， $n = 1$ の場合は $\rho_0'' = \rho_0$ により， $k'' = k$ が成立する． $\{R_b^{***}, I^{***}\}$ は2.3節の最適解 $\{R_b^*, I^*\}$ であることが分かる．同じく，効用 $U_b^{***}$ は2.3節で求めた $U_b^*$ であることが分かる．

$n = 2$ の場合， $\rho_0'' = \rho_0'$ により， $k'' = k'$ が成立する． $\{R_b^{***}, I^{***}\}$ は3.2節の最適解 $\{R_b^{**}, I^{**}\}$ であることが分かる．同じく，効用 $U_b^{***}$ は3.2節で求めた $U_b^{**}$ であることが分かる．

$n > 2$ の場合， $\rho_0 < \rho_0' < \rho_0''$ により，投資家へ提示できる担保価値が向上した結果，より多くの外部資金を調達できるようになる( $k < k' < k''$ )． $\{R_b^{***}, I^{***}\}$ は3.2節の最適解 $\{R_b^{**}, I^{**}\}$ より大きいことが分かる．同じく，効用 $U_b^{***}$ は $k''A(\rho_1 - 1)$ であり，3.2節で求めた $U_b^{**}$ より大きいことが分かる．プロジェクトの独立性により，企業家のモラルハザード問題が緩和された結果として，企業家の借入能力が向上しただけでなく，企業家の期待収益も向上したのである．そして， $k$ は $n$ に関して増加関数であること，および $k > 1$ であることを考えると，プロジェクトの数 $n$ が増えると， $k$ のレバレッジ効果がさらに大きくなる．

## 5. おわりに

本研究はTirole[2006]の連続投資モデルに基づき， $n$ 個のプロジェクトによるクロス担保の分析を一般化した上，再考察したものである．また，王・楊[2015]の分析において，企業家のインセンティブ制約条件が不十分であることは本研究によって指摘されている．この問題に対処するため，本研究は企業家のインセンティブ制約をすべて満たすように最適化問題を定式化し，そして完全の証明を与えた．複数のプロジェクトが互いに独立であれば，クロス担保が利用できる．プロジェクトの独立性により，企業家のモラルハザード問題は緩和され，企業家の借入能力も向上する．

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Continuous-Investment Model:  
The Case of Multiple Simultaneous Projects

WANG Jingkai and YANG Le

参考文献

- 王鏡凱, 楊樂[2015], 「コーポレート・ファイナンスアプローチによる企業の多角化戦略の考察」『地域政策科学研究』12, 15-24.
- 王鏡凱[2015], 「多角化戦略が企業の現金保有行動に与える影響: プロジェクトが逐次進行するケース」鹿児島大学法文学部『経済学論集』84, 15-20.
- 王鏡凱[2016], 「ステージファイナンスが企業の現金保有行動および過剰債務に与える影響」『九州地区国立大学教育系・文系研究論文集』, 第3巻, 第2号, No.6, 1-9.
- Diamond, D. [1984], "Financial intermediation and delegated monitoring," *Review of Economic Studies* 51, pp. 393-414.
- Holmstrom, B., and J. Tirole [1997], "Financial Intermediation, Loanable Funds, and the Real Sector," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 3, pp. 663-691.
- Tirole, J. [2006], *The Theory of Corporate Finance*, Princeton University Press.