

統合的・発展的に考える力を育む算数科学習の創造

大 山 乃 輔 [鹿児島市立田上小学校]

福 富 健 [鹿児島市立田上小学校]

Creating mathematics experiences to foster the ability for thinking comprehensively and expansively

OHYAMA Daisuke・FUKUTOMI Takeru

キーワード：統合的、発展的、主体的・対話的で深い学び、算数科

1. はじめに

平成 29 年 3 月告示の新学習指導要領では、目標において各教科等の特質に応じた物事を捉える視点や考え方（見方・考え方）を働かせて目標に示す資質・能力の育成を目指すことが示された。また、授業改善の視点としては、主体的・対話的で深い学びがキーワードとなっている。さらに、小学校学習指導要領解説算数編（2017）では、算数科の学習における「数学的な見方・考え方」については「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道立てて考え、統合的・発展的に考えること」であると述べられており、算数科における深い学びを実現する上では、「統合的・発展的に考えること」が深く関係していると考えられる。

昨年度までの 3 年間、「数学的な考え方を生かし、根拠を明確にしながら他とのかかわりの中で主体的に問題を解決することができる子供の育成」というサブテーマの下、研究・実践に取り組んできた。その中で子供たちは、「思考スキル」を活用し多様な考えを比較したり関連付けたりすることで、数学的な考え方を生かしながら問題を解決することができるようになってきた。一方で、多様な考えを生かしたり、一般化を図ったりして問題をよりよく解決しようとすることやこれまで学習してきた知識を構造化して概念を形成することが十分ではない子供たちがいることが分かった。そこで、「統合的・発展的に考える力」を育むことで、主体的・対話的で深い学びを実現し、子供たちがよりよく問題を解決したり、概念形成したりすることができると考え研究を進めることにした。

2. 研究の方向

本研究では、主体的・対話的で深い学びの実現を目指す授業改善の中で、特に「深い学び」の視点における手立てを図ることで「統合的・発展的に考える力」を育むことにした。算数科における深い学びについて、中央教育審議会（答申）において「既習の数学に関わる事象や、日常生活・社会に関わる事象について、数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付け、知識の構造や思考、態度が変容する学び」と示されている。知識の構造や思考、態度が変容するためには、「統合的・発展的に考える」ことが深く結び付いていると考えられる。そこで、「統合的・発展的に考える力」を明確にし、「深い学び」を実現する算数科学習の創造に取り組むことにした。

3. 研究内容

3.1 「統合的・発展的に考える力」

算数科学習要領解説算数編(2017)において、「統合的に考察すること」と「発展的に考察すること」について次のように示されている。

統合的に考察する	異なる複数の事柄をある観点から捉え、それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すこと
発展的に考察する	ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を得ようとする

さらに、発展的に考察を深める場面では、統合的に考えることが重要な役割を果たしていると考えられていることから、統合的に考える力について整理し育むことで、発展的に考える力を育むことへとつながると考える。「統合的に考察すること」については、算数科学習要領解説算数編(2017)において、①集合から捉える。②拡張して捉える。③補完して捉える。の三つの例が挙げられている。また、類似している先行研究として中島(2015)では、統合についての捉えについて次のように述べられている。

①集合による統合	はじめは、異なったものとしてとらえられていたものについて、ある必要から共通点を見出して一つのものにまとめる場合
②拡張による統合	はじめに考えた概念や形式が、もっと広い範囲で(はじめの考えでは含まれない範囲のものまで)に適用できるようにするために、はじめの概念の意味や形式を一般化して、もとのものも含めてまとめる場合
③補完による統合	すでに知っている概念や形式だけでは、適用できない場合が起こるとき、補うものを加えて、「完全になる」ようにまとめる場合

上記の捉えを基に本研究は進めることにする。

3.2 算数科における主体的・対話的で深い学び

主体的・対話的で深い学びの三つの視点は、子供の学びの過程においては一体として実現されるものであり、それぞれ相互に影響し合うものであるが、授業改善においては、それぞれ固有の視点として考えその手立てを図ることにした。

3.2.1 主体的な学びの視点

(1) 課題の内容と提示の仕方の工夫

主体的な学びを創り出すためには、課題の内容の工夫が必要である。課題の内容を工夫して、問題意識や見通しをもたせ、学習の目的を明確にもって問題解決を図ることができるからである。

表1 課題設定の視点

課題の視点	捉え
実生活につながる課題	生活の中から解決したい課題を見だし、解決方法等を考えその適用範囲を広げていける課題
最終的な学習につながる課題	単元終末に解けるようにしたい知識・技能等を活用して解決する課題や最終目標となる活動が示される課題
体験的な活動から発見した課題	これまでに体験したことやその時間に体験したことから問題意識がもてる課題
ずれを生かした課題	誤概念や予想、自他の考えのずれ等想定外の事実を知ることによって問題意識がもてる課題
発展的な課題	単元で学習した内容を広げたり、深めたりする内容(他の単元の学習や他の学年の学習)の課題

また、課題の提示の仕方も大切である。提示の仕方を工夫することで、それまで見えていなかった

た問題に気付いたり、解決の見通しをもったりして問題解決を図ることができるからである。そこで、全体または一部を見せたり、瞬間的に見せたり、情報過多または情報不足にして見せたりするなど、提示の仕方を工夫した。

(2) 振り返る活動の充実

主体的な学びを実現するためには、学習したことを振り返ることも大切である。そうすることで、学んだことを自分なりに整理し、考えを再構築したり、次時への新たな問題意識をもつことで持続的な学習意欲を育成することにつながったりするからである。振り返る視点は、①学習内容、②学習活動（学び合い、学び方）、③次時への意欲や見通しの三つにした。

[illegible]

【振り返りの例】

3.2.2 対話的な学びの視点

(1) 多様な考えを「共有化・吟味」する際の視点の明確化

問題を解決する際に出される多様な考えを「共有化・吟味」し、よりよく問題解決を図ることが大切である。そうすることで、考えや表現を数学的に洗練しながらより客観的で合理的な考えに高め合う深い学びが生まれ、その中で数学的活動の楽しさや数学のよさを味わって「学びに向かう力」を育むことができるからである。

そこで、これまでの研究に引き続き、多様な考えを「共有化・吟味」する視点を表2のように捉え、教師の働き掛けを工夫したり、考えをつなぐ子供の言葉に着目したりして、対話的な学びの実現を図った。

表2 「共有化・吟味」の視点と教師の働き掛けや着目する考えをつなぐ言葉

「共有化・吟味」 の視点	思考を促し、考えをつなぐ教師の働き掛け（例）	考えをつなぐ言葉（例）
それぞれの考 えのよさがある	「どんな時だったら、A の考えは、使えるの かな。」 「B が一番いいね。」「どれが一番いいかな。」	「〇〇さんの考えは、～という時 に使いやすくて、△△さんの考え は、～という時に使いやすいと思 いはる。」
よりよい考え がある	「どの方法が、速く・簡単・正確にできる。」 「いつでも使えるのは、どの考えかな。」	「～をこうすると、もっと簡単に 解けます。」
いくつかの考 えにまとめる	「にている考えは、ないかな。」「仲間分けで できるかな。」「たくさんさんの考えがあるんだね。」	「A と B の考えは、同じで、C と D の考えは同じだと思ひる。」
みんなの考え にまとめる	「みんなの考えで同じところはないかな。」 「たくさんさんの考えがあるんだね。」	「みんなの考えに共通しているの は、～だと思ひる。」

3.2.3 深い学びの視点

(1) 学びの様相に応じたプロセス

算数科は習得させたい知識や技能がはっきりしているという教科の特性があり、分かることやできることがねらいの中心となり、問題解決的な学習を展開するものの、思考力・判断力・表現力や学習意欲を育むという点では課題が指摘されてきた。知識や技能は、本来子供が主体的に問題を解

決する中で、数学的な見方・考え方を働かせ、数理的な処理のよさを味わい、生きて働く力として身に付けていくものである。そのような学びのプロセスは、一方向に固定化して展開するものではなく、「今日は、これを解決したいな。」「どうすれば解決できそうかな。」というような子供の学びに対する思いが基になって柔軟に展開されることで、創り出されていくと考えられる。

以上のことを踏まえ、算数科において「問題の理解」「解決の計画」「計画の実行」「結果の検討」などの問題解決のプロセスを「段階」として一方向に考えるのではなく、子供の学びの「様相」として捉えることにした。

(2) 2つの問題解決のサイクルを踏まえた数学的活動の設定

算数科における主体的・対話的で深い学びを実現する上で極めて重要になるのが、小学校学習指導要領解説算数編(2017)で示された2つの学習過程のサイクルである(図2)。今回の改訂では、「数学としての学びに関連するサイクル」が強調して提示された。このことは、抽象化や一般化を図るために「統合的・発展的に考える」ことが重要であると考えられる。そこで、このサイクルに関わる数学的活動を充実させることで、算数科における深い学びの実現につながると考え、課題提示の工夫と併せて授業改善を進めた。

(3) 統合的に考える

統合的に考えることについては、3.1で述べた、㉑集合による統合、㉒拡張による統合、㉓補完による統合の3つが大きく考えられる。特に㉑や㉒による統合の場合が小学校段階においては多い。子供たちが、統合的に考えるためには、共通点に目が向く必要がある。そのために、これまでの本校における研究を整理すると以下ようになる。

手立て	方法等
板書、ワークシート	見える図と対応させる、子供の考えを左右に配置
見える図	ベン図、X/Yチャート等
図的、操作的表現	おはじき、ブロック等の半具体物
記号的、言語的表現	式、言葉

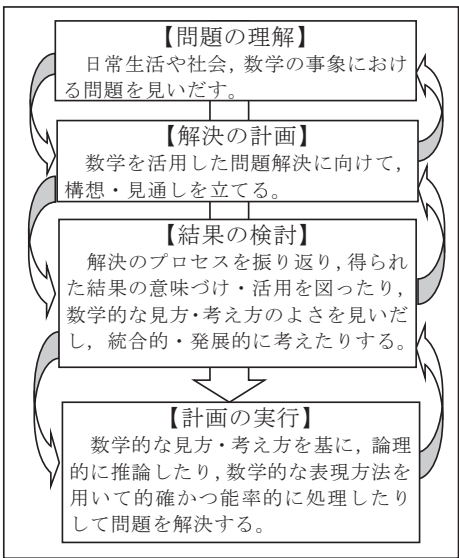


図1 学びの様相と数学的に問題を解決するプロセス

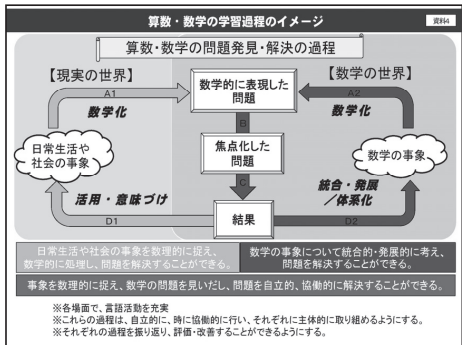


図2 算数の2つの学習過程のサイクル

4. 研究の実際

4.1 授業実践例 1

(1) 題材名 1年 たしざん(1)

(2) 目 標 式から合併と増加の具体的な場面を想像し、絵や文に表して説明している。

(3) 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
加法の記号と等号を用いた式を理解したりして、和が10以下の加法の計算をすることができる。また、加法の場面について式を読み取ったりすることができる。	文や絵から、加法の場面なのかを判断している。また、加法折敷を具体的な場面に結び付けて捉えている。	生活の中から加法の場面を想起して、意欲的に問題作りに取り組もうとしている。

(4) 指導計画(総時数12時間)

○重点化する「全ての学習の基盤となる資質・能力」

小題材	主な学習活動【評価規準】	時間	基盤となる資質・能力					
			言	情	問	実	協	振
い く つ あ わ せ て	1 水槽と金魚の絵を見て、合併の場面を表す話を考え、表し方について話し合う。	1		○				
	2 いろいろな場面の話を考え、合併をつくり出す言葉について話し合う。	1	○				○	
	3 文から合併の場面を捉えて、問題場면을絵や式に表す。	1	○		○			
	4 式を見て、合併の場面を表す話を考え、問題を作る。	1		○		○		
ふ え る と い く つ	5 水槽と金魚の絵を見て、増加の場面を表す話を考え、表し方について話し合う。	1		○			○	
	6 文から増加の場面を捉えて、問題場면을絵や式に表す。	1	○		○			
	7 式を見て、増加の場面を表す話を考え、問題を作る。	1					○	○
	8 たし算の絵本を作って紹介しながら、加法の用いられる場面について話し合う。	1 (本時)		○				○
と う か ず さ ん	9 たし算カードを使い、和が10以下になる計算を伴うゲームをする。	1			○	○		
	10 たし算カードを並べて、数の変わり方に着目し、きまりについて話し合う。	1			○		○	
ざ た 0 ん し の	11 0の意味から、0を使った加法について考え、話し合う。	1		○			○	
め ら ち だ か	12 学習のまとめ、練習問題をする。	1			○			○

(5) 実 際 (7/12)

① 主体的・対話的で深い学びを実現する手立て

主体的な学びの視点として「つかむ・見通す」過程では、オープンアプローチの問題を提示することで、本時の問題作りへの意欲を高めることができるようにした。

また、エラーモデルを提示することで、問題作りをするためには、条件を表す文と問いを表す文が必要であることを明確にし、加法の問題の構造化を図り、共有化することにした。

対話的な学びの視点として「磨き合う」過程においては、自分たちが作った問題を分類整理する活動を行った。分類整理する活動を通して、ブロックの操作の違いと文を対応させることで、合併と増加の問題を構造的に捉えることにした。そのために「がっちゃん(合併)とくるがっちゃん(増加)の違うところはどこかな。」と発問することで、子供同士の対話を生むきっかけを作るようにした。また、板書を二項対立が図りやすいように構図化することで、比較しやすくした。

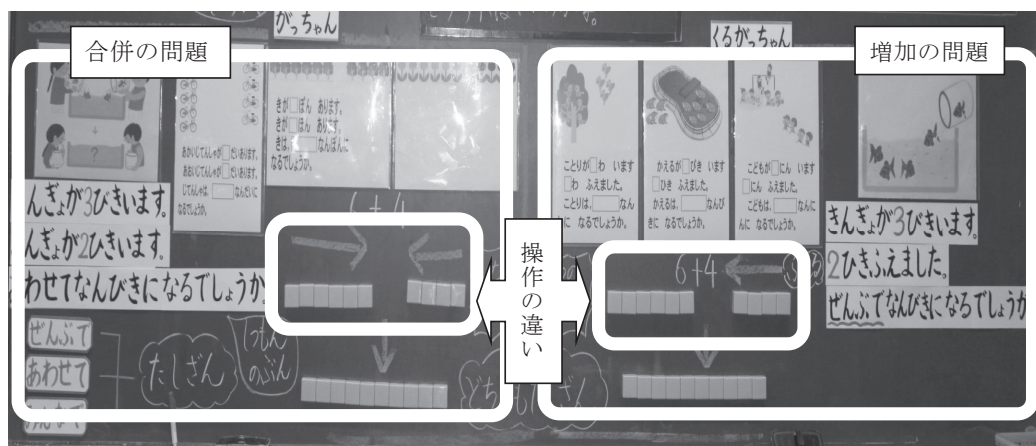


【オープンアプローチによる問題提示】

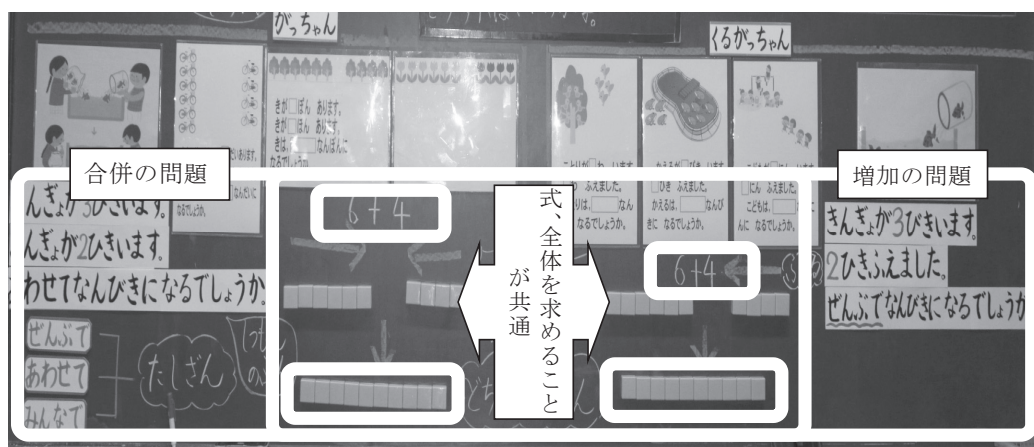
きんぎょが3ひきいます。
きんぎょが2ひきいます。
あわせて5ひきいます。



【エラーモデル】



深い学びの視点として「磨き合う」過程では、操作として異なる2つの問題を「全体を求める」という部分に着目することで、たし算を統合的に捉えることにした。「同じところは、どこかな。」と問いかけることで、たし算の意味を問い直し、合併と増加を統合的に捉えることにつながった。



式とブロックだけではなく、矢印や言葉によって子供たちの気付きを板書することで、同じものに目が向くことができた。したがって、一年生段階の子供にとっては、同じを見付けて統合的に考えるためには、多様な表現様式を用いる必要があることが分かった。

(6) 考 察

子供たちにとって、合併と増加を操作の違いとして捉えることはあまり難しいことではない。これは、それまでの学習において、ブロック操作を基に課題を解決してきているためであると言える。一方、同じに気付くためには、たし算の意味を理解することが重要になってくる。この期の子供たちは、インフォーマルな知識としてたし算の結果を知っているため、意味理解に必要性を感じていない場合がある。したがって、合併と増加の統合的に見ることを通して、たし算が部分と部分を合わせて全体を求めていることを再認識させることが有用であると思われる。

今後も操作的表現や記号的表現等を媒介として同じを見付け統合的に考える力を育成していきたい。

4. 2 授業実践例 2

(1) 題材名 3 年 わり算

(2) 目 標

除数が 1 位数の除法について、数量の関係に着目し、計算の意味や計算の仕方を考え、除法の意味について理解し、除数と商が共に 1 位数である除法の計算が確実にできるようにするとともに、除法のよさに気付く、生活や学習に活用しようとするができるようにする。

(3) 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ○ 除法の意味と、それが用いられる場合について理解している。 ○ 除法と乗法や減法との関係について理解している。 ○ 簡単な場合について、除数が 1 位数で商が 2 位数の除法の計算の仕方を理解している。 ○ 除法が用いられる場面を式に表したり、式を読み取ったりすることができる。 ○ 除数と商が共に 1 位数である除法の計算が確実にできる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 数量の関係に着目し、計算の意味や計算の仕方を考えたり、計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりしている。 ○ 数量の関係に着目し、計算を日常生活に生かしている。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 数量に進んで関わり、数学的に表現・処理したことを振り返り、除法に関する数理的な処理のよさに気付く生活や学習に活用しようとしている。

(4) 指導計画（総時数 1 1 時間）

○重点化する「全ての学習の基盤となる資質・能力」

小題材	主 な 学 習 活 動 【 評 価 規 準 】	時間	基盤となる資質・能力				
			言	情	問	実	協
わり算⑥	1 「分ける」と「同じ数ずつ分ける」ことの意味の違いについて話し合う。 【知：同じ数ずつ分けることの意味を理解している。】	1	○	○			
	2 ある数量をいくつかに等分したときの 1 つ分の大きさを求める意味について話し合う。 【知：等分除の場面について、除法の式の表し方を理解している。】	1			○		○
	3 等分除が用いられる場面について考え、式の表し方や答えの求め方について話し合う。 【技：除法の答えを、乗法九九を使って計算で求めることができる。】	1	○	○			
	4 ある数量の中に 1 つの大きさがいくつ分あるかを求める意味について話し合う。 【知：包含除の場面も、除法の式に表すことを理解している。】	1			○		○
	5 絵を見て、等分除や包含除の問題を作る。 【態：除法の式を用いると、場面を簡潔に表せるというよさに気付く、進んで問題を作ろうとしている。】	1	○	○			
	6 同じ除法の式で内容が異なる問題を基に、等分除と包含除の共通点や相違点について話し合う。 【思：除法と乗法を考え、等分除と包含除を除法として統合して考えている。】	1 (本時)	○		○		
わり算⑦	7 除法で商が 1 や 0 になる場合や、1 でわる除法の意味について話し合う。 【思：既習の除法の意味を基に、商が 1 や 0 になる除法や、1 でわる除法の意味を考えている。】	1		○	○		
	8 被除数が何十で、被除数の十の位の数で除数で割り切れる計算の仕方について話し合う。 【思：10 を単位として見ることで、既習の計算に帰着して考えようとしている。】	1	○		○		
計算のきまり②	9 簡単な場合の除数が 1 位数で商が 2 位数の除法の計算の仕方について話し合う。 【思：具体物や図、既習の乗法のきまりを用いて、商の求め方を考えている。】	1	○		○		
	10 既習事項の理解を深め、練習問題をし、学習したことをまとめる。 【知：題材を振り返り、練習問題を解いて、分かったことをまとめることができる。】	1		○			○
練習・力だめし②	11 既習事項を確かめ、練習問題を解く。 【技：題材を振り返り、練習問題を解くことができる。】	1				○	○

本題材では、具体的な除法の場面を取り上げ、具体物を用いた活動を通して等分除や包含除の意味を理解していく過程を大切にしたい。その際に、累減として捉えると等分除も包含除も同じ仕方で分けることができることや、基準量、比較量、割合の関係から除法と乗法に共通点があることに着目できるようにすることで、等分除と包含除を統合的に捉えることができるようにしたい。

具体的には、まず、同じ数ずつ分けられる場面と分けられない場面を取り上げ、分け方を比べる活動を通して、等分の意味を理解することができるようにした。そして、ある数量を等分したときにできる一つ分の大きさを求める場面を取り上げ、具体物を1つずつ順に繰り返して分ける操作や乗法との関連について考える活動を通して、等分除の意味や式の表し方、計算の仕方を理解することができるようにした。次に、ある数量がもう一方の数量の幾つ分であるかを求める場面を取り上げ、まとまりごとに分ける操作を通して、包含除の意味や式の表し方、計算の仕方を理解することができるようにした。さらに、除法の式を具体的な場面に表し、具体物、図、数、式などを用いてその意味を考える活動を通して、被除数と除数、商の関係に着目して、除法と乗法、減法との関係を考え、等分除と包含除を除法として統合して考えることができるようにした。なお、この統合は、等分除と包含除という異なったものとして捉えていたものを、分け方や被除数と除数、商の関係に着目して共通点を見いだし、一つのものにまとめる「④集合による統合」として捉え実践した。

(5) 実 際 (6 / 1 1)

ア 目 標

被除数と除数、商の関係に着目して、除法で表された式の意味を考え、具体物、図、数、式などを用いてその意味を表す活動を通して、除法と乗法、減法の間を関係を考え、等分除と包含除を除法として統合して考えることができるようにする。

イ 評価規準

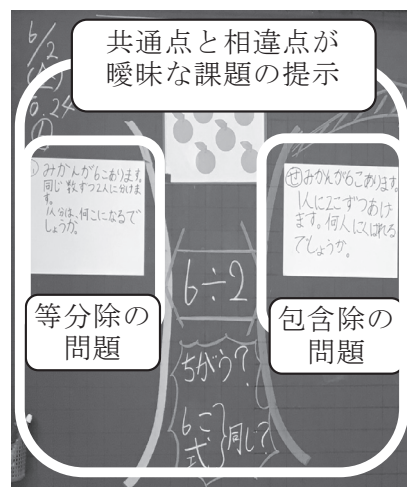
除法と乗法の間を関係を考え、等分除と包含除を除法として統合して考えている。

【思考・判断・表現】

ウ 主体的・対話的で深い学びを実現する手立て

(7) 主体的な学びの視点

前時までに作った同じ $6 \div 2$ の式で表せる等分除の問題と包含除の問題を取り上げることで、問題と式が1対1対応してきたそれまでの学びとのずれに気づき、問いを創出して主体的に問題を解決しようとするようにした。また、2種類の問題を解いて、作った問題の正誤を確かめる場を設けることで、2種類の問題の共通点や相違点についての問いを明確にし、学習問題を焦点化できるようにした。さらに、自力で解決を試行したり、見通しをもち直したりする場を子供の学びの様相に応じて往還しながら柔軟に展開することで、問題意識や見通しをもって主体的に問題を解決することができるようにした。

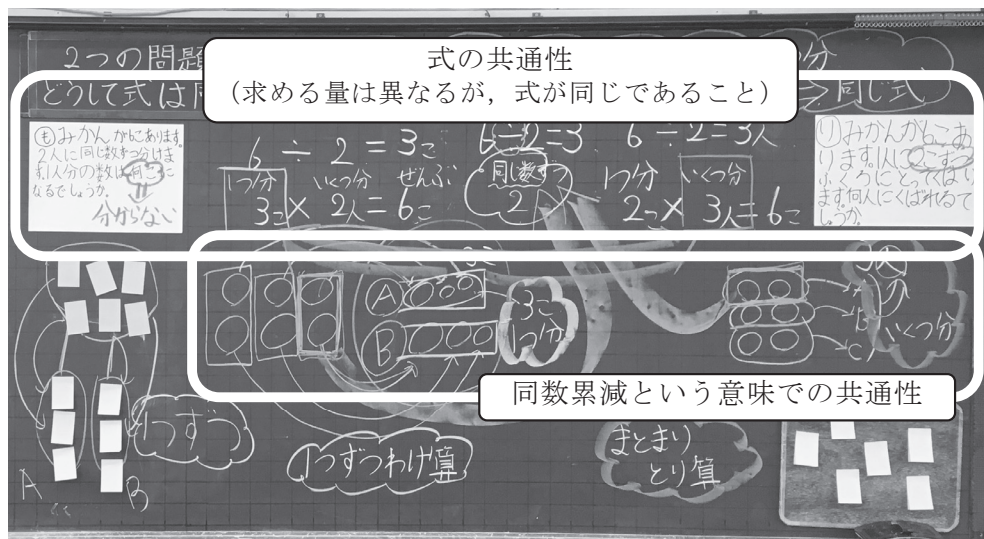


(イ) 対話的な学びの視点

具体物や図、数、式などの自分なりの表現方法を用いて解決を試行し、それを解釈し合う場を設けることで、考えを論理的に説明し合い相互に関係付けて考えたり、よりよい表現を求めたりすることができるようにした。

(ウ) 深い学びの視点

算数の学習場面から見いだした算数の問題を、図、数、式などを用いて解決する活動を通して、等分除と包含除は、どちらも除数のまとまりで分けていることに気付くことができるようにした。具体的には、2つの除法を表した図的表現に着目し、その中に表れたどちらも同じ数ずつ累減している点から、共通性を見出すことができるようにした。そして、それを基に式と意味とを対応させながら、求めているものは異なるが全体から分けている演算として式は同じになることに気付き、2つの除法を統合して捉えることができるようにした。



(6) 考察

本実践では、被除数と除数、商の関係や操作の共通点に着目しながら、等分除と包含除というはじめは異なるものとして捉えていた二つの概念を除法として統合して考えることができるようにすることをねらった。題材を通して、具体物や図を使った操作や、式に表現して意味を考え関係付ける数学的活動を意図的・計画的に位置付けて展開したことで、子供が除法を統合的・発展的に考え、概念を形成しようとする深い学びの姿が見られたことは成果であった。しかし、目的意識や見通しを明確にもって主体的に学びを深めることができている子供もいた。これは、子供に統合するという学びについての目的意識をもたせたり、相違点と共通点を見いだし、関係付けて考えようとする見通しをもたせたりする点について、課題があったと考える。今後は、比較し、統合的・発展的に考えるという深い学びに迫るために、系統的に何を指導するのか、どのように見通しをもち、思考を可視化しながら問題を解決できるようにするのかという点について、実践を通して明らかにしていきたい。

6. 成果と課題

6.1 成果

- 課題の内容や提示の仕方、振り返る活動、多様な考えを「共有化・吟味」する際の視点の明確化、学びの様相に応じたプロセス、2つの問題解決のサイクルを踏まえた数学的活動の設定などの手立ての工夫・充実を図ってきたことで、事象を数理的に捉えて問題をよりよく解決し、働かせた数学的な見方・考え方のよさに気付いて、生活や学習に生かそうとする姿が見られた。
- 子供が、統合的・発展的に考えることができるように意図的・計画的に授業を構想することで、学年の発達段階に応じて子供自ら統合的・発展的に考える姿が見られるようになってきた。

6.2 課題

- 学級全体としては、統合的・発展的に考えようとするようになってきたが、個人においては、不十分なところがあり、今後も継続的に指導していく必要がある。
- 2つのサイクルの視点から数学的活動を意図的に位置付け、課題の内容や提示の仕方を工夫することで主体的・対話的で深い学びを目指したが、ねらいや実態に合わず、数学のよさや楽しさを十分に味わわせることができないことがあった。

付記

本研究は、鹿児島大学教育学部代用附属鹿児島市立田上小学平成29年度研究紀要で発表した研究内容等に基づき、研究の成果をまとめたものである。

【参考文献】

- 文部科学省初等中等教育局（2017）「中学校学習指導要領案」
- 中央教育審議会（2016）「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について」（答申）
- 筑波大学附属小学校算数研究部（2017）「算数授業研究 VOL. 109 論究X」．東洋館出版社
- 全国算数授業研究会（2016）「算数授業アクティブ化ハンドブック」．東洋館出版社
- 中島健三（2015）「算数・数学教育と数学的な考え方」．東洋館出版社
- 筑波大学附属小学校算数研究部（2014）「算数授業研究 VOL. 95 論究VII」．東洋館出版社
- 片桐重男（2004）「数学的な考え方の具体化と指導」．明治図書
- G. Polya（1975）「いかにして問題をとくか」．丸善