

優良解探索群知能解法の提案と
形状・板厚・開口を同時考慮した RC 自由曲面シェルの構造形態創生

Proposal of Swarm Intelligence with Decent Solutions Search and
Structural Morphogenesis for RC Free Form Surface Shell with Shape, Thickness and Opening

2019 年 3 月

鹿児島大学大学院 理工学研究科 総合理工学専攻
博士(工学)

永田 洸大
(NAGATA Kodai)

目次

第1章 序論	1
1.1 はじめに	3
1.2 既往の研究	4
1.3 論文の構成	6
第2章 群知能解法の種類と構造最適化における位置付け	7
2.1 発見的手法	9
2.2 群知能解法	10
2.2.1 粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO)	11
2.2.2 人工蜂コロニー (Artificial Bee Colony: ABC)	12
2.3 群知能の特徴	14
第3章 優良解探索群知能の提案	15
3.1 優良解	17
3.1.1 単一目的最適化問題に対する優良解	17
3.1.2 多目的最適化問題に対する優良解	18
3.1.3 優良解の位置付けと有意性	19
3.2 優良解探索スキーム	20
3.2.1 強度と適応度	20
3.2.2 クラスタリング	21
3.2.3 端切り法	22
3.2.4 記憶細胞除去操作	23
3.3 優良解の多様度指標	24
3.4 優良解探索粒子群最適化 (PSO with Immune System)	25
3.5 優良解探索人工蜂コロニー (ABC with Immune System)	27
3.6 探索個体の更新方法	29
3.7 形態創生プロセス	30
3.8 導入パラメータによる特性	31
第4章 連続体シェルの構造解析と形態表現	33
4.1 シェル要素の離散化定式化	35
4.1.1 Kirchhoff 要素	36
4.1.2 Mindlin 要素	44
4.1.3 MITC 要素 (Mixed Interpolation of Tensorial Components 要素)	48
4.2 シェル形状・板厚の表現	50
4.2.1 Bézier 曲面によるシェル形状の表現	50
4.2.2 Bézier 曲面によるシェル板厚の表現	52
4.2.3 Bézier 曲面の制御点高さ指定による凹凸表現	52

4.2.4	シェル形状の連続性確保の条件	53
4.3	開口部の表現	54
4.3.1	開口生成アルゴリズム	54
4.3.2	解析安定性のための条件設定	55
4.3.3	開口境界を決定する閉曲線の設定	58
4.3.4	Bézier 曲線の表現自由度の検証	60
4.4	曲げモーメントの表現と応力制約条件	61
4.4.1	曲げモーメントの表現方法	61
4.4.2	許容応力度制約条件の設定	61
4.5	シェル要素分割数と Bézier 曲面制御点数の比較	62
4.5.1	目的と解析条件	62
4.5.2	Kirchhoff 要素の解析	63
4.5.3	MITC 要素の解析	67
4.5.4	考察	68
4.6	ロバスト性の評価	69
4.6.1	ロバスト性の評価手法	69
4.6.2	自由曲面シェル構造におけるパラメータ設定	70
第 5 章 シェル形状・板厚を考慮した形状最適化		73
5.1	矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	75
5.1.1	参照モデル	75
5.1.2	計算例 1：総ひずみエネルギー最小化	76
5.1.3	計算例 2：曲げひずみエネルギー最小化	82
5.1.4	計算例 3：総ひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化	88
5.1.5	計算例 4：曲げひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化	94
5.1.6	ロバスト性の評価	100
5.1.7	優良解探索スキームの考察	103
5.2	MITC 要素による形態比較	105
5.2.1	計算例 1：総ひずみエネルギー最小化	105
5.2.2	計算例 2：曲げひずみエネルギー最小化	107
5.2.3	計算例 3：スパン 60m モデルのひずみエネルギー最小化	109
5.2.4	条件の異なるモデルに対する順解析による検証	113
5.3	3D プリンタによる形態確認	118
5.4	まとめ	119
第 6 章 シェル形状・板厚・開口部を考慮した形状最適化		121
6.1	矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	123
6.1.1	参照モデル	123
6.1.2	計算例 1：幾何学的形状の開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化	124

6.1.3	計算例 2 : 任意形状の開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化	128
6.1.4	Bézier 曲線の制御点数による任意形状開口の表現自由度の検証	132
6.2	矩形非対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	134
6.2.1	参照モデル	134
6.2.2	曲げひび割れモーメントに対する制約条件	135
6.2.3	軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの定義	135
6.2.4	計算例 1 : 総ひずみエネルギー最小化	136
6.2.5	計算例 2 : 軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化	140
6.2.6	トーナメント選択方式を採用した ABC による大域的最適解探索の数値結果	144
6.2.7	曲げひび割れモーメントを考慮しない場合とのパレート最適解比較	146
6.2.8	設計変数として設定する板厚に関する考察	147
6.2.9	目的関数として設定するひずみエネルギーの違いによる解形態比較	147
6.3	任意境界モデルの大域的最適解探索	149
6.3.1	参照モデル	149
6.3.2	計算例 1 : シェル形状・板厚を考慮した総ひずみエネルギー最小化	150
6.3.3	計算例 2 : シェル形状・板厚を考慮した曲げひずみエネルギー最小化	152
6.3.4	計算例 3 : 制御点高さ指定条件を導入した総ひずみエネルギー最小化	154
6.3.5	計算例 4 : 制御点高さ指定条件を導入した曲げひずみエネルギー最小化	156
6.3.6	計算例 5 : 開口形状を考慮した総ひずみエネルギー最小化	158
6.3.7	計算例 6 : 開口形状・位置を考慮した総ひずみエネルギー最小化	160
6.3.8	形態の比較	162
6.4	任意境界モデルの優良解探索	164
6.4.1	参照モデル	164
6.4.2	計算例 1 : 開口形状を考慮した総ひずみエネルギー最小化	165
6.4.3	計算例 2 : 開口形状・位置を考慮した総ひずみエネルギー最小化	168
6.4.4	計算例 3 : 開口形状を考慮した軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化	171
6.4.5	計算例 4 : 開口形状・位置を考慮した軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化	175
6.5	まとめ	179
第 7 章 結論		181
付録		187
付録 A 複数の解を探索する群知能アルゴリズム		189
A.1	ホタルアルゴリズム (Firefly Algorithm: FA)	190
A.2	差分進化 (Differential Evolution: DE)	192
A.3	多目的粒子群最適化 (Multi-objective Particle Swarm Optimization: MOPSO)	194
A.4	非優越ソート人工蜂コロニー (Non-dominated Sorting Artificial Bee Colony: NSABC)	196

付録 B 2 変数関数を用いた数値計算例とアルゴリズムの特性	199
B.1 2 変数関数の解空間	199
B.2 発見的多点探索手法の解探索特性	200
B.3 優良解探索解法のパラメータ特性	205
参考文献	217
本研究に関連した論文・受賞	223
謝辞	229

本論文で用いる記号

構造最適化問題の定式化

f_t	:	総ひずみエネルギー
f_a	:	軸ひずみエネルギー
f_b	:	曲げひずみエネルギー
f_v	:	構造部材総重量
$\mathbf{A} (= [A_j])$:	断面積(板厚)ベクトル ($j = 1, 2, \dots$, 要素数)
$\mathbf{R} (= [R_i])$:	有限要素節点座標ベクトル ($i = 1, 2, \dots$, 節点数)
\mathbf{d}	:	節点変位ベクトル
\mathbf{K}	:	全体剛性マトリクス
\mathbf{u}	:	面内節点変位ベクトル
\mathbf{K}_a	:	面内剛性マトリクス
\mathbf{w}	:	面外節点変位ベクトル
\mathbf{K}_b	:	面外剛性マトリクス
$\mathbf{S}(\mathbf{R})$:	表面積ベクトル
σ_j	:	j 要素の圧縮応力度
σ^L	:	圧縮応力に対する長期許容応力度
M_j	:	j 要素の曲げモーメント
M_{cj}	:	j 要素の許容曲げひび割れモーメント
A_j^L, A_j^U	:	断面積(板厚)の側面制約値(最小・最大)
R_i^L, R_i^U	:	有限要素節点座標の側面制約値(最小・最大)

数値情報

E_t	:	総ひずみエネルギー
E_b	:	曲げひずみエネルギー
t_{max}	:	最大板厚
t_{min}	:	最小板厚
M_{max}	:	最大曲げモーメント
σ_{max}	:	最大主応力(膜応力)
σ_{min}	:	最小主応力(膜応力)
σ_{bmax}	:	最大面外曲げ主応力(曲げ応力)
σ_{bmin}	:	最小面外曲げ主応力(曲げ応力)
μ	:	ロバスト性評価値
$ \sigma_{min}/\sigma^L $:	許容圧縮応力度に対する最大圧縮応力度の比(最大応力度比)

第1章

序論

1.1	はじめに	…	3
1.2	既往の研究	…	4
1.3	論文の構成	…	6

第1章 序論

1.1 はじめに

構造物の設計は意匠設計者が提案した形態に対して構造設計者が構造解析を行い、設計内容の変更を繰り返しながら形態を決定していく作業である。このとき、設計者には設計主旨・力学的性能の確保・コストなどの経済性・敷地条件など、多種多様に存在する設計目標を満足することが求められる。しかし、従来のプロセスによる設計は、意匠設計者と構造設計者のやりとりに多くの時間を費やし、最終的には両設計者が求める形態の妥協点に位置した構造物になりがちである。ここに、設計プロセスの効率化と多くの要求内容への適応が図られる、構造最適化技術を利用した構造形態創生による設計法が注目されている。構造形態創生は、通常の構造設計とは異なり、与えられた構造条件から形態を求める方法である。このような力学的観点による構造物の設計は意匠設計者が発想しえない形態を生み出す可能性もある。

構造最適化は、機械工学分野において発達したコンピュータプログラミングによる設計手法である。機械部品は経済性と機能性を重視して、一定の強度を保持し最大まで軽量化された形が望まれる。このため、機械工学では許容する強度の範囲内で重量を最小化する最適化により、各部品は一般・規格化された形として大量生産され、利用に至ることとなる。一方で、構造物の多くは経済性に加えて、意匠性・機能性など様々な条件が求められる。特に、建築物は機械部品とは異なり、一品生産による形態であることが殆どである。つまり、設計者や建築物の用途によっては力学性能・経済性よりも意匠性・機能性・固有性・地域性が重要視されることがあり、これらを満足した形態決定のために構造最適化が利用される。

最近、建設技術の高度化により建築形態が多様・複雑化してきている。特に、RC自由曲面シェル構造は軽快な大空間が構成可能である一方、形状と力学特性が密接に関係した構造形式であり、設計者の直観・経験による形態決定が困難である。また、近年では圧縮応力が支配的な曲面構造において、部分的な引張応力・曲げモーメントの存在をある程度許容した、意匠的要求に軸足を置く設計態度も求められてきている[1]。ここに、構造形態創生による形態決定が一つの設計手法として注目され、多くの研究がなされている[2]-[7]。しかし、構造形態創生において、最適解が必ずしも意匠性など力学以外の要求を満足するとは限らず、その近傍にこそ力学性能・意匠性・機能性に優れた解が存在している可能性がある。このような考えのもと、本研究では、構造形態創生において最適解だけでなく、局所的に優れた解や比較的評価の高い解まで範囲を広げた優良解(Decent Solutions)の利用を考える。これら優良解の積極的な活用は、設計プロセスの効率化・設計発想支援システムの構築に繋がると考えている。優良解の解探索手法には、自然界における生物集団の進化の過程を工学的に模倣した遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithms:GA)解法 ISGA(GA with Immune System)[8]が既に提案され、曲面構造の形態創生問題に適用されている[9],[10]。しかし、GA解法は解探索に離散値を利用し、比較的複雑なアルゴリズムを持つ。これに対し、自然界に存在する動物や昆虫の群れにおける行動を模倣した群知能(Swarm Intelligence:SI)解法が考え出されている。SI解法は単純なアルゴリズムで構成され、直接実数値を扱うことができる点に特徴があり、計算コストの圧縮が図られる。ただし、優良解探索を考慮したアルゴリズムは存在しない。

本研究では、SI解法の中で、粒子群最適化(Particle Swarm Optimization:PSO)[11]と人工蜂コロニー(Artificial Bee Colony:ABC)[12]に着目し、ISGAのスキームを応用した優良解探索の新たなアルゴリズムを提案する。数値計算例では種々の設計条件を与えたRC自由曲面シェルの構造形態創生問題に適用させ、提案手法による優良解探索の有効性と解探索特性について検討する。さらに、得られた形態の安定性を評価し、SI解法による優良解探索を利用した設計・発想支援ツールとしての可能性を示す。

1.2 既往の研究

構造最適化問題と解探索手法

構造最適化は、様々な制約条件の下で設定する設計目標(目的関数)に沿って最適解を探索する設計法であり、一つの目的関数を設定する単一目的最適化問題(Single-objective Optimization Problem:SOP)と複数の目的関数を設定する多目的最適化問題(Multi-objective Optimization Problem:MOP)に分類される。

単一目的最適化問題では大域的最適解(Global Optimal Solution)を探索し、設計条件を満足する唯一の解を決定する。単一目的最適化に対する解法は多く存在し、線形計画法、非線形計画法に代表される数理計画法、疑似焼きなまし法(Simulated Annealing:SA)[13]などの発見的単点探索手法、GA 解法 SGA(Standard GA), SI 解法 PSO, ABC などの生物的アプローチである発見的多点探索手法などが挙げられる[14]。特に、群知能解法は単一目的最適化に対する解法が数多く提案されている[15]。発見的手法は必ずしも最適解が得られる保証はないものの、数値計算上適当な解が得られるため工学分野での利用が多い。通常、これらの最適化手法は大域的最適解の探索に主眼を置き、局所最適解(Local Optimal Solutions)への収束を回避するアルゴリズムを有している。しかし、構造最適化において局所最適解の探索はロバスト性の高い解の獲得に繋がるため有意である。このような局所最適解の獲得を目指した解法として、探索個体の個体間距離を利用する SI 解法ホタルアルゴリズム(Firefly Algorithm:FA)[15]や探索個体のグループ化を行う領域適応型 PSO(Adaptive Range Particle Swarm Optimization:ARPSO)[16], [17]などの開発があるものの、同じ目的関数値に対する複数の設計変数空間の解探索はアルゴリズム上は考慮されていない。

上述した解法は全て単一目的最適化に対する有効な解法であるが、一般に、構造物の設計は設計目標が多数存在し、それらは相反関係にあることが多い。このとき、構造最適化は多目的最適化として扱われ、パレート最適解(Pareto Optimal Solutions)や局所パレート解(Local Pareto Optimal Solutions)により構成されるパレートのフロント(Pareto Front)の獲得を目標とした解探索が行われる。通常、パレート最適解は唯一ではなく複数存在するため、1度に複数のパレート最適解を得ることができる発見的多点探索手法が最も効率的であり、多目的最適化解法として多くの採用例がある。多目的最適化に対する強力な解法として GA 解法 NSGA-II[18], SPEA2[19]などが提案され、多くの構造最適化問題への適用が見られる[6]。特に、SPEA2 はエリート戦略的アプローチである非劣解集合(アーカイブ個体群)の保存と端切り法と呼ばれるニッチ操作により、目的関数空間上の多様性を維持した解を探索する優れた解法である。なお、これら GA 解法の殆どは目的関数空間上での多様性維持を図った解法である。また、多目的最適化解法に応用された SI 解法もいくつか存在するが[20]-[24]、簡単な数値計算に対する有効性しか示されておらず、構造工学分野への適用例は少ない。これに対し、最近、設計変数空間と目的関数空間の多様性を同時に維持することの重要性を指摘する研究が注目されている[25]-[28]。文献[25], [26]では、多目的最適化の GA 解法に対し、両空間の多様性を維持したパレートのフロントを得ている。ただし、GA 解法の本質的なスキームの提案ではない。文献[27]では両空間の多様性を同時に考慮した SI 解法多目的 PSO(Multi-objective Particle Swarm Optimization:MOPSO)が開発されている。しかし、設計変数の増加に伴い解探索能力が低下する問題がある。また、これらの解法はパレートのフロント上の多様性維持を図っており、解の自由度を広げた優良解探索の発想ではない。

自由曲面シェル構造の形態創生

RC 自由曲面シェルに代表される曲面構造を対象とした構造形態創生には多くの研究がある[2]-[7], [9]。一般に、曲面構造の形態創生問題はひずみエネルギーや曲げモーメントの最小化、座屈荷重の最大化などを目的とする最適化問題に帰着される。これら構造形態創生の手法は、1)設計者の指定する形状の近傍で力

学的に優れた解を探索する方法、2) 与えられた設計変数空間上で力学的に優れた形状を獲得する方法の大きく2つに大別される。北方町生涯学習センター(図 1.1a)、アイランドシティ中央公園中核施設 ”ぐりんぐりん”(図 1.1b)、私営斎場 ”瞑想の森”(図 1.1c)は1)の概念に基づき、感度解析の利用によりひずみエネルギーや鉛直変位の最小化を目的として決定・設計された形態である[29]。これらのように、与えられた初期形状を理論的に修正し、力学的な根拠に基づいて合理的な形状を創生する手法は、設計者のイメージと可能な限り近い形態を実現することができる。ただし、このようなアプローチにより得られる形態は初期形状に大きく依存することが考えられ、場合によっては初期形状を複数案設定しておく必要もある。これに対し、2)の概念を導入した文献[9]では、力学目標として総ひずみエネルギーや曲げひずみエネルギーを目的関数とした自由曲面シェル構造の形態創生に GA 解法 ISGA を適用している。著者の知る限り、優良解の獲得に重点を置く解法は ISGA を除いて他にはなく、文献[9]では単一・多目的最適化問題に対して多様な構造形態が獲得されている。ただし、ISGA は問題毎に設定するパラメータが多く、離散値を解探索に利用することからユーザへの負担・計算コストが大きくなると考える。

また、近年、力学指標だけでなく非力学指標を考慮した構造形態創生問題も定式化されている。文献[3]は曲面の凹凸を定量化し、球らしさ等の意匠的観点から形状最適化を行っている。文献[5]はシェルの形状や板厚だけでなく、力学的観点から不要な要素を取り除くことで位相を考慮した形態創生問題を定式化している。文献[6, 7]は設計者の想定する曲面との相違量を目的関数とすることで、設計者の想定曲面と力学的に優れた形態を勘案した解を同時に探索している。ただし、これらは全て1)の考えに基づいたものであり、特に意匠性に特化した構造形態創生法が多く見られる。一方で、機能性や快適性の観点から開口部を配置することは一つの重要な設計条件であり、曲面の形で力学性能を発揮している RC 曲面構造において開口部を設けることは力学性状を大きく変化させる要因となる。このような計画と構造の双方の観点から開口部を考慮した構造形態創生法の提案はなされていない。

以上より、本研究では与えられた設計変数空間上で力学的に優れた形状を獲得する構造形態創生を対象として、実数値を直接利用して解探索を行う SI 解法 PSO と ABC を基幹部とした優良解探索解法を提案する。その際、提案手法は種々の構造形態創生問題への適応性を考慮し、単一・多目的最適化問題に適用可能な汎用性の高いアルゴリズムを目指す。数値計算例には、RC 自由曲面シェル構造の形態創生問題を設定し、特にシェル形状・板厚だけでなく開口部を考慮した構造形態創生問題を定式化する。得られた結果から、提案する優良解探索解法の有効性を示すとともに、建築計画と構造力学の両観点から開口部を扱った構造形態創生法の重要性・実用性について明らかにする。



a. 北方町生涯学習センター

b. ぐりんぐりん

c. 瞑想の森

図 1.1 RC 自由曲面シェルの実設計例(著者撮影)

1.3 論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第 1 章

研究背景・研究目的について述べる。RC 自由曲面シェル構造において開口部が一つの重要な設計条件であることを示し、形状最適化においても従来扱われているシェル形状・板厚と同様に設計変数として扱うことが望ましいことを説明する。また、力学と形状に強い関係性を有する構造形式に対する形状最適化は多様性を維持した解探索が必要なことを述べ、既往の研究と本研究で用いる解法の概念を説明する。

第 2 章

本研究で用いる群知能解法の位置付けについて説明する。群知能解法の特徴と計算アルゴリズムを示す。

第 3 章

群知能解法を基幹部とした優良解探索の提案アルゴリズムについて説明する。ここでは優良解の定義と詳細な優良解探索スキームを示す。

第 4 章

有限要素法におけるシェル要素の内、Kirchhoff 要素と Mindlin 要素 (MITC 要素) の離散化定式化と、形態表現に採用するパラメトリック曲面について説明する。特に、有限要素の分割数、シェル要素の違い、パラメトリック曲面の制御点数が構造最適化に与える影響について数値計算例を用いて示す。さらに、四辺形シェル要素に対する開口部表現方法の提案、構造安定性を評価するためのロバスト性判定手法を示す。

第 5 章

RC 自由曲面シェル構造の基礎的な形状最適化問題として、矩形対称平板を解析参照モデルとした単一・多目的最適化問題を取り上げ、提案する 2 つの優良解探索解法を適用する。設計変数にはシェル形状と板厚を設定する。数値結果より、提案手法のパラメータ特性と解法の特徴について述べる。さらに、Kirchhoff 要素と MITC 要素による形態解析比較を行い、シェル要素の選択が構造最適化に与える影響を検証する。また、得られた形態を 3D プリンタにより作成した例を示す。

第 6 章

シェル形状・板厚に加えて、開口部を考慮した形状最適化への適用例を示す。開口形状は幾何学的形状と任意形状の 2 ケースを想定して、大域的最適解探索と優良解探索による数値結果をまとめる。また、開口部を形成することで生じる過大な曲げモーメントに対する制約条件の導入、複数の優良解を同時に獲得するための形状最適化問題の定式化を提案し、数値計算例よりそれらの有効性について検証する。さらに、意匠性として任意形状の境界部を有する解析参照モデルを設定し、種々の設計条件を設定した形状最適化問題に対して、大域的最適解との比較により優良解探索の有効性を示すと共に、提案した形状最適化手法の汎用性について明らかにする。

第 7 章

前章までに得られた結果を基に、優良解探索の特性および開口部を考慮した RC 自由曲面シェルの形状最適化の有効性についてまとめる。さらに、種々の最適化問題に対する各優良解探索解法の適用性について考察し、複数の優良解探索解法の使い分けについても述べる。

第2章

群知能解法の種類と構造最適化における位置付け

2.1	発見的手法	…	9
2.2	群知能解法	…	10
2.3	群知能解法の特徴	…	14

第2章 群知能の種類と位置付け

本章では、最適化手法として群知能の位置付けを述べる。また、構造形態創生問題への適用性から本研究で採用した群知能解法のアルゴリズムについて説明する。

2.1 発見的手法

図 2.1 に示すように構造形態創生の手法は、大きく数理計画法(Mathematical Programming)と発見的手法(Heuristic Method)に分けられる。数理計画法は、軍事戦略や経営工学におけるオペレーションズリサーチ分野で発展してきた方法で、これを工学的に模したものである。問題によって、さらに線形計画法と非線形計画法に分類される。一方、発見的手法は生物学的アプローチによる方法である。解を探索する個体が単一であるものを単点探索手法、複数の探索個体による解探索手法を多点探索手法という。単点探索手法は、探索個体が単一であるため計算コストが小さい利点がある。代表的な解法として、擬似焼きなまし法(Simulated Annealing: SA)が良く知られる。これに対し、多点探索手法は複数の探索個体により解を探索し、多目的最適化問題において複数のパレート最適解を1度に獲得できる解法である。代表的な解法には、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithms: GA)や群知能(Swarm Intelligence: SI)が挙げられる。本研究では、構造最適化において大域的最適解(パレート最適解)だけでなく、局所最適解(局所パレート解)や比較的评价の高い解(優良解: Decent Solutions)の獲得を目的とするため、発見的多点探索手法を採用する。

多点探索手法の一つである群知能は、自然界に存在する動物や昆虫の群れにおける行動を模倣した最適化手法である。同じ多点探索手法のGAは交叉・突然変異といった操作により、探索個体を生成・消滅させながら解探索を行う解法である。これに対し群知能は、全ての探索個体の中から評価の高い探索個体周辺の解を探索するアルゴリズムを持つ。探索には、探索個体自身の探索履歴を利用し、各探索個体が自律的に行動する手順を含んでいる。これにより、GAよりも効率的な解探索を行う。さらには、設計変数として直接実数値を扱い、パラメータ設定も少ないため種々の最適化問題に対してロバストな解法である。しかし、優良解の獲得を目的とした群知能解法は存在しない。

以上より、本研究では優良解探索を目的とした群知能解法の提案と、構造形態創生問題に対する提案手法の有効性の検証や得られる優良解特性の把握を目的とする。以下では、本研究で採用した群知能解法のアルゴリズムとそれらの特徴について説明する。

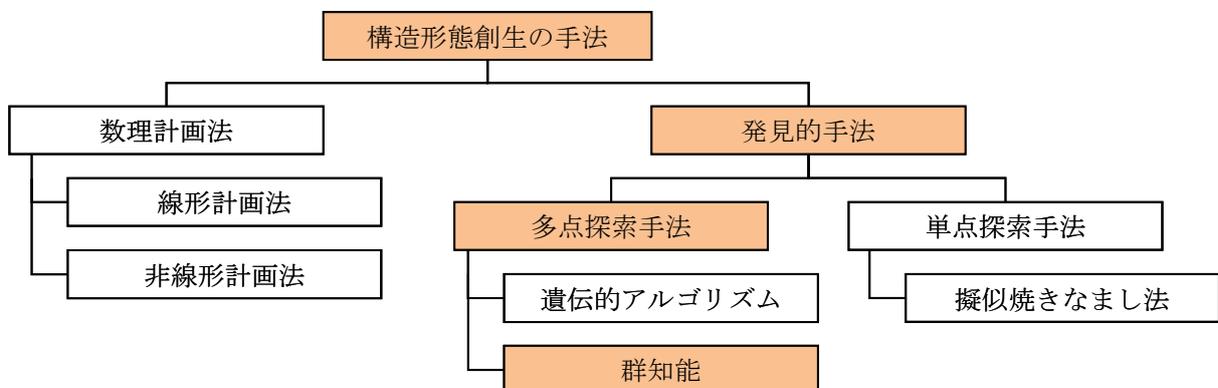


図 2.1 構造形態創生の手法

2.2 群知能解法

本研究では、群知能による構造形態創生を試みる。群知能解法には、鳥や魚の群れにおける行動を模倣した粒子群最適化(Particle Swarm Optimization: PSO) [11]、蟻の採餌行動を模倣した蟻コロニー最適化(Ant Colony Optimization: ACO) [30]、蜂の採餌行動を模倣した人工蜂コロニー(Artificial Bee Colony: ABC) [12]、ホタルの発光に着想を得たホタルアルゴリズム(Firefly Algorithm: FA) [15]、進化的戦略の一つである差分進化(Differential Evolution: DE) [31]など種々の解法が提案されている。これらの概要を以下に示す。

PSO は設計変数間に依存関係がある場合に効率的な解探索が可能となる解法である。本手法は 2 次元空間における鳥や魚の群れを模倣した解法であるが、 n 次元空間にそのまま拡張できる特徴を持つ。ただし、設計変数の増加に伴い解探索性能が低下する問題がある。

ACO は経路を持つ最適化問題に対し、確率的に解を探索する解法である。巡回セールスマン問題など、移動距離の最小化・効率化を図る最適化問題に対する有効性が示されているものの、一般的な組合せ問題への適用にはアルゴリズムの改良が必要となる。

ABC は大域的探索(*Employed bee* 探索)と局所探索(*Onlooker bee* 探索)を繰り返すことにより解を探索する解法である。また、これらの操作を繰り返しても一定回数探索個体が更新されない場合、ランダム探索(*Scout bee* 探索)が行われる。この 3 種類の解探索を 1 回の反復計算の過程で繰り返すことで、高い大域的最適解探索性能を実現している。

FA は大域的最適解だけでなく、局所最適解の探索も想定した解法である。探索個体の評価に目的関数値だけでなく、設計変数空間上における個体間距離を考慮することにより局所最適解の探索を可能にしている。ただし、局所最適解の獲得に重点を置いており、大域的最適解探索能力を向上させるための操作は導入されていない。また、問題毎に設定するパラメータが他の群知能解法より多いことも特徴として挙げられる。

DE は GA と類似した操作により解探索を行う解法である。特に、突然変異の操作に数学的演算を用いることでステップ幅を調節している点に特徴を持つ。DE では、基本ベクトルと差分ベクトルの重みつき和を突然変異として採用している。これにより、設定パラメータの削減と種々の最適化問題への適用を可能としている。

以上のアルゴリズムのうち、本研究では構造形態創生問題の適用性から粒子群最適化(PSO)と人工蜂コロニー(ABC)を採用する。なお、群知能解法は上述した手法以外にも多くの解法が提案されている[15]。

2.2.1 粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO)

PSO は、群れにおける各個体の独自情報と群れ全体の共通情報を組み合わせた最善行動により、最良の位置へ移動する有様を模倣した解探索法である。各探索個体は位置と速度の情報を持つ。探索個体の位置が設計変数を示し、速度は 1) 慣性力, 2) 自己認識 (*p-best*), 3) 社会認識 (*g-best*) から成っている。PSO の計算手順を図 2.2 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期探索位置決定

各探索点個体 i の初期位置 \mathbf{X}_i^0 ($i = 1, 2, \dots, n$) と初期速度 \mathbf{V}_i^0 を設計変数空間でランダムに配置する。また、初期の *p-best* ${}_p\mathbf{X}_i^0 = \mathbf{X}_i^0$ と *g-best* ${}_g\mathbf{X}_i^0 = {}_p\mathbf{X}_{ig}^0$ ($i_g = \arg \min f({}_p\mathbf{X}_i^0)$) を設定する。ただし、 f は目的関数値である。

2) 速度・位置の更新

反復回数 $t-1$ 回目 ($t \geq 1$) の探索における i 番目の個体位置 \mathbf{X}_i^{t-1} (以下、個体) とその速度 \mathbf{V}_i^{t-1} 及び *p-best* ${}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ (探索点 i の今まで訪れた最善の解) と *g-best* ${}_g\mathbf{X}_i^{t-1}$ (t 回目の群れにおける最善の解) と定義すると、 t 回目の個体 \mathbf{X}_i^t と速度 \mathbf{V}_i^t は次式で与えられる (図 2.3)。

$$\mathbf{V}_i^t = w\mathbf{V}_i^{t-1} + r_1c_1({}_p\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) + r_2c_2({}_g\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1} + \mathbf{V}_i^t \quad (2.2)$$

ここで、 c_1, c_2 は重みパラメータ ($c_1 + c_2 \leq 4$) であり、通常、 $c_1 = c_2 = 2$ を用いる。 r_1, r_2 は $[0,1]$ の乱数である。 w は慣性項パラメータで、反復過程で次式により変化させる。

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})t/t_{\max} \quad (2.3)$$

ここで、 t_{\max} は最大反復回数である。通常、 w_{\max}, w_{\min} を各々 0.9, 0.4 と設定する。

3) 目的関数値の計算

各個体の目的関数値 $f(\mathbf{X}_i^t)$ を計算する。

4) *p-best* (自己認識) の更新

$f(\mathbf{X}_i^t) \leq f({}_p\mathbf{X}_i^{t-1})$ のとき、 ${}_p\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^t$ とする。そうでなければ、 ${}_p\mathbf{X}_i^t = {}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ である。

5) *g-best* (社会認識) の決定

${}_g\mathbf{X}_i^t = {}_p\mathbf{X}_{ig}^t$ ($i_g = \arg \min f({}_p\mathbf{X}_i^t)$) と更新する。

以上、2)-4) を指定した反復回数繰り返す。

2.2.2 人工蜂コロニー (Artificial Bee Colony: ABC)

ABC は、蜂の採餌行動をモデル化した最適化手法である。解探索は 3 種類の人工蜂 (探索個体) 1) *employed bee*, 2) *onlooker bee*, 3) *scout bee* により行う。ABC では食糧源が許容解、その果汁量が目的関数値を示す。*employed bee* は設計変数空間を大域的に解探索し、*onlooker bee* が評価の高い解周辺を集中的に探索する。*scout bee* は食糧源を初期化し、局所解への収束を抑える働きを持つ。ABC の計算手順を図 2.4 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期食糧源決定

食糧源を設計変数空間にランダムに配置する。食糧源一つ $\mathbf{X}_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ に対して *employed bee* 一匹 ${}_{eb}\mathbf{X}_i^0$ を割り当てる。

2) *employed bee* による探索

$\mathbf{X}_i^{t-1} (t \geq 1)$ に対し、近傍の新たな食糧源を次式で探索する。

$${}_{eb}X_{ih}^t = X_{ih}^{t-1} + \phi(X_{ih}^{t-1} - X_{jh}^{t-1}), \quad {}_{eb}X_{ik}^t = X_{ik}^{t-1} \quad (2.4)$$

ここで、 ϕ は $[-1, 1]$ の乱数、食糧源 j は食糧源 i 以外の食糧源からランダムに選択される。また、 h はランダムに選択された 1 変数であり、 k は h 以外の設計変数である。

次に目的関数値 f を計算し、 $f({}_{eb}\mathbf{X}_i^t) \leq f(\mathbf{X}_i^{t-1})$ ならば $\mathbf{X}_i^t = {}_{eb}\mathbf{X}_i^t$ 、そうでなければ $\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1}$ とする。

3) *onlooker bee* による探索

次式による選択率 P_i により、評価の高い食糧源をルーレット選択する。

$$P_i = \frac{fit(\mathbf{X}_i^t)}{\sum_{k=1}^s fit(\mathbf{X}_k^t)} \quad (2.5)$$

$$fit(\mathbf{X}_i^t) = \begin{cases} \frac{1}{1+f(\mathbf{X}_i^t)} & \text{if } f(\mathbf{X}_i^t) \geq 0 \\ 1+abs(f(\mathbf{X}_i^t)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.6)$$

ここで、 s は食糧源の数である。ルーレット選択後、2) の手順と同様の操作により食糧源を更新する。

4) *scout bee* による探索

食糧源があらかじめ決めた *limit* 回更新されなければ、その食糧源はランダムに初期化される。なお、この操作は一つの食糧源に対して行う。

以上、2)-4) を指定した反復回数繰り返す (図 2.5)。

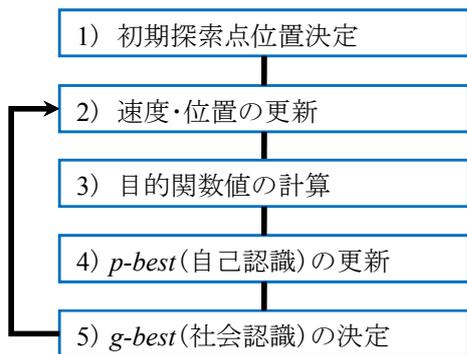


図 2.2 PSO の計算フロー

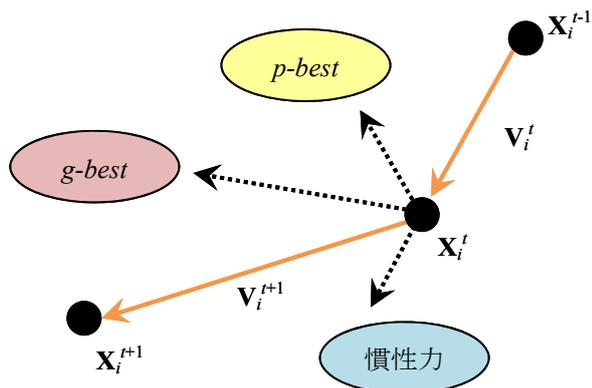


図 2.3 PSO における探索個体の移動



図 2.4 ABC の計算フロー

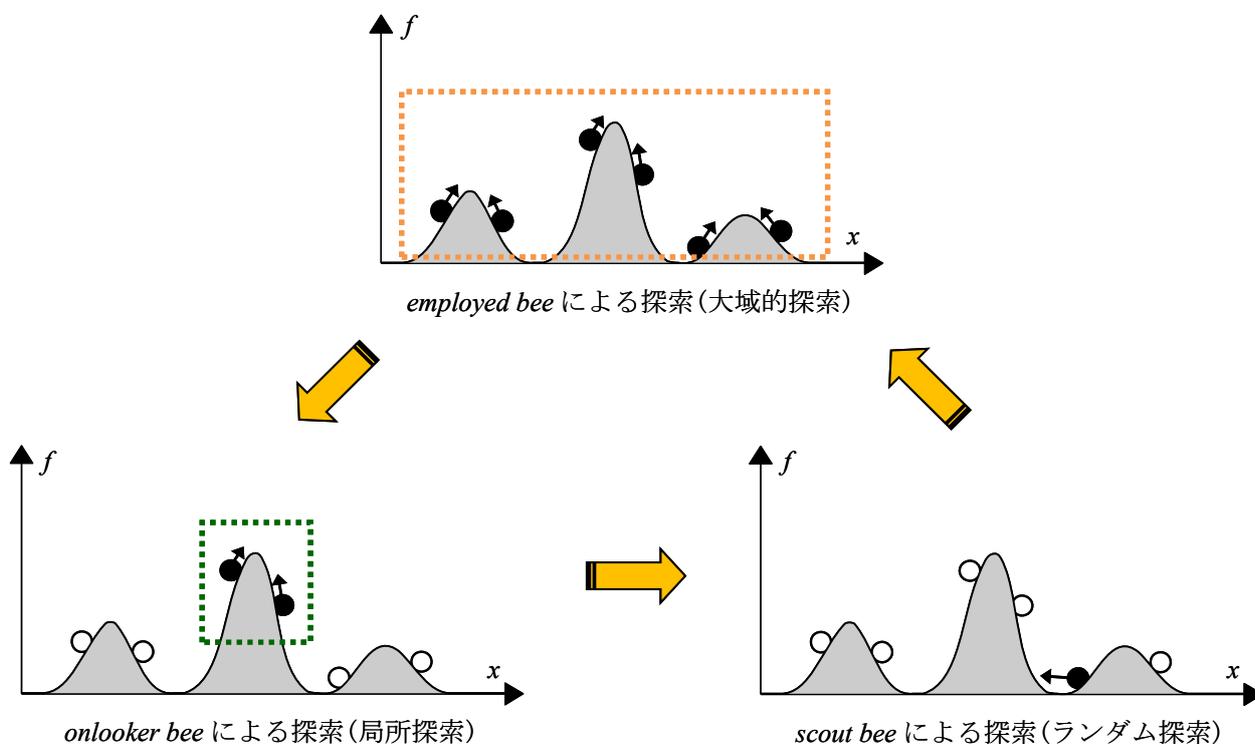


図 2.5 ABC による解探索

2.3 群知能の特徴

既に述べたように、群知能解法は他の探索個体の情報と自身の情報を用いて解を探索するため効率的な探索を行うことが可能である。また群知能解法における探索個体の更新は、集団における適応性(適応度)に基づき個体を生存・消滅させる GA とは異なり、各探索個体自身の過去の最良位置(最良値)との比較から行う。このため、複数の大域的最適解を有する最適化問題に適用すると、1回の試行で複数の解が得られる可能性がある。ただし、群知能解法は単一目的最適化問題に対する解法として提案されており、多目的最適化問題に適用する場合、別の操作導入を必要とする。特に、群知能解法は基本的に評価値の高い探索個体に近づくように解を探索するアルゴリズムを持ち、多目的最適化問題への適用時には、探索個体を分散させるスキームを考える必要がある。

第3章

優良解探索群知能の提案

3.1	優良解	…	17
3.2	優良解探索スキーム	…	20
3.3	優良解の多様度指標	…	24
3.4	優良解探索粒子群最適化 (PSO with immune system)	…	25
3.5	優良解探索人工蜂コロニー (ABC with immune system)	…	27
3.6	探索個体の更新方法	…	29
3.7	形態創生プロセス	…	30
3.8	導入パラメータによる特性	…	31

第3章 優良解探索群知能の提案

本章では、本研究で獲得目標とする構造形態創生問題の解について説明する。また、それらの解を探索する群知能アルゴリズムを提案し、その詳細な計算手順を示す。

3.1 優良解

本研究では、構造形態創生問題において優良解(Decent Solutions)の獲得を目指す。優良解は、設計変数空間の多様性を維持した評価値の高い許容解である。本節では、単一・多目的最適化問題における優良解の定義と構造最適化における優良解の位置付けを示す。

3.1.1 単一目的最適化問題に対する優良解

単一目的最適化問題(Single-objective Optimization Problem:SOP)では一つの目的関数を設定し、その目的関数値が最大もしくは最小となる解を探索する。許容解の中で、目的関数値が最大(最小)となる解を大域的最適解(Global Optimal Solution)という。単一目的最適化問題では、大域的最適解の獲得を目的とした解探索を行う。単一目的最適化問題の定式化は、一般に次式で示される。

$$\text{Find } \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \quad (\text{設計変数}) \quad (3.1)$$

$$\text{object } f(\mathbf{x}) \rightarrow \max \text{ or } \min \quad (\text{目的関数}) \quad (3.2)$$

$$\text{subject to } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (\text{不等式制約条件}) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{等式制約条件}) \quad (3.4)$$

$$\mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \quad (\text{側面制約条件}) \quad (3.5)$$

また、解空間が多峰性であるとき、局所的に最大(最小)となる解を局所最適解(Local Optimal Solutions)という。局所最適解は複数存在しており、これらの中にはロバスト性が高い解が含まれる可能性がある。従って、局所最適解の獲得は最適設計を行う場合に有意である。

以上より、本研究では許容解のうち、大域的最適解や局所最適解を含む比較的评价の高い解を単一目的最適化問題における優良解と定義する。図 3.1 に設計変数が 1 変数での優良解の概念図を示す。

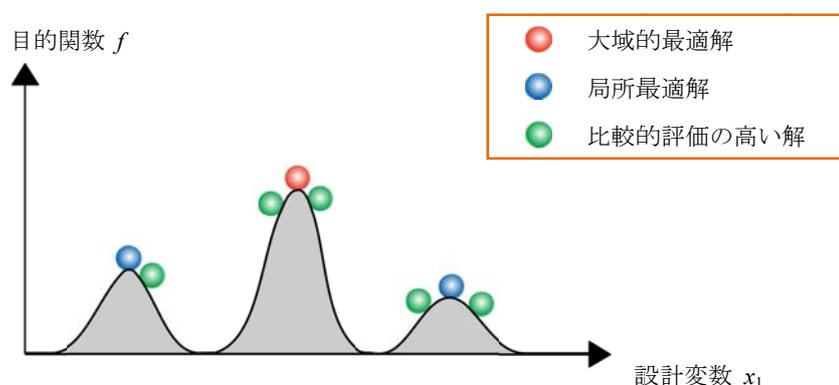


図 3.1 単一目的最適化における優良解

3.1.2 多目的最適化問題に対する優良解

多目的最適化問題 (Multi-objective Optimization Problem: MOP) では複数の目的関数を設定し、同時に最大化もしくは最小化する解を探索する。しかし、全ての目的関数を最大(最小)とする解は存在せず、目的関数間に相反関係(トレードオフ)があることが多い。このため、許容解と非許容解の境界線上に存在するパレート最適解 (Pareto Optimal Solution) の獲得を目指す。パレート最適解は非劣解 (Non-inferior Solution) とも呼ばれる。多目的最適化問題の定式化は、一般に前項の式(3.2)と次式を入れ替えて与える。

$$\text{object} \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_l(\mathbf{x})\} \rightarrow \text{max or min} \quad (\text{目的関数群}) \quad (3.6)$$

パレート最適解は目的関数空間上の優劣関係に基づき定義される。目的関数の最小化問題における、優劣関係及びパレート最適解は以下で判定する。

優越関係

設計変数 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ において、

$f_k(\mathbf{x}_1) \leq f_k(\mathbf{x}_2) (k = 1, 2, \dots, l)$ のとき、 \mathbf{x}_1 は \mathbf{x}_2 に優越するという。

$f_k(\mathbf{x}_1) < f_k(\mathbf{x}_2) (k = 1, 2, \dots, l)$ のとき、 \mathbf{x}_1 は \mathbf{x}_2 に強い意味で優越するという。

パレート最適解

\mathbf{x}_0 に優越する $\mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ が存在しない場合、 \mathbf{x}_0 はパレート最適解であるという。

\mathbf{x}_0 に強い意味で優越する $\mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ が存在しない場合、 \mathbf{x}_0 は弱パレート最適解であるという。

多目的最適化問題ではパレート最適解が複数存在し、これらの解により超曲面を形成する。これをパレート最適フロント又は非劣解集合と呼ぶ。また、単一目的最適化問題の局所最適解に相当する、局所パレート解 (Local Pareto Optimal Solutions) の存在も否定できない。

以上より、本研究では許容解のうち、パレート最適解や局所パレート解を含む比較的評価の高い解を多目的最適化問題における優良解と定義する。図 3.2 に 2 つの目的関数空間上での優良解の概念図を示す。

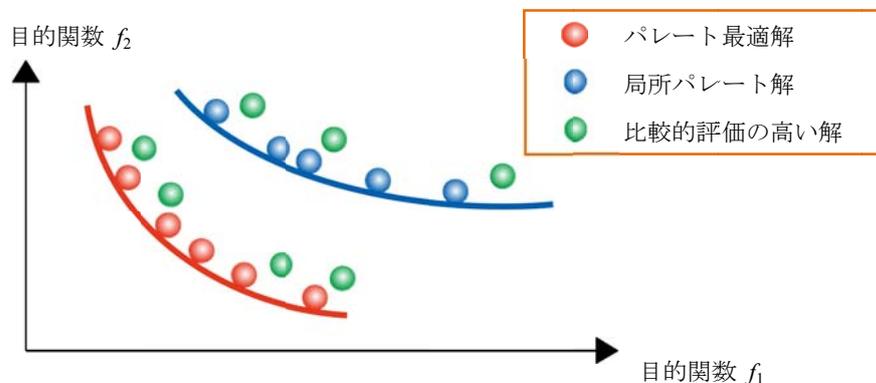


図 3.2 多目的最適化における優良解

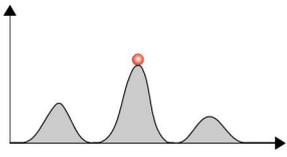
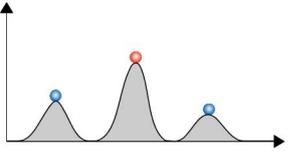
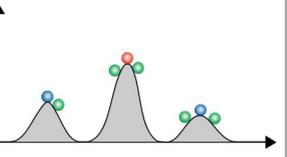
3.1.3 優良解の位置付けと有意性

構造最適化において探索目標とする解は、対象とする構造形式や最適化問題により表 3.1 のように一例として分類することができる。張力構造などを対象として極小曲面を探索する場合、得られる解は大域的最適解であることが求められる。さらには、近似解よりも厳密解の獲得が求められ、解空間を連続させた最適化問題を定式化し、なるべく局所最適解に陥らない解法により解を探索することが多い。フレーム構造などを対象として部材断面や部材寸法を最適化する場合、ロバスト性や冗長性の高い解の獲得は設計上有用であり、大域的最適解だけでなく局所最適解を同時に探索することで構造安定性に富んだ複数の解候補を獲得目標とすることがある。シェル構造など力学性状だけでなく、デザイン性を考慮して構造最適化問題を解く場合、大域的最適解や局所最適解だけでなく優良解を獲得することで、形態候補の幅が広がり設計・発想支援に繋がる可能性がある。

また、最適化問題において形状表現方法は得られる解の性質に大きく影響する要因となり、目的関数・設計変数・制約条件の設定と同程度の重要性がある。形状表現の自由度を高くすると解空間が広範囲に広がり大域的最適解探索までに多くの時間を費やす可能性があるが、解候補のバリエーションが広がり複数解獲得の可能性が高くなる。一方、形状表現の自由度を低くすると解空間が狭くなり大域的最適解の獲得は容易になるが、設計者が想定している十分な形態が表現できない可能性がある。つまり、対象とする構造形式や獲得目標とする解に応じて、形状表現方法やその自由度を設定することが効率的な解探索に繋がると考える。

以上より、構造最適化において探索目標とする解を明確にし、想定する形態を十分に表現できる形状表現および目標解を効率的に探索できる解法を選択することが重要である。本論文で対象とする RC 自由曲面シェル構造の形態創生問題において、優良解の獲得は力学性能だけでなく意匠性・機能性などの計画面での発想支援に繋がる可能性があり、優良解探索解法の適用性が高いと考える。

表 3.1 構造最適化において探索目標とする解

構造種別と 最適化問題の分類例	張力構造など	フレーム構造など	シェル構造など
	極小曲面探索	断面・寸法最適化	形状・位相最適化
探索目標とする解 ※単一目的最適化 における表現			
	大域的最適解	大域的・局所最適解	優良解
形状表現の自由度	低 (必要最小限)	中	高 (多様な形状表現)

3.2 優良解探索スキーム

ここでは、前節で述べた優良解を獲得するための基本機能を説明する。これらの操作は ISGA に導入されているものと同様である。なお、本節では単一・多目的最適化問題に対する同形式の表現を用いて、目的関数の最小化問題を対象に説明する。

3.2.1 強度と適応度

個体の評価には強度と適応度を用いる。強度により個体の絶対評価を行い、後述するクラスタリングにより相対評価を行い適応度とする。以下にその手順を示す。

1) 強度算定

強度は各個体が集団内で支配される個体数である。強度算定にはパレートランキング方式を採用する。反復回数 t 回目の集団 \mathbf{P}_t の個体 i (設計変数 \mathbf{x}_i) に対し、集合 \mathbf{P}_t と後述する記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_t$ (暫定優良解集合) に含まれる全ての個体 j (設計変数 \mathbf{x}_j) を用いて l 個の目的関数値 $f_k (k = 1, 2, \dots, l)$ に基づいた集合 $\mathbf{Q}(i)$ を次式で定義する。

$$\mathbf{Q}(i) = \left\{ j \mid \left(f_k(\mathbf{x}_j) \leq f_k(\mathbf{x}_i), k = 1, 2, \dots, l \right), j \in \mathbf{P}_t \cup \bar{\mathbf{P}}_t \right\}, i \in \mathbf{P}_t \quad (3.7)$$

強度 $S(i)$ は次式で与えられる (図 3.3)。

$$S(i) = |\mathbf{Q}(i)| \quad (3.8)$$

2) 適応度計算

次に集団を後述する手順でクラスタ $C_s (s = 1, 2, \dots, r)$ に分ける。このクラスタに対し、各個体が同一クラスタ内で支配される個体の強度を次式のように計算し、適応度 $F(i)$ とする (図 3.4)。

$$F(i) = \sum_{\substack{j \\ \bigwedge_{k=1}^l f_k(\mathbf{x}_i) \geq f_k(\mathbf{x}_j)}} S(j) - \sum_{\substack{m \\ \bigwedge_{k=1}^l f_k(\mathbf{x}_i) = f_k(\mathbf{x}_m)}} S(m) \quad (i \in \mathbf{P}_t; i, j, m (i \neq m) \in C_s, \mathbf{P}_t (\equiv \mathbf{g}_s) \subset (\mathbf{P}_t \cup \bar{\mathbf{P}}_t)) \quad (3.9)$$

ここで、 \mathbf{g}_s はクラスタ内の全個体集合であり、 \bigwedge は論理記号である。この強度概念を用いた適応度は、クラスタ内だけで算出した相対評価値であり、値が小さいほど高評価となる。クラスタは設計変数空間で構成する。

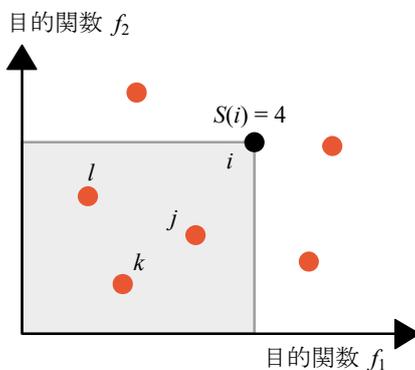


図 3.3 強度計算

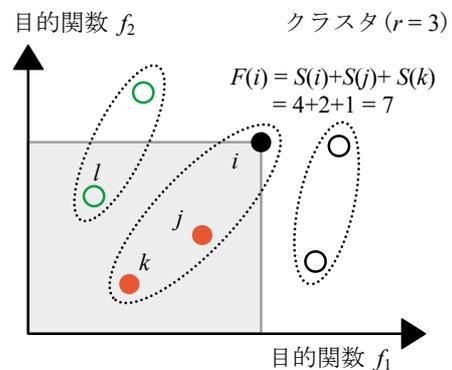


図 3.4 適応度計算

3.2.2 クラスタリング

適応度を算出する際、個体間距離の近い個体同士でクラスタを形成し、局所的に優れた個体に高い評価値を与える。以下にクラスタリングの手順を示す。

1) 集合の定義

クラスタ C_s の各個体 $\beta_k (k=1, 2, \dots, k_l)$ を要素とする集合 \mathbf{g}_l とその個体数 k_l を次のように定義する。

$$\mathbf{g}_l = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{k_l}\} \quad k_l = |\mathbf{g}_l| \quad (3.10)$$

2) 集合間距離の計算

設計変数空間において集合 \mathbf{g}_m と集合 \mathbf{g}_n との集合間距離 $d^*(\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n)$ を次式で計算する。

$$d^*(\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n) = \frac{1}{k_m \cdot k_n} \sum_{i \in \mathbf{g}_m, j \in \mathbf{g}_n} d(i, j) \quad (3.11)$$

ここで、 $d(i, j)$ は個体 i と個体 j 間における設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離である。

3) 集合の統合

設計変数空間上の最短距離を持つ二つの集合(クラスタ)を同一集合に統合し、2)に戻る。以上の操作を指定されたクラスタ数 r に達するまで繰り返す(図 3.5)。

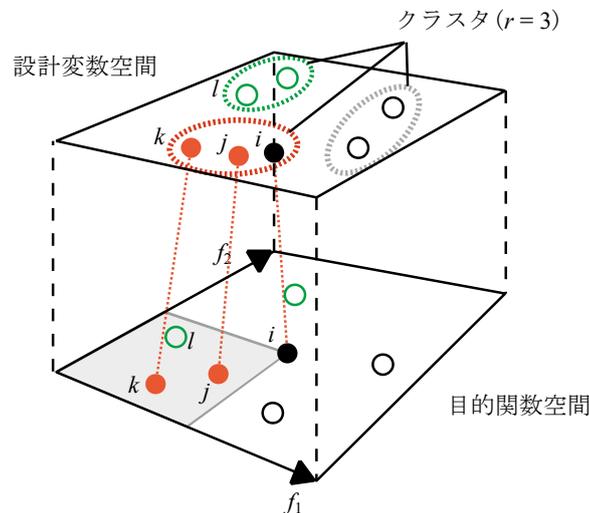


図 3.5 クラスタ化と個体位置

3.2.3 端切り法

記憶細胞候補と記憶細胞の和が設定された個体数を超える場合、端切り法 (Archive Truncation Method) により個体の削除を行う。この端切り法はニッチ操作 (Niche: 生態的地位) として行う。以下に手順を示す。

1) 個体間距離を最小とする個体の選択

設計変数空間上で無次元化したユークリッド距離を用いて個体間距離 d_{ij} を算出し、最も隣接する 2 個体を探す。

2) 個体の削除

選択した 2 個体の内、各々もう一つの隣接する個体との設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離を比較し、近い方の個体を削除する。

以上の削除操作は指定された個体数 M (記憶細胞数) になるまで繰り返す。

既往の解法が目的関数空間上でニッチ操作を行っているのに対し、ここでは設計変数空間上でニッチ操作を行う。これは次の理由による。目的関数空間上にある一点において一つの設計変数の組のみが存在しているとは限らない。つまり、目的関数空間上でのニッチ操作は解の多様性を失う可能性がある。そのため、構造形態に直接関係する設計変数の多様性に重点をおき、端切り法を設計変数空間で行っている。ただし、設計変数空間での端切り法を導入することにより、目的関数空間上で解を示した際、パレート最適フロントの解密度が均一にならない、パレート最適解であっても設計変数の多様性のため削除されてしまう可能性がある (図 3.6)。

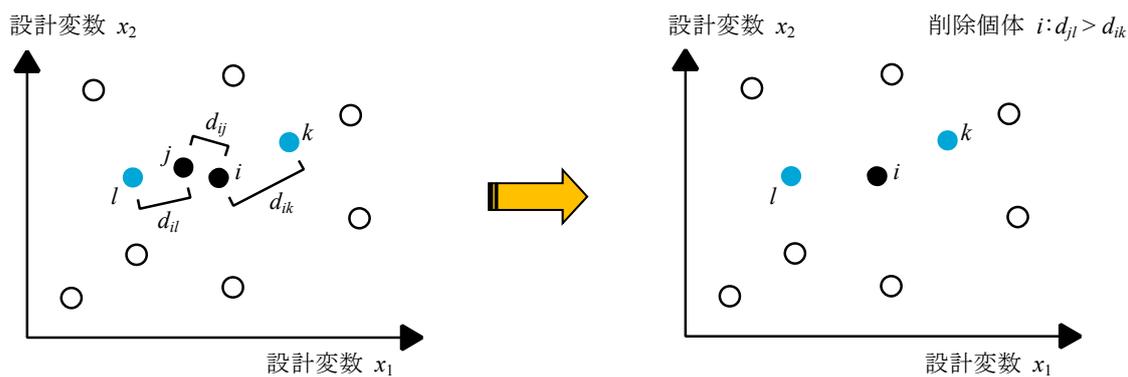


図 3.6 端切り法

3.2.4 記憶細胞除去操作

前節までに述べたスキームはエリート戦略が導入されておらず、探索初期段階に保存される個体が最終的に低評価個体となる可能性がある。特に、この傾向は多目的最適化問題に対して顕著に見られ、解の収束性に問題が生じる。ここに、記憶細胞除去率 q を設定し、一定の反復計算毎に低評価個体の削除を行う。記憶細胞除去操作の詳細な手順を以下に示す。

1) 除去個体数の決定

記憶細胞除去率 q に基づき、反復回数 t 回目の記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_t$ から除去個体数 nd を決定する。

2) 個体の評価

個体の評価には、目的関数値に基づいた絶対評価である強度 $S(i)$ を用いる。強度の算定は 3.2.1 を参照のこと。

3) 低評価個体の削除

強度が大きい順に nd 個の個体を、次ステップの記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{t+1}$ から削除する。

以上の操作により、極端に目的関数値の低い個体を記憶細胞から除くことが可能となる(図 3.7)。 q の範囲は、比率 $0.0 \leq q \leq 0.3$ を指定する。ただし、 q の設定は解の多様性を低下させることがあり、注意しなければならない。なお、端切り法による個体削除は、本操作を行った後に行う。

記憶細胞除去操作は解空間が単純な問題に対して導入すると、パラメータ設定による多様性維持操作が十分に機能しない場合がある。このときは $q = 0.0$ とし、優良解選択率 S_d を導入することで高評価の優良解を選択する。優良解の選択は最終的に得られた記憶細胞に対し、強度評価を基準に評価の高い上位 S_d の個体群を抽出する方法である。この操作により、多様性ある優良解の中から高評価の解を選択することが可能となる。

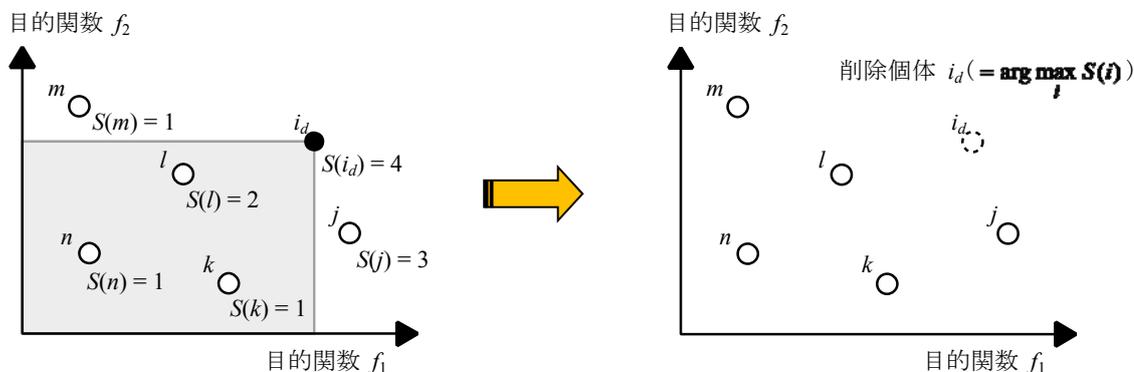


図 3.7 記憶細胞除去操作

3.3 優良解の多様度指標

優良解の探索状況を把握するため、設計変数空間における記憶細胞内の多様性の指標が重要である。文献[32]では、PSO 解法に対する多様化・集中化の指標として「群の活性度」が示されている。PSO は速度がステップ幅を決定するため、群の活性度を 2 乗平均速度として定義し、解探索の多様度指標として用いている。しかし、群の活性度は PSO にのみ適用される探索個体に対する多様度の指標であり、優良解の多様度指標としては利用することができない。

ここでは、従来、GA 解法で解の収束状況に利用される情報エントロピ[33]の概念を用いた多様度指標を用いる。本エントロピは、表現型の個体間距離(実数値)に着目して算出した値であり[10]、本論文では多様度指数 D_p と名付けている。多様度指数 D_p は以下で定義される。

$$D_p = \sum_{k=1}^{N_s} (-p_k \cdot \log p_k) \quad (3.12)$$

$$p_k = \frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} (1.0 - d_{k,j}) \quad (3.13)$$

ここで、 N_s : 集団の個体数、 p_k : 個体 k における近傍存在確率、 $d_{k,j}$: 個体 k と個体 j の設計変数空間上で無次元化した個体間距離 ($d_{k,j} = [0.0, 1.0]$) である。 D_p の値が大きいほど設計変数の多様性が高く、 $D_p = 0.0$ のとき、探索個体は 1 点に集中(収束)している。なお、本論文では形状獲得に重点を置くため、設計変数空間上の個体間距離は形状に対する設計変数のみを用いて算出する。多様度指数は単一・多目的最適化問題に対して区別なく利用可能であり、大域的最適解の探索を目的とした解法の収束判定に用いることも可能である。

3.4 優良解探索粒子群最適化(PSO with Immune System)

前節までに述べた優良解探索スキームを導入した粒子群最適化(PSO with Immune System:ISPSO)の計算手順を以下に示す。本解法は、従来のパラメータに加えて新たにクラスタ数 r , 上位個体選択率 H , 記憶細胞数 M の3つのパラメータを導入している。ISPSOの計算フローを図3.8に示す。

1) 初期探索位置決定

各探索点個体 i の初期位置 \mathbf{X}_i^0 ($i=1, 2, \dots, n$) と初期速度 \mathbf{V}_i^0 を設計変数空間でランダム(初期集団 \mathbf{P}_0)に配置する。

2) 速度・位置の更新

反復回数 $t-1$ 回目 ($t \geq 1$) の探索における i 番目の個体位置 \mathbf{X}_i^{t-1} (以下、個体) とその速度 \mathbf{V}_i^{t-1} 及び p -best ${}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ (探索点 i の今まで訪れた最善の解) と g -best ${}_g\mathbf{X}_i^{t-1}$ (t 回目の群れにおける最善の解) と定義すると、 t 回目の個体 \mathbf{X}_i^t と速度 \mathbf{V}_i^t は次式で与えられる。

$$\mathbf{V}_i^t = w\mathbf{V}_i^{t-1} + r_1c_1({}_p\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) + r_2c_2({}_g\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1} + \mathbf{V}_i^t \quad (3.15)$$

ここで、 c_1, c_2 は重みパラメータ ($c_1 + c_2 \leq 4$) であり、通常、 $c_1 = c_2 = 2$ を用いる。 r_1, r_2 は $[0,1]$ の乱数である。 w は慣性項パラメータで、反復過程で次式により変化させる。

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})t / t_{\max} \quad (3.16)$$

ここで、 t_{\max} は最大反復回数である。通常、 w_{\max}, w_{\min} を各々0.9, 0.4と設定する。

3) 目的関数値の計算

\mathbf{P}_t 内にある個体の目的関数値を計算する。

4) p -best(自己認識)の更新

\mathbf{P}_t と ${}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ の集団に含まれる全ての個体に対して、後述する探索個体の更新方法により p -best を更新する。

5) 適応度 $F(i)$ の計算

\mathbf{X}_i^t に対し、前述した適応度計算を実施する。

6) 上位個体群の選択

集団 \mathbf{P}_t 内の適応度上位 H (上位個体選択率) の個体を記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_t$ とする。

7) 記憶細胞への記憶

記憶細胞候補 $\bar{\mathbf{P}}_t$ と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{t-1}$ (暫定解集合) を統合し、新たな記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_t$ とする。その際、前述した操作で記憶細胞から個体を削除する(記憶細胞除去率 q)。さらに、記憶細胞の個体が設定した数 M を超えている場合、端切り法により個体を削除し、記憶細胞の個体数を M に調整する。なお、 $\bar{\mathbf{P}}_0 = \phi$ (空集合) である。

8) g -best(社会認識)の更新

\mathbf{X}_i^t と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_t$ の個体に対し、それぞれ設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離を算出する。その中で最短距離となる記憶細胞内の個体を $g\text{-best}_g \mathbf{X}_i^t$ とする。ただし、集団 \mathbf{P}_t と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_t$ に対する個体 \mathbf{X}_i^t の強度が 1 のときは、最長距離となる記憶細胞内の個体を $g\text{-best}_g \mathbf{X}_i^t$ とする。

以上の 2)-8) を指定反復回数まで繰り返し計算する。なお、初期の $p\text{-best}_p \mathbf{X}_i^0$ と $g\text{-best}_g \mathbf{X}_i^0$ は従来の PSO と同じ決め方とする。

PSO は POP (Proximate Optimality Principle – 良い解同士は似通った構造を持っているという概念-) [34] に基づき解探索を行うため、探索終盤に全探索個体が g -best 近傍に集中する。ここに、 g -best を複数存在させ、多くの局所最適解を同時に捉えるアルゴリズムを導入している。 g -best は、記憶細胞の中から選択することで暫定解集合付近の解を中心に探索する。また、記憶細胞を含む全探索個体のうち、エリート探索個体 ($S(i) = 1$) の g -best は設計変数空間上で個体間距離が最長となる記憶細胞内の個体を選択することで、GA の突然変異に相当する操作を導入した。この操作により、大域的最適解(パレート最適解)の探索能力向上が図られる。

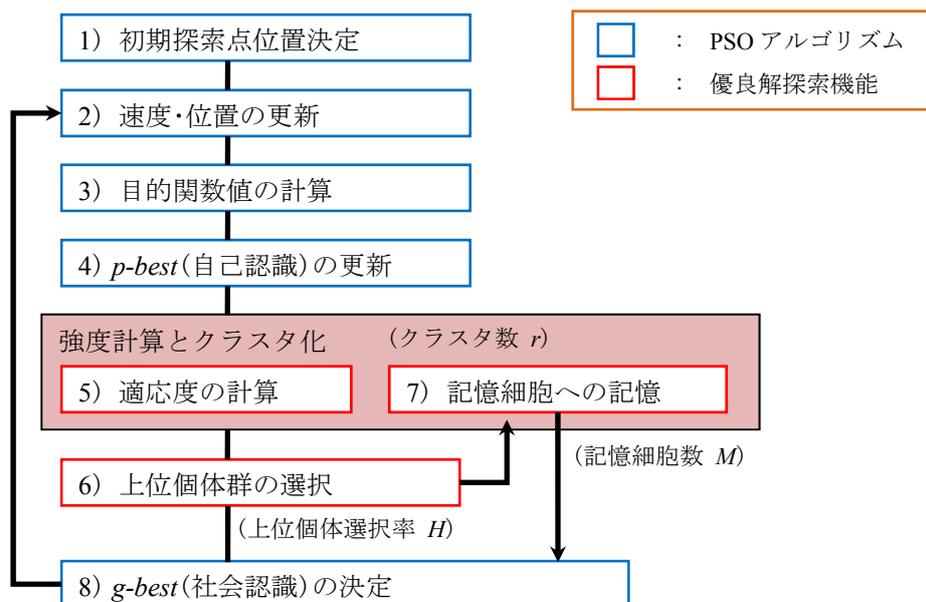


図 3.8 ISPSO の計算フロー

3.5 優良解探索人工蜂コロニー(ABC with Immune System)

前節までに述べた優良解探索スキームを導入した人工蜂コロニー(ABC with Immune System:ISABC)の計算手順を以下に示す。本解法は、従来のパラメータに加えて新たにクラスタ数 r , 上位個体選択率 H , 記憶細胞数 M の3つのパラメータを導入している。ISABCの計算フローを図3.9に示す。

1) 初期食糧源決定

食糧源を設計変数空間にランダムに配置する(初期食糧源集団 \mathbf{P}_0)。食糧源一つ $\mathbf{X}_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ に対して *employed bee* 一匹 ${}_{eb}\mathbf{X}_i^0$ を割り当てる。

2) *employed bee* による探索

$\mathbf{X}_i^{t-1} (t \geq 1)$ に対し、近傍の新たな食糧源を次式で探索する。

$${}_{eb}X_{ih}^t = X_{ih}^{t-1} + \phi(X_{ih}^{t-1} - X_{jh}^{t-1}), \quad {}_{eb}X_{ik}^t = X_{ik}^{t-1} \quad (3.17)$$

ここで、 ϕ は[-1,1]の乱数、食糧源 j は食糧源 i 以外の食糧源からランダムに選択される。また、 h はランダムに選択された1変数であり、 k は h 以外の設計変数である。

次に集団 \mathbf{P}_{t-1} と ${}_{eb}\mathbf{X}_i^t$ の集団に含まれる全ての食糧源に対して、後述する探索個体の更新方法により食糧源を更新する。

3) *onlooker bee* による探索

集団 \mathbf{P}_t と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{t-1}$ (暫定解集合) 全ての食糧源に対して、強度計算を用いた評価値 G_i を算出し、次式による確率からルーレット選択を行う。

$$P_i = (G_{i_g} - G_i + 1) / \sum_{s=1}^m (G_{i_g} - G_s + 1), \quad i_g = \arg \max_i G_i \quad (3.18)$$

ここで、 m は食糧源数と反復回数 $t-1$ 回目における記憶細胞数の合計である。ルーレット選択後、2)と同じ手順で *onlooker bee* ${}_{ob}\mathbf{X}_i^t (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ の探索を行う。ただし、強度を用いた食糧源の更新は行わない。

4) 適応度 $F(i)$ の計算

$ob\mathbf{X}_i^t$ に対し、適応度計算を実施する。

5) 上位個体群の選択

$ob\mathbf{X}_i^t$ で構成された集団内の適応度上位 H (上位個体選択率) の食糧源を記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_i$ とする。

6) 記憶細胞への記憶

記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_i$ と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{i-1}$ (暫定解集合) を統合し、新たな記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_i$ とする。その際、前述した操作で記憶細胞から個体を削除する (記憶細胞除去率 q)。さらに、記憶細胞の個体が設定した数 M を超えている場合、端切り法により個体を削除し、記憶細胞の個体数を M に調整する。なお、 $\bar{\mathbf{P}}_0 = \phi$ (空集合) である。

7) *Scout bee* による探索

食糧源があらかじめ決めた *limit* 回更新されなければ、その食糧源はランダムに初期化される。

以上の 2)-7) を指定反復回数まで繰り返し計算する。

ABC 解法は *employed bee* が設計変数空間を大域的に解探索し、*onlooker bee* が評価の高い解周辺を集中的に探索する。*scout bee* は食糧源を初期化し、局所解への収束を抑える働きを持つ。これらの探索により高い解探索性能を実現する。ここに加えて、記憶細胞内の個体を探索に利用することで記憶細胞周辺の密な解探索を行う。特に *onlooker bee* の探索では、強度評価を行わず新たに探索した食糧源を記憶細胞候補とすることで、探索自由度の向上が図られる。

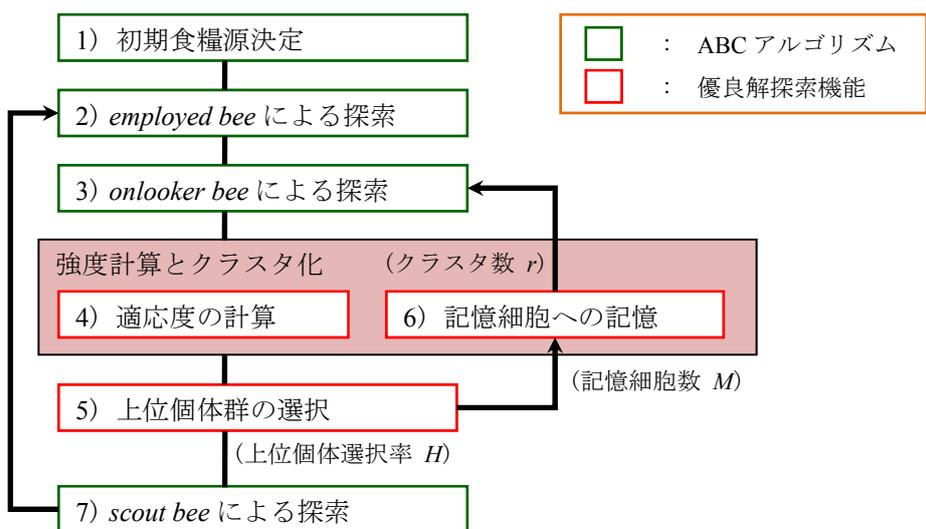


図 3.9 ISABC の計算フロー

3.6 探索個体の更新方法

群知能解法は、基本的に探索個体の修正を行いながら解探索を進めるアルゴリズムである。通常、群知能は目的関数値の評価により、探索個体の修正を行う。しかし、単一・多目的最適化問題に区別なく適用するためには、探索個体の更新方法を考える必要がある。ここでは、探索個体の更新方法として、目的関数値の絶対評価に基づく強度評価を利用した手法を提案する。以下に手順を示す。

1) 探索個体の評価

反復回数 t 回目の探索個体集合 \mathbf{P}_t の個体(設計変数 \mathbf{x}_i^t , $i = 1, 2, \dots, n$)と $t-1$ 回目の暫定エリート解集合 $\check{\mathbf{P}}_{t-1}$ に含まれる個体(設計変数 $\check{\mathbf{x}}_i^{t-1}$)に対し、全ての個体を用いて強度計算による評価値 $E(i)$ と $\check{E}(i)$ を計算する。強度の算定は3.2.1を参照のこと。

2) 探索個体の更新

算出した評価値に基づき、以下の条件に従い暫定エリート解集合 $\check{\mathbf{P}}_t$ を更新する。

$$\check{\mathbf{x}}_i^t = \begin{cases} \mathbf{x}_i^t & \text{if } E(i) \leq \check{E}(i) \\ \check{\mathbf{x}}_i^{t-1} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.19)$$

本操作は、単一目的最適化問題に対して従来の目的関数値に基づいた解の更新方法と同義となり、多目的最適化問題に対しては、パレートランキングに基づいた解の評価を行うことでパレートフロント端部における解探索能力の向上を図っている(図3.10, 3.11)。なお、ISPSOは \mathbf{P}_t が探索個体(位置)集合、 $\check{\mathbf{P}}_t$ が p -best 集合であり、ISABCは \mathbf{P}_t が *employed bee* 集合、 $\check{\mathbf{P}}_t$ が食糧源集合である。

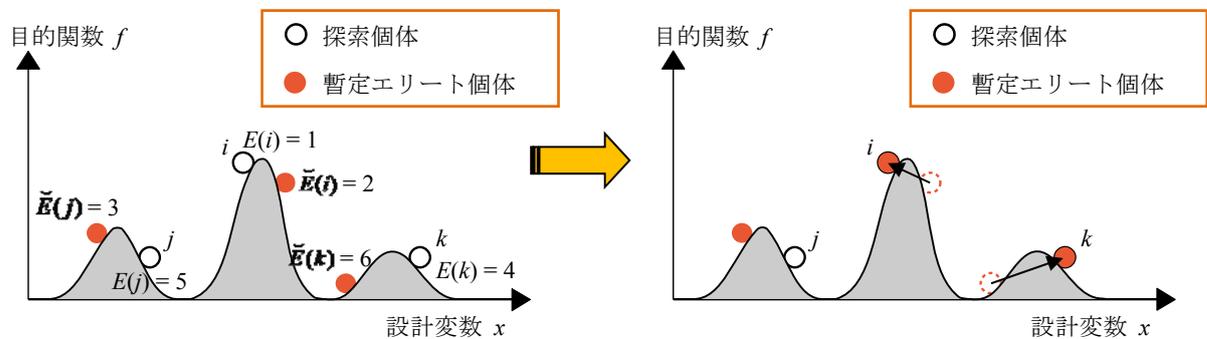


図 3.10 単一目的最適化問題における暫定エリート解の更新

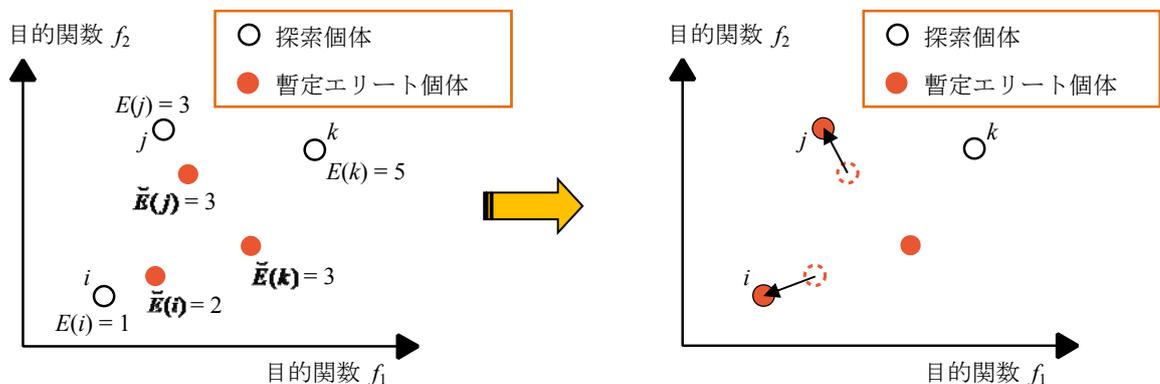


図 3.11 多目的最適化問題における暫定エリート解の更新

3.7 形態創生プロセス

ISPSO, ISABC による形態創生プロセスの一連の流れを図 3.12 に対応させて説明する。

形態創生プロセス

- 1) 設計条件に基づき、解析モデルの基準形状情報(節点数, 要素数, 材料定数, 境界条件, 制御点座標値, 開口部の有無 etc.)を設定する。【Input】
- 2) 目的関数(ひずみエネルギー, 座屈荷重係数, 部材重量, 内包容積 etc.)と制約条件(応力制約, 非対称制約, 側面制約 etc.)を設定する。
- 3) ISPSO, ISABC の基本的な解探索パラメータと優良解探索パラメータを決定する。
- 4) 乱数を用いて初期探索個体を生成する。反復回数 $t=0$ とする。
- 5) 設計変数を構造形状に反映させる。【Modeling】
- 6) 構造解析により目的関数 $f_l (l=1, 2, \dots, k)$ の計算および制約条件の判定を行う。【Calculation】
- 7) ISPSO, ISABC により探索個体の相対評価を行い、許容解の中で評価値の高い解を暫定優良解として記憶細胞に保存する。【Memory】
- 8) 反復回数が指定回数に達していない場合、ISPSO, ISABC による探索個体の修正を行う。
- 9) $t=t+1$ とし、5)に戻る。

反復回数が指定回数に達した場合、6)で数値計算を終了する。

$k=1$ のとき、単一目的最適化問題であり、 $k>1$ のとき多目的最適化問題である。ISPSO, ISABC では、制約条件を満たさない解に対しペナルティとして、満足しない制約条件の数に比例した極めて大きな値を目的関数値に付加し、記憶細胞には保存させないこととする。つまり、非許容解に対しても制約条件を満足する割合に応じた評価値が与えられる。なお、従来の最適化手法では7), 8)において、目的関数値の評価に重点を置いたエリート戦略が導入されている。

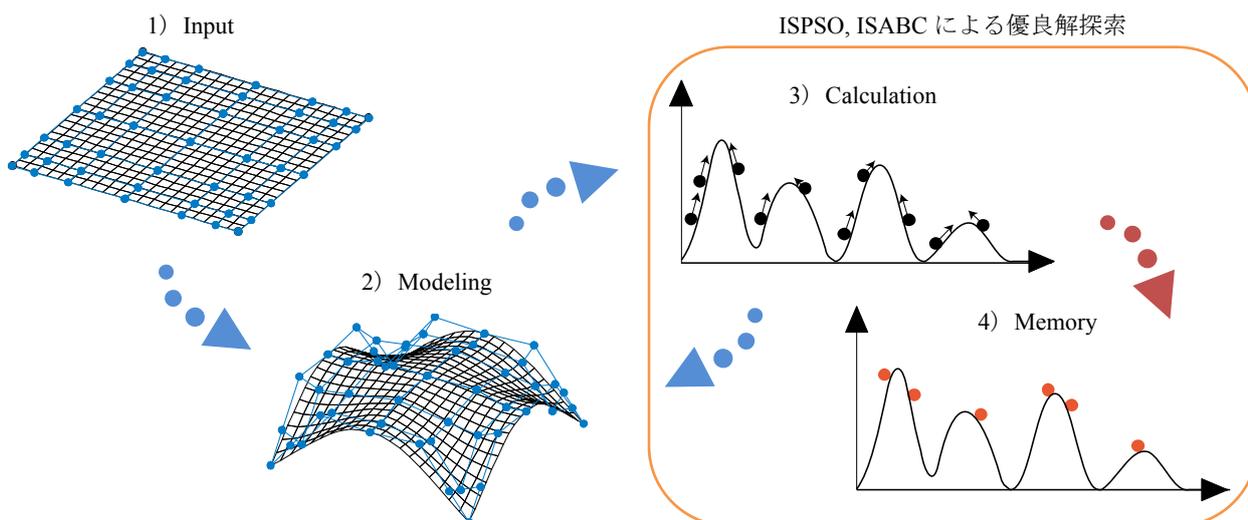


図 3.12 形態創生プロセス

3.8 導入パラメータによる特性

ISPSO, ISABC は基本的な解探索パラメータに加え、ISGA と同様にクラスタ数 r , 上位個体選択率 H , 記憶細胞数 M および記憶細胞除去率 q の設定が必要である。以下では、図 3.13 に示す単一目的最適化問題に対応させた山登りのイメージを用いて、これらのパラメータ特性を説明する。

- 1) 探索個体に対し、設計変数の近い個体同士でクラスタを形成する(図 3.13a)。
- 2) 上位個体選択率に基づき個体の選択を行う。このとき各クラスタには相対評価により上位個体選択ラインが設定される(図 3.13b)。
- 3) 上位 H の探索個体は記憶細胞に保存され、暫定優良解として解探索過程で利用される。
- 4) 記憶細胞内の個体が設計変数空間で 1 ヶ所に集まったら、端切り法により解密度を一定に保つ。その際、一定の反復回数毎に低評価の個体を定率 q で削除する(図 3.13c)。
- 5) ①-④を繰り返すことで、峰の頂上および評価の高い解が得られる(図 3.13d)。

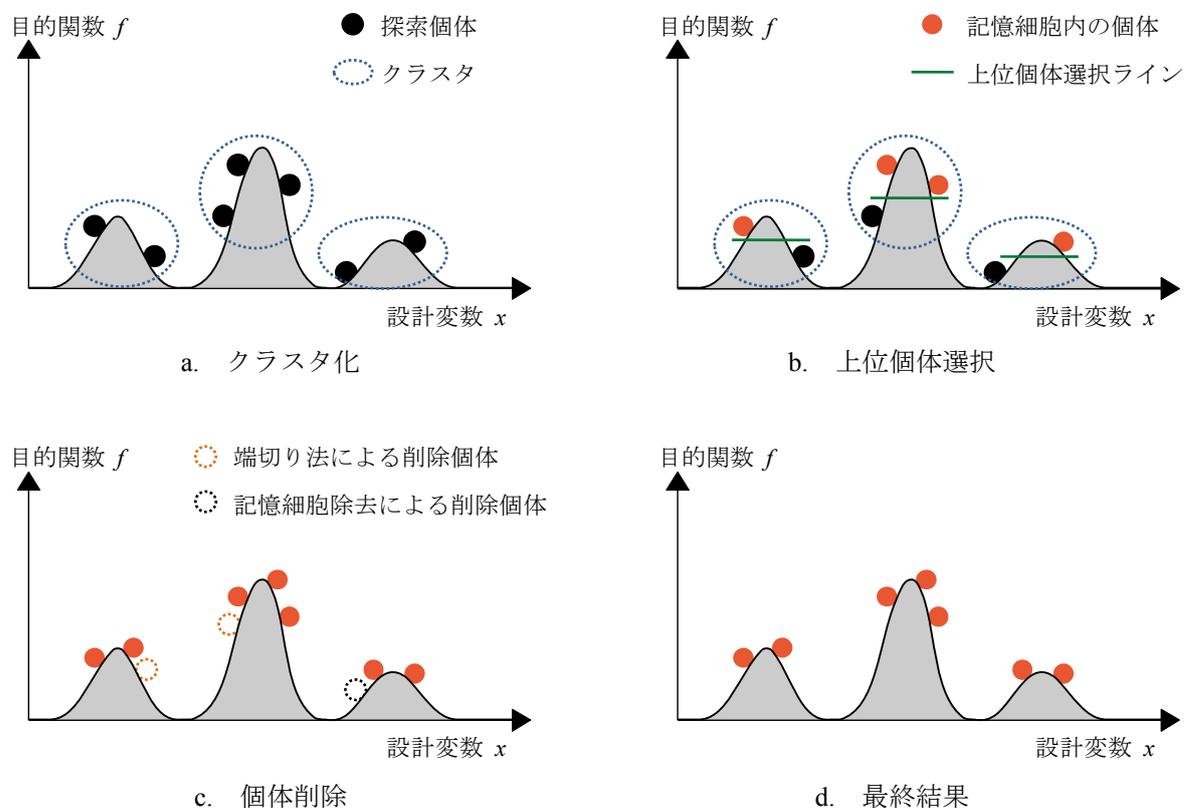


図 3.13 優良解探索イメージ

第4章

連続体シェルの構造解析と形態表現

4.1	シェル要素の離散化定式化	…	35
4.2	シェル形状・板厚の表現	…	50
4.3	開口部の表現	…	54
4.4	曲げモーメントの表現と応力制約条件	…	61
4.5	シェル要素分割数と Bezier 曲面制御点数の比較	…	62
4.6	ロバスト性の評価	…	69

第4章 連続体シェルの構造解析と形態表現

構造工学分野で生じる現象や問題の解明は、微分方程式の境界値問題の解析に帰着される。微分方程式の境界値問題は、矩形や円形などの整形領域での解析であれば比較的簡単に解を得ることができる。しかし、実際の問題では不整形領域を解析対象とすることも多く、解析に何らかの近似的操作を行う必要がある。数ある近似解法の中でも、変位法に基づく有限要素法は汎用性に優れ、境界値問題の有力な解法として利用されている。本章では、有限要素法の離散化定式化と構造最適化における有限要素節点座標の表現方法について説明する[35]-[37]。

4.1 シェル要素の離散化定式化

本研究は、多様な形状獲得に重点を置くため、シェル要素には低次の変位関数で基底される単純な要素を用いる。面内変形に対しては、要素内座標と節点座標を関係づける関数を等しく置いた双一次アイソパラメトリック要素、面外変形に対し Kirchhoff 理論または Mindlin 理論に基づくアイソパラメトリック四角形要素を採用する。2次元シェル理論は3次元であるシェルの力学理論を幾何学的特性に基づいて2次元に縮約したものである。

シェル要素は全体座標系・局所座標系・正規化座標系を用いて定義される。各座標系における要素と節点座標の関係を図 4.1 に示す。以下に、Kirchhoff 理論に基づくアイソパラメトリック四角形要素と Mindlin 理論に基づく MITC 要素の離散化定式化を示す。なお、構造解析は線形弾性範囲内で行う。

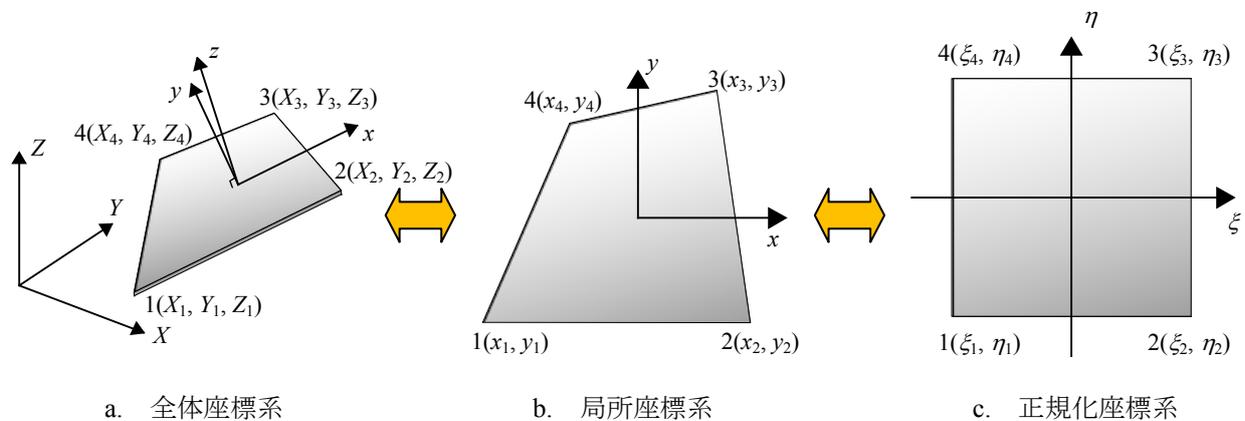


図 4.1 シェル要素の座標系

4.1.1 Kirchhoff 要素

本要素は、薄板を想定したシェル要素であり、縮約の過程で以下の基本仮定を定義している。

- シェルの板厚 t は最小曲率半径 R_{min} に比べて十分に小さい。つまり、 $t/R_{min} \ll 1$ 、ゆえに $z/R_\alpha \ll 1$ 、 $z/R_\beta \ll 1$ (Love の一次近似)。
- 変形前に中央面に垂直な線素は、変形後も垂直を保持し、その長さは不変である。つまり、厚さ方向の伸縮ひずみ $\varepsilon_z \approx 0$ である (垂直保持の仮定)。
- 変形前の中央面に垂直な線上の点は、変形後も変形後の中央面に垂直な線上に存在する。従って、面外せん断ひずみ $\gamma_{\alpha z} \approx 0$ 、 $\gamma_{\beta z} \approx 0$ (Kirchhoff の仮定)。
- 厚さ方向の垂直応力は、他の応力分布に比べて小さく無視できる。つまり、 $\sigma_z \approx 0$ 。
- ひずみおよび変位は小さく、ひずみの 2 次積分は無視される (微小変位の仮定)。

以上の仮定を総してキルヒホッフ・ラブ (Kirchhoff-Love) の仮定という。

1) 面内変形に対する要素剛性マトリクス

正規化座標系における座標と直交座標系における変位 u, v の写像関係式は以下の仮定を与える。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2\xi + \alpha_3\eta + \alpha_4\xi\eta \quad v = \beta_1 + \beta_2\xi + \beta_3\eta + \beta_4\xi\eta \quad (4.1a, b)$$

ただし、 $\alpha_i, \beta_i (i=1, 2, 3, 4)$ は未定定数である。上式に正規直交座標系での節点座標を代入すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \quad (4.2a, b)$$

式(4.2a, b)を未定定数について解くと次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \quad (4.3a, b)$$

式(4.3)を式(4.1)に代入すると、要素内の任意点における変位(u, v)と節点変位($\mathbf{u}_e, \mathbf{v}_e$)の関係式が次式で得られる。

$$u(x) = \mathbf{N}\mathbf{u}_e \quad v(x) = \mathbf{N}\mathbf{v}_e \quad (4.4a, b)$$

ここで、各諸量は以下の通りである。

$$\mathbf{u}_e = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4] \quad \mathbf{v}_e = [v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4] \quad \mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \quad N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad (4.5a-g)$$

同様に、任意点の座標と節点座標についても次式の関係が得られる。

$$x = \mathbf{N}\mathbf{x}_e \quad y = \mathbf{N}\mathbf{y}_e$$

$$\mathbf{x}_e = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4] \quad \mathbf{y}_e = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4] \quad (4.6a-d)$$

なお、形状関数 \mathbf{N} は正規化座標系内の関数である。ここで、微分関数の直交座標系から正規化座標系への変換を行う。ここに、次式の関係式を与える。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

ここで、 \mathbf{J} : Jacobi マトリクスである。式(4.7)に式(4.6)を代入すると、形状関数を正規化座標系に表現した式が得られる。さらに、この式を変換して次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \\ -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{J}| = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e \quad (4.8a-c)$$

弾性論より、面内変形に対するひずみは次式の線形ひずみを用いる。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.9a-c)$$

上式に式(4.8b, c)を代入することで次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_e \\ \mathbf{v}_e \end{bmatrix} = \mathbf{B} \mathbf{U}_e \quad (4.10)$$

面内変形に対する応力-ひずみ関係式は次式となる。

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_e \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (4.11)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}_e$: 要素応力ベクトル, \mathbf{D}_e : 構成関係マトリクスである。構成関係マトリクスは直交異方性を考慮しない次式とする。

$$\mathbf{D}_e = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

ここで、 E : ヤング係数, ν : ポアソン比である。

以上より、離散化定式化を行う。構造モデルの線形平衡方程式は次式で与えられる。

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{e}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0 \quad (4.13)$$

上式に式(4.10)-(4.12)を代入すると、次式が得られる。

$$\left(\int_{\Omega} \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e d\Omega \right) \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{K}_{ep} \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = 0 \quad (4.14)$$

ここで、 \mathbf{K}_{ep} :面内変形に対する剛性マトリクス(面内剛性マトリクス)、 \mathbf{f}_e :節点変位ベクトルに対応する節点力ベクトルである。剛性マトリクスの成分は以下の通りである。

$$\mathbf{K}_{ep} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} k_{p11} & k_{p12} \\ k_{p21} & k_{p22} \end{bmatrix} d\Omega \quad (4.15a-d)$$

$$k_{p11} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right\} \quad k_{p21} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \nu + \frac{1-\nu}{2} \right\} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \quad k_{p22} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right\}$$

なお、式(4.15)の被積分関数は ξ, η に関する2次関数であるためガウスの2点積分により数値積分を行う。

$$\mathbf{K}_{ep} = t_e \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \bar{\mathbf{K}}_{ep}(\xi_k, \eta_l) \mathbf{J} |w_k w_l| \quad (4.16)$$

ここで、 t_e :板厚、 $\bar{\mathbf{K}}_{ep}$:被積分項、 ξ_k, η_l :ガウス積分の選点値、 w_k, w_l :ガウス積分の重みである。2点積分の場合、 ξ_k, η_l, w_k, w_l の値は次式を用いる。

$$\xi_1 = \eta_1 = -0.57735026918963 \quad \xi_2 = \eta_2 = 0.57735026918963 \quad w_1 = w_2 = 1 \quad (4.17a-c)$$

なお、せん断ひずみに関する項の積分は、シアロック現象(曲げ変形に対して剛性が高くなる現象)を回避するため、1点積分で行う。

2) 面外変形に対する要素剛性マトリクス

面外変形に対する節点変位は、各構成節点における面外方向変位 w と回転角 θ_x, θ_y の12成分から成る。正規化座標系における座標と直交座標系における座標の写像関係式は以下の仮定を与える。

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi^2 + \alpha_5 \xi \eta + \alpha_6 \eta^2 + \alpha_7 \xi^3 + \alpha_8 \xi^2 \eta + \alpha_9 \xi \eta^2 + \alpha_{10} \eta^3 + \alpha_{11} \xi \eta^3 + \alpha_{12} \xi^3 \eta \quad (4.18)$$

ただし、 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, 12)$ は一般化座標(未定定数)とする。上式に正規直交座標系における節点座標を代入すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_{\xi 1} \\ \theta_{\eta 1} \\ w_2 \\ \theta_{\xi 2} \\ \theta_{\eta 2} \\ w_3 \\ \theta_{\xi 3} \\ \theta_{\eta 3} \\ w_4 \\ \theta_{\xi 4} \\ \theta_{\eta 4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & 0 & 1 & 2 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & -2 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

上式の未定定数を節点変位について解き、式(4.18)に代入すると次式を得る。

$$w_e = \tilde{\mathbf{N}}_b \tilde{\mathbf{w}}_e \quad (4.20)$$

ここで、各諸量は以下の通りである。

$$\tilde{\mathbf{w}}_e = [w_1 \quad \theta_{\xi 1} \quad \theta_{\eta 1} \quad w_2 \quad \theta_{\xi 2} \quad \theta_{\eta 2} \quad w_3 \quad \theta_{\xi 3} \quad \theta_{\eta 3} \quad w_4 \quad \theta_{\xi 4} \quad \theta_{\eta 4}]$$

$$\tilde{\mathbf{N}}_b = [\tilde{N}_{b1} \quad \tilde{N}_{b2} \quad \tilde{N}_{b3} \quad \tilde{N}_{b4} \quad \tilde{N}_{b5} \quad \tilde{N}_{b6} \quad \tilde{N}_{b7} \quad \tilde{N}_{b8} \quad \tilde{N}_{b9} \quad \tilde{N}_{b10} \quad \tilde{N}_{b11} \quad \tilde{N}_{b12}]$$

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{b1} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(2-\xi-\eta-\xi^2-\eta^2) & \tilde{N}_{b2} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)^2(1+\eta) \\ \tilde{N}_{b3} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)^2(1+\xi)(1-\eta) & \tilde{N}_{b4} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(2+\xi-\eta-\xi^2-\eta^2) \\ \tilde{N}_{b5} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)^2(1+\eta) & \tilde{N}_{b6} &= \frac{1}{8}(1+\xi)^2(1-\xi)(1-\eta) \\ \tilde{N}_{b7} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(2+\xi+\eta-\xi^2-\eta^2) & \tilde{N}_{b8} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)^2(1-\eta) \\ \tilde{N}_{b9} &= \frac{1}{8}(1+\xi)^2(1-\xi)(1+\eta) & \tilde{N}_{b10} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(2-\xi+\eta-\xi^2-\eta^2) \\ \tilde{N}_{b11} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)^2(1-\eta) & \tilde{N}_{b12} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)^2(1+\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (4.21a-n)$$

面外方向変位と回転角には次の関係が成り立つ。

$$\theta_{\xi i} = \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)_i \quad \theta_{\eta i} = \left(-\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)_i \quad (4.22a, b)$$

微分関数を直角座標系から正規化座標系に変換する。正規化座標系内の微分関数 ξ, η に関する2階の偏微分として次式を与える。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \eta} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial xy} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

ここで、各マトリクス成分は以下の通りである。

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \eta} & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \xi^2} \bar{\mathbf{x}}_e & \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \xi^2} \bar{\mathbf{y}}_e \\ \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \eta^2} \bar{\mathbf{x}}_e & \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \eta^2} \bar{\mathbf{y}}_e \\ \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \xi \eta} \bar{\mathbf{x}}_e & \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \xi \eta} \bar{\mathbf{y}}_e \end{bmatrix} \quad (4.24a, b)$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 & \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 & \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 & \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{x}}_e & \bar{\mathbf{y}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e & 2\bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e \\ \bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{x}}_e & \bar{\mathbf{y}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e & 2\bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e \\ \bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{x}}_e & \bar{\mathbf{y}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e & \bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e + \bar{\mathbf{x}}_e^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e \end{bmatrix}$$

ここで、 \mathbf{N} :形状関数である。なお、 \mathbf{N} と回転角 $\theta_{\bar{a}}$, θ_{η} は正規化座標系の関数である。上式に式(4.6)を代入すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \eta} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial xy} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

上式を微分関数 x, y について解くと、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial xy} \end{bmatrix} = -\mathbf{C}_2^{-1} \mathbf{C}_1 \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_2^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \eta} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

また、式(4.8)の微分変換より、式(4.22)は次式に変換できる。

$$\begin{aligned} \theta_{\bar{a}} &= \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)_i = -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{x}}_e \left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e \left(-\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i = -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{x}}_e \theta_{yi} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e \theta_{xi} \\ \theta_{\eta} &= \left(-\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)_i = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{x}}_e \left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right)_i - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e \left(-\frac{\partial w}{\partial y} \right)_i = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{x}}_e \theta_{yi} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e \theta_{xi} \end{aligned} \quad (4.27a, b)$$

上式より、正規化座標系で定義された変位ベクトル \mathbf{w}_e は次式により直交座標系の変位ベクトルに変換できる。

$$\tilde{\mathbf{w}}_e = \mathbf{T}_R \mathbf{w}_e \quad (4.28)$$

$$\mathbf{T}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_R & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_R & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{t}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{t}_R \end{bmatrix} \quad \mathbf{t}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{y}}_e & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \bar{\mathbf{x}}_e \\ 0 & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{y}}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \bar{\mathbf{x}}_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_e = [w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad w_2 \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad w_3 \quad \theta_{x3} \quad \theta_{y3} \quad w_4 \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4}] \quad (4.29a-c)$$

式(4.20)を式(4.28)に代入すると次式を得る。

$$\mathbf{w}_e = \tilde{\mathbf{N}}_b \tilde{\mathbf{w}}_e = \tilde{\mathbf{N}}_b \mathbf{T}_R \mathbf{w}_e = \mathbf{N}_b \mathbf{w}_e \quad (4.30)$$

ただし、形状関数は以下の通りである。

$$\mathbf{N}_b = \tilde{\mathbf{N}}_b \mathbf{T}_R = [\tilde{\mathbf{N}}_{b1} \mathbf{t}_R \quad \tilde{\mathbf{N}}_{b2} \mathbf{t}_R \quad \tilde{\mathbf{N}}_{b3} \mathbf{t}_R \quad \tilde{\mathbf{N}}_{b4} \mathbf{t}_R] \quad (4.31)$$

面外変形に対するひずみ-変位関係式には線形ひずみを用いる。

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4.32a-c)$$

面外変形に対する応力-ひずみ関係式は、面内変形と同じ式(4.11)を用いる。

以上より、離散化定式化を行う。平衡方程式(4.13)に式(4.11), (4.28), (4.32)を代入すると次式が得られる。

$$\left(\int_{\Omega} \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e d\Omega \right) \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{K}_{eb} \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{0} \quad (4.33)$$

ここで、 \mathbf{K}_{eb} : 面外変形に対する剛性マトリクス(面外剛性マトリクス)である。剛性マトリクスの成分は以下の通りである。

$$\mathbf{K}_{eb} = \frac{E}{1-\nu} \int_{\Omega} z^2 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_b^T}{\partial x \partial y} \right) d\Omega \quad (4.34)$$

なお、式(4.33)の積分計算は面内変形と同様、ガウスの2点積分を行う。式(4.33)に式(4.26)を代入し、数値積分を解くと次式となる。

$$\mathbf{K}_{eb} = \frac{t_e^3}{12} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \tilde{\mathbf{K}}_{eb}(\xi_k, \eta_l) |\mathbf{J}| w_k w_l \quad (4.35)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{K}}_{eb}$: 被積分項である。

3) ねじり変形に対する要素剛性マトリクス

シェル要素の剛性マトリクスは面内変形と面外変形に対する剛性マトリクスの重ね合わせで表現される。ただし、以上で構成された剛性マトリクスは軸回りのねじり変形に対する剛性が存在せず、安定した構造剛性を維持できない。ここに、軸回りのねじり変形に対して以下の仮想剛性を付加する。

$$\begin{bmatrix} M_{z1} \\ M_{z2} \\ M_{z3} \\ M_{z4} \end{bmatrix} = \alpha T t_e S_e \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{z1} \\ \theta_{z2} \\ \theta_{z3} \\ \theta_{z4} \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{et} \begin{bmatrix} \theta_{z1} \\ \theta_{z2} \\ \theta_{z3} \\ \theta_{z4} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

ここで、 \mathbf{K}_{et} :ねじり変形に対する剛性マトリクス、 α :仮想弾性パラメータ(=0.03)、 S_e :要素面積である。

以上、 \mathbf{K}_{ep} 、 \mathbf{K}_{eb} 、 \mathbf{K}_{et} の重ね合わせによりシェル要素の要素剛性マトリクスは導出される。

$$\mathbf{K}_{eS}^L = \mathbf{K}_{ep} + \mathbf{K}_{eb} + \mathbf{K}_{et} \quad (4.37)$$

座標変換

上述したシェル要素の剛性マトリクスは、各要素の局所座標系で定義された要素剛性マトリクスである。このため、全要素の剛性マトリクスを重ね合わせるためには、全要素に共通の全体座標系を定義し、要素剛性マトリクスを全体座標系に変換する必要がある。要素剛性マトリクスの座標変換は次式で与える。

$$\mathbf{K}_{eS}^G = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_{eS}^L \mathbf{T} \quad (4.38)$$

ここで、 \mathbf{K}_{eS}^G :全体座標系要素剛性マトリクス、 \mathbf{T} :座標変換マトリクス、 \mathbf{K}_{eS}^L :局所座標系要素剛性マトリクスである。また、 \mathbf{T} は次式により定義される。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \\ \mathbf{t}_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{t}_x = [l_x \quad m_x \quad n_x] \quad \mathbf{t}_y = [l_y \quad m_y \quad n_y] \quad \mathbf{t}_z = [l_z \quad m_z \quad n_z] \quad (4.39a-d)$$

ここで、 \mathbf{t}_x 、 \mathbf{t}_y 、 \mathbf{t}_z :全体座標軸に対する方向余弦ベクトルである。全体座標系を $O-XYZ$ 、要素の局所座標系を $o-xyz$ とする。要素の各辺の中心を結ぶ2つの線の交点を局所座標系の原点にとり、辺41の中点から辺23の中点に向かう方向を x 軸とする。要素の面内に対して x 軸と垂直方向に y 軸を定め、右手系直交座標要素の各辺中点の座標は次式より求められる。

$$\begin{bmatrix} X_{12} \\ Y_{12} \\ Z_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_1 + X_2)}{2} \\ \frac{(Y_1 + Y_2)}{2} \\ \frac{(Z_1 + Z_2)}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} X_{23} \\ Y_{23} \\ Z_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_2 + X_3)}{2} \\ \frac{(Y_2 + Y_3)}{2} \\ \frac{(Z_2 + Z_3)}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} X_{34} \\ Y_{34} \\ Z_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_3 + X_4)}{2} \\ \frac{(Y_3 + Y_4)}{2} \\ \frac{(Z_3 + Z_4)}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} X_{41} \\ Y_{41} \\ Z_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_4 + X_1)}{2} \\ \frac{(Y_4 + Y_1)}{2} \\ \frac{(Z_4 + Z_1)}{2} \end{bmatrix} \quad (4.40a-d)$$

辺 41 と辺 23 の中点を結ぶ方向に定義される x 軸の方向余弦ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{t}_x = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \quad (4.41)$$

ここで、各マトリクス成分は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [(X_{23} - X_{41}) \quad (Y_{23} - Y_{41}) \quad (Z_{23} - Z_{41})] \\ |\mathbf{A}| &= \sqrt{(X_{23} - X_{41})^2 + (Y_{23} - Y_{41})^2 + (Z_{23} - Z_{41})^2} \end{aligned} \quad (4.42a, b)$$

同様に、 z 軸の方向余弦ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{t}_z = \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B}}{2S} = \frac{[(A_2 \cdot B_3 - B_2 \cdot A_3) \quad (A_3 \cdot B_1 - B_3 \cdot A_1) \quad (A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2)]}{2S} \quad (4.43)$$

ここで、各諸量は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= [(X_{34} - X_{12}) \quad (Y_{34} - Y_{12}) \quad (Z_{34} - Z_{12})] \\ 2S &= \sqrt{(A_2 \cdot B_3 - B_2 \cdot A_3)^2 + (A_3 \cdot B_1 - B_3 \cdot A_1)^2 + (A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2)^2} \end{aligned} \quad (4.44a, b)$$

式(4.41), (4.43)より、 y 軸の方向余弦ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{t}_y = \mathbf{t}_z \times \mathbf{t}_x = [(m_z \cdot n_x - n_z \cdot m_x) \quad (n_z \cdot l_x - l_z \cdot n_x) \quad (l_z \cdot m_x - m_z \cdot l_x)] \quad (4.45)$$

以上より、座標変換マトリクスが導かれる。また、全体座標系における要素の節点座標は、式(4.45)より次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} (X_1 - X_0) & (X_2 - X_0) & (X_3 - X_0) & (X_4 - X_0) \\ (Y_1 - Y_0) & (Y_2 - Y_0) & (Y_3 - Y_0) & (Y_4 - Y_0) \\ (Z_1 - Z_0) & (Z_2 - Z_0) & (Z_3 - Z_0) & (Z_4 - Z_0) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

ただし、原点の座標値(X_0, Y_0, Z_0)は以下の通りである。

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)}{4} \\ \frac{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}{4} \\ \frac{(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)}{4} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

4.1.2 Mindlin 要素

Kirchhoff-Love の仮定では板が厚くなると実際の現象は表せない。そこで、たわみによる回転角をたわみの変化率とは独立に定義する次式の近似を用いる[38], [39]。本項では、低減積分法による定式化を示す[40]。なお、面内変形とねじり変形に対する要素剛性マトリクス及び座標変換の定式化は、Kirchhoff 要素と同様である。

1) 面外変形・面外せん断に対する要素剛性マトリクス

$$u(x, y, z) = z\boldsymbol{\theta}_y(x, y) \quad v(x, y, z) = -z\boldsymbol{\theta}_x(x, y) \quad w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (4.48a-c)$$

ただし、 $\boldsymbol{\theta}_x, \boldsymbol{\theta}_y$ は x, y 軸周りの回転角である。これら 2 元化された、たわみ w_0 と回転角 $\boldsymbol{\theta}_x, \boldsymbol{\theta}_y$ を次式の近似式を用いて節点変位で表す。

$$w_0(x, y) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{w} \quad \boldsymbol{\theta}_x(x, y) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\boldsymbol{\theta}_x \quad \boldsymbol{\theta}_y(x, y) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\boldsymbol{\theta}_y \quad (4.49a-c)$$

ここで、各諸量は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^T &= [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4] & \boldsymbol{\theta}_x^T &= [\theta_{x1} \quad \theta_{x2} \quad \theta_{x3} \quad \theta_{x4}] \\ \boldsymbol{\theta}_y^T &= [\theta_{y1} \quad \theta_{y2} \quad \theta_{y3} \quad \theta_{y4}] & \mathbf{N} &= [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \end{aligned} \quad (4.50a-d)$$

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \quad N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad (4.51a-d)$$

同様に、任意点の座標と節点座標についても次式の関係が得られる。

$$\begin{aligned} x &= \mathbf{N}\mathbf{x}_e & y &= \mathbf{N}\mathbf{y}_e \\ \mathbf{x}_e &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4] & \mathbf{y}_e &= [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4] \end{aligned} \quad (4.52a-d)$$

なお、形状関数 \mathbf{N} は正規化座標系内の関数である。ここで、微分関数の直交座標系から正規化座標系への変換を行う。ここに、次式の関係式を与える。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

ここで、 \mathbf{J} : Jacobi マトリクスである。式(1.6)に式(1.5)を代入すると、形状関数を正規化座標系に表現した式が得られる。さらに、この式を変換して次式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \\ -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ |\mathbf{J}| &= \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x}_e \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y}_e - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y}_e \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x}_e \end{aligned} \quad (4.54a-c)$$

弾性論より、面外変形に対するひずみは次式の線形ひずみを用いる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial \theta_x}{\partial y} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -z \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} - \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} - \theta_x & \gamma_{zx} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_y\end{aligned}\quad (4.55a-e)$$

上式に式(1.7b, c)を代入することで次式を得る。

$$\boldsymbol{\varepsilon}^b = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \mathbf{B}^b \mathbf{d}_e \quad \boldsymbol{\varepsilon}^s = \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & -\mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \mathbf{B}^s \mathbf{d}_e \quad (4.56a, b)$$

面外変形に対する応力-ひずみ関係式 ($\sigma_z = 0$) は次式となる。

$$\boldsymbol{\sigma}^b = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^b \boldsymbol{\varepsilon}^b \quad \boldsymbol{\sigma}^s = \begin{bmatrix} \tau_{yz} & \tau_{zx} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^s \boldsymbol{\varepsilon}^s \quad (4.57a, b)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}^b$, $\boldsymbol{\sigma}^s$: 要素応力ベクトル, \mathbf{D}^b , \mathbf{D}^s : 構成関係マトリクスである。構成関係マトリクスは直交異方性を考慮しない次式とする。

$$\mathbf{D}^b = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}^s = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.58a, b)$$

ここで、 E : ヤング係数, ν : ポアソン比, κ : 面外せん断を板厚方向に一定と仮定したことを補正する係数であり、Rissnerによると $\kappa = 5/6$ 、Mindlinによると $\kappa = \pi^2/12$ である。本論文では $\kappa = 5/6$ を採用する。

以上より、離散化定式化を行う。構造モデルの線形平衡方程式は次式で与えられる。

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^{bT} \boldsymbol{\sigma}^b d\Omega + \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^{sT} \boldsymbol{\sigma}^s d\Omega - \delta \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (4.59)$$

上式に式(1.9)-(1.11)を代入すると、次式が得られる。

$$\left(\int_{\Omega} \mathbf{B}_e^{bT} \mathbf{D}_e^b \mathbf{B}_e^b d\Omega \right) \mathbf{d}_e + \left(\int_{\Omega} \mathbf{B}_e^{sT} \mathbf{D}_e^s \mathbf{B}_e^s d\Omega \right) \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{K}_{eb}^b \mathbf{d}_e + \mathbf{K}_{eb}^s \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{K}_{eb} \mathbf{d}_e - \mathbf{f}_e = \mathbf{0} \quad (4.60)$$

ここで、 \mathbf{K}_{eb} : 面外変形に対する剛性マトリクス(面外剛性マトリクス), \mathbf{K}_{eb}^b , \mathbf{K}_{eb}^s : 面内・面外ひずみに対する剛性マトリクス, \mathbf{f}_e : 節点変位ベクトルに対応する節点力ベクトルである。各剛性マトリクスの成分は以下の通りである。

$$\mathbf{K}_{eb}^b = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{22}^{be} & \mathbf{k}_{23}^{be} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{23}^{beT} & \mathbf{k}_{33}^{be} \end{bmatrix} d\Omega \quad \mathbf{K}_{eb}^s = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{se} & \mathbf{k}_{12}^{se} & \mathbf{k}_{13}^{se} \\ \mathbf{k}_{12}^{seT} & \mathbf{k}_{22}^{se} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{13}^{seT} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{33}^{se} \end{bmatrix} d\Omega \quad (4.61a, b)$$

ここに、

$$\mathbf{k}_{22}^{be} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right\} \quad \mathbf{k}_{23}^{be} = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \nu \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right\}$$

$$\mathbf{k}_{33}^{be} = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right\} \quad (4.62a-c)$$

$$\mathbf{k}_{11}^{se} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right\} \quad \mathbf{k}_{12}^{se} = -\frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \mathbf{N} \right) \quad \mathbf{k}_{13}^{se} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{N} \right)$$

$$\mathbf{k}_{22}^{se} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} (\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N}) \quad \mathbf{k}_{33}^{se} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} (\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N}) \quad (4.63a-e)$$

なお、式(1.14)の被積分関数は ξ, η に関する2次関数であるため数値積分を行う。まず、面内ひずみに関する剛性マトリクスはガウスの2点積分を行う。

$$\mathbf{K}_{eb}^b = \frac{t_e^3}{12} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \bar{\mathbf{K}}_{eb}^b(\xi_k, \eta_l) \mathbf{J} |w_k w_l| \quad (4.64)$$

ここで、 t_e :板厚、 $\bar{\mathbf{K}}_{eb}^b$:被積分項、 ξ_k, η_l :ガウス積分の選点値、 w_k, w_l :ガウス積分の重みである。2点積分の場合、 ξ_k, η_l, w_k, w_l の値は次式を用いる。

$$\xi_1 = \eta_1 = -0.57735026918963 \quad \xi_2 = \eta_2 = 0.57735026918963 \quad w_1 = w_2 = 1 \quad (4.65a-c)$$

次に、面外ひずみに関する剛性マトリクスは、面内変形に対する要素剛性マトリクスと同様にシアロックキング現象を回避するため、低減積分を行う。ただし、単に1点積分で低減すると0エネルギーモードの影響で解が不安定になる場合があるため、ここでは γ_{yz} と γ_{zx} に関する積分を分離して、 γ_{yz} に対して、 y 方向に1点積分、 x 方向に2点積分、 γ_{zx} に対して、 y 方向に2点積分、 x 方向に1点積分とする。ここで、 \mathbf{K}_{eb}^s を x 方向のせん断剛性成分 \mathbf{K}_{eb}^{sxe} と y 方向のせん断剛性成分 \mathbf{K}_{eb}^{sye} に分離する。

$$\mathbf{K}_{eb}^s = \mathbf{K}_{eb}^{sxe} + \mathbf{K}_{eb}^{sye} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{sxe} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{13}^{sxe} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{13}^{sxeT} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{33}^{sxe} \end{bmatrix} d\Omega + \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^{sye} & \mathbf{k}_{12}^{sye} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{12}^{syeT} & \mathbf{k}_{22}^{sye} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} d\Omega \quad (4.66)$$

ここに、

$$\mathbf{k}_{11}^{sxe} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) \quad \mathbf{k}_{13}^{sxe} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{N} \right) \quad \mathbf{k}_{33}^{sxe} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} (\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N})$$

$$\mathbf{k}_{11}^{sye} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right) \quad \mathbf{k}_{12}^{sye} = -\frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \cdot \mathbf{N} \right) \quad \mathbf{k}_{22}^{sye} = \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} (\mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N}) \quad (4.67a-f)$$

そして、次式のように低減積分を行う。

$$\mathbf{K}_{eb}^s = t_e \sum_{k=1}^1 \sum_{l=1}^2 \bar{\mathbf{K}}_{eb}^{sxe}(\xi_k, \eta_l) \mathbf{J} |w_k w_l| + t_e \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^1 \bar{\mathbf{K}}_{eb}^{sye}(\xi_k, \eta_l) \mathbf{J} |w_k w_l| \quad (4.68)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{K}}_{eb}^{sxe}$ 、 $\bar{\mathbf{K}}_{eb}^{sye}$:被積分項であり、1点積分の場合、 $\xi_k = 0, \eta_l = 0, w_k = 2, w_l = 2$ である。

得られた節点変位から、次式で要素内の応力を求める。

$$\boldsymbol{\sigma}^b = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{D}^b \mathbf{B}^b \mathbf{d}^e = \frac{zE}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^s = \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \mathbf{D}^s \mathbf{B}^s \mathbf{d}^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & -\mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} \quad (4.69a, b)$$

また、断面に作用する断面力は次式より求まる。

$$\begin{Bmatrix} M_y \\ M_x \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} z \boldsymbol{\sigma}^b dz = \begin{bmatrix} D_{11}^b & D_{12}^b & 0 \\ D_{12}^b & D_{22}^b & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_{11}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \boldsymbol{\theta}_y - D_{12}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \boldsymbol{\theta}_x \\ D_{12}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \boldsymbol{\theta}_y - D_{22}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \boldsymbol{\theta}_x \\ -D_{33}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \boldsymbol{\theta}_x + D_{33}^b \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \kappa \int_{-t/2}^{t/2} \boldsymbol{\sigma}^s dz = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} D_{11}^s & 0 \\ 0 & D_{22}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} & -\mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_{11}^s \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \mathbf{w} - D_{11}^s \mathbf{N} \boldsymbol{\theta}_x \\ D_{22}^s \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{w} - D_{22}^s \mathbf{N} \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} \quad (4.70a, b)$$

4.1.3 MITC 要素 (Mixed Interpolation of Tensorial Components 要素)

前項で定式化した要素は、弾性論に基づく Mindlin 要素である。ここでは、Mindlin 要素の内、幾何学的非線形解析への適用も想定した MITC 要素[41]の定式化を示す。以下に、MITC 要素の特徴的な点を示す。

- 薄板・厚板の双方のシェルに適用でき、薄板要素においてもロッキング現象が生じない。
また、任意の形状のシェルを取り扱うことが可能である。
- 剛体モード以外の虚偽のゼロ固有値を持たない。
- 要素のゆがみに対して解の精度が損なわれない。
- 要素内の任意の点においてゼロを含む一定ひずみを表現できる。
- 面外せん断ひずみに関しては、あるサンプリング点の面外せん断ひずみの値から内挿するように再定義する。
- ひずみ成分および応力成分には自然座標系での共変成分、反変成分を使用する。

以上の特性を有する MITC 要素の定式化を以下に示す。面外せん断ひずみの補間式は次式で与えられる。

$$r_{13} = \frac{1}{2}(1+s_2)r_{13}^A + \frac{1}{2}(1+s_2)r_{13}^C$$

$$r_{23} = \frac{1}{2}(1+s_1)r_{23}^D + \frac{1}{2}(1+s_1)r_{23}^B \tag{4.71a, b}$$

ここで、 s_1, s_2 : ガウス積分点位置、 A, B, C, D : サンプリング位置、 $\gamma^A, \gamma^B, \gamma^C, \gamma^D$: 節点位置のせん断ひずみである。

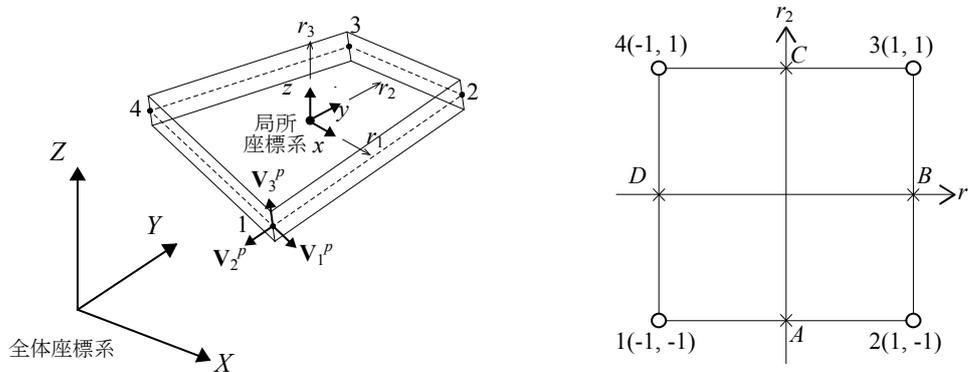


図 4.2 MITC 要素の座標系と面外せん断ひずみのサンプリング点

任意点座標 \mathbf{X} と節点の共変基底ベクトル \mathbf{G}_h は次式で与えられる。

$$\mathbf{X} = N_p \mathbf{X}^p + \frac{t}{2} r^3 N_p \mathbf{V}_3^p \quad (4.72)$$

$$\mathbf{G}_p = \frac{\partial \mathbf{X}^p}{\partial r^h} = \frac{\partial N_p}{\partial r^h} \mathbf{X}^p + \frac{t}{2} r^3 \frac{\partial N_p}{\partial r^h} \mathbf{V}_3^p \quad (4.73)$$

ここで、 N_p : 形状関数、 \mathbf{X}^p : 各節点座標、 \mathbf{V}_3^p : 節点ディレクタベクトル、 t : シェル厚である。Green-Lagrange ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \cdot \mathbf{G}^i \otimes \mathbf{G}^j = \frac{1}{2} (\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_j - \mathbf{G}_i \cdot \mathbf{G}_j) \cdot \mathbf{G}^i \otimes \mathbf{G}^j \quad (4.74)$$

ここで、 $\mathbf{G}^i, \mathbf{G}^j$: 変形前の反変基底ベクトル、 $\mathbf{G}_i, \mathbf{G}_j$: 変形前の共変基底ベクトル、 $\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j$: 変形後の共変基底ベクトルである。なお、 \otimes はテンソル積を示す記号である。各節点の仮想ひずみ $\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{gh}$ は並進変位 \mathbf{u} および回転変位 $\boldsymbol{\theta}$ より次式で示される。

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{gh} = \mathbf{g}_g \cdot \delta \mathbf{g}_h = \mathbf{g}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{g}_h}{\partial u_i^p} \delta u_i^p + \mathbf{g}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{g}_h}{\partial \theta_i^p} \delta \theta_i^p \quad (4.75)$$

上式よりひずみ—変位関係行列は次式で示される。

$$[B_{gh}^U]_i^p = \mathbf{g}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{g}_h}{\partial u_i^p} = \mathbf{g}_{gi} \frac{\partial N_p}{\partial r^h} \quad (4.76)$$

$$[B_{gh}^R]_i^p = \mathbf{g}_g \cdot \frac{\partial \mathbf{g}_h}{\partial \theta_i^p} = \mathbf{g}_{gk} \frac{t}{2} r^3 \frac{\partial N_p}{\partial r^h} \boldsymbol{\varepsilon}_{ijk} \mathbf{V}_{3j}^p \quad (4.77)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}_{ijk}$: レヴィ・チヴィタの記号である。また、線形弾性体の構成則は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{1111} = \tilde{C}_{1122} = \tilde{C}_{2222} &= \frac{1}{1-\nu^2} E \\ \tilde{C}_{1313} = \tilde{C}_{2323} &= \frac{\kappa}{2(1+\nu)} E \end{aligned} \quad (4.78a, b)$$

ここで、 κ : せん断修正係数 (= 5/6)、 E : ヤング係数、 ν : ポアソン比、 $\tilde{C}_{1111}, \tilde{C}_{1122}, \tilde{C}_{2222}, \tilde{C}_{1313}, \tilde{C}_{2323}$: 局所座標系における構成則関係テンソルの成分である。全体座標系における構成則関係テンソルは局所座標系における成分を用いて次式のように変換される。

$$C_{ijkl} = \tilde{C}_{mnop} (\mathbf{G}^i \cdot \tilde{\mathbf{e}}_m) (\mathbf{G}^j \cdot \tilde{\mathbf{e}}_n) (\mathbf{G}^k \cdot \tilde{\mathbf{e}}_o) (\mathbf{G}^l \cdot \tilde{\mathbf{e}}_p) \quad (4.79)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{e}}_m, \tilde{\mathbf{e}}_n, \tilde{\mathbf{e}}_o, \tilde{\mathbf{e}}_p$: 局所座標の単位基底ベクトルである。以上より得られた剛性方程式の積分項に対しては Kirchhoff 要素と同様の数値積分を用いる。なお、本論文では幾何学的非線形解析は考慮しないため、節点ディレクタベクトルの更新方法は文献[42]を参照されたい。

4.2 シェル形状・板厚の表現

有限要素法を用いた構造最適化は曲面を細かく離散化する。つまり、節点座標を設計変数として扱うと膨大な数になる。特に、最適化手法に発見的手法を用いる場合、設計変数に乱数を用いることから滑らかな曲面形状に収束しにくい。このため、一般に曲面構造の構造最適化ではパラメトリック曲面を用いて形状表現を行う。パラメトリック曲面は複数の制御点と基底関数を用いて曲面を定義する。この制御点を設計変数として扱うことで滑らかな形状が表現でき、かつ設計変数の大幅な削減が可能となる。本研究ではパラメトリック曲面のうち、Bernstein 基底関数で定義される Bézier 曲面を採用し、板厚・形状表現に用いる[43]。本節では、Bézier 曲面の定式化および特性について説明する。図 4.3 に制御点と有限要素節点座標の関係を示す。

4.2.1 Bézier 曲面によるシェル形状の表現

曲面状の任意節点座標は位置情報パラメータ $u, v \in [0, 0.1, 1.0]$ を用いて次式で表される。

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \begin{bmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

n 次の Bernstein 基底関数は次式で与えられる。

$$B_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \quad (4.81)$$

また、曲面形状を決定する制御点ネットを $(m+1) \times (n+1)$ 配置し、各点の制御点ベクトルを次式で定める。

$$\mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} x P_{ij} \\ y P_{ij} \\ z P_{ij} \end{bmatrix} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (4.82a, b)$$

以上より、Bézier 曲面で表現される曲面上の任意節点ベクトル $\mathbf{r}(u, v)$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_i^m(u) B_j^n(v) \mathbf{P}_{ij} \quad (4.83)$$

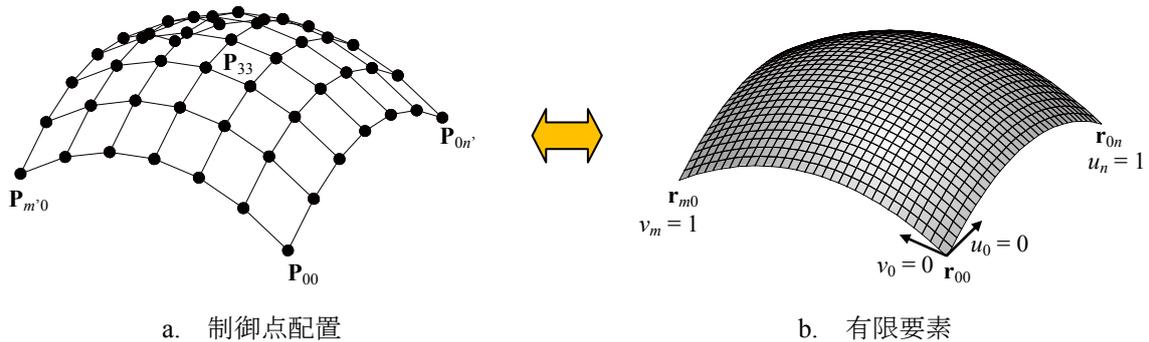


図 4.3 Bézier 曲面の制御点と有限要素の関係

有限要素法によって曲面形状の解析を行うには、Bézier 曲面と曲面状の離散化された節点座標とを対応させる必要がある。有限要素の各節点は曲面を u, v 方向に $(m+1) \times (n+1)$ 分割する。したがって、制御点ネット領域内の節点を次式で表現し、離散データ u_k, v_l を用いて有限要素と対応させた Bézier 曲面で表現される曲面の節点座標を求める。

$$\mathbf{r}_{kl} = \mathbf{r}(u_k, v_l) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_i^{m'}(u_k) B_j^{n'}(v_l) \mathbf{P}_{ij} \quad (k=0, 1, 2, \dots, m, \quad l=0, 1, 2, \dots, n) \quad (4.84a, b)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u_k, v_l) = \begin{bmatrix} x(u_k, v_l) \\ y(u_k, v_l) \\ z(u_k, v_l) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

以上より、離散化された曲面状の節点座標を Bézier 曲面で算出する。

Bézier 曲面の性質

Bézier 曲面は以下の性質を持つ。

1) 端点一致

$t=0$ において $B_0^n(t)$ のみが値 1 で他は 0 を持ち、 $t=1$ では $B_n^n(t)$ のみが値 1 で他は 0 である。したがって、Bézier 曲面の端部は $\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{0n}, \mathbf{P}_{m0}, \mathbf{P}_{mn}$ に一致する。

2) 大域的定義

各 i に対して、 $B_i^n(t)$ は唯一の極大値を持ち、そこから離れるに従ってなだらかに 0 に近づく。また、 $B_i^n(t)$ の極大値をとる t の値は i が大きくなるに従って大きくなる。したがって、 $\mathbf{x}(u, v)$ は u が 0 から 1 へ動くと、係数の値が最大となる制御点が $\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{10}, \dots, \mathbf{P}_{m0}$ 順に変化する。つまり、 \mathbf{P}_{i0} の位置を動かすと、曲面上の両端点以外の全ての点が影響を受ける。なお、 v に対しても同様である。

3) 凸包性

Bézier 曲面は $\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{10}, \dots, \mathbf{P}_{m0}, \dots, \mathbf{P}_{0n}, \dots, \mathbf{P}_{mn}$ の凸結合である。したがって、表現される曲面は $\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{10}, \dots, \mathbf{P}_{m0}, \dots, \mathbf{P}_{0n}, \dots, \mathbf{P}_{mn}$ の凸に含まれる。

4) 次数と制御点数

Bézier 曲面の次数は、制御点の設定数より 1 つ少ないものとなる。なお、 u に関して m' 次、 v に関して n' 次するとき、形成される曲面は $m' \times n'$ 次曲面、特に $m' = n'$ のときは双 m' 次曲面という。

5) 直線再現性

制御点が平面状に配置されたとき、得られる曲面は平面となる。

6) 変動減少性

曲面は制御点配置に沿った滑らかな形状となるが、その変動は制御点の変動より小さくなる。

4.2.2 Bézier 曲面によるシェル板厚の表現

自由曲面シェルは連続体構造であり、滑らかな板厚分布とすることが望まれる。ここに、パラメトリック曲面の性質を利用して板厚分布を決定する。以下に Bézier 曲面を対象とした定式化を示す。

各要素の板厚は位置情報パラメータ $u, v \in [0.0, 1.0]$ を用いて次式で表される。

$$t = t(u', v') \tag{4.86}$$

板厚を決定する制御点ネットを $(m'+1) \times (n'+1)$ 配置し、各点の制御点ベクトルを次式で定める。

$$\mathbf{P}_{ij}^t = \begin{bmatrix} x P_{ij}^t \\ y P_{ij}^t \\ z P_{ij}^t \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_x^t = \begin{bmatrix} x P_{00}^t \\ x P_{01}^t \\ x P_{m'n'}^t \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_y^t = \begin{bmatrix} y P_{00}^t \\ y P_{01}^t \\ y P_{m'n'}^t \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_z^t = \begin{bmatrix} z P_{00}^t \\ z P_{01}^t \\ z P_{m'n'}^t \end{bmatrix} \tag{4.87a-d}$$

ここで、 $\mathbf{P}_x^t, \mathbf{P}_y^t, \mathbf{P}_z^t$: 制御点の x, y, z 軸座標ベクトルである。これより、 u', v' 方向に $(m'+1) \times (n'+1)$ 分割された曲面の任意位置 u_k', v_l' の板厚 $t(u_k', v_l')$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{t}_{kl} = \mathbf{t}(u_k', v_l') = \sum_{i=0}^{m'} \sum_{j=0}^{n'} B_i^{m'}(u_k') B_j^{n'}(v_l') \mathbf{P}_z^t \tag{4.88}$$

なお、上式で得られる値は各節点毎に求まる。Bézier 曲面により板厚の表現を行う場合、要素毎に求める必要があるため要素を構成する節点座標値の平均値を板厚として採用する。

4.2.3 Bézier 曲面の制御点高さ指定による凹凸表現

Bézier 曲面を用いて凹凸形状を表現する最も簡易的な方法は、制御点に高さ指定条件を与えることである[44]。前述したように、Bézier 曲面は大域的定義の基で曲面記述を行う。つまり、任意の制御点に対して、設計変数とする制御点の側面制約条件の外部に直接高さ固定値を与えることで、局所的に凸になることなく滑らかな凹凸の向きの制御が可能となる。

ここでは、以下に示す等式制約条件を与えることで凹凸制約を付加する。

$$\text{Subject to} \quad z P_{ij} = h \tag{4.89}$$

ここで、 $z P_{ij}$: 制御点 \mathbf{P}_{ij} の z 軸座標値, h : 高さ制約値である。なお、本手法は曲面上の座標点を直接的に高さ指定できる Bézier 補間[43]による形状指定条件とは異なり、凹凸の向きのみを制御している点に注意が必要である。

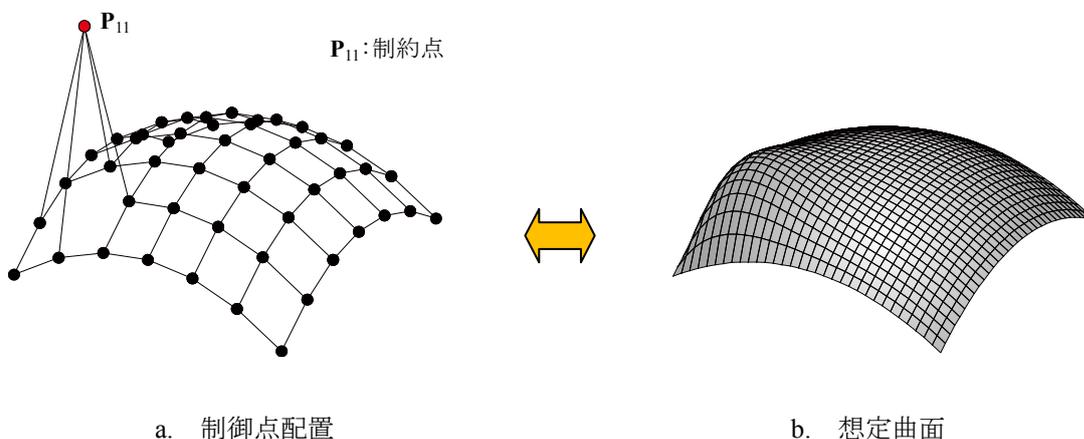


図 4.4 高さ制約条件

4.2.4 シェル形状の連続性確保の条件

自由曲面シェルの形状最適化では、解析モデルの対称性を考慮してモデルの一部のみ(以下、解析対象モデルと表現する)を形状表現・構造解析領域として扱うことがある。このとき、Bézier 曲面により形状表現を行うと、端点一致の性質より境界部で尖った形状が表現される可能性があり、解析対象モデルの境界部において、モデル全体としての形状の連続性を確保することが必要になる。

このような形状の連続性確保の方法には、1)制御点を曲面全体に配置して Bézier 曲面による形状表現をモデル全体で行い、解析対象モデルを抽出する方法(図 4.5a)、2)あらかじめ解析対象モデルを抽出して、境界部に何らかの連続条件を設定する方法(図 4.5b)が考えられる。1)の方法は、最も単純に形状の連続性が確保されるものの、制御点を従属的に扱うため Bézier 曲面の凸包性の性質により、曲面表現の自由度が制限されてしまう可能性がある。一方で、2)の方法は、配置した制御点は全て独立的に扱うことができ、表現自由度が高いものの、既述のように端部制御点が全体モデルの境界部以外に配置されることになるため、全体モデルの連続性を確保する条件を設定する必要がある。なお、図 4.5 のハッチング部は構造解析を実施する領域を示す。

本研究では、複数の解形状を一度の試行で獲得することを主眼に置いており、曲面の表現自由度は高い方が効率的な解探索が可能である。よって、制御点を従属的ではなく、独立的に扱うことのできる 2)の方法を採用する。なお、解析対象モデルの境界部に設定する連続条件は、シェル要素の勾配を利用した手法を採用する。

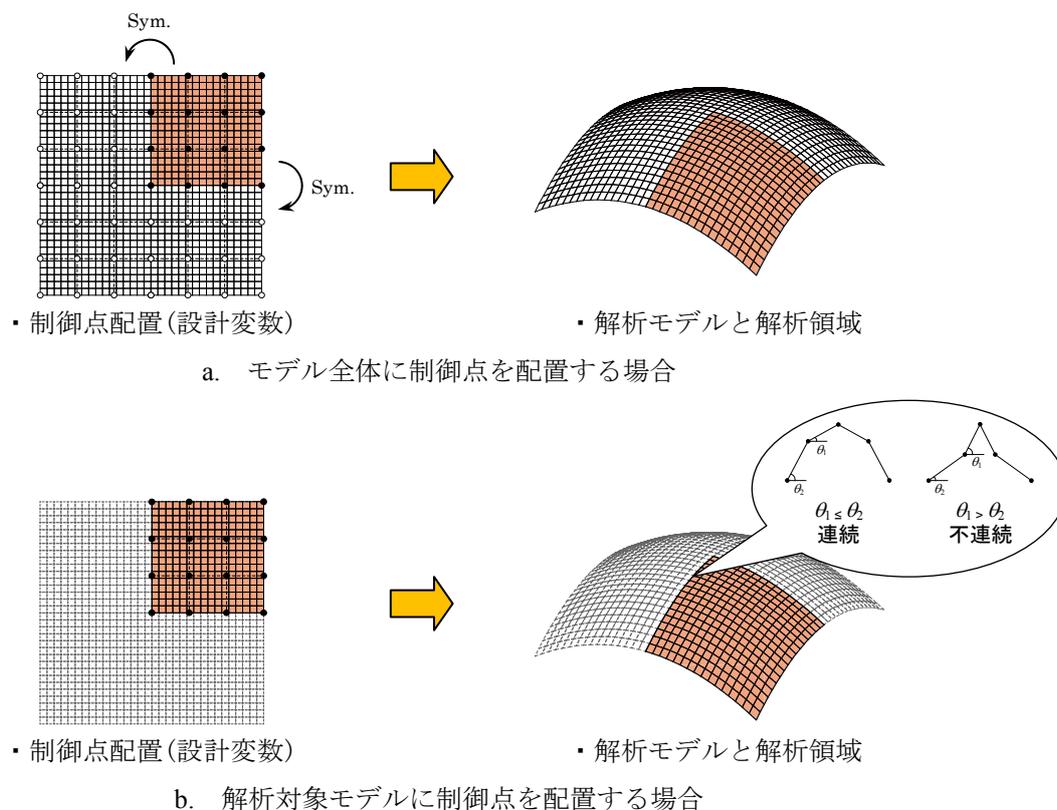


図 4.5 シェル形状の連続性確保

4.3 開口部の表現

本論文では、シェルの形状・板厚に加えて、開口形状を設計変数とした形態創生問題を扱う。文献[5]では三角形シェル要素に対し、板厚の厚み分布に応じて要素を削除・付加する手法が提案されている。しかし、開口の位置は設計者の感性や建築計画に基づき決定されることが多く、最適化問題では開口形状・大きさなどの設計者が考える条件だけを設計変数として扱えることが望ましいと考える。ここで提案する手法は、四辺形シェル要素を対象とした、任意の条件を基に開口を形成する開口形状決定手法である。本手法は図 4.6 に示すように、Bézier 曲面により表現された母曲面から、閉領域の境界線により定義された開口形状を切り取ったトリム曲面[45]を用いた形態表現であり、開口形状を定義する閉曲線を制御することで設計者の意図を反映できる点に特徴がある。なお、シェル形状、板厚を表現する Bézier 曲面の制御点および開口を表現する閉曲線は互いに相関が無く、それぞれ独立して定義される。結果として、開口部を生成してもシェル形状と板厚は連続した曲面・分布が保持される。

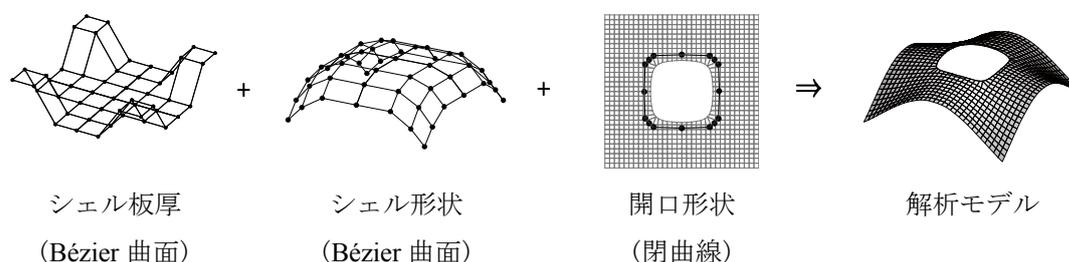


図 4.6 トリム曲面によるシェルの形態表現

4.3.1 開口生成アルゴリズム

以下に、四辺形シェルを対象とした開口生成アルゴリズムを示す。

Step 1: 全ての節点 ($i = 1, 2, \dots$, 節点数) に対し、開口を定義する閉曲線(開口境界線)に基づいて開口上・開口内部・開口外部の判定を行う。以下では、開口境界上に存在する節点を開口上節点、開口内部に存在する節点を内部節点、開口外部に存在する節点を外部節点と表現する。なお、本研究では開口上節点であることの判定は、プログラミング上の有効桁数として小数点以下 7 桁の精度とした。

Step 2: 全ての要素 ($j = 1, 2, \dots$, 要素数)のうち、内部節点と外部節点を同時に含む要素を抽出する ($k = 1, 2, \dots$, 削除対象要素数 j_n)。

Step 3: $k = 1$ とする。

Step 4: 要素 k を構成する節点のうち、開口境界線から最短距離となる節点を修正対象節点 i とし、節点 i の x, y 座標値から最短距離となる開口境界線上に節点を移動する(図 4.7)。ただし、内部節点と外部節点が共に 1 つずつの場合は、外部節点を修正対象節点 i とする(図 4.7a)。なお、開口上節点は本操作の対象から除く。

Step 5: 節点修正後も、要素 k の構成節点に内部節点と外部節点を同時に含む場合、Step 4 を繰り返す。

Step 6: 1つの要素に開口上節点が3つ存在している場合、開口上節点 i_1, i_2, i_3 に対し、節点 i_2 を節点 i_1, i_3 の中間点に補間する(図 4.7c)。ここで、節点 i_1, i_3 は節点 i_2 に接続する要素構成節点である。

Step 7: $k = j_n$ のとき操作を終了し、内部節点を含む要素を削除した新たな解析モデルを構築する。そうでなければ、 $k = k + 1$ として Step 4 に戻る。

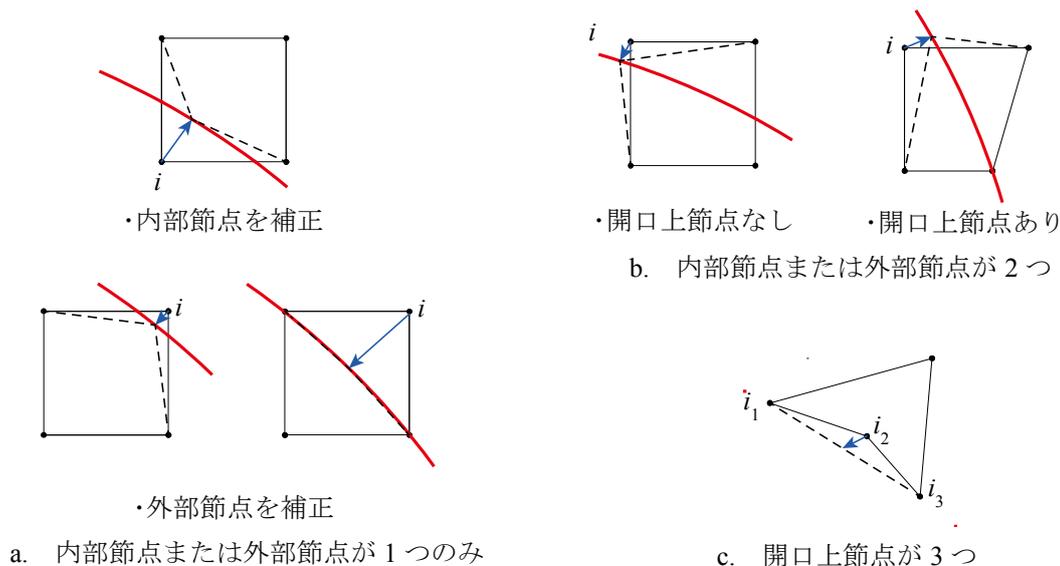


図 4.7 節点修正パターン(—: 開口ライン)

4.3.2 解析安定性のための条件設定

前項で提案するアルゴリズムは四辺形シェル要素を対象としているため、シェル要素の要素つぶれ等により構造解析が不安定となる場合がある。以下に、解析が不安定となる条件とその対処法について示す。

1) 修正要素の要素ねじれ

修正された要素の構成節点が交差する場合、要素のねじれが発生して解析が発散する可能性がある。ここに、線分の交差判定を実施し、要素ねじれを有する解候補形態は許容解から除外する操作を導入する。

線分の交差判定

図 4.8a に示すように、ある要素の構成節点をそれぞれ A, B, C, D とすると、2 線分が交差する条件は、「点 A, B を通る直線が線分 CD と交差し、かつ、点 C, D を通る直線が線分 AB と交差している」と定義される。よって、「直線を境界線として、線分を構成する 2 つの点が直線に対して両側に存在するとき、直線と線分は交差する」として交差判定を行う。

要素の構成節点をそれぞれ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ とすると、点 A, B を通る直線 AB の方程式は次式で示される。

$$(x_1 - x_2) \times (y - y_1) + (y_1 - y_2) \times (x_1 - x) = 0 \quad (4.90)$$

以上の方程式に点 C, D の座標を代入し、それぞれの積が負となる (2 式の符号が異なる) 場合に 2 つの直線が交差する。

本判定をシェル要素に適用する場合は、図 4.8b のように要素構成節点の交差として要素辺 AB と要素辺 CD の交差、要素辺 BC と要素辺 DA の交差の 2 パターンが考えられるため、上記判定の符号を入れ替えた (A→B, B→C, C→D, D→A) ケースについても検証する必要がある。

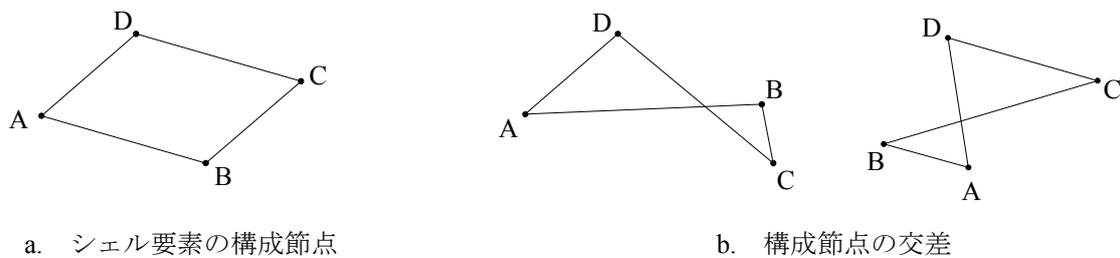


図 4.8 要素の構成節点と要素ねじれ

2) 修正要素の要素つぶれ

面内変形の要素として採用されるアイソパラメトリック要素は、構造解析上、正規化座標系への変換を行う必要がある。ただし、修正された要素に 180° 以上の内角を含む場合、正しく正規化座標系への変換ができず解析が発散する可能性がある (要素つぶれ)。ここに、外積による要素つぶれの判定を実施し、要素つぶれが生じた要素を有する解候補形態は許容解から除外する操作を導入する。

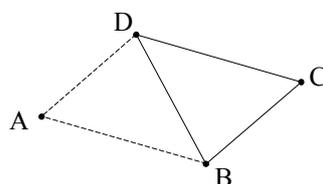
点と三角形の内外判定

要素つぶれは、「 180° 以上の内角を含む = 要素構成節点のある一点が他の構成節点で構成される三角形の内部に存在する」と考えられる。よって、点と三角形の内外判定により要素つぶれの判断を行う。同一平面上にある三角形と一点について、点が三角形の内部にあるか、外部にあるかの判断は外積により判定することができる。

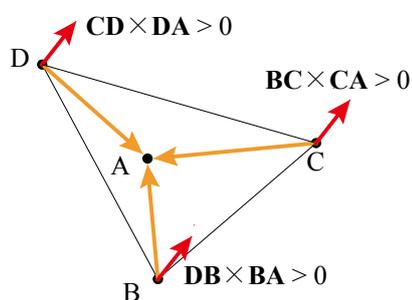
図 4.9a に示すように、ある要素の構成節点のうち、着目節点 A と他の構成節点 B, C, D で構成される三角形に分類する。要素の各点から着目節点へのベクトル \mathbf{BA} , \mathbf{CA} , \mathbf{DA} と、三角形を構成するベクトル \mathbf{DB} , \mathbf{BC} , \mathbf{CD} の外積をそれぞれ計算する。それぞれの外積ついて、以下の条件を満たすとき図 4.9b のように点 A は三角形 BCD の内部に存在しており、要素つぶれが生じている。そうでない場合は、図 4.9c のように点 A は三角形 BCD の外部に存在しており、要素つぶれは生じていない。

$$\begin{cases} \mathbf{DB} \times \mathbf{BA} > 0 \\ \mathbf{BC} \times \mathbf{CA} > 0 \\ \mathbf{CD} \times \mathbf{DA} > 0 \end{cases} \quad (4.91)$$

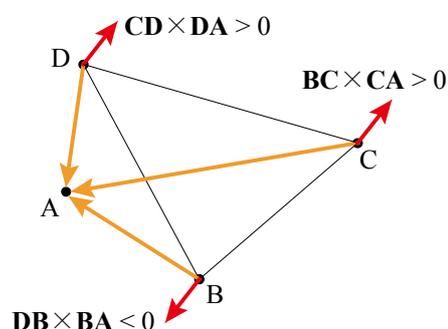
本判定をシェル要素に適用する場合は、上記判定を構成節点全4点について検証する必要がある。



a. シェル要素の構成節点



b. 要素つぶれが生じる場合



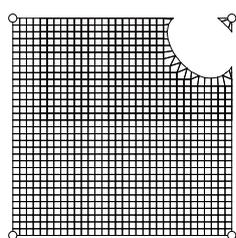
c. 要素つぶれが生じない場合

図 4.9 外積による内外判定

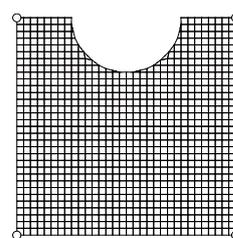
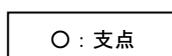
3) モデル外周部要素の消失

図 4.10a のように、開口部を設計変数として扱うと開口がモデル境界上に配置される場合があり、モデル外周部要素が消失することによる構造不安定現象が生じる可能性がある。一方で、図 4.10b のようなモデル境界上に生成された開口は、モデル外周部の要素が消失しているにもかかわらず、構造不安定にならない、解候補として選択可能な形態である。

以上より、指定した支点間二辺以上の要素が消失した場合に構造不安定の可能性があるとして判断し、許容解から除外する操作を導入する。



a. 解析不安定となる例



b. 解析不安定とならない例

図 4.10 開口による外周部要素の消失

4.3.3 開口境界を決定する閉曲線の設定

本節で提案する開口部表現方法は、開口境界を定義する閉曲線を自由に設定することで、設計者の意図する開口形状を表現することが可能である。本論文では、開口境界を決定する閉曲線の例として、1)幾何学的関数による閉曲線と2) Bézier 曲線による任意形状の閉曲線を設定する。それぞれの閉曲線を採用した場合の取り扱いについて以下に示す。

1) 幾何学的関数による閉曲線

幾何学的関数の一例として、次式で示される円・楕円の公式を採用する。

$$\frac{(x-a)^2}{r_1^2} + \frac{(y-b)^2}{r_2^2} = 1 \quad (4.92)$$

ここで、 a, b はそれぞれ原点の x, y 座標値、 r_1, r_2 は長径・短径の 1/2 長さであり、 $r_1 = r_2$ のとき円、 $r_1 \neq r_2$ のとき楕円が表現される。

各節点の開口内部・外部・境界上の判定は、節点番号 i の節点に対して、次の条件により分類可能である。

$$\begin{aligned} \text{開口内部} & : \frac{(x(i)-a)^2}{r_1^2} + \frac{(y(i)-b)^2}{r_2^2} \leq 1 \\ \text{開口外部} & : \frac{(x(i)-a)^2}{r_1^2} + \frac{(y(i)-b)^2}{r_2^2} \geq 1 \\ \text{開口境界上} & : \frac{(x(i)-a)^2}{r_1^2} + \frac{(y(i)-b)^2}{r_2^2} = 1 \end{aligned} \quad (4.93a-c)$$

以上の判定に基づいて、開口生成アルゴリズムにより開口を表現する。なお、本手法に基づく開口境界の定義は、他の幾何学的関数を採用する場合にも適用可能であり、パラメータの設定により様々な開口形状の表現が可能である。

2) Bézier 曲線による任意形状の閉曲線

Bézier 曲線[43]は Bézier 曲面と同様に制御点と基底関数により定義され、制御点を設計変数として扱うことで滑らかな任意形状の開口が表現可能である。平面上に m 個配置された任意の位置ベクトルを $\mathbf{r}_k = [r_x(u_k), r_y(u_k)]^T$ ($u_k: [0.0, 1.0], k = 1, 2, 3, \dots, m$) とすると、この位置ベクトルは平面形状を決定する $m+1$ 個配置された制御点 $\mathbf{P}_i = [x_i, y_i]^T$ より次式で表現される。

$$\begin{aligned} \mathbf{r} = \mathbf{r}(u) &= \sum_{i=0}^{m'} B_i^{m'}(u) \mathbf{P}_i \bigg/ \sum_{i=0}^{m'} B_i^{m'}(u) \\ B_i^{m'}(u) &= \frac{m!}{i!(m-i)!} u^i (1-u)^{m-i} \end{aligned} \quad (4.94a, b)$$

ここで、 $B_i^{m'}(u)$: m' 次のバーンスタイン基底関数である。以上より、Bézier 曲線の制御点を設計変数として開口境界を定義し、離散化された閉曲線に対して各節点の開口内部・外部・境界上の判定を行う。

設計変数の扱い

制御点の x, y 座標値 x_i, y_i を独立して設計変数とすると、平面上で制御点同士が交錯する可能性がある。ここでは、制御点の交錯を防ぐため制御点の座標値は極座標 (r, θ) として与え、動径 r と次式で示す偏角 θ の比 α を設計変数として扱う。従って、制御点は $\mathbf{P}_i = [r_i, \theta_i]^T$ で表現される。

$$\theta_i = 360^\circ \cdot \alpha_i / \sum_{i=0}^{m'} \alpha_i \quad (4.95)$$

また、Bézier 曲線により閉曲線を表現する場合、制御点の始点と終点は一致させる必要がある。しかし、単純に一致させるだけでは閉曲線の始点と終点で表現される曲線の傾きが不連続となり滑らかに接続しない。ここに、端部制御点と表現された曲線の端部は一致する Bézier 曲線の性質を利用し、隣り合う制御点同士の二分点に端部制御点を配置する操作を導入することにより、滑らかな閉曲線が表現される(図 4.11)。従って、端部の制御点は一意に決定し、設計変数から除外される。

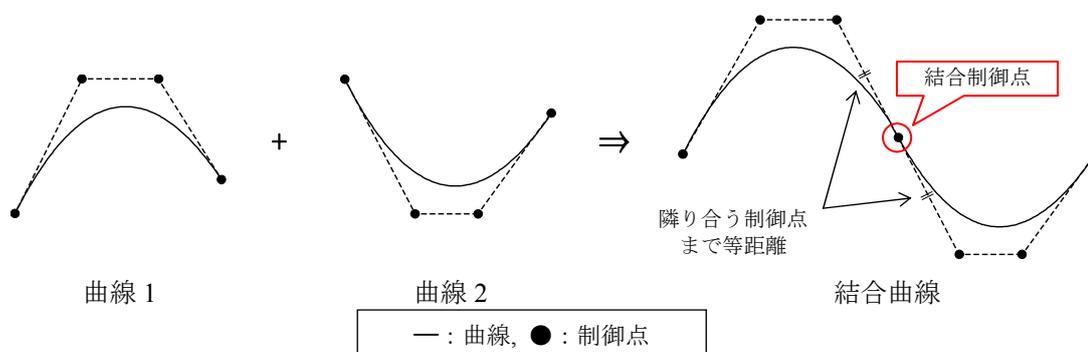


図 4.11 Bézier 曲線の結合

軸対称モデルへの適用

解析モデルの対称性を考慮してモデルの一部を扱う場合、前節で示したシェル形状の連続条件と同様の設定が必要となる。よって、4.2.4 項の方法を平面上での操作に置換して適用する。

4.3.4 Bézier 曲線の表現自由度の検証

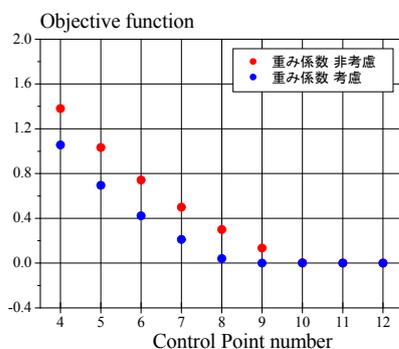
Bézier 曲線による開口表現の自由度は、Bézier 曲線の制御点の数に依存する。ここでは、Bézier 曲線の制御点数の設定による形状表現自由度の検証として、あらかじめ設定した指定曲線に対して十分にその曲線を表現できるか確認する。検証方法として、Bézier 曲線と指定曲線による閉曲線の面積と周長の差を目的関数、Bézier 曲線の制御点位置を設計変数とした最適化問題を定式化し、その最適化問題を解くことで、Bézier 曲線でどの程度指定曲線が表現可能であるかを検証する。ここでは、指定曲線は半径 $r = 5.0m$ (面積 $S_0 = 78.5m^2$, 周長 $l_0 = 34.1m$) の円とする。なお、制御点数は 4~12 とし、検証は制御点の重み係数を考慮した有理 Bézier 曲線[43]を用いて表現した場合についても比較のため実施する。最適化問題の定式化は次式で示される。

$$\text{Find} \quad \mathbf{X} \quad (4.96)$$

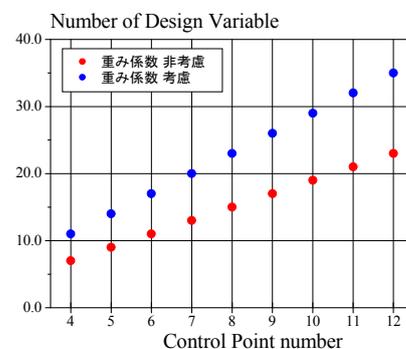
$$\text{to minimize} \quad f(\mathbf{X}) = |S_0 - S| / S_0 + |l_0 - l| / l_0 \quad (4.97)$$

ここで、 \mathbf{X} : 制御点位置ベクトル, S_0 : 指定曲線による閉曲線の面積, S : Bézier 曲線による閉曲線の面積, l_0 : 指定曲線による閉曲線の周長, l : Bézier 曲線による閉曲線の周長である。

得られた結果を図 4.12 に示す。図 4.12a は制御点数と目的関数値の関係、図 4.12b は制御点数と設計変数の数の関係である。閉曲線の一致条件は面積と周長がそれぞれ同値となることであり、本目的関数は値が 0.0 に近いほど表現された曲線が指定曲線と近似していることを示している。図 4.12a より、重み係数を考慮した場合(以下、有理 Bézier 曲線)は制御点数 9 以上、重み係数を考慮しない場合(以下、Bézier 曲線)は制御点数 10 以上で概ね $f = 0.0$ に収束している。つまり、有理 Bézier 曲線はより自由度の高い表現ができていることが確認できる。一方で、設定すべき設計変数の数は制御点数の増加に伴い、線形的に増加する。特に、有理 Bézier 曲線は重み係数も設計変数となるため制御点数が多いほど、Bézier 曲線との設計変数の数に差が生じる。以上より、重み係数の有無で表現力に大きな差異が無く、制御点数の増加は設計変数の増加に繋がり、設計変数の数が多い最適化問題に適用する場合は解の収束性に影響する可能性があることより、Bézier 曲線の制御点数を 10 個以上設定することで指定曲線を十分に近似表現できるものと判断する。ただし、本検証では指定曲線を単純な円として設定しており、より複雑な曲線を想定する場合は制御点数 10 では不足する可能性もあることに注意が必要である。



a. 制御点数と目的関数値の関係



b. 制御点数と設計変数の数の関係

図 4.12 指定曲線と Bézier 曲線の表現自由度検証結果

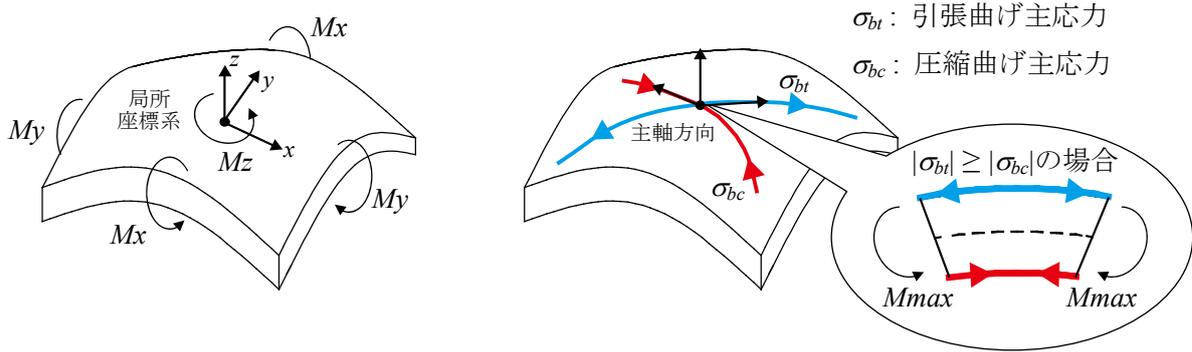
4.4 曲げモーメントの表現と応力制約条件

4.4.1 曲げモーメントの表現方法

連続体シェルにおける曲げモーメントは、図 4.13a に示すように局所座標系の x 成分 (M_x)、 y 成分 (M_y)、 z 成分 (M_z) として算出される。本論文では、要素に生じる最大曲げモーメントは、要素の上面に生じる曲げ主応力の絶対値が大きい値により表現する。また、凹凸の向きは要素の上面に生じる最大・最小曲げ主応力の絶対値が大きい方の向きとして扱うこととする。図 4.13b に算定の概略図を示す。

$$M_{max} = \max(|\sigma_{bt}|, |\sigma_{bc}|) \cdot Z' \quad (4.98)$$

ここで、 σ_{bt} 、 σ_{bc} はそれぞれ引張曲げ主応力・圧縮曲げ主応力、 Z' : 単位幅当たりの断面係数である。



a. 局所座標系における曲げ応力

b. 最大曲げモーメントの算定例

図 4.13 最大曲げモーメントの表現

4.4.2 許容応力度制約条件の設定

本論文における形状最適化では、空間構造において支配的となる長期荷重を想定する。長期荷重時には特に圧縮応力が卓越するため、圧縮応力度に対して許容応力度以内とする制約条件を設定する[46]。コンクリート断面に対する許容圧縮応力度 σ_c は次式で算定される。

$$\sigma_c = F_c / 3 \quad (4.99)$$

ここで、 F_c : コンクリートの基準強度である。また、許容応力度と比較する存在応力度 σ_j は、次式で示す面内方向と面外方向の主応力の合成値とする。

$$\sigma_j = \sigma_c + \sigma_{bc} \quad (4.100)$$

ここで、 σ_c : 面内方向の主応力、 σ_{bc} : 前項で示した曲げモーメントによる圧縮応力の主軸成分である。これらの主軸方向は厳密には異なるが、安全側の検討として単純和として扱う。なお、引張側の応力に対しては鉄筋により負担させることを前提とし、鉄筋を考慮していない本最適化問題では制約条件として設定しないこととする。したがって、得られた解形態に対して以降の詳細な構造設計により配筋を決定する必要がある。

4.5 シェル要素分割数と Bézier 曲面制御点数の比較

4.5.1 目的と解析条件

有限要素法におけるシェル要素の要素分割は解析精度に大きく影響する。一般に、曲率が大きい部分の要素は細分化する必要があるが、過剰な要素分割は無駄な解析時間を費やすことになる[47]。また、曲面の形状表現に用いる Bézier 曲面は、設定する制御点の数が直接階数を決定させ、表現自由度に強く依存する性質を持つ。つまり、自由曲面シェルの構造最適化では、曲面の要素分割数とパラメトリック曲面の制御点数の設定が解探索に大きな影響を与える。本節では、矩形平板を基準形状とした自由曲面シェル構造の総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化問題を基に、曲面の要素分割数と Bézier 曲面の制御点数が得られる解形態に与える影響を考察する[48]。なお、解探索法には群知能解法粒子群最適化 (PSO) を採用し、有限要素には Kirchhoff 要素を用いる。図 4.14 に解析モデルの基準形状、図 4.15 に解析 1/4 領域における要素分割・制御点配置パターンを示す。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。

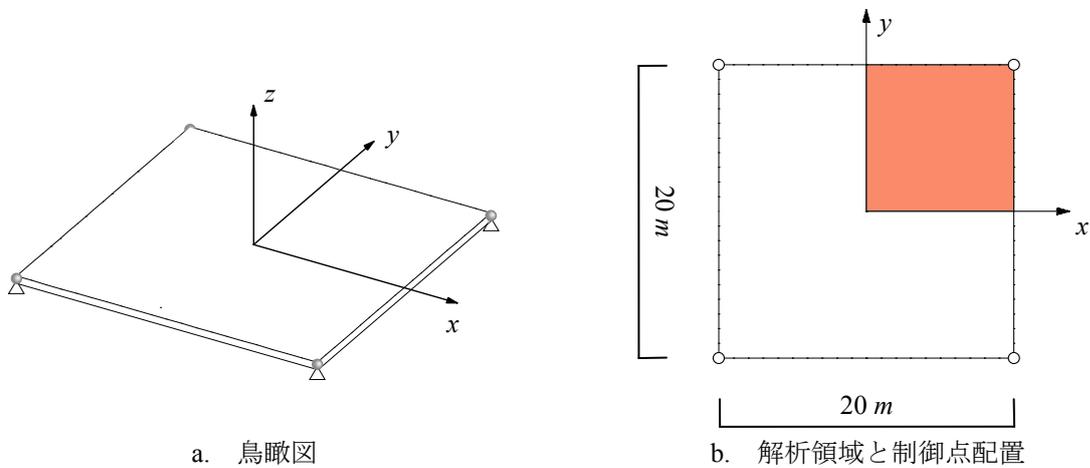


図 4.14 解析モデルの基準形状

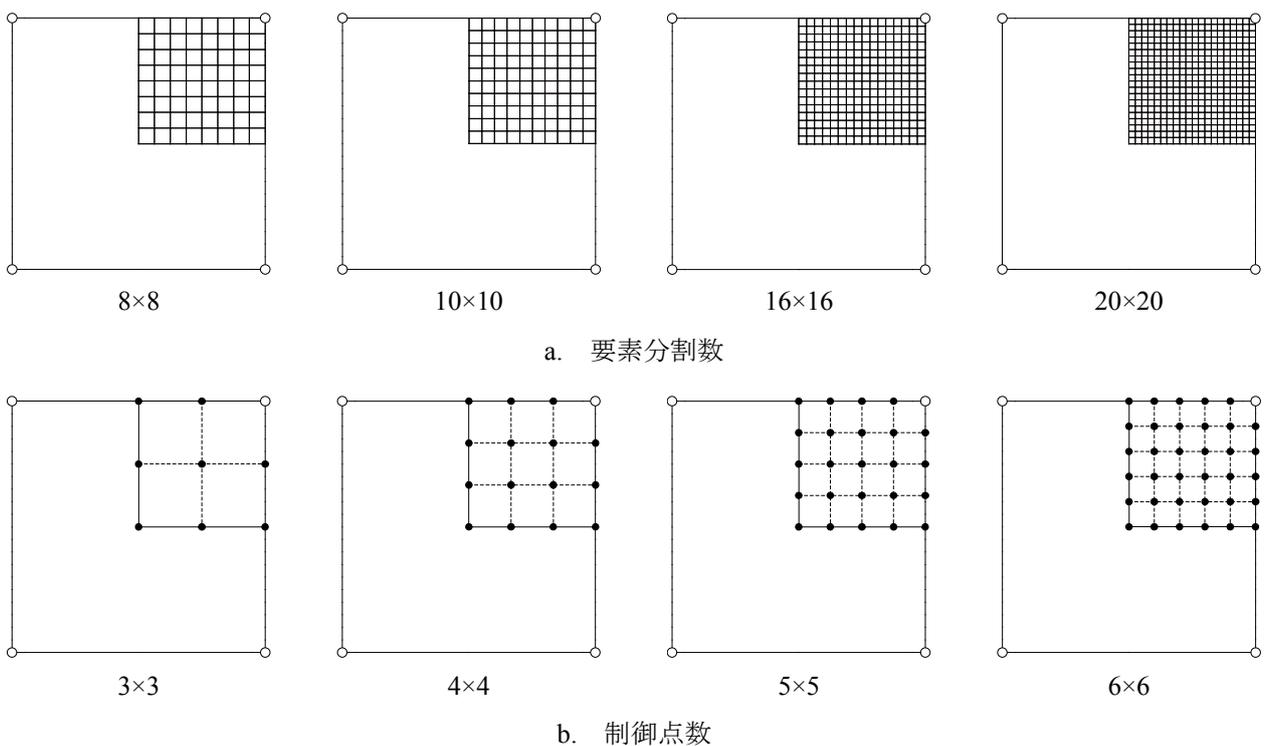


図 4.15 解析パターン

4.5.2 Kirchhoff 要素の解析

ここでは、要素分割数の検討(Case-1)と制御点数の検討(Case-2)を行う。Case-1 では制御点数を 4×4 と固定し、要素分割数 8×8 , 10×10 , 16×16 , 20×20 と変更させて最適化を行う。Case-2 は、Case-1 で得られた結果を基に要素分割数を 16×16 と固定し、制御点数 3×3 , 4×4 , 5×5 , 6×6 と変更させて最適化を行う。解探索に用いた PSO パラメータは表 4.1 のように設定し、構造解析は形状の対称性を考慮して $1/4$ 領域で行った。得られた数値結果を図 4.15-4.19 に示す。図 4.16, 4.17 は目的関数値(総ひずみエネルギー)の推移と、収束状況を把握するため形状エントロピの推移を示している。図 4.18, 4.19 はそれぞれ図 4.16, 4.17 の試行に対応するエリート解の形状と力学性状である。力学性状は、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。また、図 4.20 は得られた解形状のライズをグラフにプロットしたものであり、表 4.2 は同一 PC 環境下で、Case-1 の構造最適化に費やした解析時間である。

表 4.1 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	5000

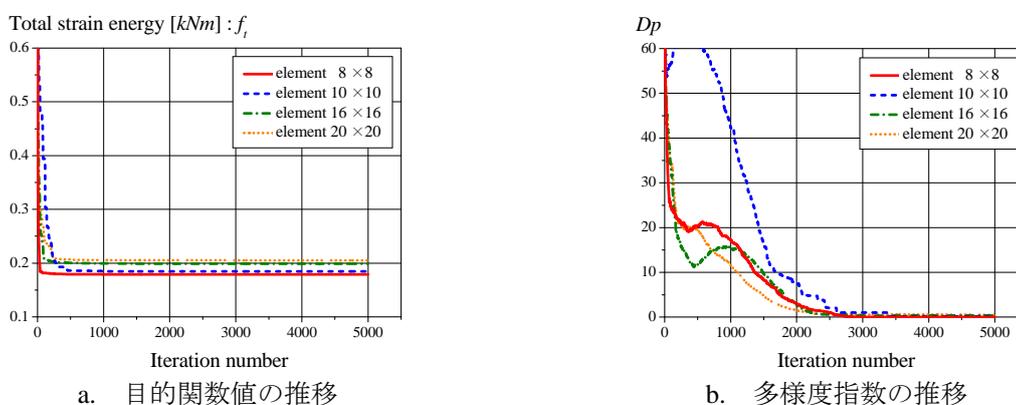


図 4.16 要素分割数変更による数値結果 (Case-1)

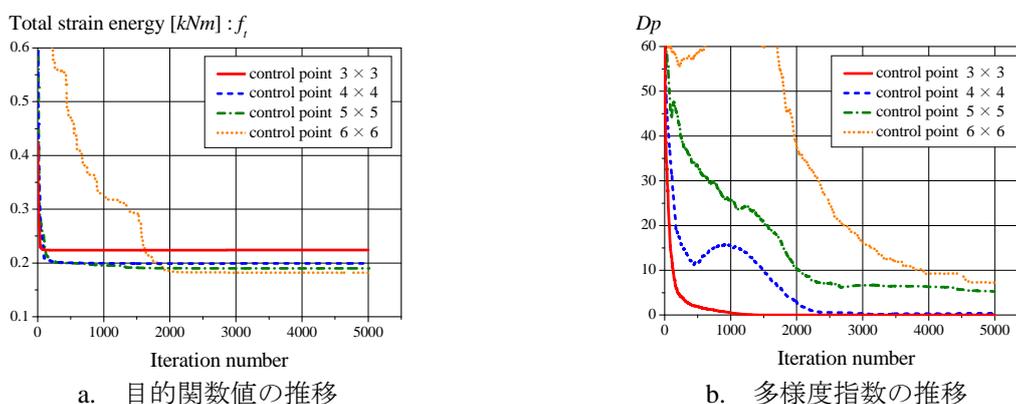


図 4.17 制御点数変更による数値結果 (Case-2)

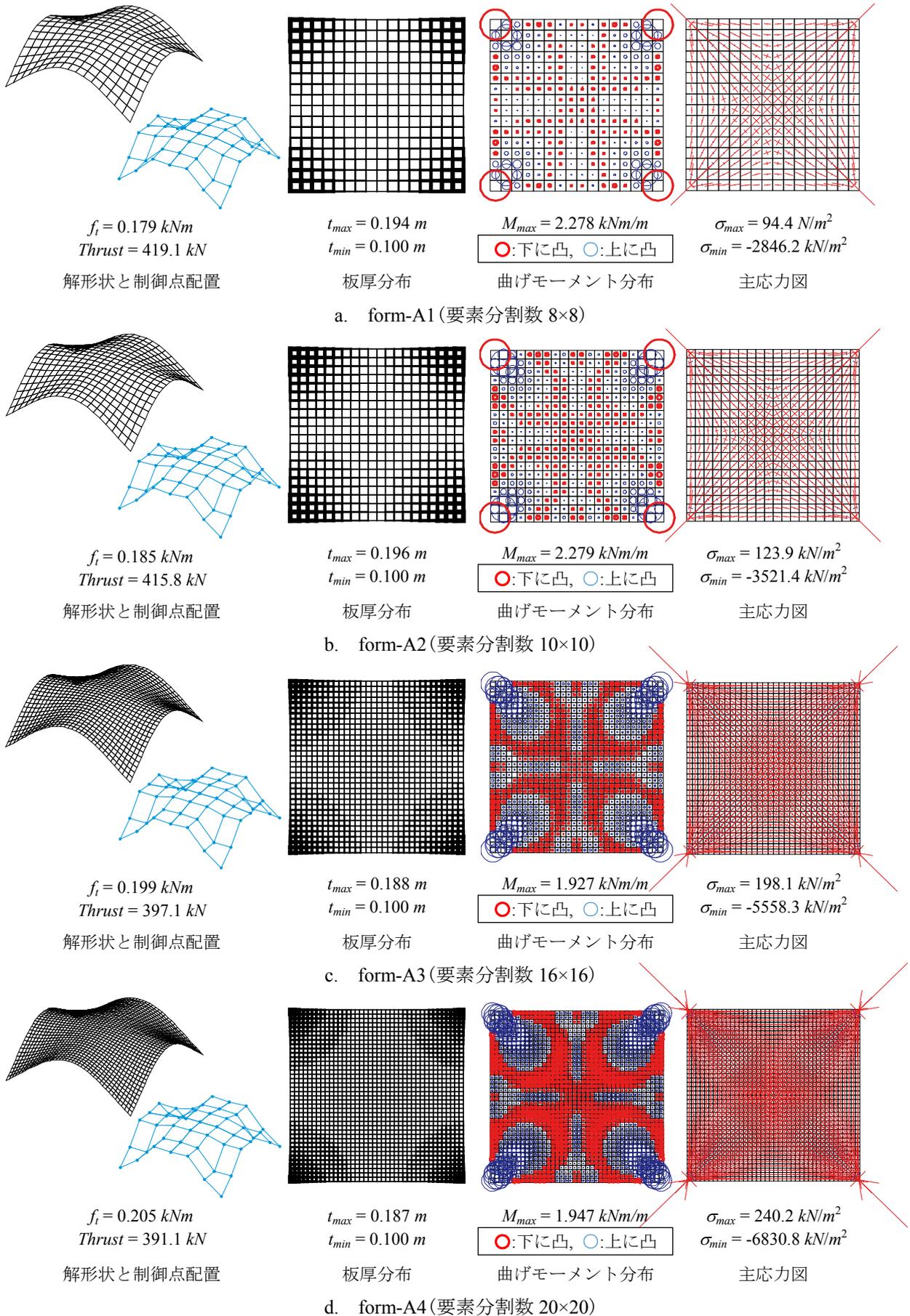


図 4.18 得られた構造形態と力学性状 (Case-1)

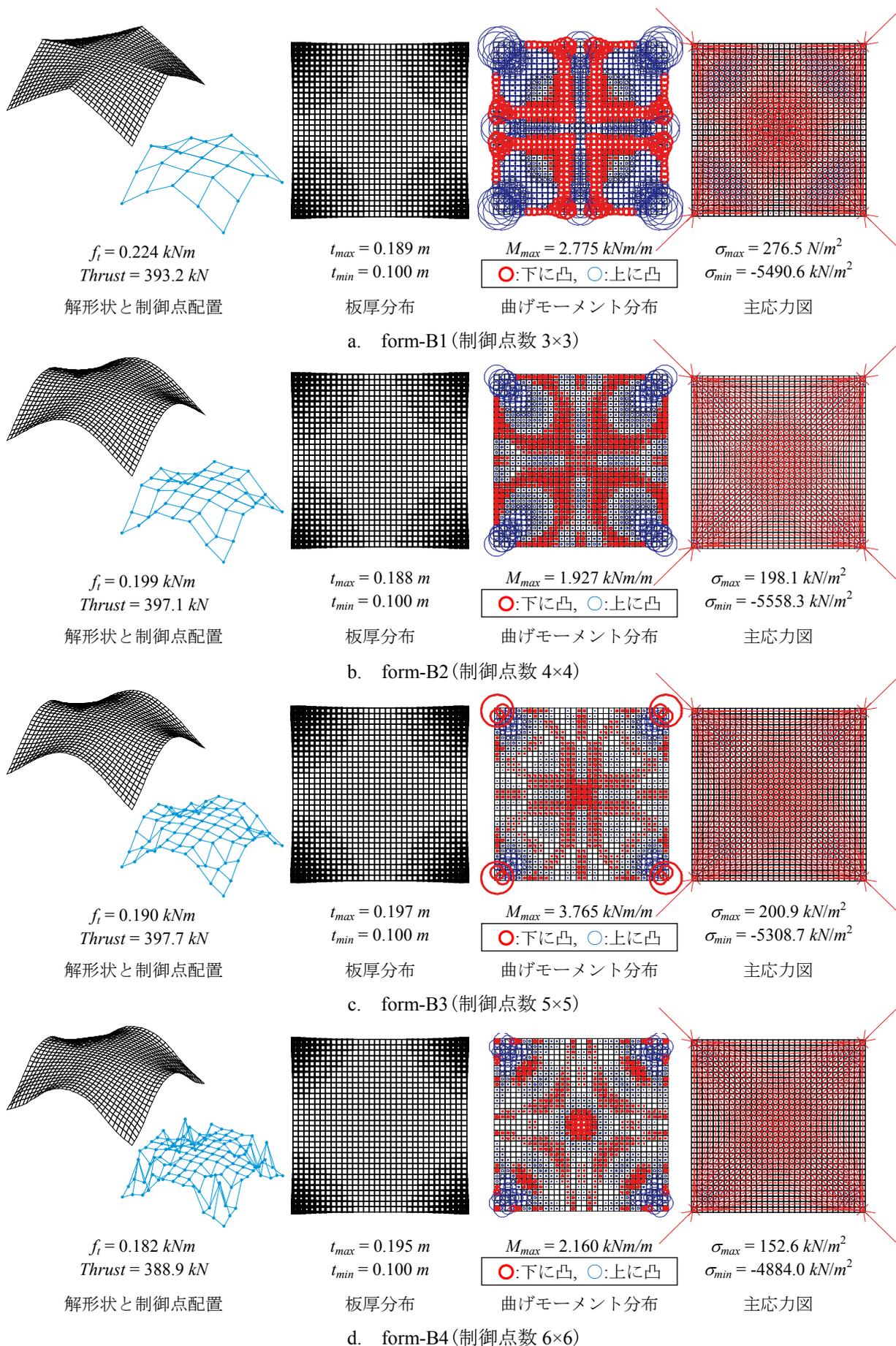


図 4.19 得られた構造形態と力学性状 (Case-2)

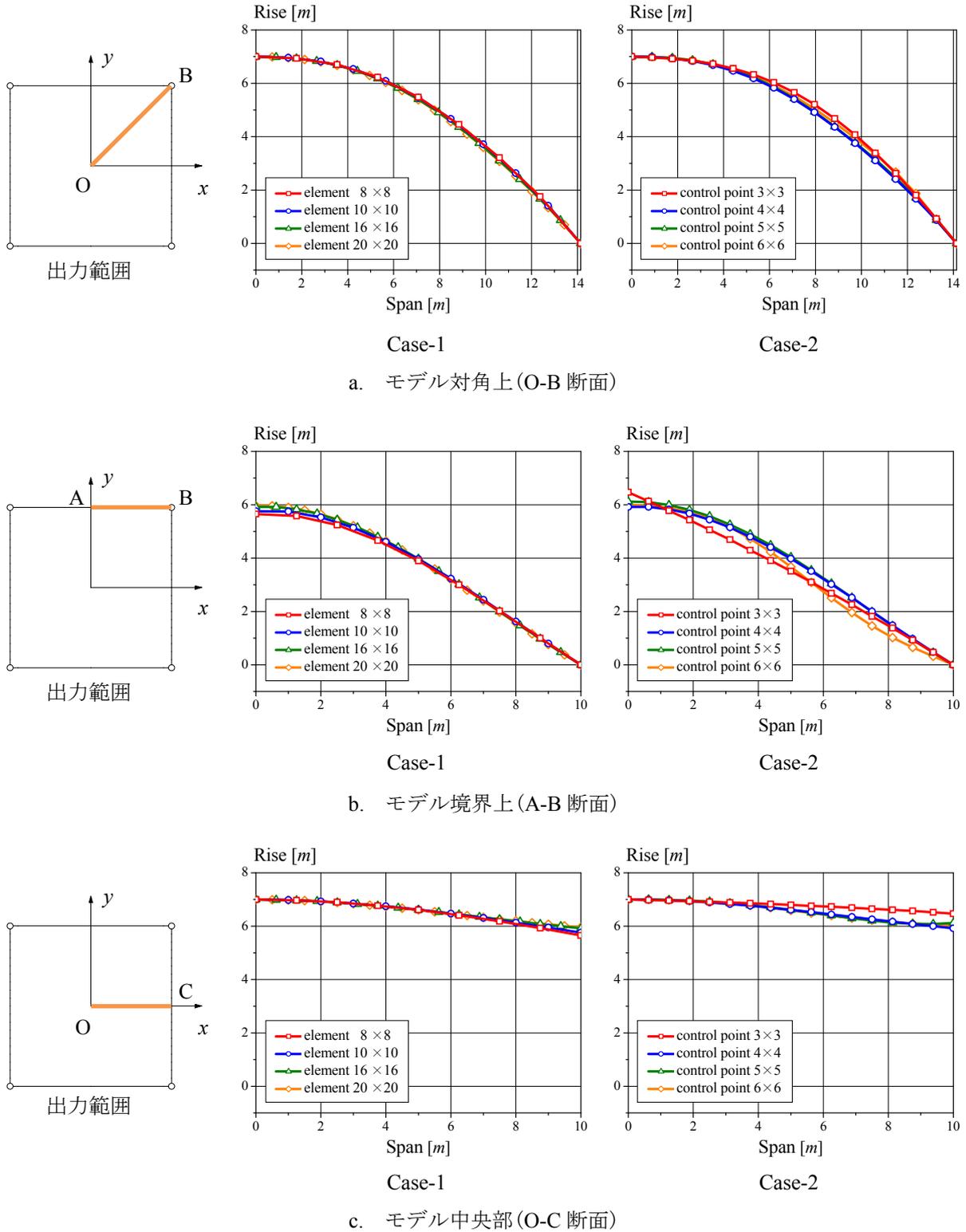


図 4.20 得られた形状のライズ比較

表 4.2 構造最適化に費やした時間 (Case-1)

要素分割パターン	8×8	10×10	16×16	20×20
解析時間	1h 15m 34s	3h 27m 19s	9h 49m 33s	20h 36m 21s

4.5.3 MITC 要素の解析

ここでは、要素分割数の検討(Case-3)を行う。シェル要素に MITC 要素を採用し、他の条件は前項の Case-1 と同様である。得られた数値結果を図 4.21, 4.22 に示す。図 4.21, 4.22 は Case-1 の図 4.16, 4.18 に対応させて同一の表現とし、獲得された解は特徴的な要素分割数 10×10 と 16×16 の形態のみ示した。

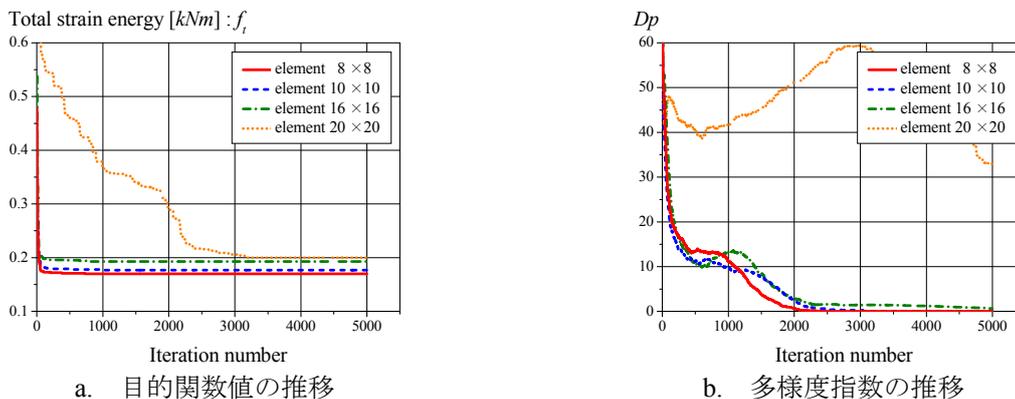


図 4.21 要素分割数変更による数値結果 (Case-3)

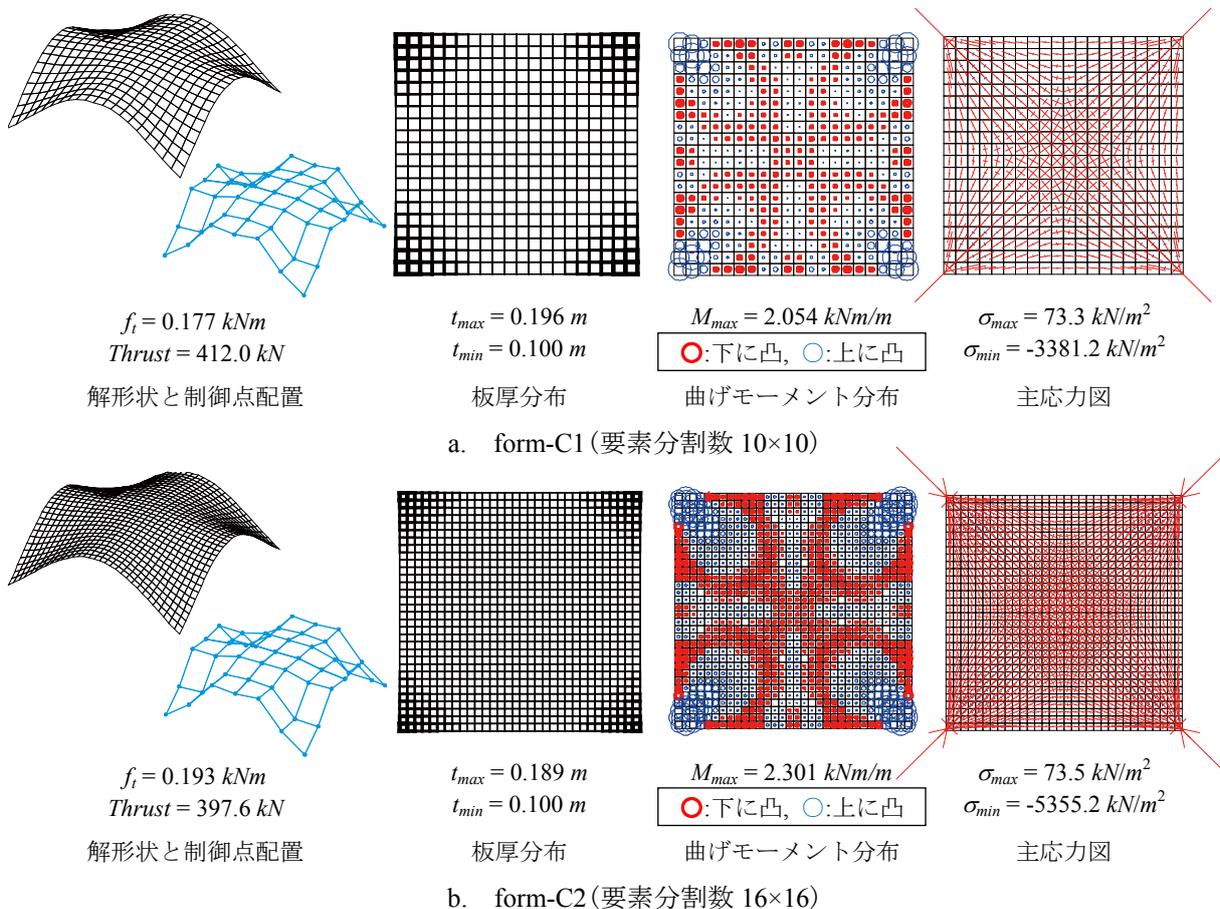


図 4.22 得られた構造形態と力学性状 (Case-3)

4.5.4 考察

Case-1 について

シェル要素の要素分割数を多くすると、得られる解の総ひずみエネルギーが増加する傾向がある。これは、要素分割を細分化すると滑らかな形状が表現でき、自重が増加したことによるものと考えられる。注目すべきは、form-A2(分割数 10×10) と form-A3(分割数 16×16) を境に支持部における曲げモーメントの凸の向きが反転している点である。これは、分割数 10×10 より少ない要素分割では、要素数が少ないために十分な解析精度が得られなかった結果である。したがって、本モデルにおいて要素分割数は 16×16 よりも多く設定する必要がある。ただし、表 4.2 に示すように過度な要素数の設定は解析に費やす時間の増加に繋がる。以上より、シェル要素の大きさは 60cm 角程度の大きさに設定することで、過度な解析時間を費やさず、十分な解析精度が得られると考える。また、図 4.20 に示す解形状のライズは要素分割数による変化が殆ど見られなかったことから、自由曲面シェル構造は微妙な形状変化により応力状態が大きく変化する構造形式であることが判る。

Case-2 について

Case-2 では、制御点数 3×3 のとき境界部が尖った形状が得られ、制御点を増加させると曲面が滑らかになる。特に、制御点数 6×6 のとき支持部の面内主応力・曲げモーメントが共に小さく、総ひずみエネルギーは低い値に収束する。図 4.20 より、制御点数 3×3 では対角上・境界上・中央部のライズが他の制御点配置と比べ大きく異なり、制御点数 6×6 では境界上で湾曲した形状が得られている。したがって、得られる解形状は Bézier 曲面の制御点数に依存し、その数を多く設定することでより自由度が増すことが判る。しかし、制御点数の増加に伴って解の収束が遅くなり、形状エントロピは高い値を示す(図 4.17)。つまり、制御点数の増加は曲面表現の自由度が大きくなる一方で、解の収束性が低下する問題が生じる。

Case-3 について

Case-1 において生じていた支持部における曲げモーメントの凸の向きが反転する現象は、MITC 要素を用いた本計算例では生じていない。また、要素分割数によらず力学性状は同一の分布を示した。つまり、本モデルでは板厚が厚く、応力が集中している支持点部分において、面外せん断は無視できない影響があることが確認できる。

以上より、自由曲面シェルの構造最適化において、要素分割数と制御点数が解形態に及ぼす影響とシェル要素の違いによる解形態を示した。自由曲面シェル構造は力学性状が収束するまで要素分割数を増やす必要があり、制御点数は構造形状の表現自由度に影響する。また、応力が集中して板厚が厚くなる部分は面外せん断の影響が無視できなくなる傾向がある。従って、Kirchhoff 要素を採用する場合は特に曲率が大きい部分や応力が集中する部分で要素分割数を細かく設定する必要があり、または、面外せん断を考慮したシェル要素を採用する必要がある。なお、ここでは最適化手法に PSO を採用したが、他の発見的多点探索手法でも同傾向を示す。

4.6 ロバスト性の評価

構造最適化における解は必ずしも厳密解ではなく、特に、優良解は大域的最適解や局所最適解を含む比較的评价の高い解である。従って、得られた解に対して構造最適化上で考慮していない設計上重要な形態評価を二次的に行う必要がある。本節では、構造安定性を評価することを目的とした、目的関数に対するロバスト性評価手法について説明する。

4.6.1 ロバスト性の評価手法

ここでは、構造最適化により得られた解に対して設計変数空間上に乱数による微小変化を与えて目的関数に対するロバスト性評価を行う[49], [50]。以下に、ロバスト性評価の計算手順を示す。

1) 乱数個体の発生

一つの解 $i (= 1, 2, \dots, M)$ に対し、その解を中心に基準値の $s\%$ 範囲 (乱数発生範囲) に標準偏差 σ の正規乱数を用いて乱数個体を nr 個 (乱数個体数) 発生させる。

2) 微小変化量の算出

得られた解 i と乱数個体 $j (= 1, 2, \dots, nr)$ に対し、微小変化量 $\Delta_{i,j}$ を算出する。

$$\Delta_{i,j} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\|f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_j)\|}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|} \quad (4.101)$$

ここで、 f : 目的関数値, \mathbf{x} : 設計変数である。また、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを採用する。

3) 微小変化量の平均値の算出

$\Delta_{i,j}$ の平均値 μ_i を次式で算出し、ロバスト性評価値とする。 μ_i が小さいほどロバスト性が高い形状である。

$$\mu_i = \frac{1}{nr} \sum_{j=1}^{nr} \Delta_{i,j} \quad (4.102)$$

以上の操作を、得られた優良解集合に対して行いロバスト性が高い解形状の抽出を行う。本手法を用いる場合、パラメータとして I) 正規乱数の標準偏差 σ , II) 乱数発生範囲 s , III) 乱数個体数 nr , IV) 乱数発生範囲の基準値の設定が必要となる。これらの内、標準偏差は $\sigma = 0.3$ を採用する[49]。他のパラメータは、対象とする解析モデルによって設定変更を行わなければならない。

本手法は単一目的最適化問題を対象としたロバスト性評価手法である。本論文では、力学指標として設定した目的関数に対するロバスト性評価を対象としているが、多目的最適化により得られた解においても特に評価すべき目的関数に着目することで本手法によりロバスト性の評価が可能である。

4.6.2 自由曲面シェル構造におけるパラメータ設定

ここでは、自由曲面シェル構造に対するロバスト性評価のパラメータ設定について検討する。

乱数発生範囲と基準値の設定

ロバスト性評価パラメータの内、II) 乱数発生範囲, IV) 乱数発生範囲の基準値は対象とするロバスト性の条件から設定を行う。本論文では、構造物の自重による長期的な変形に対するロバスト性を想定している。つまり、シェルの板厚により外乱が変化すると考えられる。これより、乱数発生範囲の基準値は板厚に基づき設定する。ここでは、板厚に対する設計変数の側面制約条件平均値を基準値として採用する。一方、乱数発生範囲は、この基準値に対応した外乱の大きさを決定するパラメータである。 s の値は解析モデルのライズに対し、許容する変形量から設定する。本論文では、許容変形量として $s = 25\%$ と設定する。例えば、基準値を 0.15 m 、最大ライズ 7.0 m を想定した構造形態創生問題では、最大ライズに対して約 0.54% ($37.5 \times 10^{-3} \text{ m}$) の変形を外乱に対する許容値としたことに相当する。なお、数値計算上、外乱は全ての節点に対して鉛直 (z 軸) 方向に与える。

乱数個体数の設定

III) 乱数個体数はロバスト性の評価精度に関係するパラメータである。乱数個体数は直感的な決定が困難であり、構造形態の複雑性から試行錯誤的に決定しなければならない。よって、例題として矩形対称自由曲面シェルと矩形非対称自由曲面シェルに対して乱数個体数の変化によるロバスト性評価の数値実験を行う。図 4.23, 4.24 に示す無作為に選択した各モデル 5 形状 ($M = 5$) に対し、 $nr = 200, 500, 1000, 1500, 2000, 3000$ と変化させ、乱数個体数の設定変更による影響を確認する。

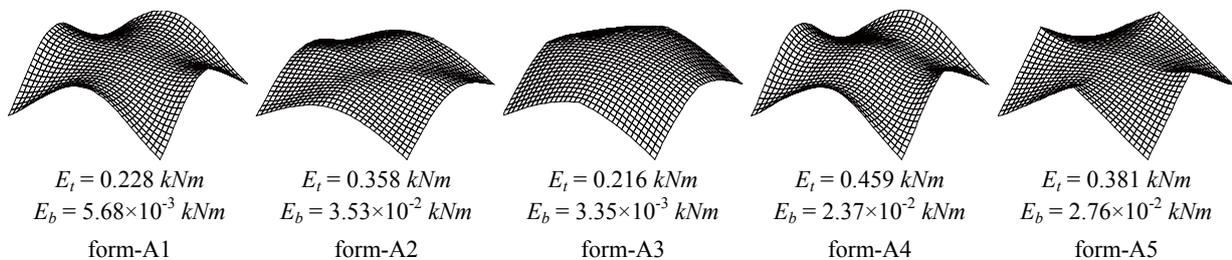


図 4.23 矩形対称自由曲面シェルの形状

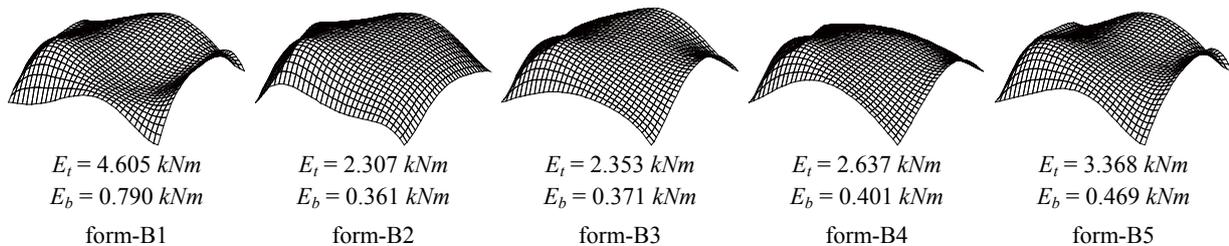


図 4.24 矩形非対称自由曲面シェルの形状

矩形対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価

図 4.25 に矩形対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価の結果を示す。図 4.25 のグラフは、各解形状のロバスト性評価値(棒グラフ)と乱数個体中に含まれる非許容解(制約条件を満足しない解)の割合を示している。

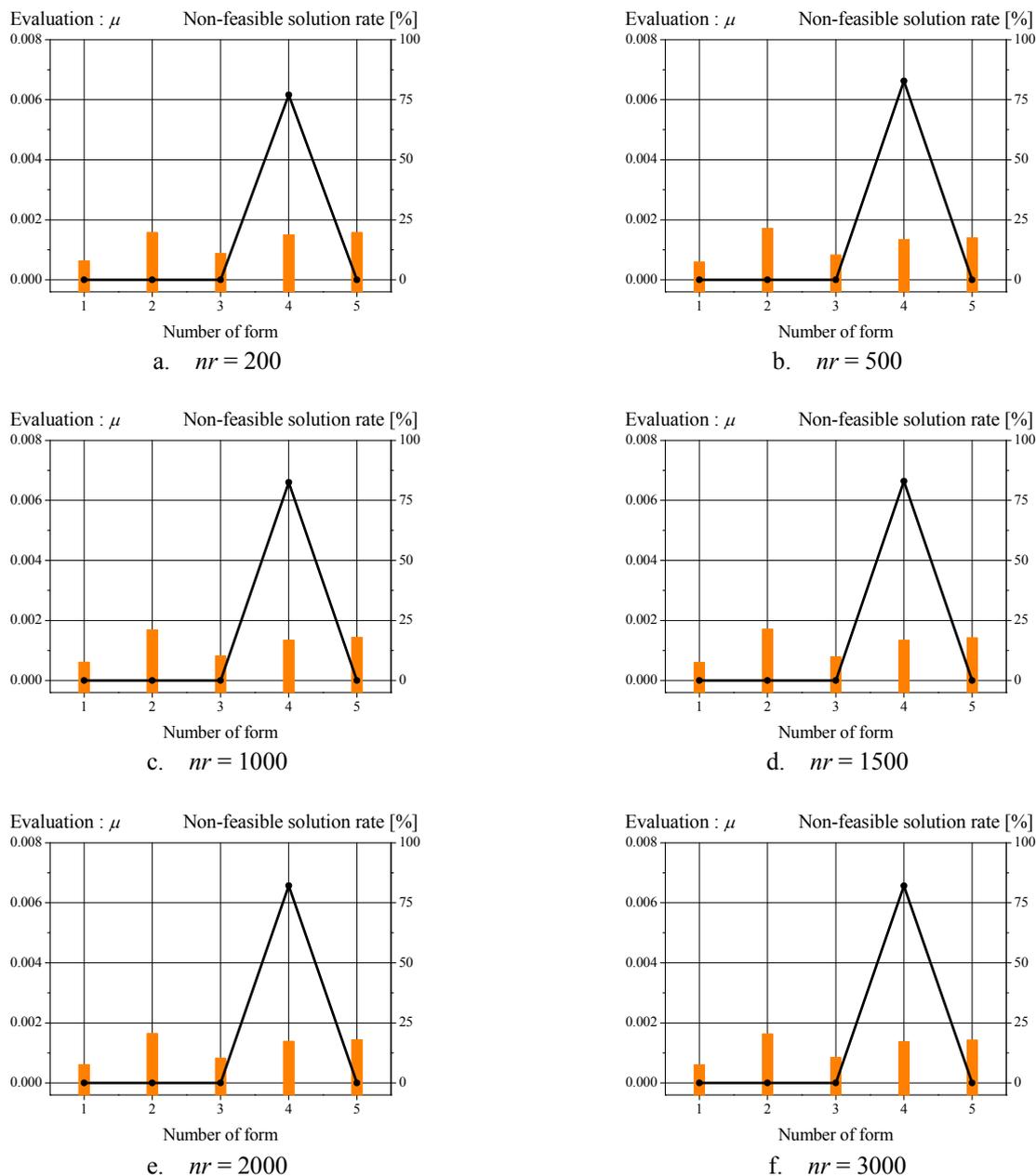


図 4.25 矩形対称自由曲面シェルのロバスト性評価結果

矩形対称自由曲面シェルは形状が安定的で、乱数個体数によるロバスト性評価値の変化は殆ど見られなかった。ただし、乱数個体数に含まれる非許容解の割合は $nr \geq 500$ で安定した値を示しており、少なくとも 500 個体の乱数が必要であると判断する。また、本手法は乱数利用により、これらの結果に若干の変動が生じる可能性がある。以上より、矩形対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価は乱数個体数 $nr = 1000$ を採用する。

矩形非対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価

図 4.26 に矩形非対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価の結果を示す。図 4.26 は、図 4.25 と同様の形式で示している。

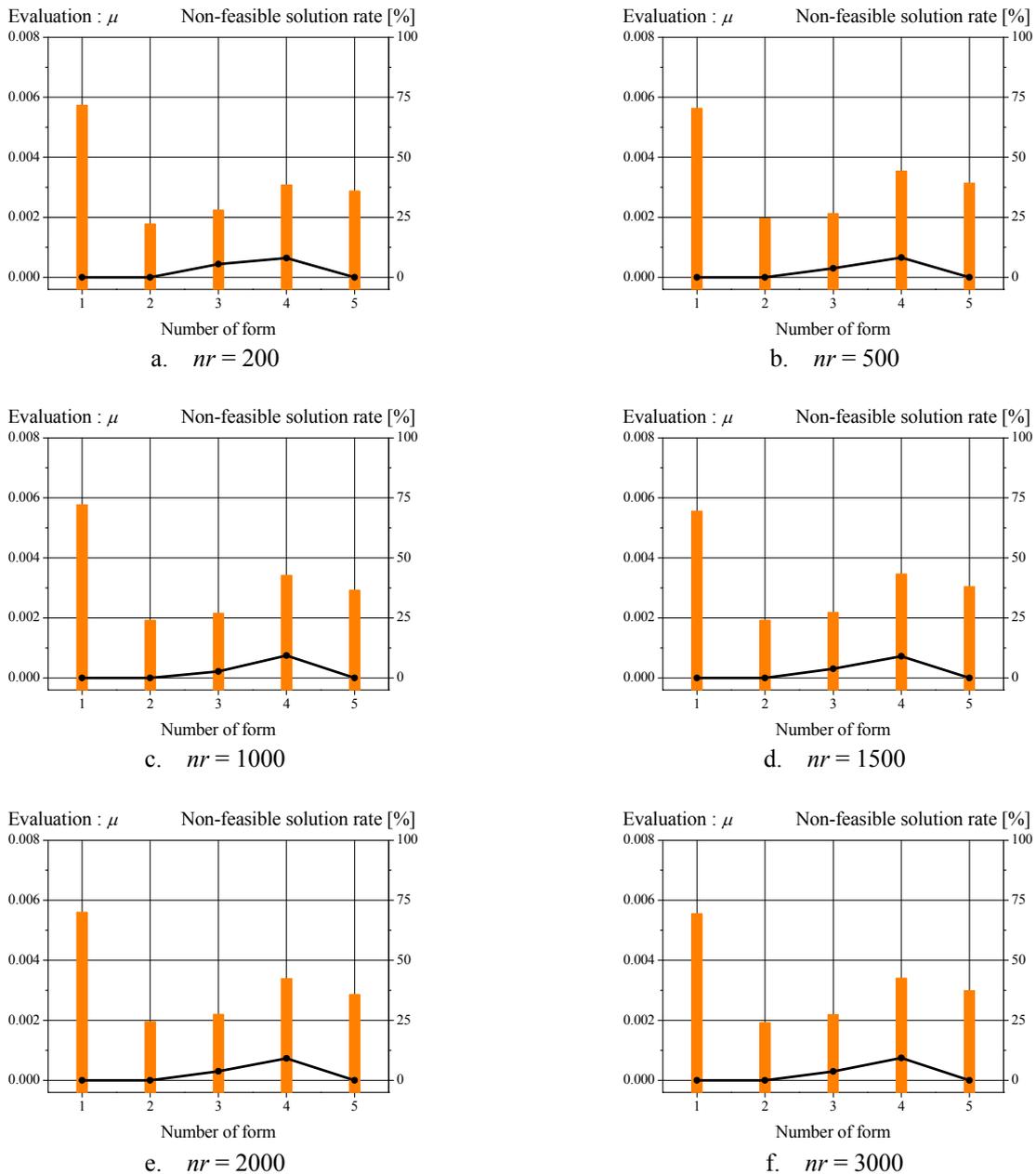


図 4.26 矩形非対称自由曲面シェルのロバスト性評価結果

矩形非対称自由曲面シェルは、対称形状と比較して nr の設定による変動が大きい傾向がある。乱数個体数に含まれる非許容解の割合は、対称形状と同様に $nr \geq 500$ で安定した値を示しており、少なくとも 500 個体の乱数が必要であると判断する。ただし、外乱による目的関数値の変動量が大きく、ロバスト性評価値が対称形状よりも大きな値を示すことより、 nr は対称形状より大きく設定することが望ましいと考える。以上より、矩形非対称自由曲面シェルに対するロバスト性評価は乱数個体数 $nr = 2000$ を採用する。なお、開口部を設けた場合など、力学が複雑となる自由曲面シェルに対しても $nr = 2000$ が必要となるだろう。

第5章

シェル形状・板厚を考慮した形状最適化

5.1	矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	…	75
5.2	MITC 要素による形態比較	…	105
5.3	3D プリンタによる形態確認	…	118
5.4	まとめ	…	119

第5章 シェル形状・板厚を考慮した形状最適化

本章では、矩形対称曲面シェルモデルを対象に、シェル形状・板厚を考慮した形状最適化の数値計算例を示す。得られた結果より、優良解探索解法の特性を明らかにし、シェル要素の違いによる最適解について比較・考察する。

5.1 矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索

本節では、総ひずみエネルギー、曲げひずみエネルギー、部材総重量を目的関数とした単一・多目的最適化に PSO, ABC, SPEA2, ISPSO, ISABC を適用する。

5.1.1 参照モデル

解析参照モデルは、図 5.1 に示す一辺 $20m$ の矩形平面を有する自由曲面シェル構造(節点数:1089, 要素数:1024)である。隅角部はピン支持とし、基準形状は平板である。構造解析は図 5.1b に示すように、モデルの対称性を考慮してハッチングした $1/4$ 領域で計算する。設計変数は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値であり、記述した曲面に対応させてシェルの板厚分布と有限要素節点座標値を決定する。Bézier 曲面の制御点は図 5.1b に示すように $1/4$ 領域で均等に 4×4 配置とした。 $1/4$ 領域の境界部には要素の勾配を用いた連続条件を設定し、モデル全体の連続性を確保する。なお、シェル要素には Kirchhoff 要素を採用する。

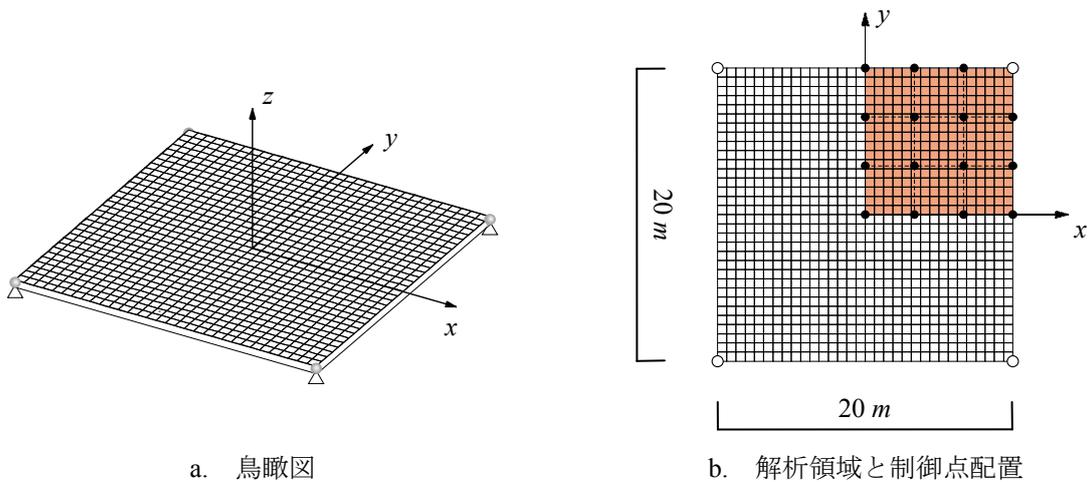


図 5.1 解析モデルの基準形状

5.1.2 計算例 1 : 総ひずみエネルギー最小化

総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.1)$$

$$\text{to minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (5.2)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.3)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.4a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である (板厚: 9, 有限要素節点座標: 10)。本項で用いる解法は PSO, ABC, ISPSO, ISABC であり、パラメータは表 5.1, 5.2 のように設定する。

表 5.1 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	3000

表 5.2 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	1900
最大反復回数	3000

大域的最適解探索の数値結果

図 5.2, 5.3 は PSO, ABC による結果であり、ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.2 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.3 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。

PSO, ABC は境界部のライズが高く、支持部に応力が集中する形態を獲得した。特に、PSO は反復回数 1000 回程度で収束し、本モデルにおいて高い探索能力を示した。一方で、ABC は解の収束が遅く、複数回試行で同じ目的関数値に収束していない。これは、ABC が設計変数を 1 つずつ修正しながら解探索を行うアルゴリズムであることが影響していると考えられる。これらの解法で得られた解形態の曲げひずみエネルギー値は試行毎に変動する。しかし、得られる形状は殆ど同形式を示すことから、総ひずみエネルギー最小化により得られた形状は主として面内応力により形状が決定されていると考えられる。つまり、自由曲面シェル構造は面内力で外力に抵抗する機構であることが判る。

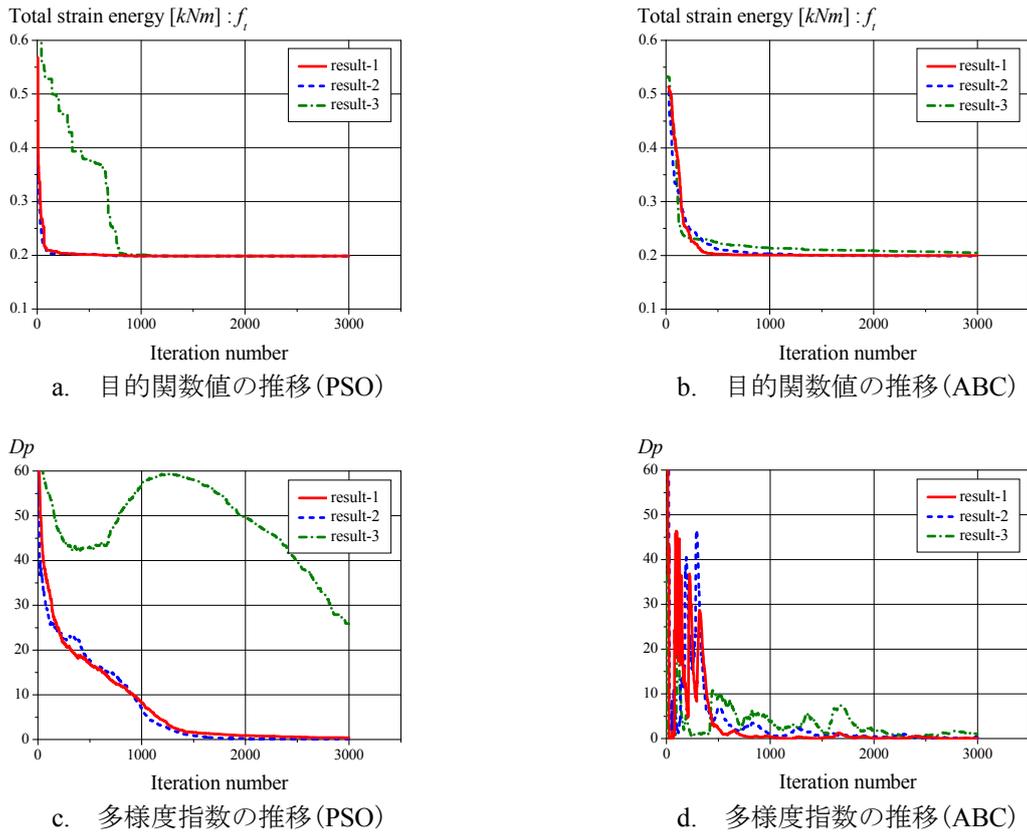
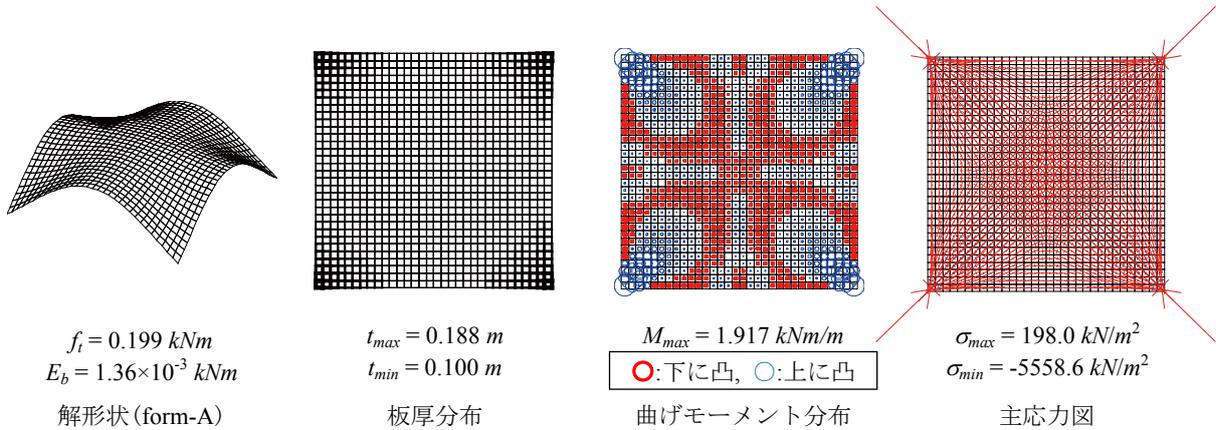
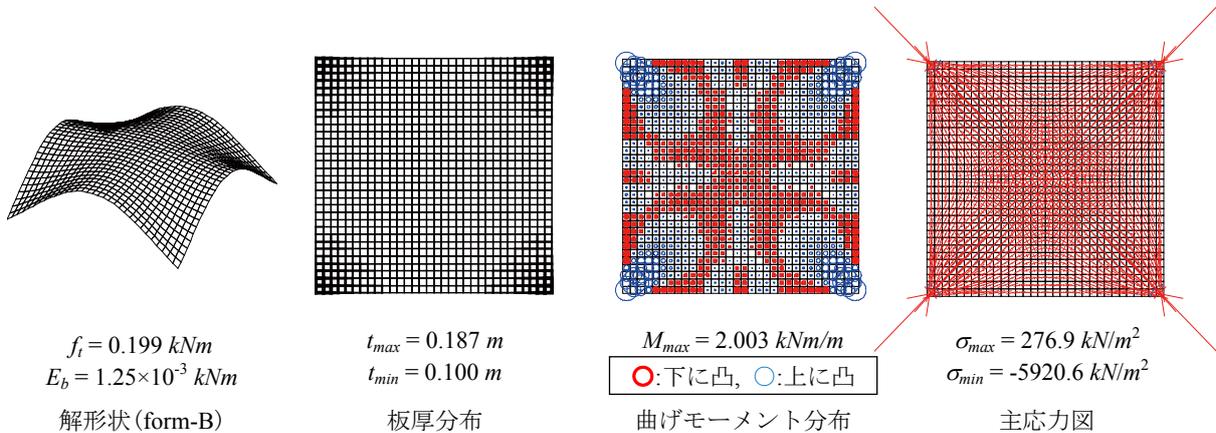


図 5.2 PSO, ABC による数値結果



a. PSO により得られた解形状と力学性状 (result-1)



b. ABC により得られた解形状と力学性状 (result-2)

図 5.3 PSO, ABC により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISPSO ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.4, 5.5 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.4 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.5 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

ISPSO は局所最適解に陥りやすい PSO の特性を利用して優良解を探索しており、試行毎に異なる形状が獲得できる。解の多様性は上位個体選択率 H により調節可能である。 H を大きく設定すると、球状の形状や中央部が凹んだ形状が獲得されており、多様性に重点を置いた解探索を行う。ただし、得られる解は、PSO と比較すると目的関数値や生じる応力が大きくなる。これは、記憶細胞除去操作の導入により改善され、PSO と同一形態を獲得することが可能である。しかし、解の多様性は失われることに注意しなければならない。

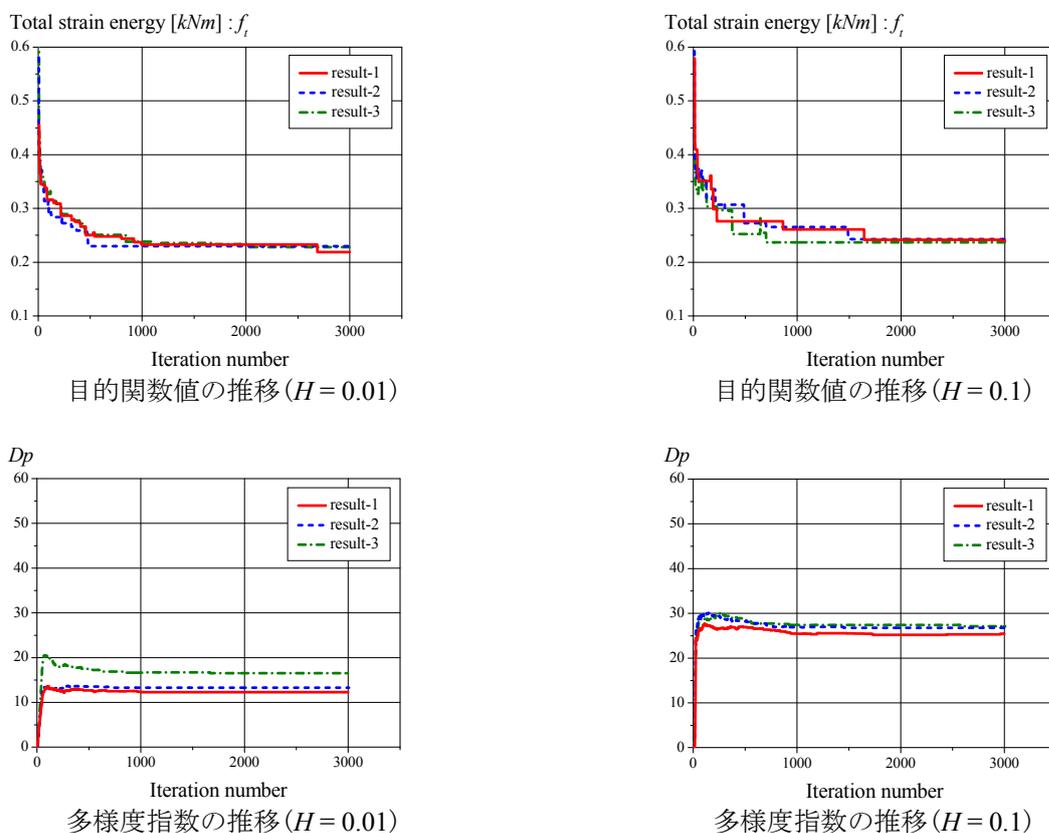
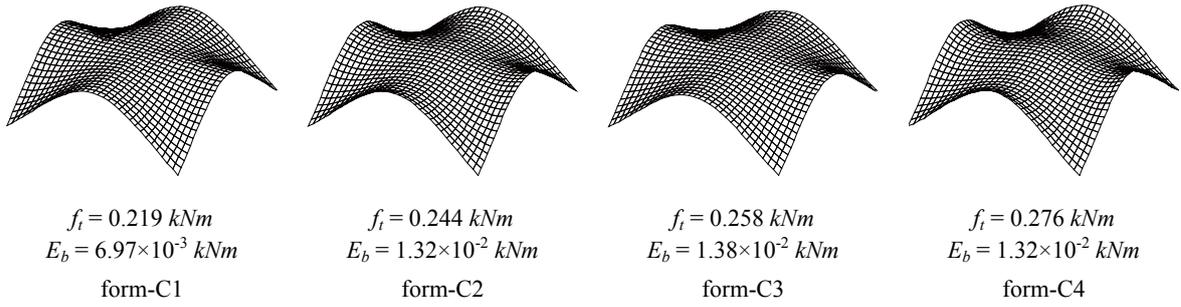
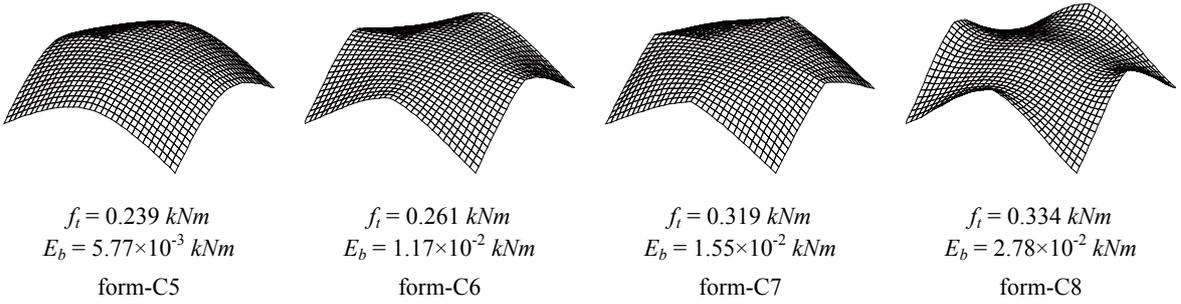


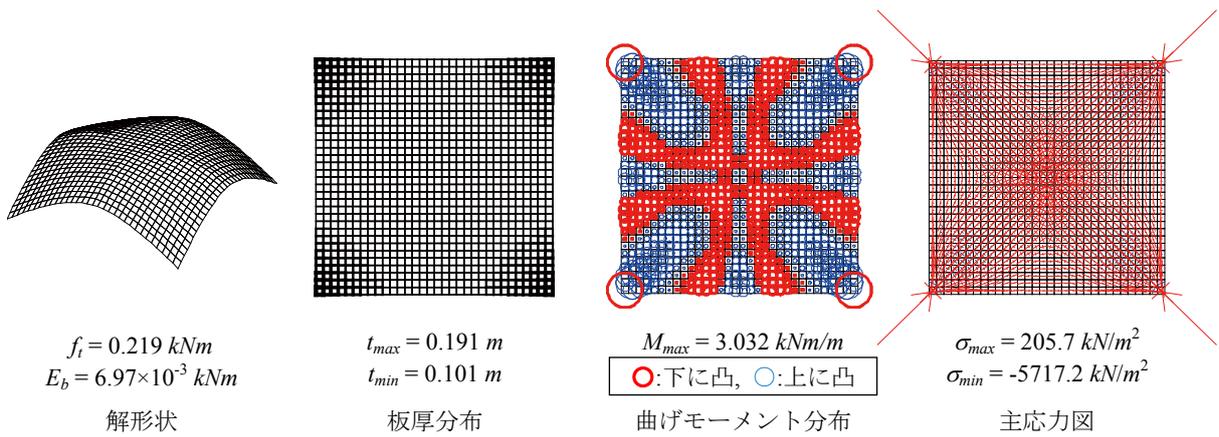
図 5.4 ISPSO による数値結果



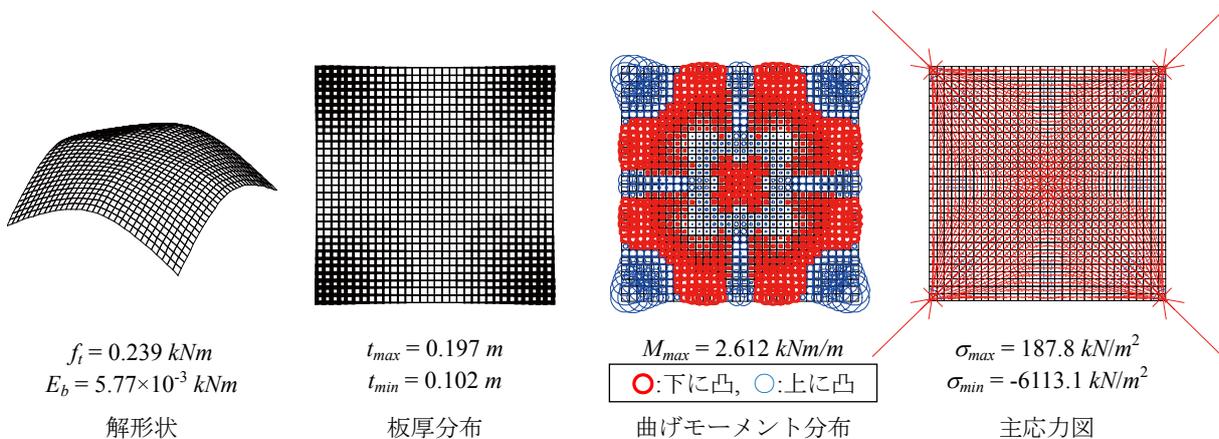
a. $H = 0.01$ (result-1)



b. $H = 0.1$ (result-1)



c. form-C1 の力学性状



d. form-C5 の力学性状

図 5.5 ISPSO により得られた構造形態

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.6, 5.7 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.6 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.7 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。

ISABC は ISPSO で得られる形状に加えて、より多様な形状が獲得できている。さらに、得られた解の目的関数値も ISPSO より高評価である。 r は解空間の峰密度に応じて設定する必要がある、本モデルにおいては複数の試行結果より $r = 10$ の設定が適当であると考ええる。ISABC は、アルゴリズム上、探索食糧源を選択・破棄しながら暫定優良解集合近傍でランダム性の高い解探索を行う。結果として、これらの操作が収束性の向上と多様性維持に繋がっていると考えている。

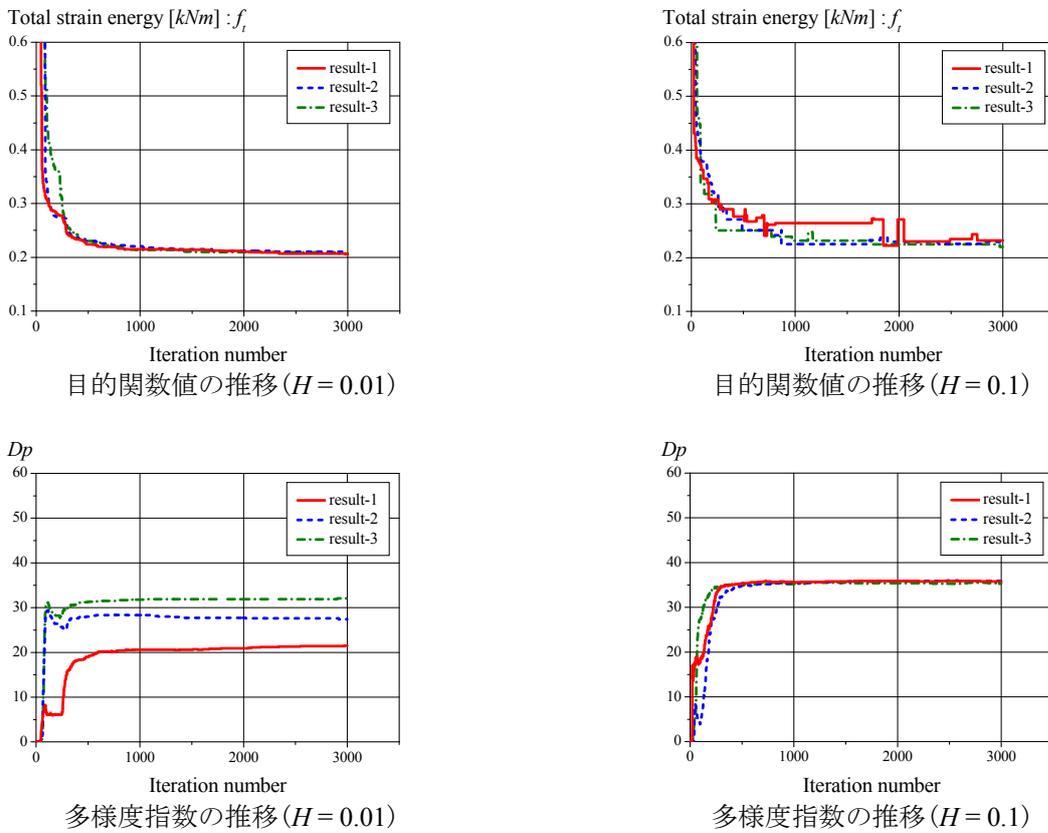


図 5.6 ISABC による数値結果

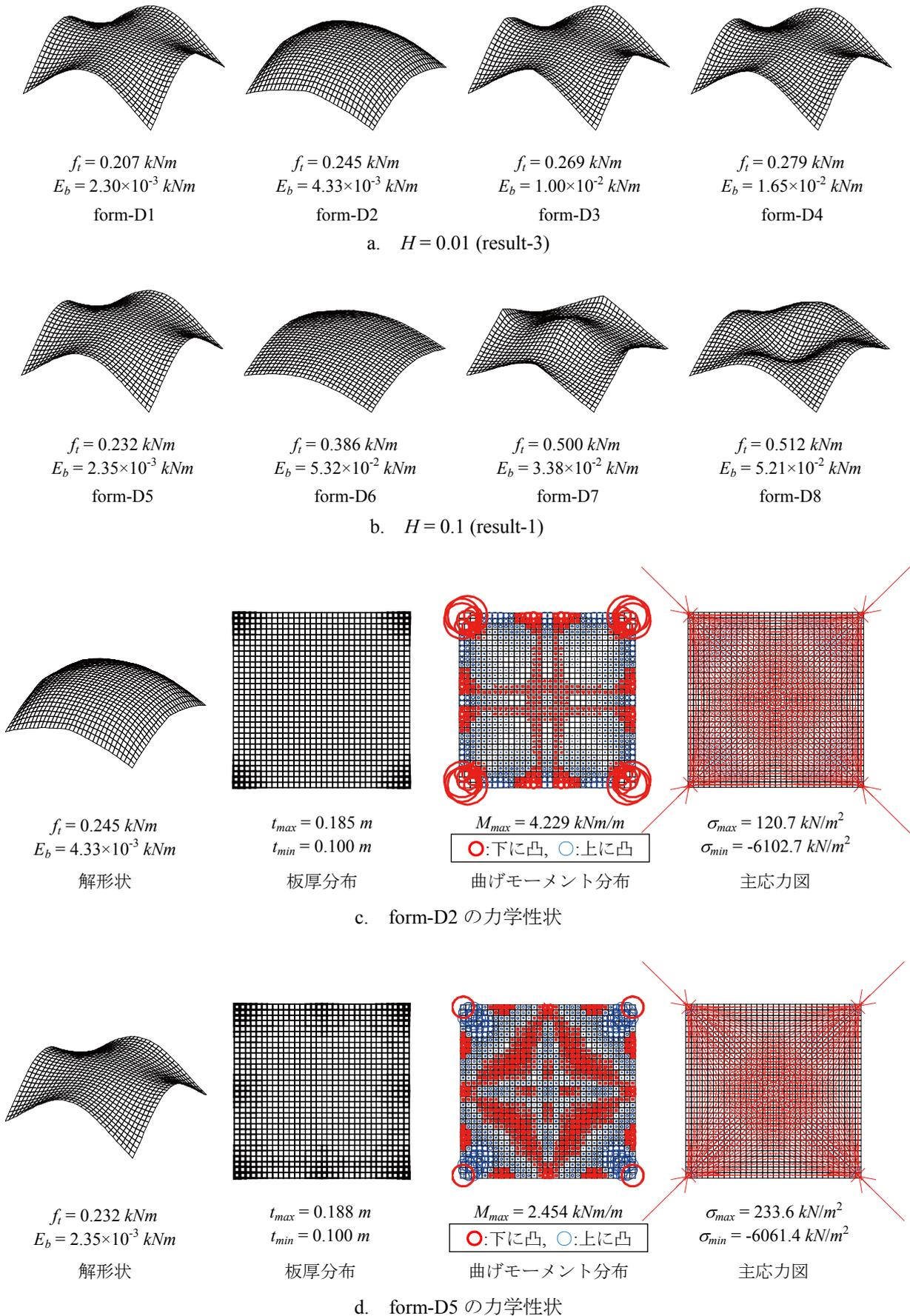


図 5.7 ISABC により得られた構造形態

5.1.3 計算例 2 : 曲げひずみエネルギー最小化

曲げひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.5)$$

$$\text{to minimize} \quad f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \quad (5.6)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.7)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.8a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である(板厚:9, 有限要素節点座標:10)。本項で用いる解法は PSO, ABC, ISPSO, ISABC であり、パラメータは表 5.3, 5.4 のように設定する。

表 5.3 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	3000

表 5.4 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	1900
最大反復回数	3000

大域的最適解探索の数値結果

図 5.8, 5.9 は PSO, ABC による結果であり、ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.8 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.9 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

PSO は総ひずみエネルギーを目的関数に設定したときと同様に、解の収束が早く、高い解探索能力を示した。ABC は PSO で得られた解と類似形状を得るが、解の収束に時間がかかることが判る。また、複数の異なる解が得られており、総ひずみエネルギーよりも解空間が複雑であると考えられる。

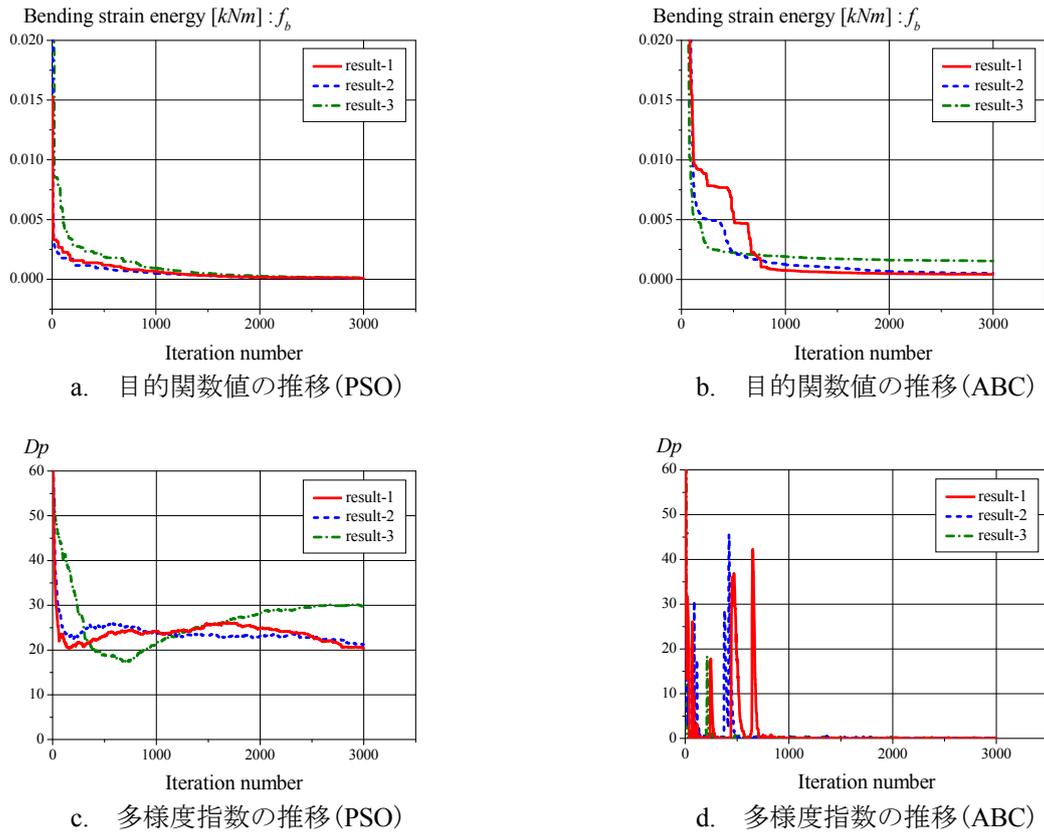


図 5.8 PSO, ABC による数値結果

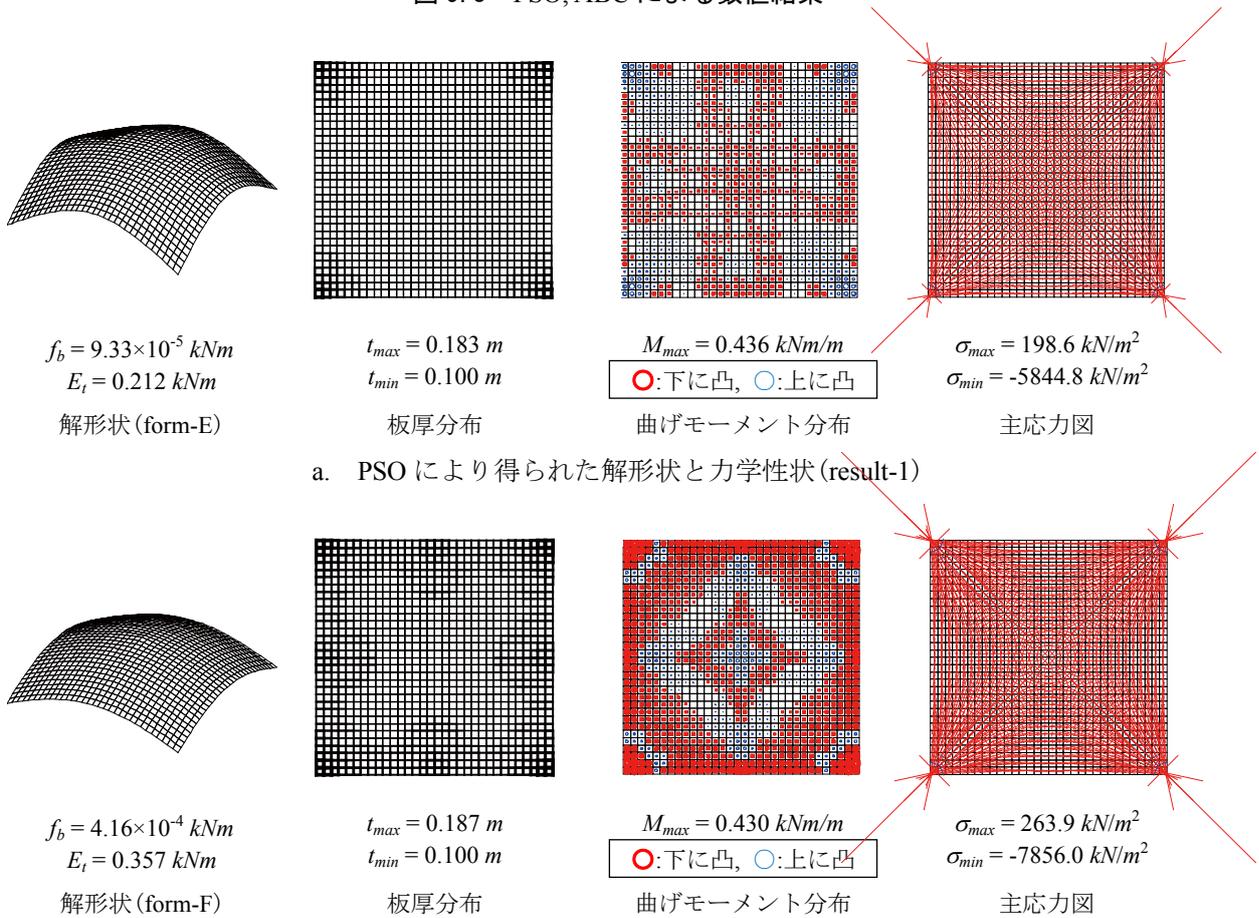


図 5.9 PSO, ABC により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISPSO ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.10, 5.11 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.10 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.11 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

ISPSO は上位個体選択率 H の設定で、得られるエリート優良解の目的関数値が大きく変動する。PSO 解法は、設計変数空間上を広く移動しながら解探索を行う。この解探索法により、形状の多様性より応力制約を満足しやすい板厚の多様性を維持する傾向がある。

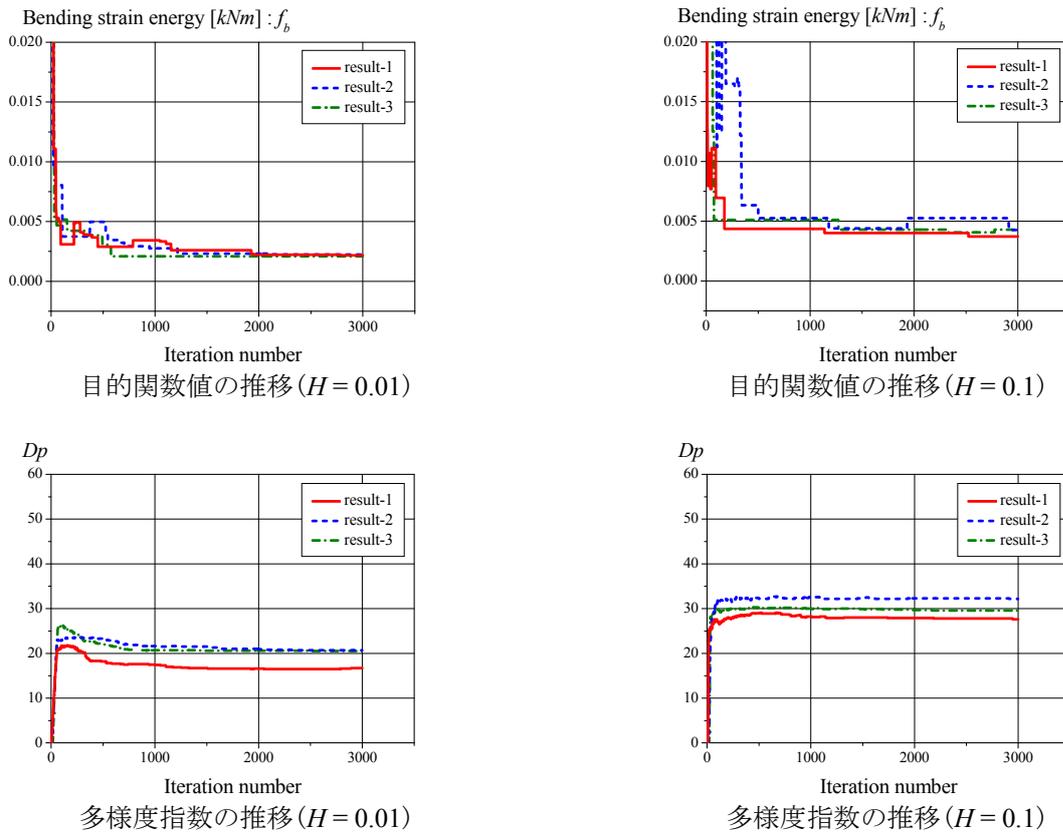
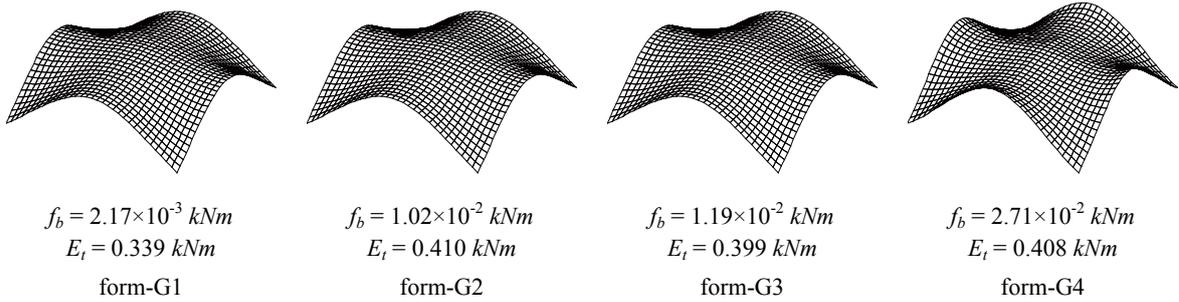
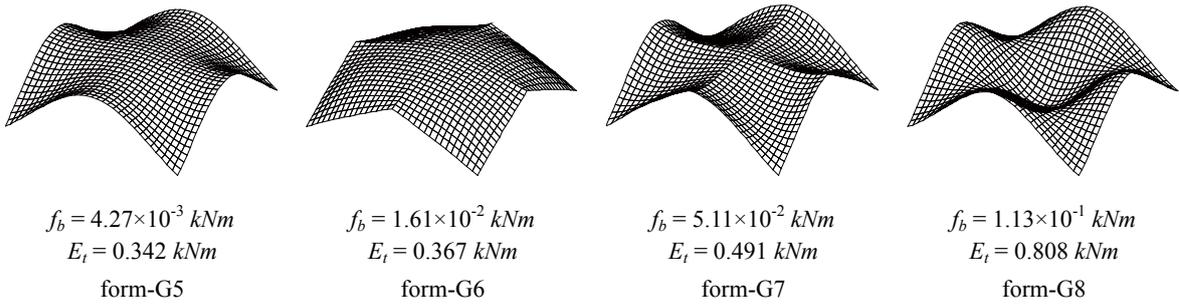


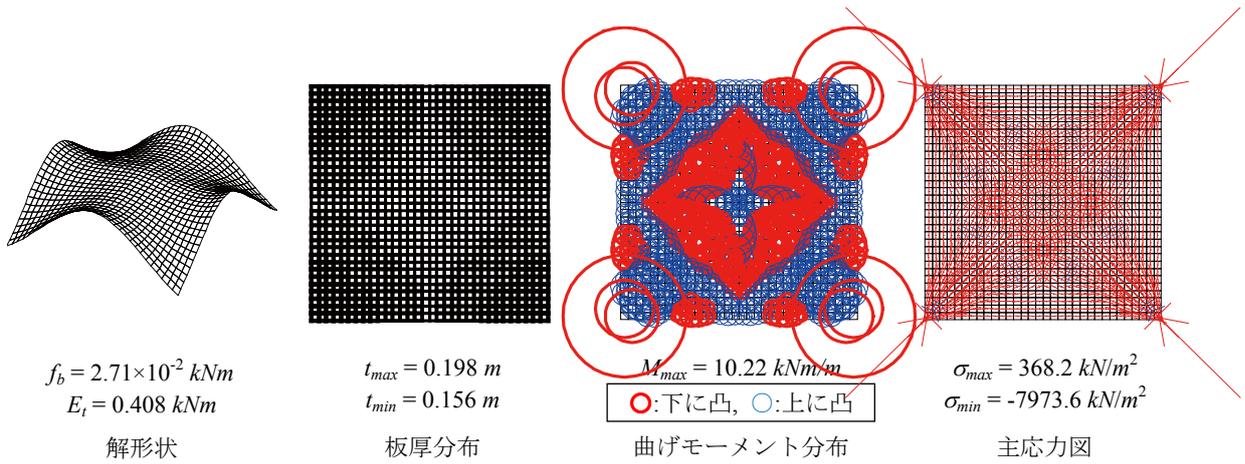
図 5.10 ISPSO による数値結果



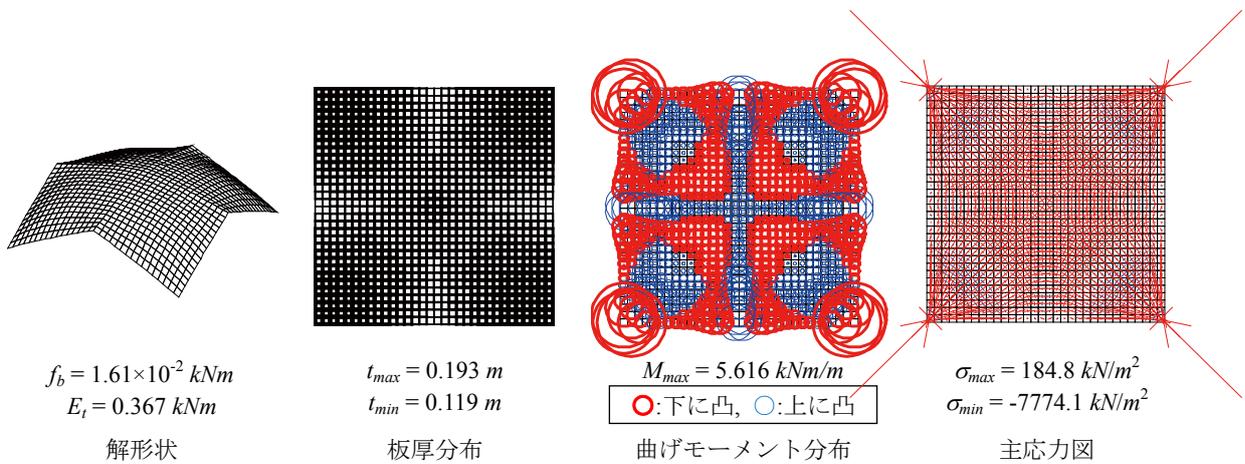
a. $H = 0.01$ (result-1)



b. $H = 0.1$ (result-2)



c. form-G4 の力学性状



d. form-G6 の力学性状

図 5.11 ISPSO により得られた構造形態

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.12, 5.13 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.12 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.13 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。

ISABC は、反復計算過程において大域的探索と局所探索を繰り返し行う。大域的探索が広範囲の解を探索し、局所探索により記憶細胞内に保存されている個体近傍の解探索を密に行う。この操作導入により、ISPSO よりも多様な高評価の形状が獲得できる。ただし、解探索には 1.5~2.0 倍程度の時間を費やす。また、総ひずみエネルギー最小化では、板厚が過剰に厚く自重が大きい場合、総ひずみエネルギーの値が大きくなる。つまり、総ひずみエネルギーを小さく抑えるためには、板厚が形状に沿って最適化される必要がある。これに対して、面外変形のみを考慮する曲げひずみエネルギー最小化では、板厚による目的関数値の変動量よりも、形状の変化による変化量が多い。結果として、優良解探索による多様性維持操作は、シェル形状よりも板厚に対して働きやすい傾向がある。

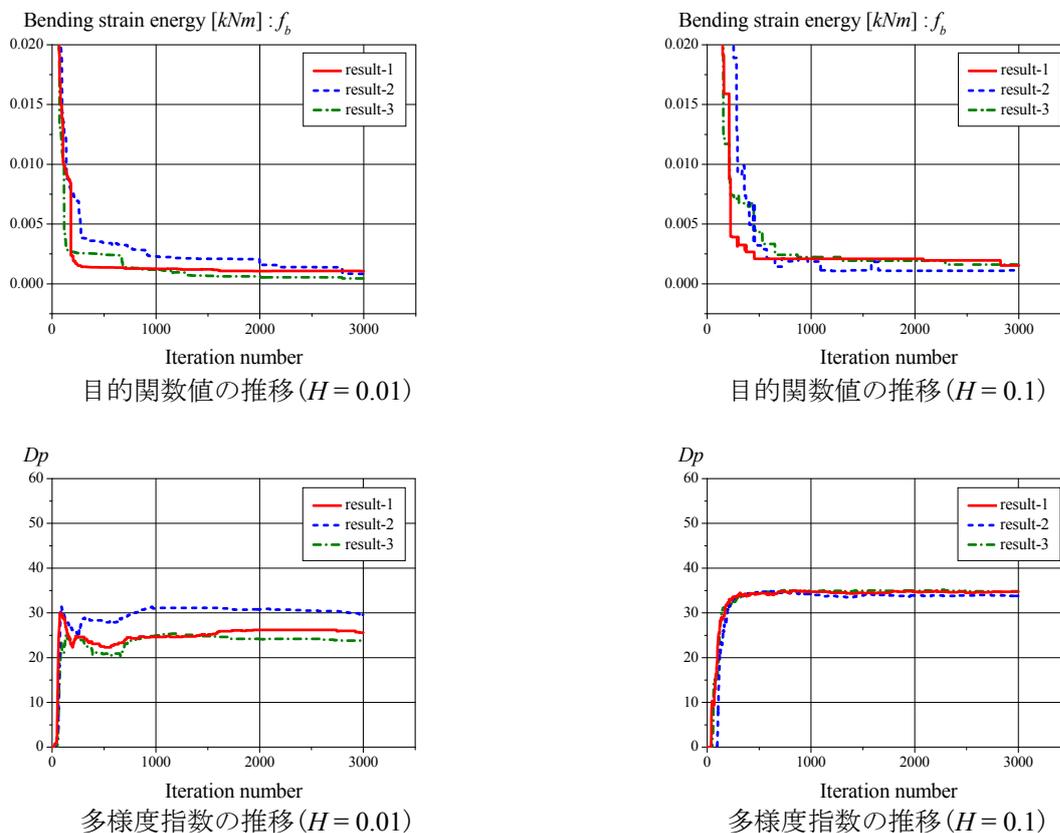


図 5.12 ISABC による数値結果

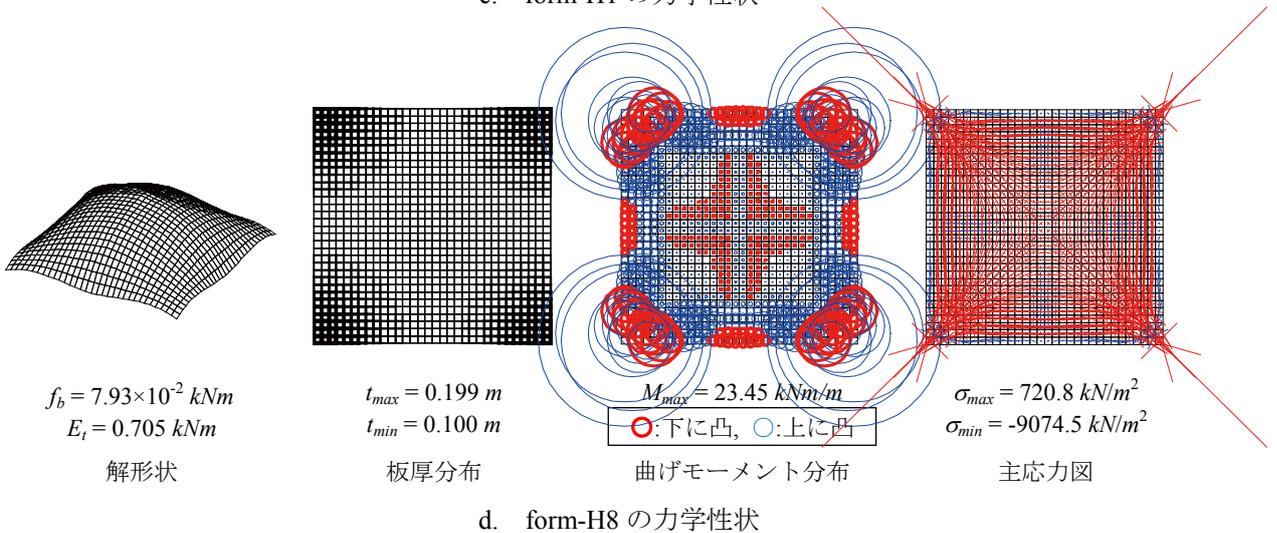
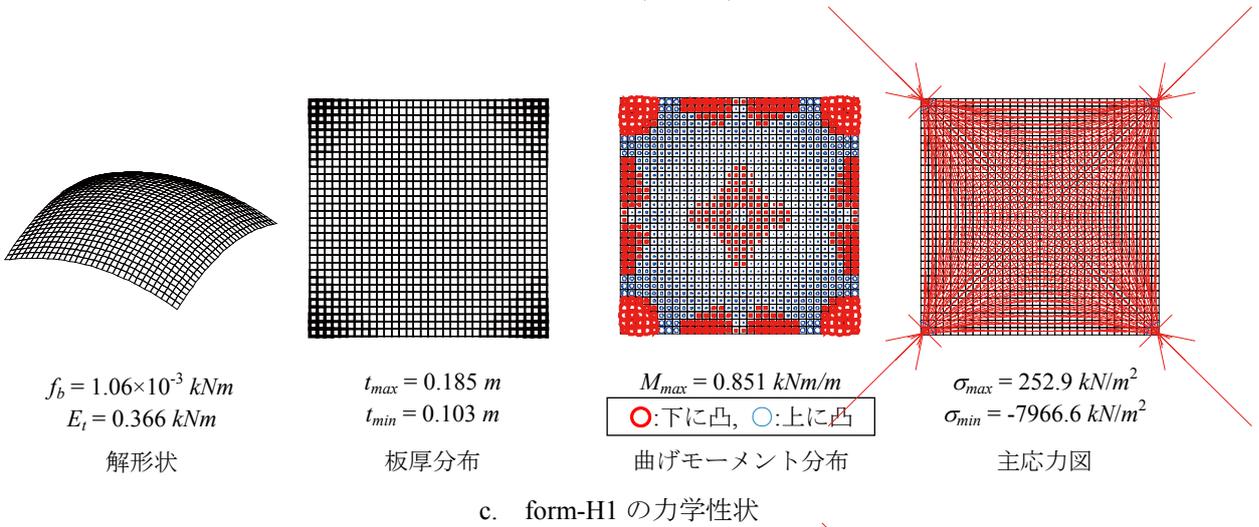
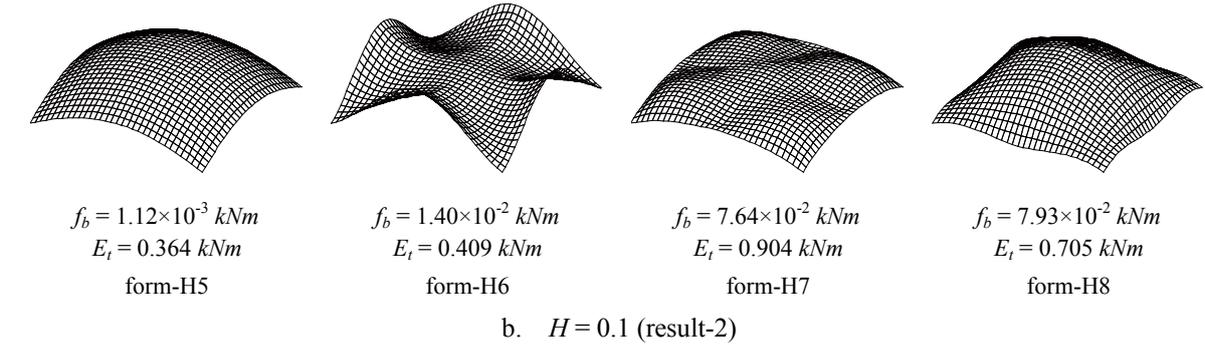
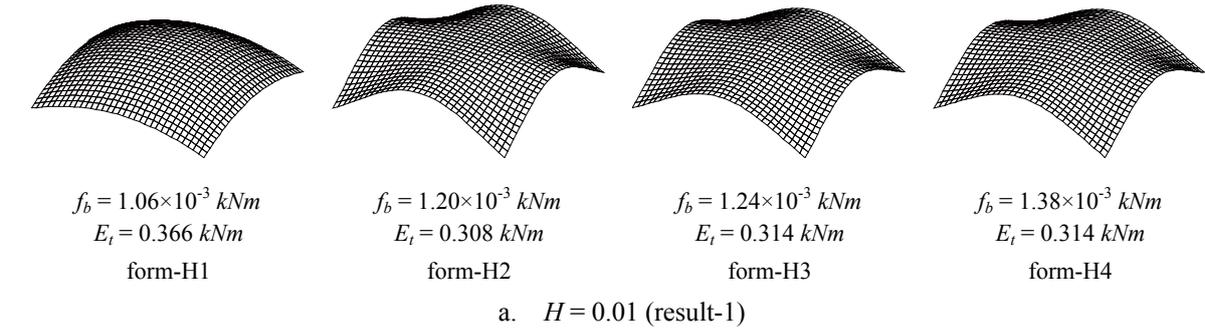


図 5.13 ISABC により得られた構造形態

5.1.4 計算例 3 : 総ひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化

総ひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化を目的とした多目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{5.9}$$

$$\text{to minimize } f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d}$$

$$f_v(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \gamma \mathbf{S}(\mathbf{R})^T \mathbf{A} \tag{5.10a, b}$$

$$\text{subject to } \sigma^j \leq \sigma_j \tag{5.11}$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \tag{5.12a, b}$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, $\mathbf{S}(\mathbf{R})$: 表面積ベクトル, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^j = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である (板厚: 9, 有限要素節点座標: 10)。本項で用いる解法は SPEA2, ISPSO, ISABC であり、パラメータは表 5.5-5.7 のように設定する。

表 5.5 SPEA2 パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	0.9	突然変異率	0.004
交叉率	0.7	選択方式	トーナメント
世代数	3000	交叉方式	二点交叉
アーカイブ個体群	100		

表 5.6 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	3000

表 5.7 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	1900
最大反復回数	3000

パレート最適解探索の数値結果

SPEA2 による数値結果を図 5.14, 5.15 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.14 は目的関数空間上の解と多様度指数の推移である。図 5.15 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (—が引張, —が圧縮) を表す。

SPEA2により得られる結果は、試行を重ねても同一パレートフロントを形成し、パレートフロント上の解は断面分布の異なる類似形状である。これより、本モデルは解空間が比較的単純であり、形状エントロピの値からパレートフロント上の解は設計変数空間上の多様性が低いことが判る。

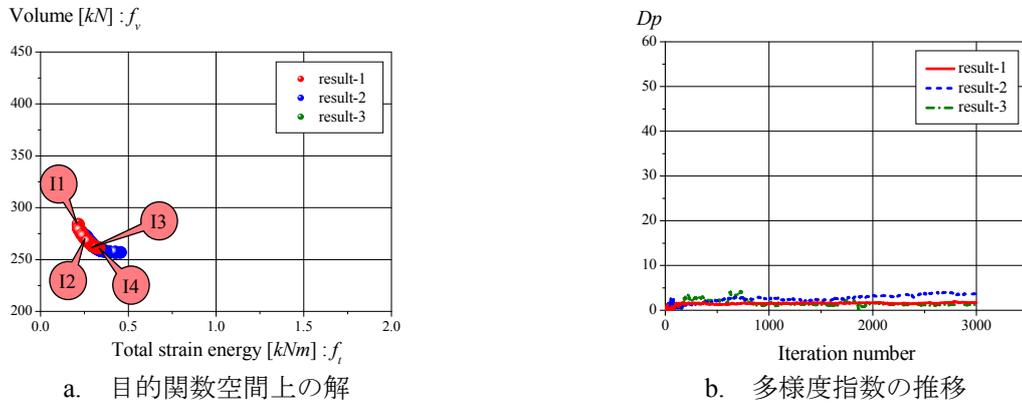


図 5.14 SPEA2 による数値結果

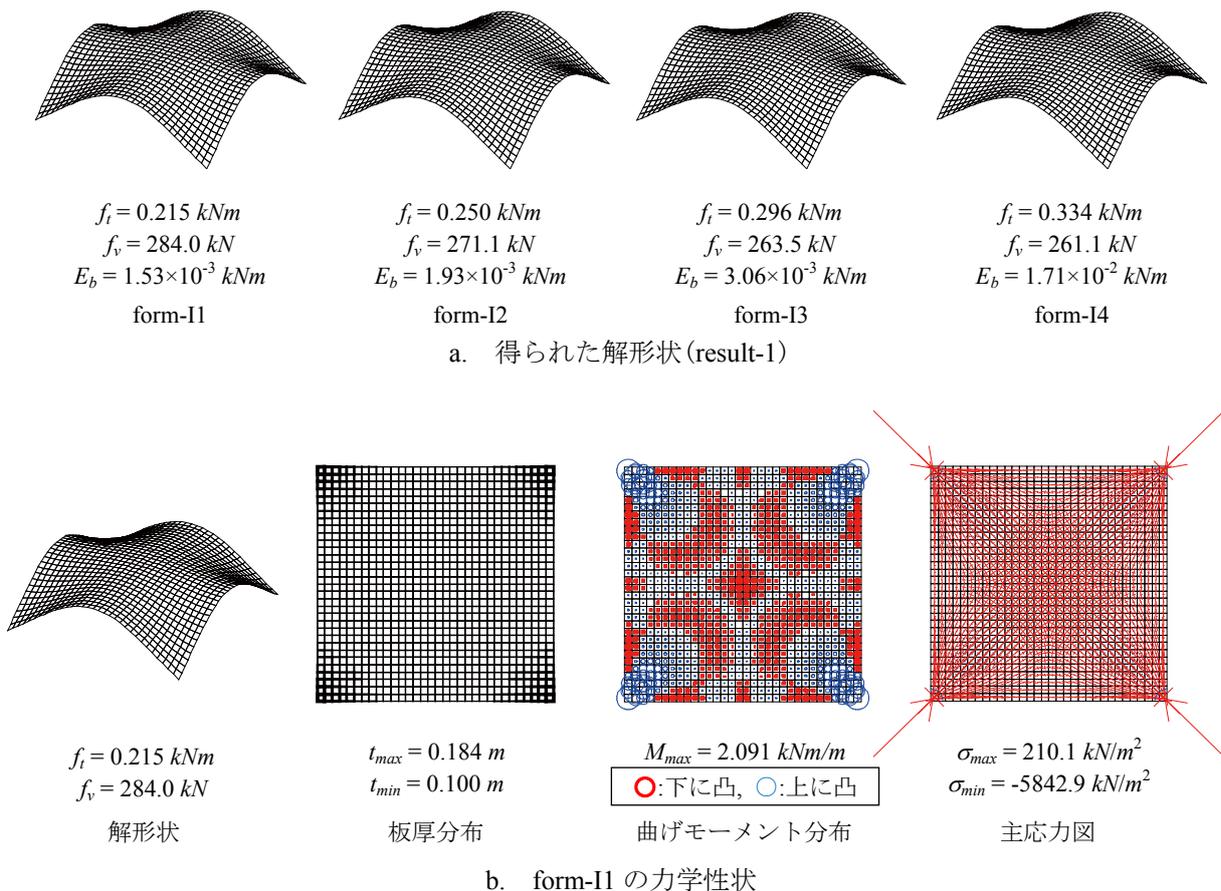


図 5.15 SPEA2 により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISPSO ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.16, 5.17 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.16 は目的関数値と多様度指数の推移であり、強度評価上位 50% の優良解をプロットした。図 5.17 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

ISPSO は収束性の問題から、上位個体選択率 H の設定に注意が必要である。 $H > 0.01$ のとき、得られる解は収束しておらず、評価値の低い個体が記憶細胞内に多く存在している。これより、ISPSO は多目的最適化において記憶細胞除去操作の導入が必要な場合が多い。ただし、解の多様性が失われる記憶細胞除去操作を導入しても、 $H = 0.3$ の設定で比較的评价の高い多様な形状が得られており、多目的最適化において H と記憶細胞除去率 q の設定により ISPSO による優良解探索が可能である。

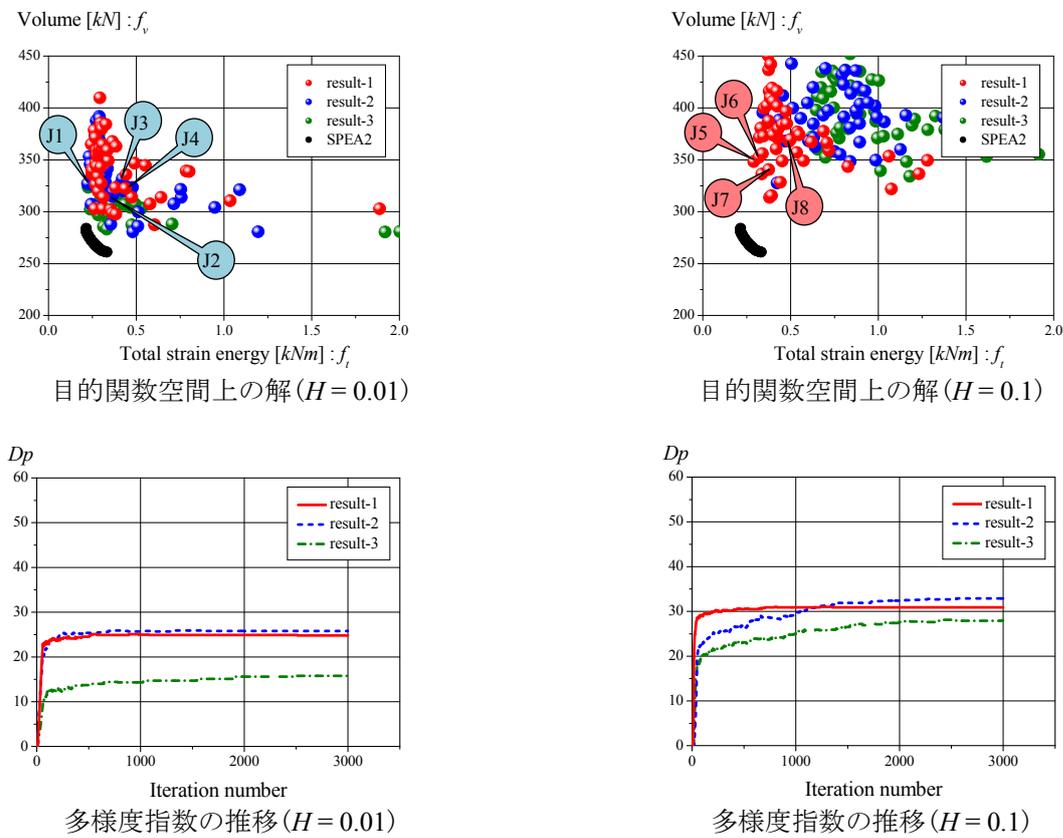


図 5.16 ISPSO による数値結果

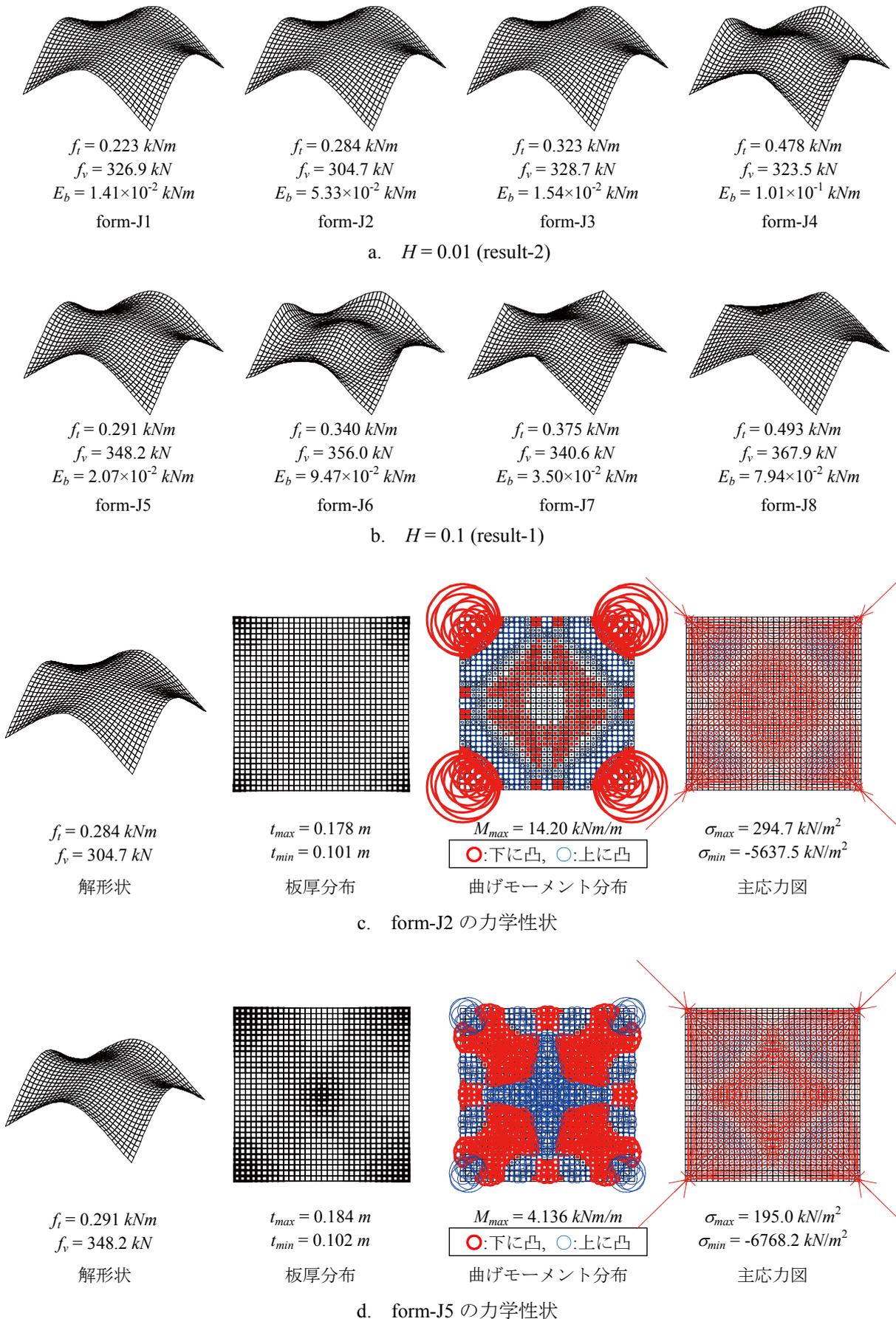


図 5.17 ISPSO により得られた構造形態

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.18, 5.19 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.18 は目的関数値と多様度指数の推移であり、強度評価上位 50% の優良解をプロットした。図 5.19 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。

ISABC は、ISPSO よりも解の収束性が良く、SPEA2 と同様のパレート最適解を含む優良解が得られている。 H を大きくすることで、パレートフロント近傍の評価の高い解が得られる。注目すべきは、 $H = 0.1$ のとき、異なる 2 つの帯状に解分布を形成した点である (図 5.18)。これは、ISABC が設計変数空間の多様性を維持しながら、局所パレート解を乗り越えた結果である。

記憶細胞除去操作は、解の収束性を向上させ、高評価の優良解を獲得するための操作である。つまり、適応度算定・端切り法が設計変数空間の多様性維持スキームであるのに対し、記憶細胞除去は目的関数空間の評価に重点を置く操作である。ISPSO は探索個体の修正量が大きく、記憶細胞除去操作を導入しても設計変数空間の多様性を維持することが可能である。一方、ISABC は探索個体の修正量が小さく、大域的探索と局所探索の繰り返しにより解を探索する。このため、記憶細胞除去操作を導入すると目的関数空間の多様性維持に重点が置かれ、設計変数空間の多様性が低下する。結果として、 H の設定による変化が見られなくなる傾向がある。

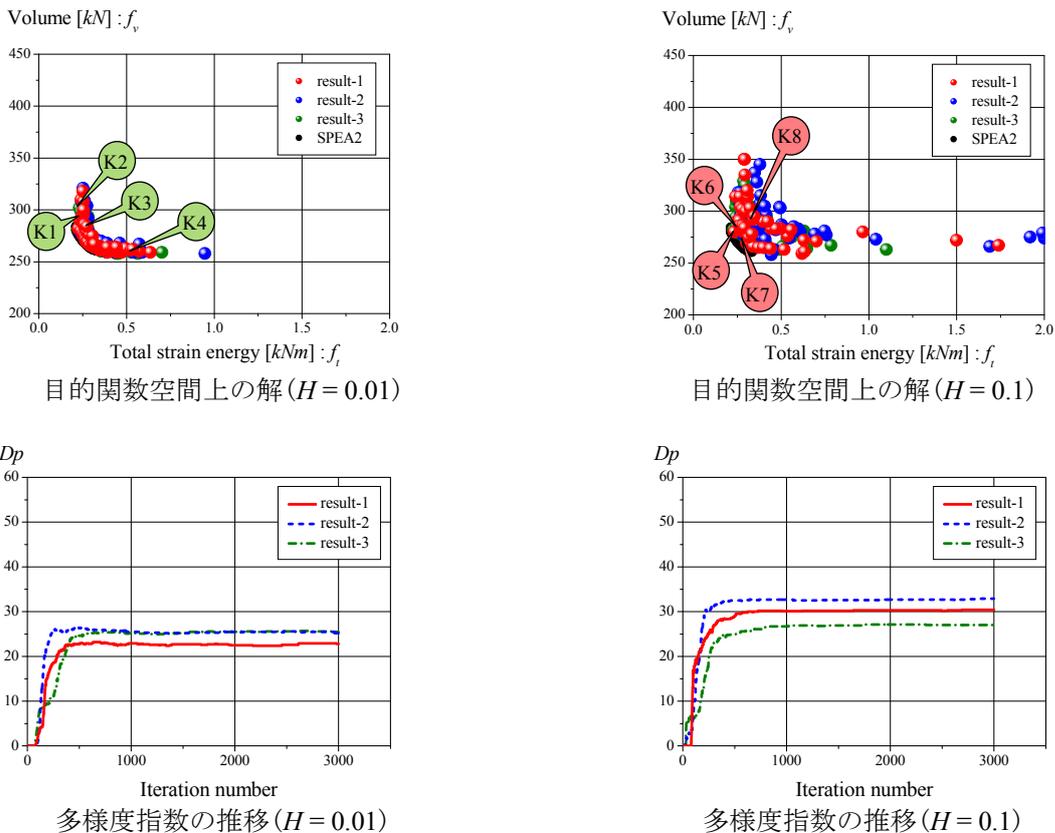
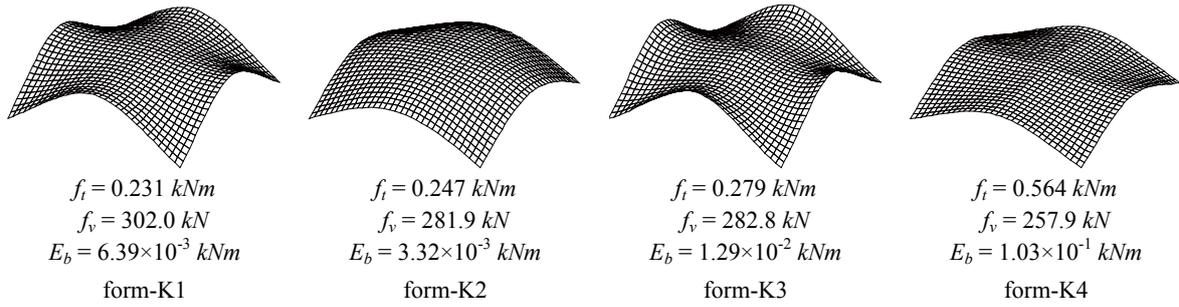
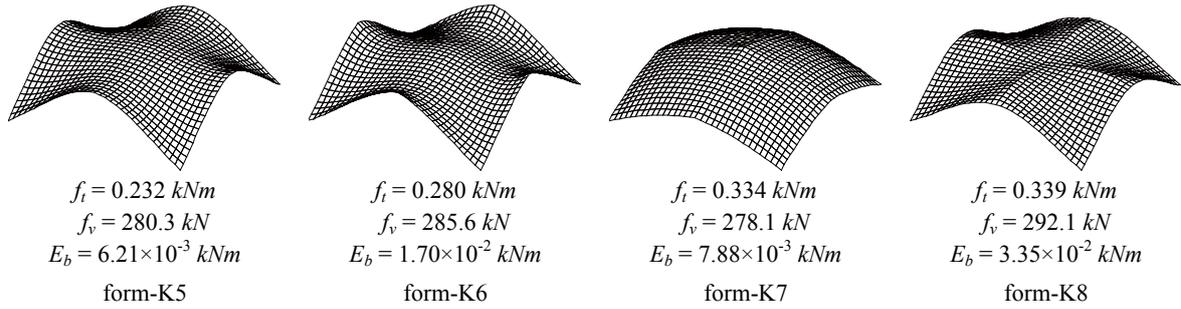


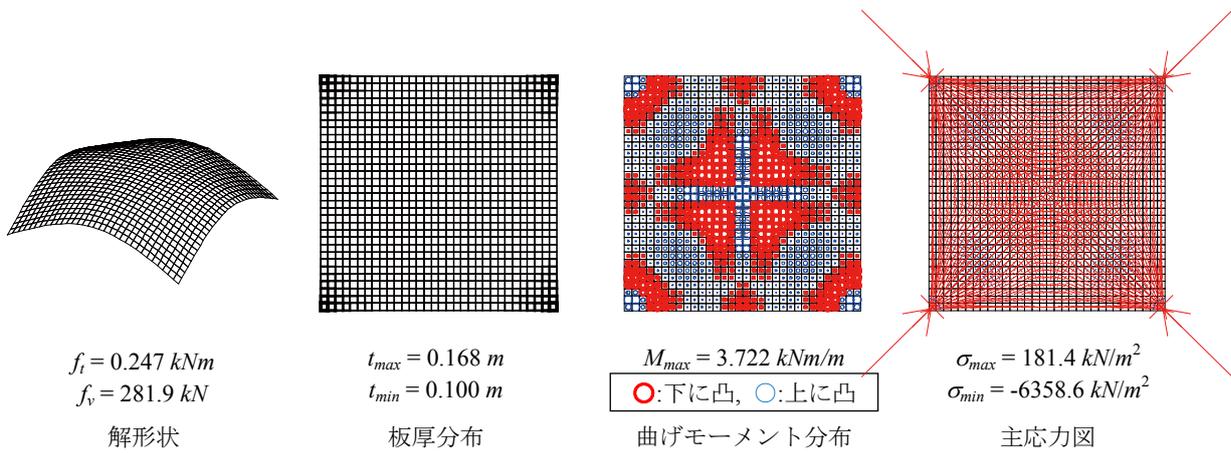
図 5.18 ISABC による数値結果



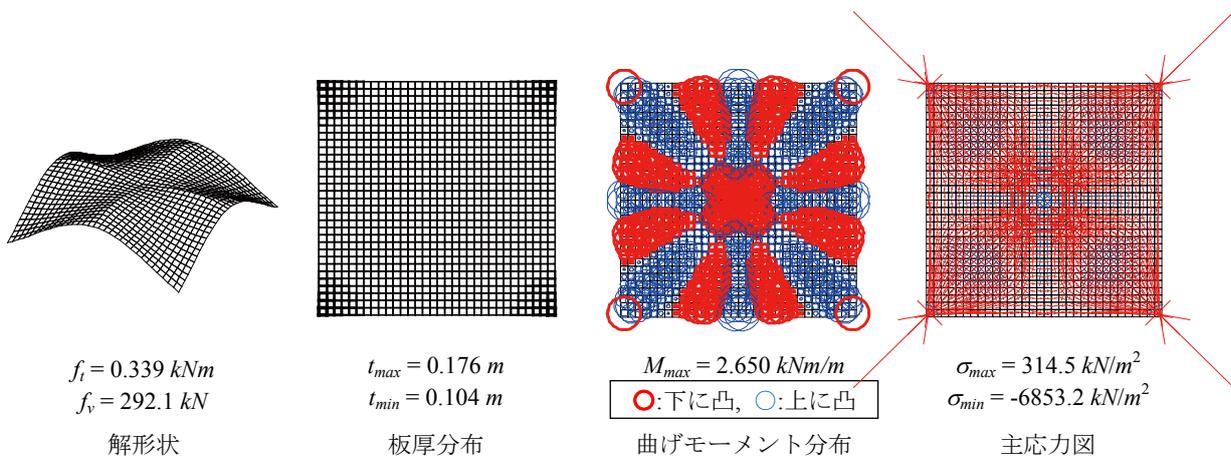
a. $H = 0.01$ (result-3)



b. $H = 0.1$ (result-1)



c. form-K2 の力学性状



d. form-K8 の力学性状

図 5.19 ISABC により得られた構造形態

5.1.5 計算例 4 : 曲げひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化

曲げひずみエネルギーと部材総重量の同時最小化を目的とした多目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.13)$$

$$\text{to minimize} \quad f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w}$$

$$f_v(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \gamma \mathbf{S}(\mathbf{R})^T \mathbf{A} \quad (5.14a, b)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.15)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.16a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A}(=[A_j])$:断面積(板厚)ベクトル、 $\mathbf{R}(=[R_i])$:有限要素節点座標ベクトル、 \mathbf{w} :面外節点変位ベクトル、 \mathbf{K}_b :面外剛性マトリクス、 $\mathbf{S}(\mathbf{R})$:表面積ベクトル、 σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$ 、 $A_j^U = 0.2 \text{ m}$ 、 $R_i^L = 0.0 \text{ m}$ 、 $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である(板厚:9, 有限要素節点座標:10)。本項で用いる解法は SPEA2, ISPSO, ISABC であり、パラメータは表 5.8-5.10 のように設定する。

表 5.8 SPEA2 パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	0.9	突然変異率	0.004
交叉率	0.7	選択方式	トーナメント
世代数	3000	交叉方式	二点交叉
アーカイブ個体群	100		

表 5.9 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	3000

表 5.10 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	1900
最大反復回数	3000

パレート最適解探索の数値結果

SPEA2 による数値結果を図 5.20, 5.21 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.20 は目的関数空間上の解と多様度指数の推移である。図 5.21 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

曲げひずみエネルギーを目的関数として多目的最適化を行うと、複数のパレートフロントを捉える。この傾向は、本節で扱った解法全てにおいて見られた特徴である。注目すべきは、単一目的最適化で得られた大域的最適解は球型の形状であったのに対し、SPEA2 では境界部のライズが高い形状が得られている点である。これには、2つ目の評価指標である部材重量が大きく関係している。球型の形状は部材重量の変化に対する許容解が少なく、パレートフロントが短いため捉えにくいと考える。

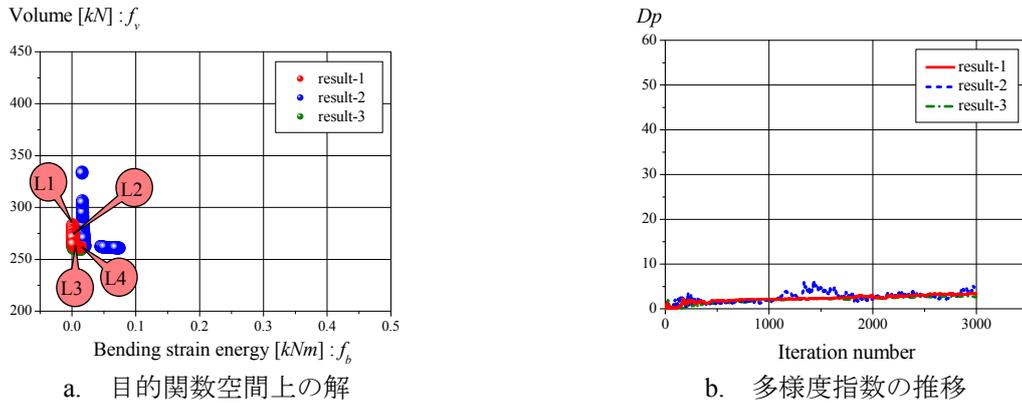


図 5.20 SPEA2 による数値結果

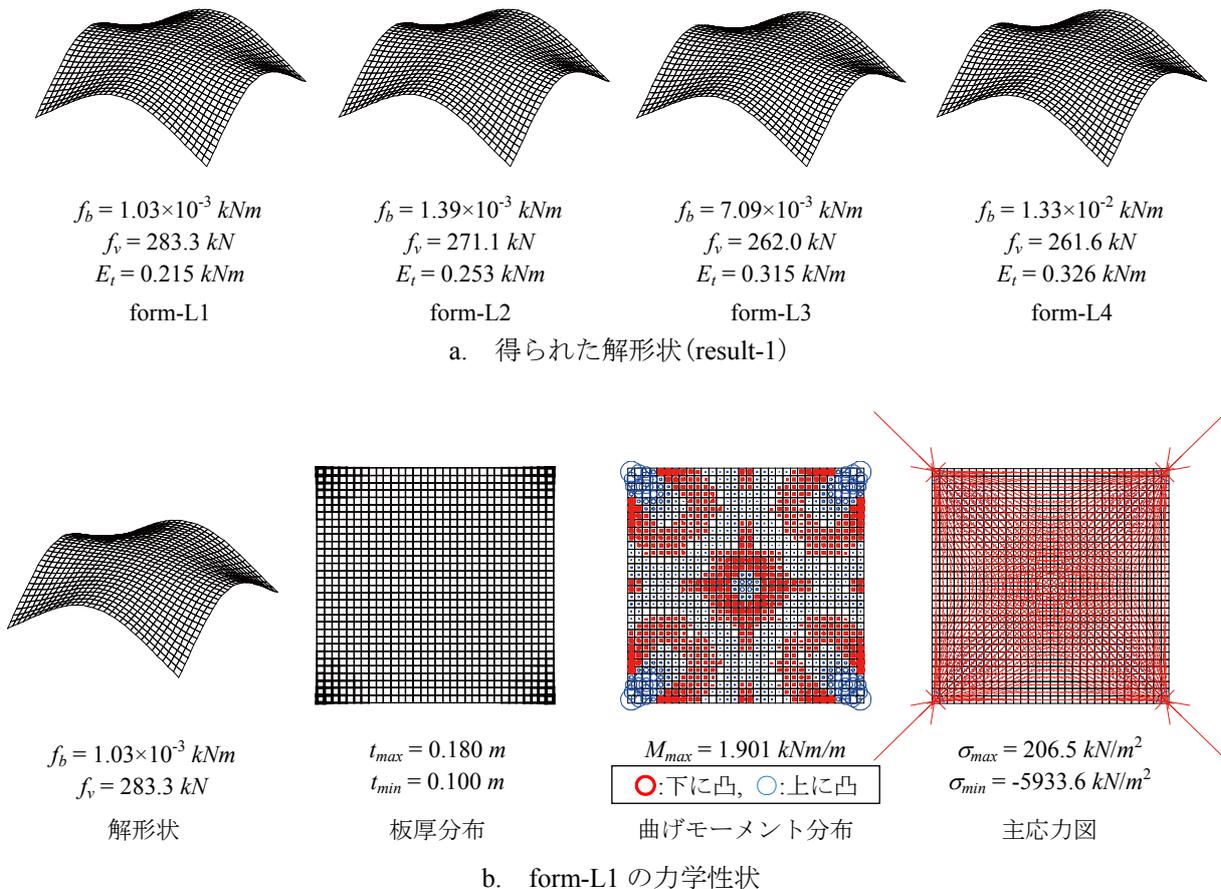


図 5.21 SPEA2 により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISPSO ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.22, 5.23 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.22 は目的関数値と多様度指数の推移であり、強度評価上位 50% の優良解をプロットした。図 5.23 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

SPEA2 に対し、ISPSO は球型を含む多様な解を獲得している。ただし、総ひずみエネルギーを目的関数とした場合と同様に、ISPSO は多目的最適化において除去操作の導入を行わない場合、得られる優良解が広範囲でばらついた分布となる。これは、前項で述べた理由による。一方で、曲げひずみエネルギーの多目的最適化では、目的関数空間上で部材総重量の軸に沿った長い解分布を得た。曲げひずみエネルギー最小化では板厚より形状の変化に対する目的関数値の変化量が大きく、板厚の多様性維持を図った結果である。得られた解は殆ど類似形状であり板厚分布の多様性が支配的であるが、曲げひずみエネルギーが小さい部分では形状の変化も見られた。

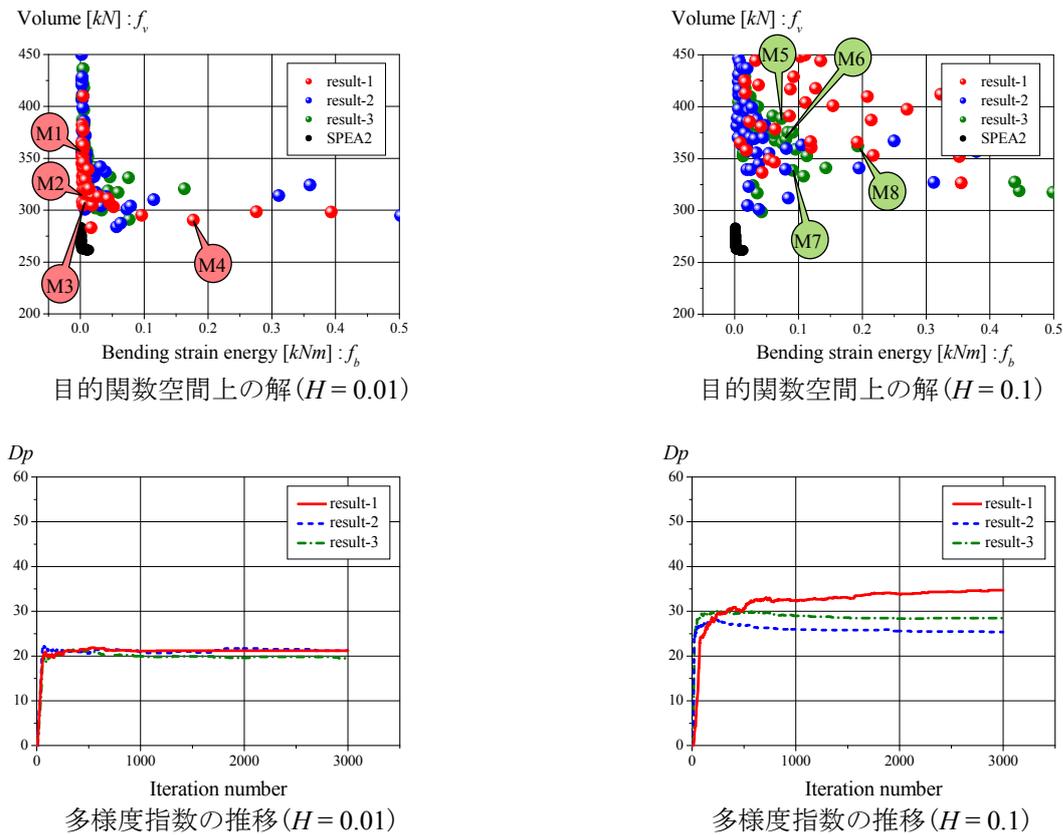


図 5.22 ISPSO による数値結果

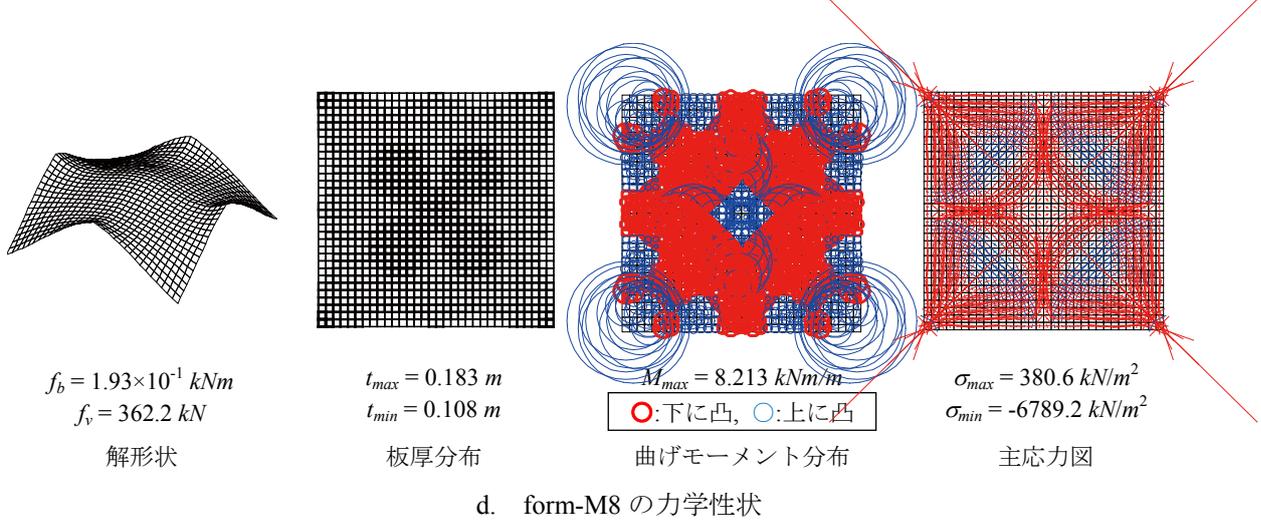
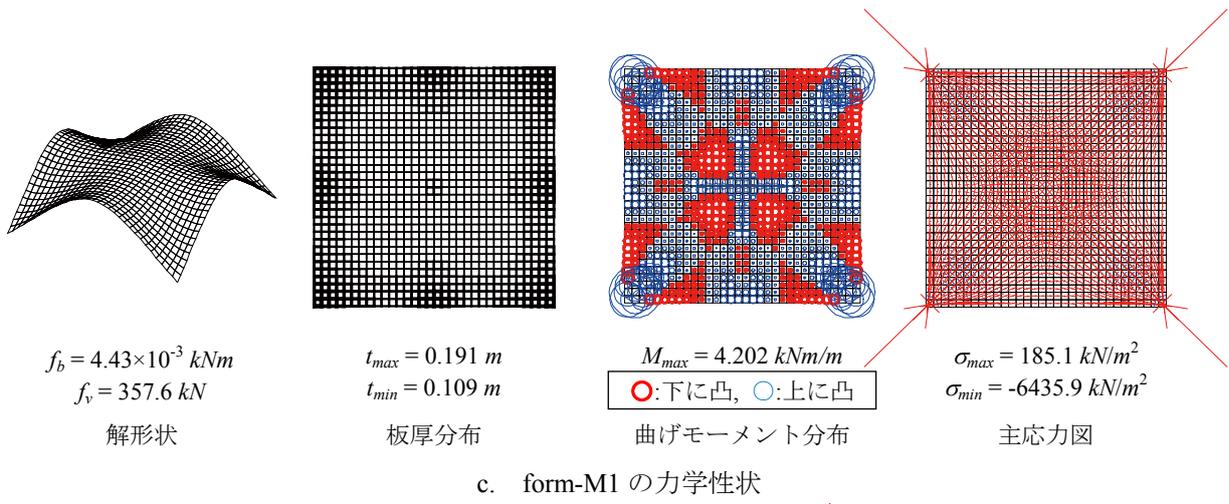
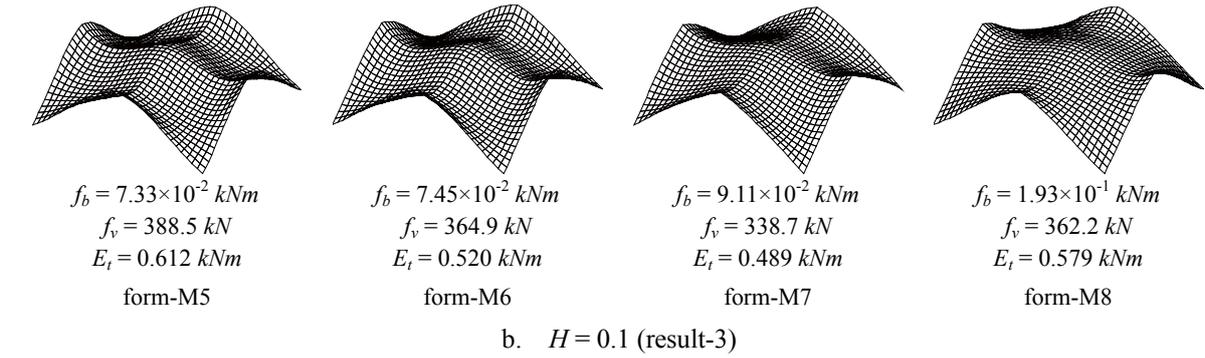
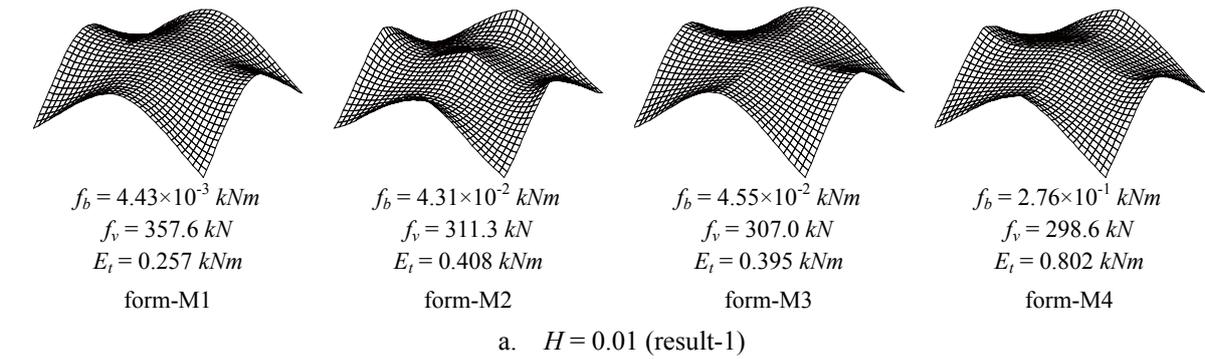


図 5.23 ISPSO により得られた構造形態

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 5.24, 5.25 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.24 は目的関数値と多様度指数の推移であり、強度評価上位 50% の優良解をプロットした。図 5.25 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。

ISABC は ISPSO と同様に多様な解を獲得している。設計変数空間の多様性を維持した解探索を行った結果、従来の最適化手法で捉えにくい解が得られている。ただし、これらの解探索方法により得られる解は目的関数空間上で解密度が一定にならず、必ずしもパレートフロントを形成するとは限らない。特に、上位個体選択率 H を大きく設定するとこの傾向が顕著に現れる。記憶細胞除去操作を設定した ISABC も ISPSO より多様な解形状を得た。これは ISABC が少しずつ形状の修正を行いながら広範囲に高い解探索能力で解を探索した結果、パレートフロント上で多様性のある解を捉えたと考えている。つまり、曲げひずみエネルギーを目的関数として多目的最適化を行う場合、パレート最適フロントは複数のパレートフロントから構成されており、優良解探索解法によると、これらを同時に探索できる可能性がある。

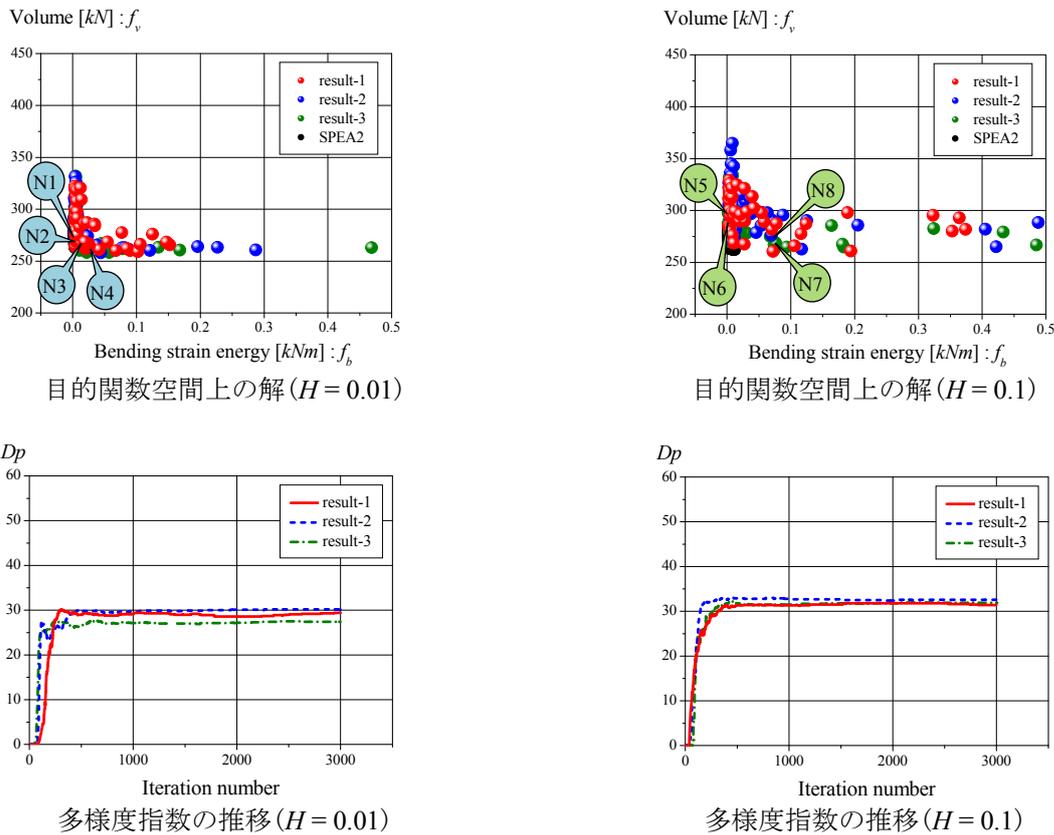
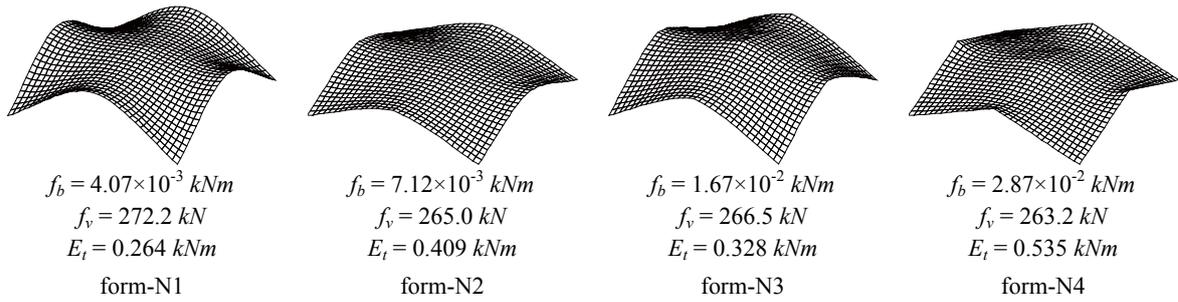
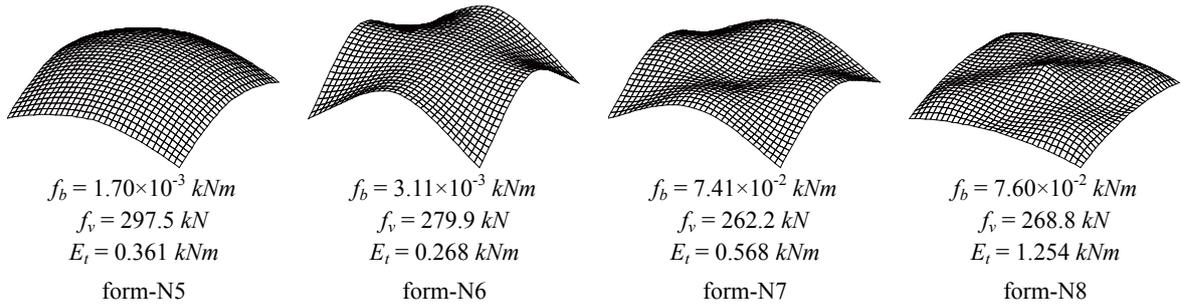


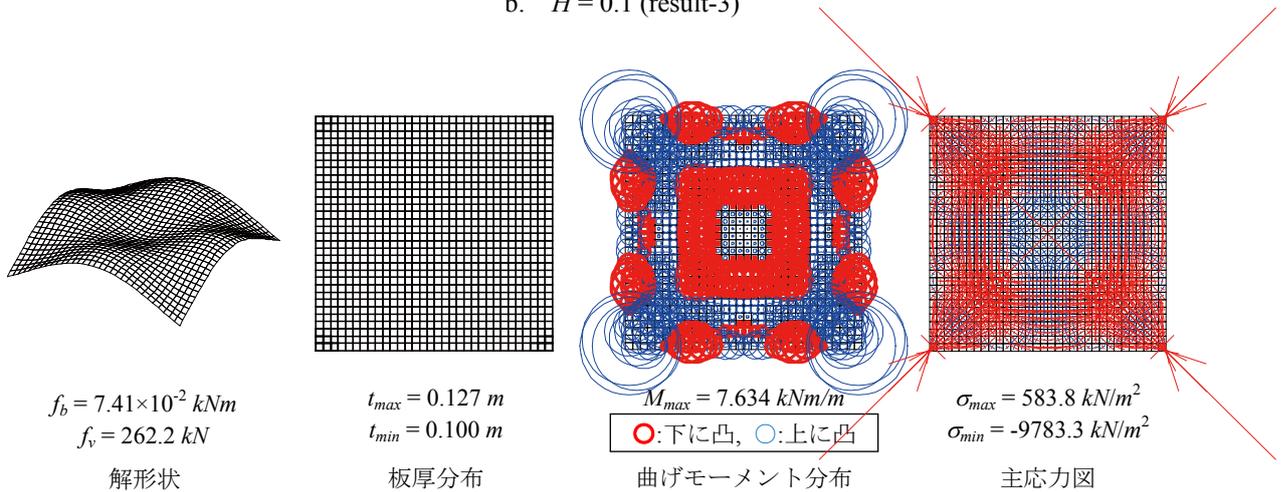
図 5.24 ISABC による数値結果



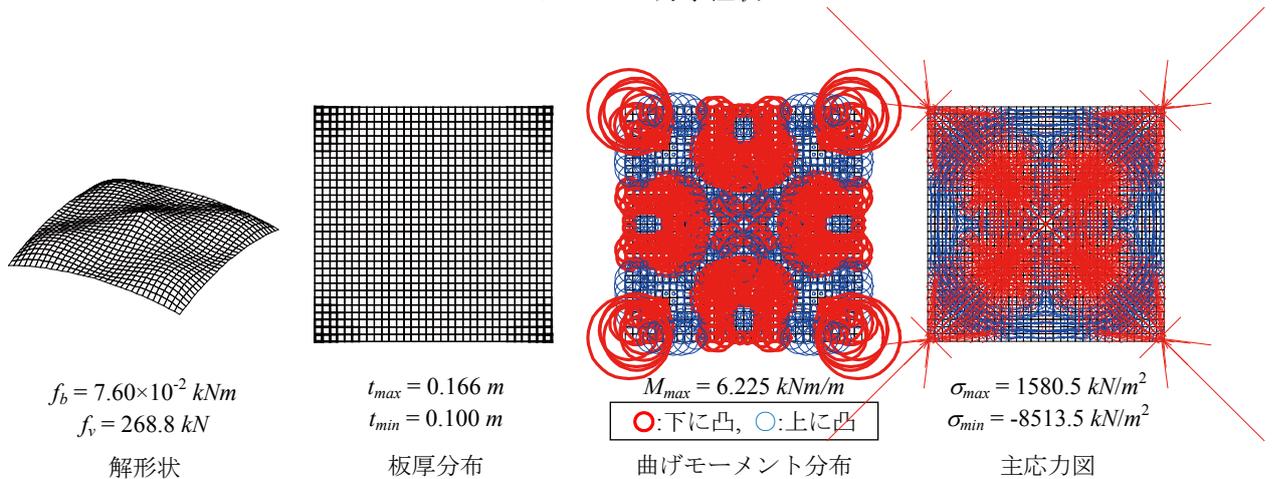
a. $H = 0.01$ (result-2)



b. $H = 0.1$ (result-3)



c. form-N7 の力学性状



d. form-N8 の力学性状

図 5.25 ISABC により得られた構造形態

5.1.6 ロバスト性の評価

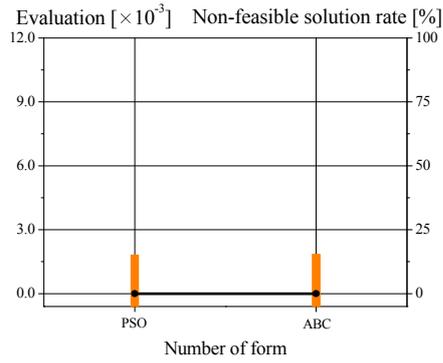
数値計算例 1~4 で PSO, ABC, SPEA2, ISPSO, ISABC により得られた解形態に対するロバスト性の評価を行う。各数値計算例に対するロバスト性判定の結果を図 5.26-5.29 に示しており、グラフは各解形状のロバスト性評価値(棒グラフ)と乱数個体中に含まれる非許容解(制約条件を満足しない解)の割合を示している。なお、多目的最適化問題で得られた解形態に対しては、目的関数として設定したひずみエネルギーに対するロバスト性の評価とした。

数値計算例 1 では、いずれの解法で得られた形態もロバスト性判定において非許容解の割合が小さい形態であることが確認できる。これは、解空間において大域的最適解や局所最適解周辺で制約条件により非許容解領域となっている部分が少なく、解が比較的探索されやすい解空間であることを示している。特に、PSO と ABC で得られた形態は概ね同様のロバスト性評価結果となっており、大域的最適解を捉えられていると判断する。ISPSO や ISABC で得られた解は、 $H=0.01$ よりも $H=0.1$ の設定で得られた解がロバスト性評価の低い形態を多く含む結果となった。これは、解の多様性を重視した探索により広範囲に解が分布しており、ロバスト性の低い形態を多く含んだ優良解が得られていると考える。つまり、 H を大きく設定した優良解探索では、ロバスト性評価が重要になる。

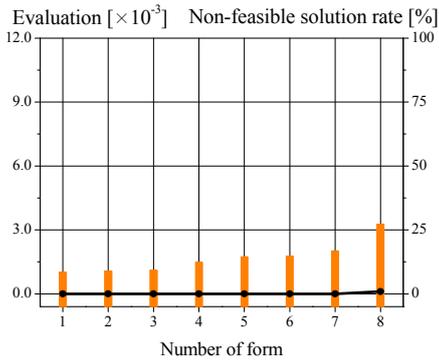
数値計算例 2 では、PSO と ABC で異なるロバスト性評価結果となった。本計算例では、得られた解の板厚分布に多様性が見られ、板厚分布がロバスト性評価に大きな影響を与えていると考えられる。板厚の過剰な形態は、形態の微小変化による力学性状の変動が大きい傾向があり、ISPSO や ISABC で得られた優良解は非許容解の割合が形態ごとに大きく異なる結果を示している。よって、数値計算例 1 よりも制約条件の影響を大きく受けた解空間となっており、複数の局所最適解を有していると判断する。

数値計算例 3 では、総ひずみエネルギーの大きい形態ほど、ロバスト性評価値および非許容解の割合が大きくなっている。SPEA2 により得られた総ひずみエネルギーの大きい形態は板厚が薄く最適化された形態であり、外乱に対する抵抗力が低いためであると考えられる。ISABC により得られた形態は、SPEA2 で得られた形態と同様の傾向を示しているが、ISPSO により得られた形態は非許容解の割合の分布が異なる傾向である。これは、ISABC は SPEA2 と同様のパレートフロントを獲得しているのに対して、ISPSO は SPEA2 のパレートフロントから離れた部分で優良解を獲得しているためであると考えられる。いずれの解法で得られた形態でも、総ひずみエネルギーが小さく構造重量が大きい形態はロバスト性が高く、非許容解の割合も 0.0% であることが確認できる。

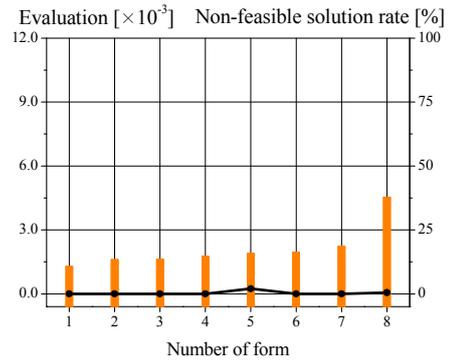
数値計算例 4 では、SPEA2 により得られた形態は数値計算例 3 と同様の傾向を示した。一方で、ISPSO や ISABC により得られた優良解形態は、数値計算例 2 と近い傾向を示している。両解法とも得られたパレートフロントは、SPEA2 により得られたパレートフロントから離れた位置に解分布を形成しており、得られた解の特性が異なるためであると考えられる。つまり、優良解を活用する場合や曲げひずみエネルギーを目的関数として設定した場合は、特にロバスト性の評価が重要になる。ただし、全ての数値計算例を通して、ISPSO や ISABC で得られた形態は PSO, ABC や SPEA2 で得られる形態よりもロバスト性評価の高い解を含んでおり、優良解探索による有効性を確認することもできた。



a. PSO・ABC により得られた形態 (form-A, B)

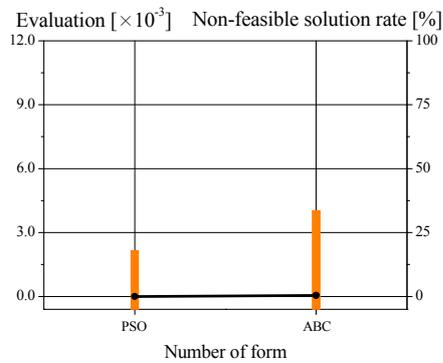


b. ISPSO により得られた形態 (form-C)

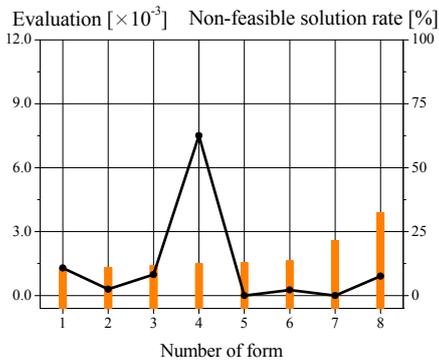


c. ISABC により得られた形態 (form-D)

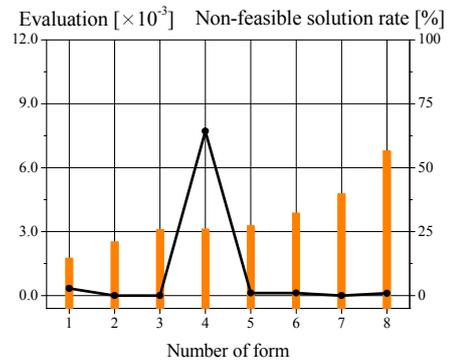
図 5.26 数値計算例 1 のロバスト性判定結果



a. PSO・ABC により得られた形態 (form-E, F)

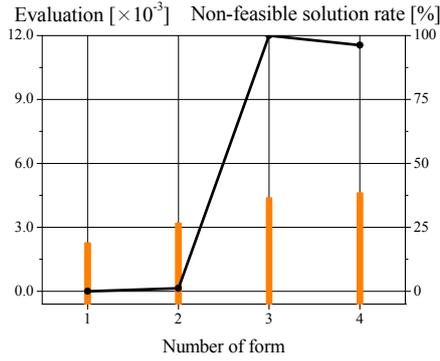


b. ISPSO により得られた形態 (form-G)

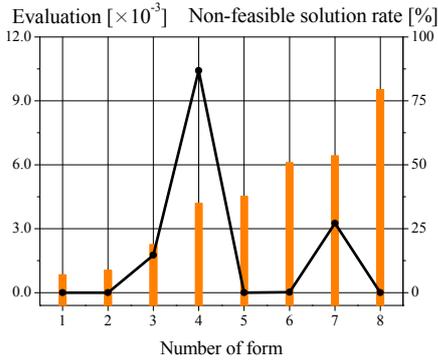


c. ISABC により得られた形態 (form-H)

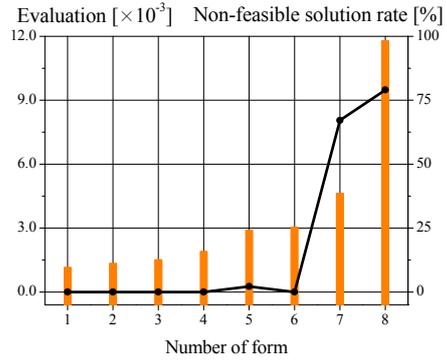
図 5.27 数値計算例 2 のロバスト性判定結果



a. SPEA2 により得られた形態 (form-I)

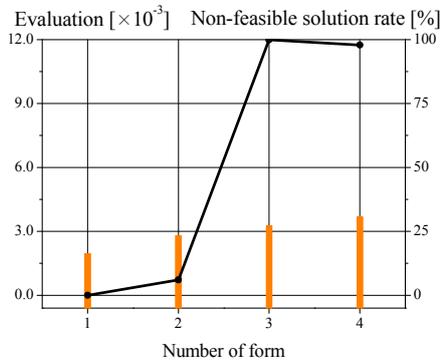


b. ISPSO により得られた形態 (form-J)

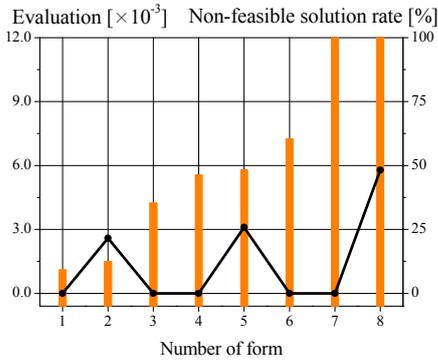


c. ISABC により得られた形態 (form-K)

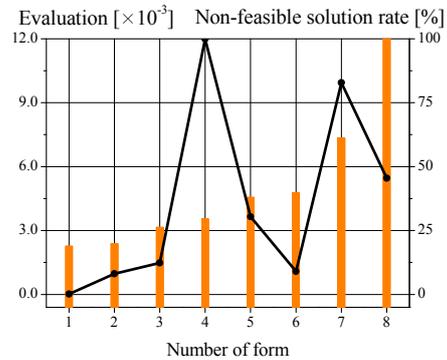
図 5.28 数値計算例 3 のロバスト性判定結果



a. SPEA2 により得られた形態 (form-L)



b. ISPSO により得られた形態 (form-M)



c. ISABC により得られた形態 (form-N)

図 5.29 数値計算例 4 のロバスト性判定結果

5.1.7 優良解探索スキームの考察

優良解探索解法 ISGA, ISPSO, ISABC は目的関数空間の評価に重点を置く PSO, ABC, SPEA2 より、目的関数値の評価が低い優良解を多く捉える。また、優良解探索解法のみ注目すると、それぞれの解法で得られる優良解の特性が異なる。これは、優良解探索スキームが各解法の基本アルゴリズムと相互に影響している結果であると考えられる。以下では、優良解探索スキームと各解法の基本アルゴリズムの双方に対して、それぞれどのような影響を及ぼしているかをまとめる。

1) 解探索における設計変数修正量の違い

反復計算における探索個体の修正量は ISPSO > ISGA > ISABC の順に小さくなり、設計変数の修正量が大きいほど許容解を早い段階に探索できる可能性がある(図 5.30a)。これに対し、設計変数の修正量が小さいと探索個体の収束は遅くなるが、より精度が高い最適解が探索できる(図 5.30b)。ISPSO は常に全ての設計変数を修正するため、許容解を比較的早期に発見する一方で、記憶細胞内には探索初期段階に得られた設計変数空間上でばらついた低評価の個体が残りがやすく、他の優良解探索解法と比較すると評価値の低い優良解が多く記憶細胞に保存されている傾向がある。結果として、記憶細胞除去操作などの低評価個体削除操作の設定が必要になることが多い。ISGA は探索個体の設計変数修正量を乱数や突然変異率の設定により探索個体毎に変化させ、多様化と集中化のバランスを図っている。ISABC は常に 1つの設計変数のみを修正するため解の収束が遅いものの、優良解探索解法の中で最も高い最適解探索能力を持つ。さらには、一度の試行における記憶細胞に保存される優良解の多様性も高い傾向がある。

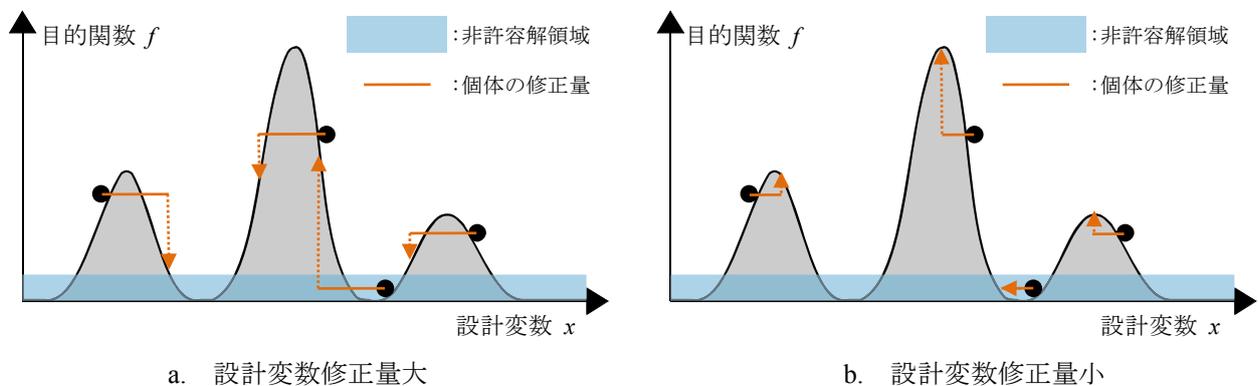


図 5.30 設計変数修正量の違いによる探索個体の移動(山登りイメージ)

2) 設計変数空間上の個体間距離を用いた端切り法

特に、解空間が複雑な最適化問題において、記憶細胞には探索過程で得られる多くの低評価個体を含む暫定優良解が保存されていると考えられる。つまり、最適解近傍まで探索が進んだ探索個体は個体の集中化が進むと、目的関数の評価は高いものの設計変数空間の多様性が低い個体となる。したがって、評価値の高い部分に密集している探索個体が端切り法により削除されやすくなり、目的関数値に重点を置く解法より目的関数の評価が低い優良解が得られることが多くある(図 5.31)。複雑な解空間を有する最適化問題では、記憶細胞除去操作による低評価個体の削除を行うことで高評価の優良解が得られやすくなる。また、本節で示した構造形態創生では板厚と形状を設計変数とした最適化問題を扱っている。このため、解空間は図 5.31 に示すように単純ではなく、複数の設計変数が相互に影響を及ぼし合う複雑な解空間となる。また、板厚・形状の設計変数はそれぞれ採り得る値の範囲(側面制約条件)が異なり、設計変数の数は板厚に対する設計変数の方が多い。結果として、優良解探索スキームによる多様性維持操作は板厚に対する設計変数に対して機能しやすい。ここに、形状に対する設計変数のみを対象とした、探索個体のクラスタ化・設計変数空間上の端切り法のスキーム利用も考えられるだろう。

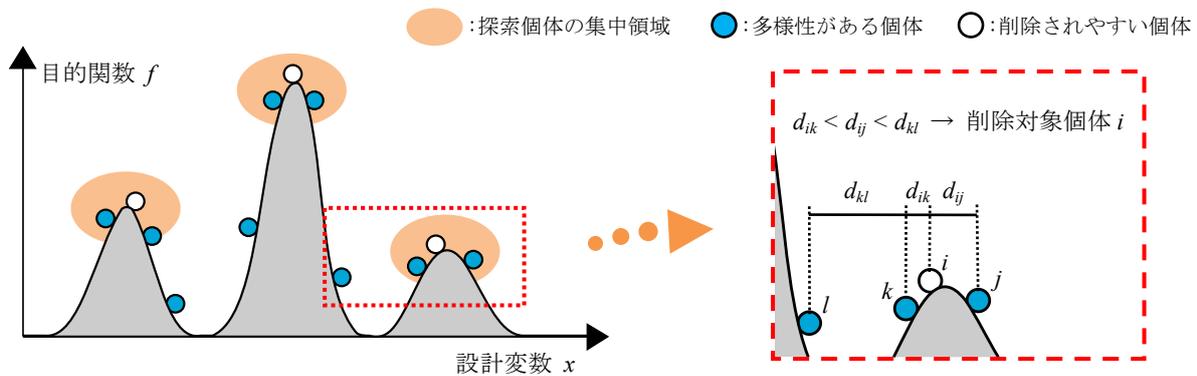


図 5.31 探索終盤の端切り法による個体削除

以上より、構造形態創生問題に対する解法にはそれぞれ特徴があり、それらを把握した上で解法を選択する必要がある。本論文で示す RC 自由曲面シェルの構造形態創生問題においては、応力や計画上の制約条件など複数の制約条件を設定することが考えられ、解空間は複雑になると想定される。特に、種類の異なる設計変数を扱う場合は、さらに解空間が複雑になることが容易に想像できる。したがって、例えば、短時間である程度の評価値を有する優良解を獲得したい場合は ISPSO、より広範囲・評価の高い優良解を一度の試行で獲得したい場合は ISABC を採用するなど目的に応じて使い分けることが望ましいと考える。

5.2 MITC 要素による形態比較

本節では、前節で扱った Kirchhoff 要素と Mindlin 要素の一つである MITC 要素に対して、単一目的最適化や順解析による形態比較を行う。

5.2.1 計算例 1：総ひずみエネルギー最小化

ここでは、5.1.2 と同様の形状最適化問題について、MITC 要素を採用した場合の PSO, ABC の結果を示す。総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。なお、参照モデルおよび解探索条件はそれぞれ 5.1.1, 5.1.2 と同様とする。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.17)$$

$$\text{to minimize} \quad f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (5.18)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.19)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.20a, b)$$

ここで、 \mathbf{A} ($=[A_j]$): 断面積(板厚)ベクトル, \mathbf{R} ($=[R_i]$): 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である(板厚:9, 有限要素節点座標:10)。

大域的最適解探索の数値結果

図 5.32, 5.33 は PSO, ABC による結果であり、ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.32 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.33 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

PSO, ABC により得られた形態の曲げモーメント・主応力の分布は Kirchhoff 要素と類似しているものの、最大曲げモーメント値は MITC 要素の方が大きく、最大主応力値は Kirchhoff 要素の方が大きくなっている。曲げモーメントについては、板厚の厚い支持部での値が異なっており、板厚が厚い部分の面外せん断成分による影響の可能性もある。この曲げモーメント値の違いにより、Kirchhoff 要素と MITC 要素で解形態に差異が生じ、結果として面内主応力にも影響が生じていると考える。

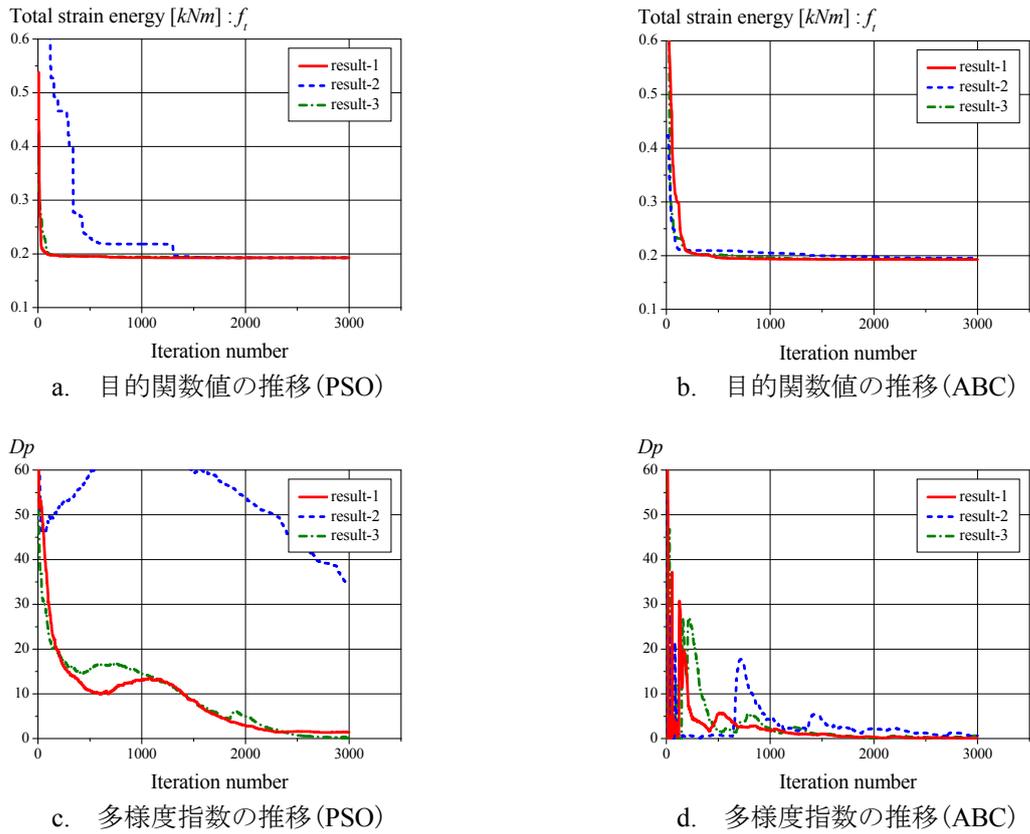
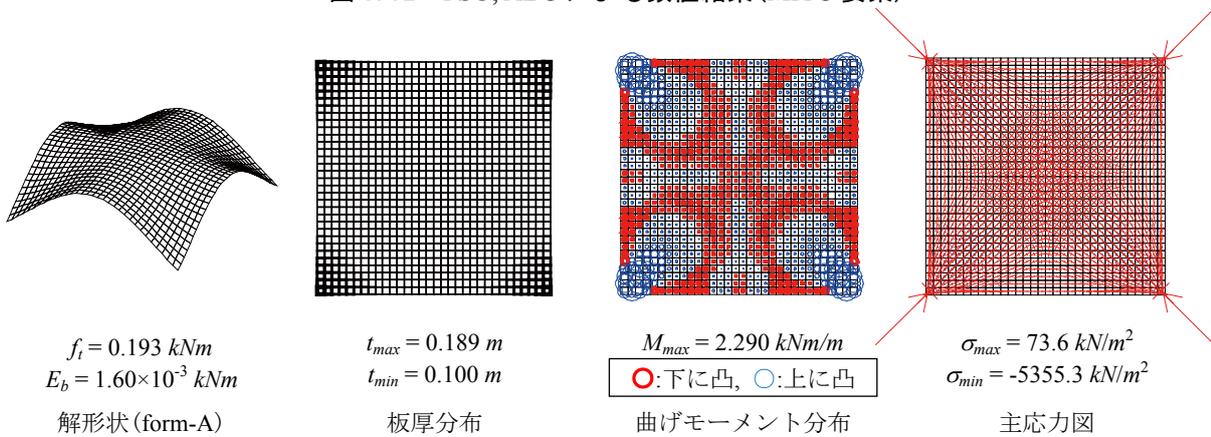
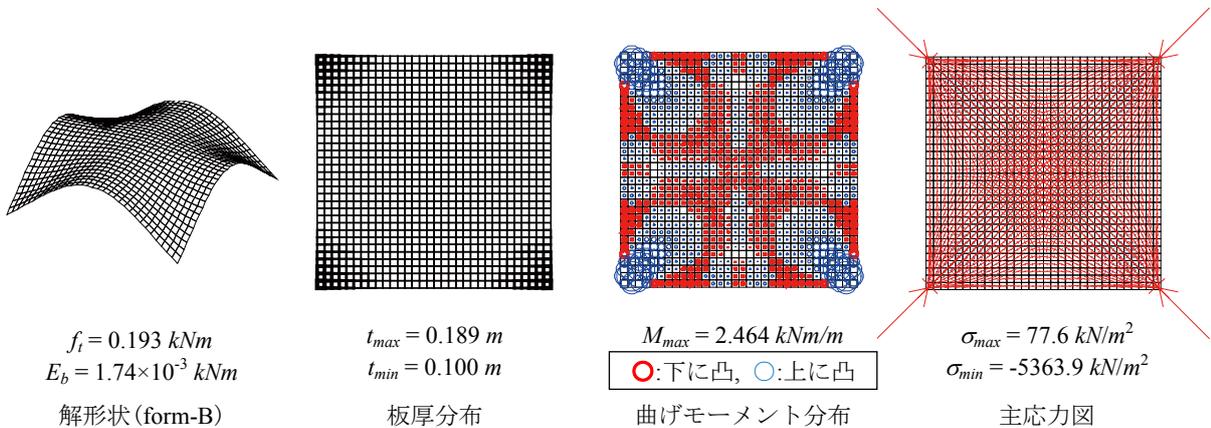


図 5.32 PSO, ABC による数値結果 (MITC 要素)



a. PSO により得られた解形状と力学性状 (result-2)



b. ABC により得られた解形状と力学性状 (result-1)

図 5.33 PSO, ABC により得られた構造形態 (MITC 要素)

5.2.2 計算例 2 : 曲げひずみエネルギー最小化

ここでは、5.1.3 と同様の形状最適化問題について、MITC 要素を採用した場合の PSO, ABC の結果を示す。曲げひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。なお、参照モデルおよび解探索条件はそれぞれ 5.1.1, 5.1.3 と同様とする。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.21)$$

$$\text{to minimize} \quad f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \quad (5.22)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.23)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.24a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である(板厚:9, 有限要素節点座標:10)。

大域的最適解探索の数値結果

図 5.34, 5.35 は PSO, ABC による結果であり、ここに示すのは複数回試行による一例である。図 5.34 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.35 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

曲げひずみエネルギーを目的関数とした場合も、総ひずみエネルギー最小化と同様の傾向が得られた。ただし、PSO と ABC のそれぞれにおいて、Kirchhoff 要素と MITC 要素で曲げモーメント分布や最大曲げモーメント値の大小に違いが見られる。これは、図 5.8 や図 5.34 によると PSO の解探索は探索終了時も多様度指数 D_p が大きく、十分に探索点が収束していない可能性がある。ただし、反復回数 3000 以上の設定による目的関数値の更新は殆ど微少であると考えられ、工学的に判断するとある程度の精度を有した解が得られていると考える。ABC により得られた形態は、板厚分布も両要素で異なっていることから、本モデルにおいて面外曲げ応力に基づいて形状探索を行う場合は、面外せん断成分の考慮が重要な要因となることが判る。

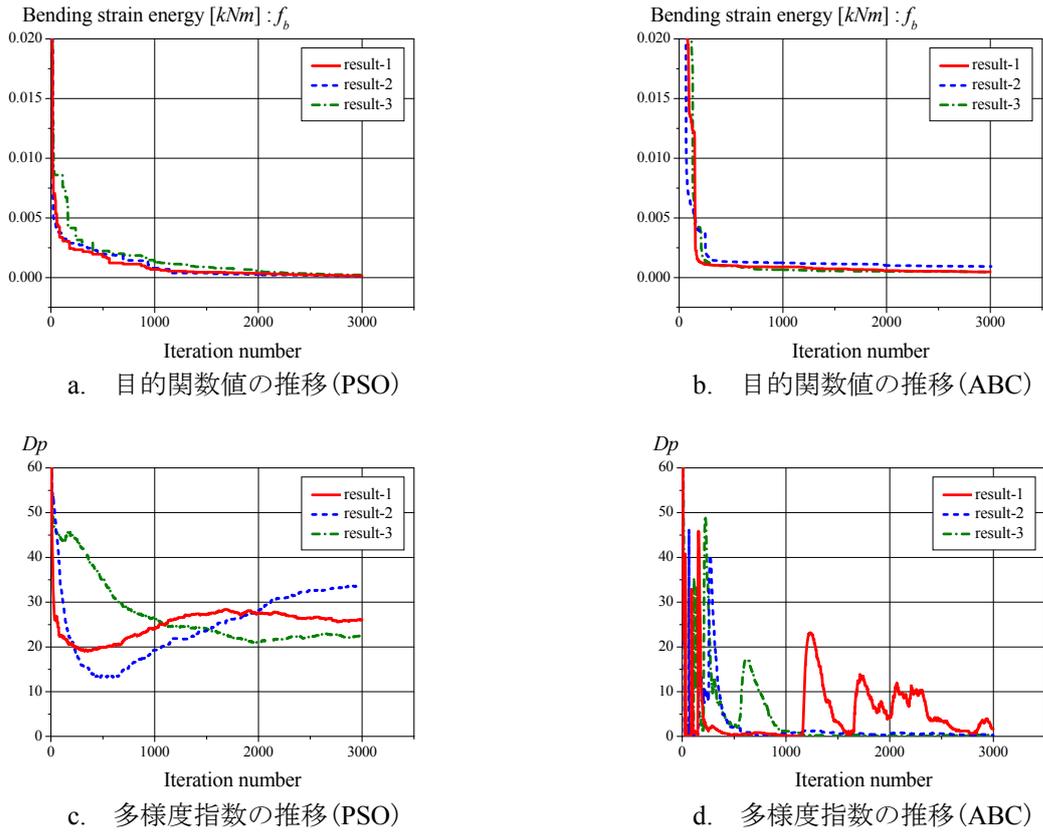


図 5.34 PSO, ABC による数値結果 (MITC 要素)

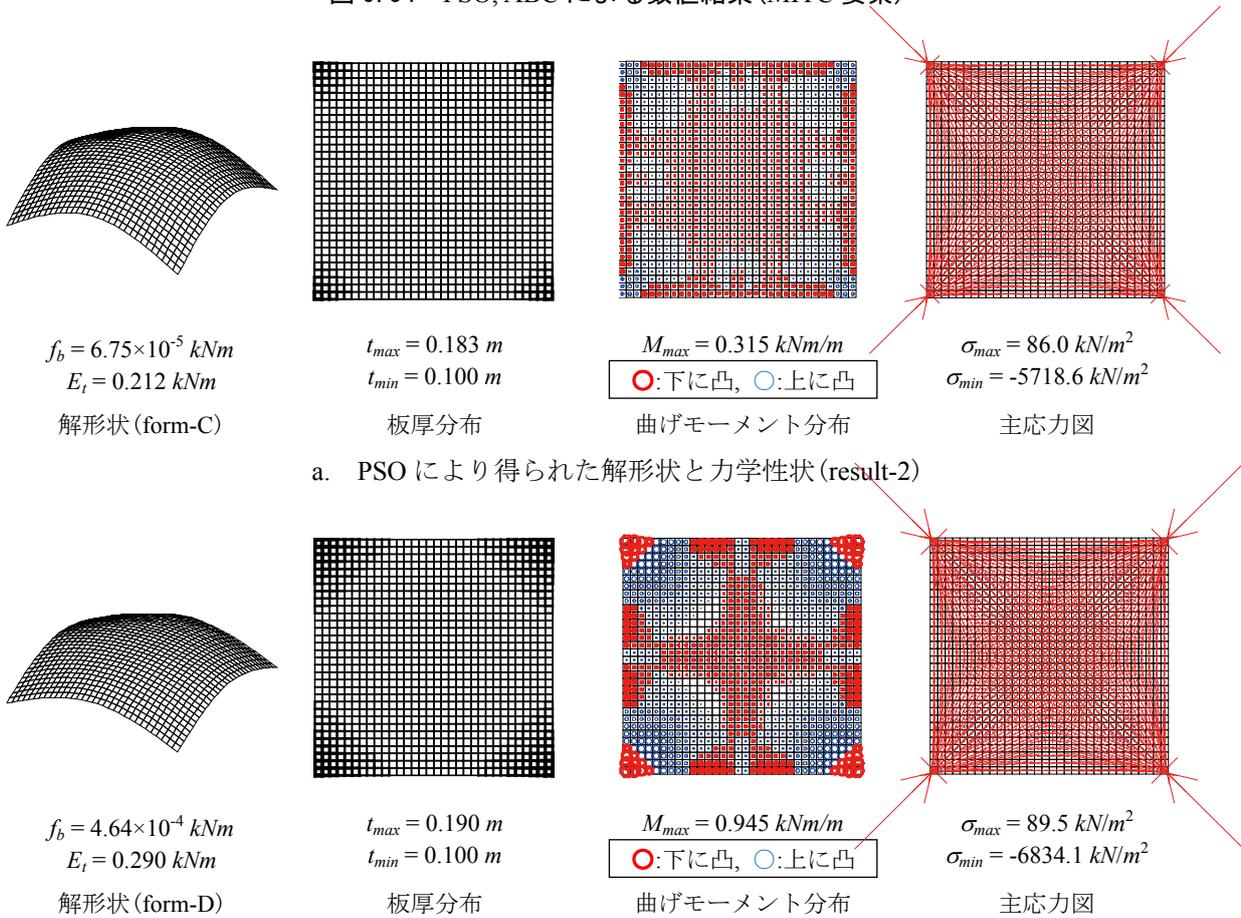


図 5.35 PSO, ABC により得られた構造形態 (MITC 要素)

5.2.3 計算例 3 : スパン 60m モデルのひずみエネルギー最小化

ここでは、解析参照モデルを一辺 60m の矩形平面を有する自由曲面シェル構造(節点数:2401, 要素数:2304)と設定した場合の大域的最適解探索結果を示す。目的関数は総ひずみエネルギーおよび曲げひずみエネルギーとし、最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。解析参照モデルは図 5.36 に示すように、前章のスパンを 20m から 60m に変更したモデルであり、要素分割サイズの大きさは同様に設定する。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (5.25)$$

$$\text{to minimize} \quad f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (5.26)$$

or

$$f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \quad (5.27)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (5.28)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (5.29a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A}(=[A_j])$:断面積(板厚)ベクトル、 $\mathbf{R}(=[R_i])$:有限要素節点座標ベクトル、 \mathbf{d} :節点変位ベクトル、 \mathbf{K} :全体剛性マトリクス、 \mathbf{w} :面外節点変位ベクトル、 \mathbf{K}_b :面外剛性マトリクス、 σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$ 、 $A_j^U = 3.0 \text{ m}$ 、 $R_i^L = 0.0 \text{ m}$ 、 $R_i^U = 21.0 \text{ m}$ である。载荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 である(板厚:9, 有限要素節点座標:10)。本項で用いる解法は PSO であり、パラメータは 5.1.2 および 5.1.3 と同様に設定する。

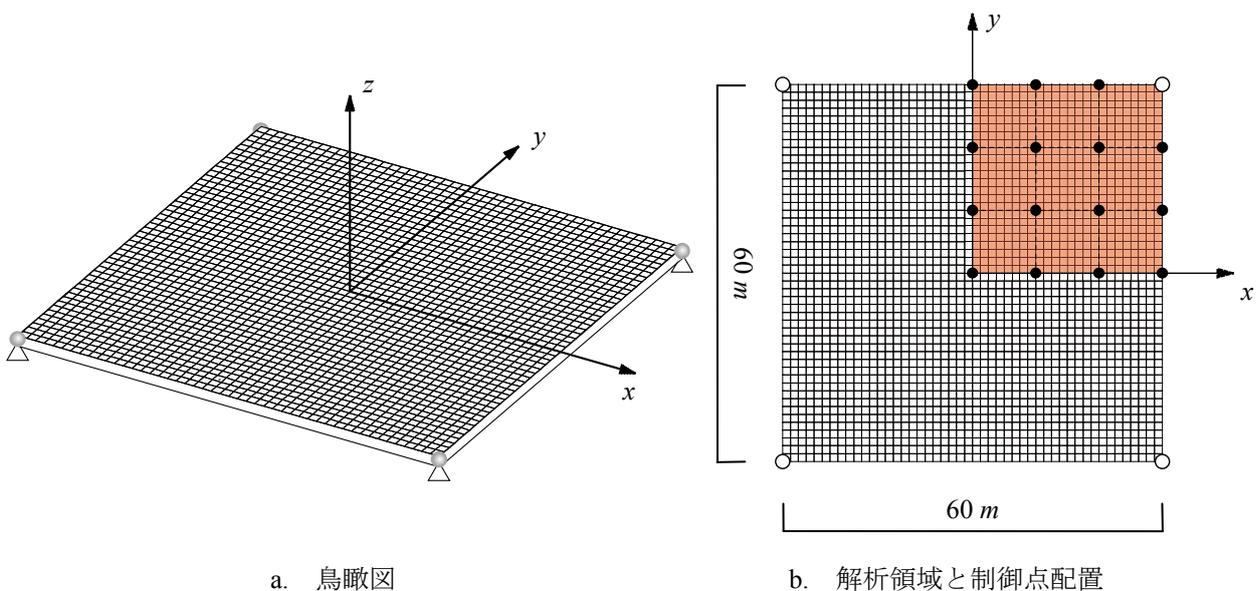


図 5.36 解析モデルの基準形状

総ひずみエネルギー最小化により得られた結果を図 5.37, 5.38 に示す。図 5.37 は一試行による目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.38 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、力学性状は構造解析を実施したモデル 1/4 領域のみ示す。

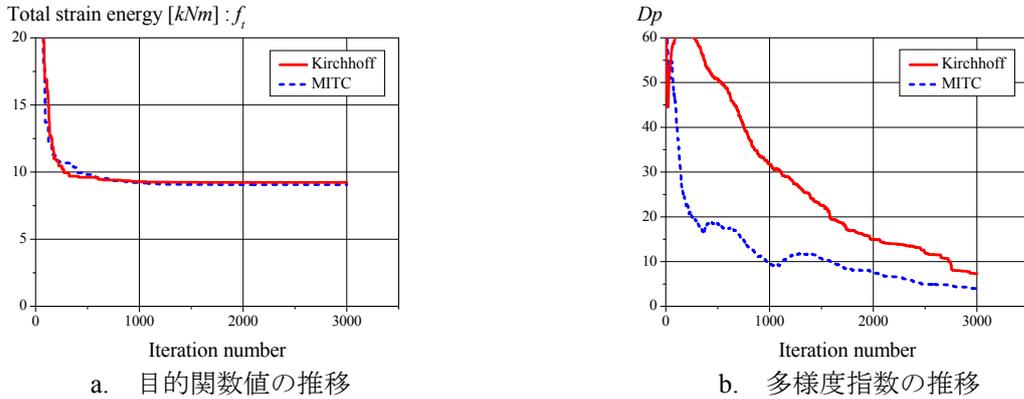
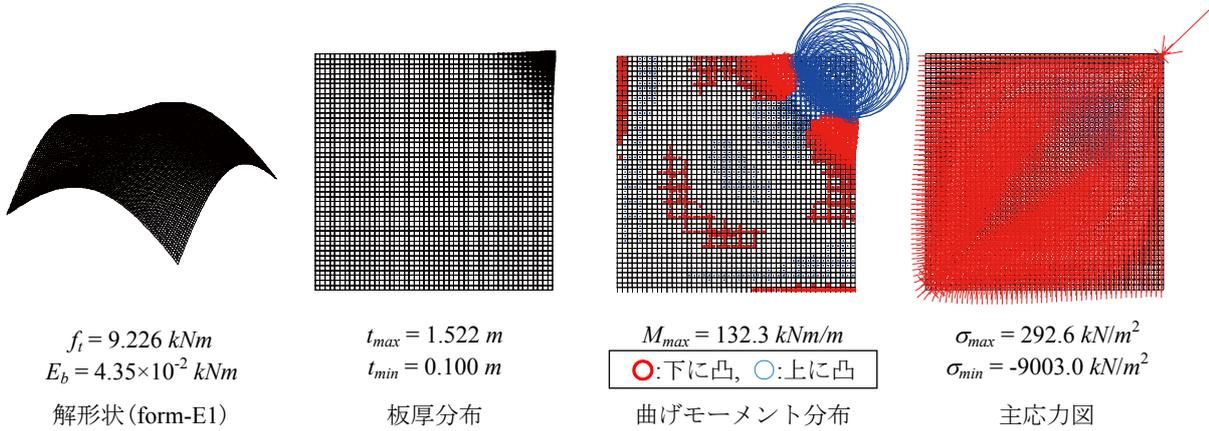
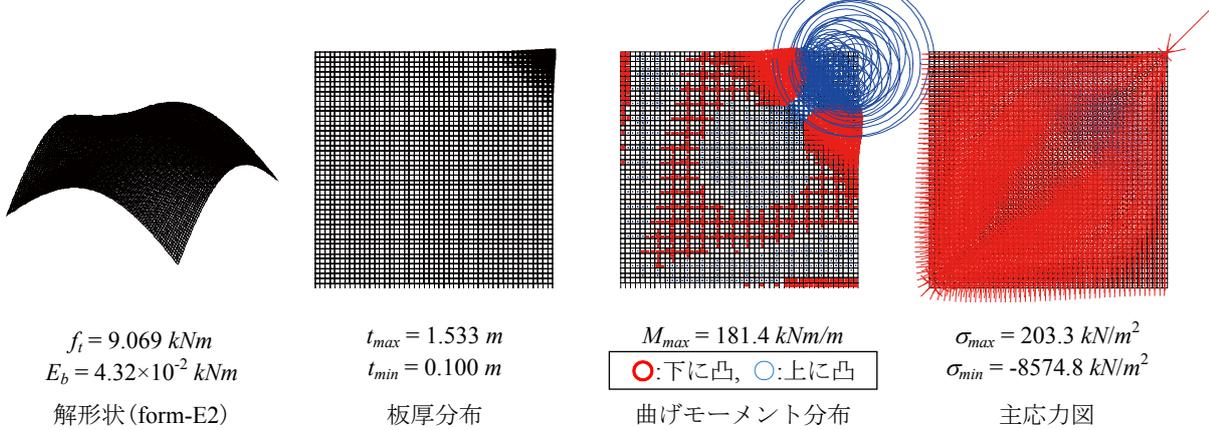


図 5.37 総ひずみエネルギー最小化の数値結果



a. Kirchhoff 要素により得られた解形状と力学性状



b. MITC 要素により得られた解形状と力学性状

図 5.38 総ひずみエネルギー最小化により得られた構造形態

曲げひずみエネルギー最小化により得られた結果を図 5.39, 5.40 に示す。図 5.39 は一試行による目的関数値と多様度指数の推移である。図 5.40 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、力学性状は構造解析を実施したモデル 1/4 領域のみ示す。

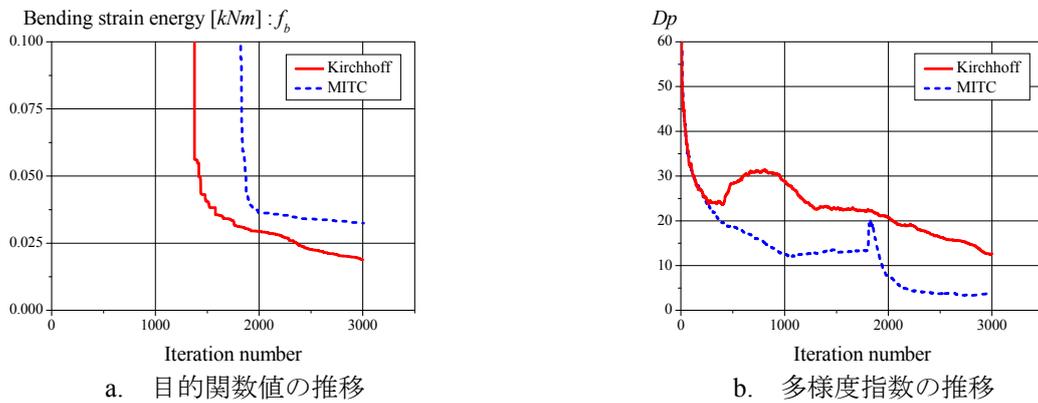


図 5.39 曲げひずみエネルギー最小化の数値結果

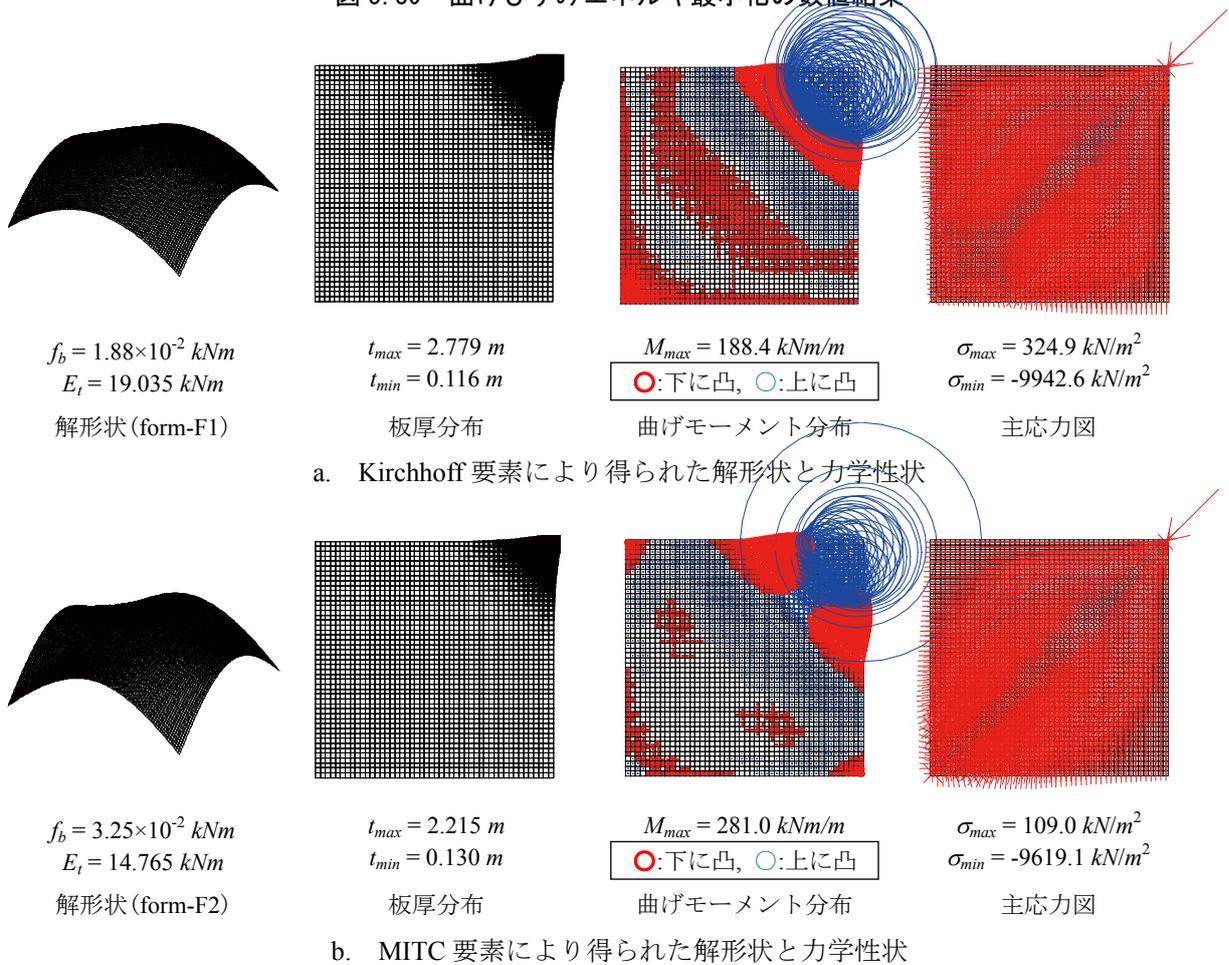
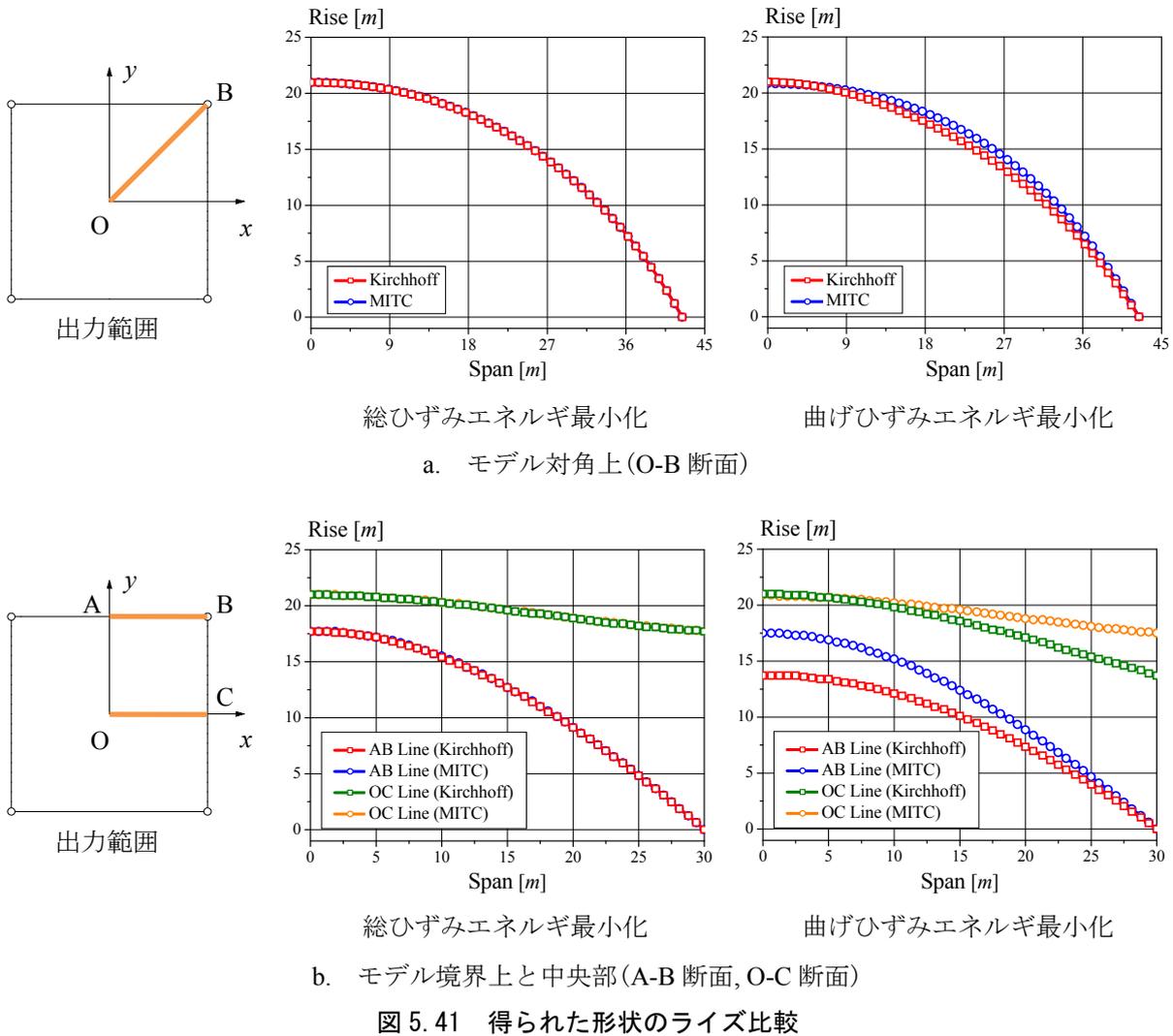


図 5.40 曲げひずみエネルギー最小化により得られた構造形態

図 5.41 は図 5.38 及び図 5.40 に示す解形状のライズを同一グラフ上にプロットしたものである。



総ひずみエネルギー最小化により得られた解形態は、シェル要素による解形状の違いに大きな変化は見られず、最大曲げモーメントの値に顕著な違いが確認された。曲げひずみエネルギー最小化により得られた解形態はモデル境界部で形状に大きな違いが見られ、力学性状も全く異なる形状となっている。これより、支持スパンが大きくなるほどシェル要素の設定が得られる最適解形態に大きな影響を与えることを確認できた。ただし、図 5.39 に示す解の収束状況より、両要素で異なる最適解が得られている可能性があり、曲げひずみエネルギーを目的関数として設定した場合、解空間の複雑性により異なる解形態が得られた結果となった可能性もある。なお、本数値計算例では、応力制約を満足する許容解の獲得のために板厚に関する側面制約条件の範囲を大きく設定しており、実設計で実現可能な板厚の設定となっていないことに注意が必要である。

5.2.4 条件の異なるモデルに対する順解析による検証

前項までは形状最適化におけるシェル要素の比較を行ったが、本項では一定形状の解析モデルにおけるシェル要素の比較を示す。ここでは、1) 最大ライズ、2) スパン、3) アスペクト比、4) 板厚分布の異なる様々な RC シェルモデルに対して、Kirchhoff 要素と MITC 要素による順解析を実施する。シェル形状は次式で示される幾何学的な形状とする。

$$z_i = \frac{\{(x_i - x_{\min}) \cdot (x_i - x_{\max}) + (y_i - y_{\min}) \cdot (y_i - y_{\max})\}}{x_{\min} \cdot x_{\max} + y_{\min} \cdot y_{\max}} \cdot h \quad (5.30)$$

ここで、 x_i, y_i, z_i : 節点 i の x, y, z 座標値、 $x_{\max}, x_{\min}, y_{\max}, y_{\min}$: モデルの最大・最小 x, y 座標値、 h : モデルの最大 z 座標値(最大ライズ)である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。

表 5.11、図 5.42 に、解析ケース一覧と解析モデル図を示す。なお、板厚分布を変動させる Case-D, E, F は、5.1.4 と同様の定式化で板厚のみを設計変数とすることにより形態探索したものを無作為に選択した 6 つの解形態を用いた。

表 5.11 解析ケース一覧

解析ケース	ライズ	スパン (ライズ-スパン比)	アスペクト比	板厚分布
A1	7.0 m	20×20 m (0.350)	1.0	一定 (0.15 m)
A2	7.0 m	40×40 m (0.175)	1.0	一定 (0.20 m)
A3	7.0 m	60×60 m (0.117)	1.0	一定 (0.25 m)
A4	7.0 m	20×40 m (0.175)	2.0	一定 (0.20 m)
A5	7.0 m	20×60 m (0.117)	3.0	一定 (0.25 m)
B1	10.0 m	20×20 m (0.500)	1.0	一定 (0.15 m)
B2	10.0 m	40×40 m (0.250)	1.0	一定 (0.20 m)
B3	10.0 m	60×60 m (0.167)	1.0	一定 (0.25 m)
B4	10.0 m	20×40 m (0.250)	2.0	一定 (0.20 m)
B5	10.0 m	20×60 m (0.167)	3.0	一定 (0.25 m)
C1	15.0 m	20×20 m (0.750)	1.0	一定 (0.15 m)
C2	15.0 m	40×40 m (0.375)	1.0	一定 (0.20 m)
C3	15.0 m	60×60 m (0.250)	1.0	一定 (0.25 m)
C4	15.0 m	20×40 m (0.375)	2.0	一定 (0.20 m)
C5	15.0 m	20×60 m (0.250)	3.0	一定 (0.25 m)
D1~D6	7.0 m	20×20 m (0.350)	1.0	変動 (0.10~0.20 m)
E1~E6	10.0 m	20×20 m (0.500)	1.0	変動 (0.10~0.20 m)
F1~F6	15.0 m	20×20 m (0.750)	1.0	変動 (0.10~0.20 m)

	A1, D1~D6	B1, E1~D6	C1, F1~D6
鳥瞰図			
立面図			
ライズ スパン比	0.350	0.500	0.750
	A2	B2	C2
鳥瞰図			
立面図			
ライズ スパン比	0.175	0.250	0.375
	A3	B3	C3
鳥瞰図			
立面図			
ライズ スパン比	0.117	0.167	0.250
	A4	B4	C4
鳥瞰図			
立面図			
ライズ スパン比	0.175	0.250	0.375
	A5	B5	C5
鳥瞰図			
立面図			
ライズ スパン比	0.117	0.167	0.250

図 5.42 解析モデル図

Case-A, B, C に対する結果を図 5.43, 5.44 に示す。図 5.43 はスパン毎の総ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの比較(棒グラフ)および面内と面外の最大主応力(折れ線グラフ)を示している。図 5.44 は Case-A1, B4, C5 の面外曲げ主応力と面内の主応力図である。ここでは、面内応力と面外応力の比較を同様の形式で行えるように、曲げモーメントは面外曲げ主応力として表現した。なお、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

得られた結果より、モデルのアスペクト比に依らず、最大スパンが大きくなるほどひずみエネルギーに含まれる曲げひずみエネルギーの比率は低下し、面内応力が卓越してくる傾向がある。注目すべきは、スパン $20m \times 20m$ では最大ライズが大きくなるほどひずみエネルギーが増加するのに対して、他のスパンでは最大ライズが高くなるほどひずみエネルギーは低下し、力学的に優れた形態に近づいていることが確認できる。つまり、ある一定以上のライズ-スパン比を超えると断面効率が低下し、逆にひずみエネルギーが大きくなることを示している。

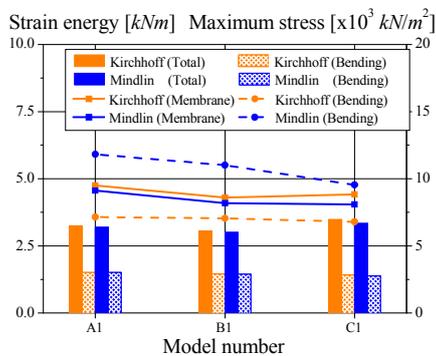
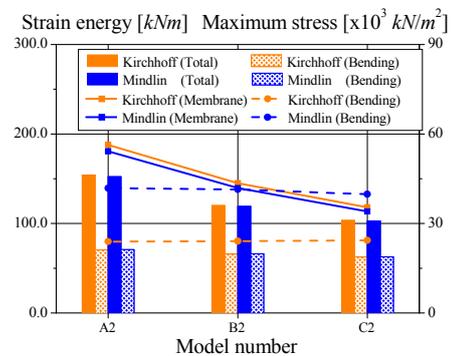
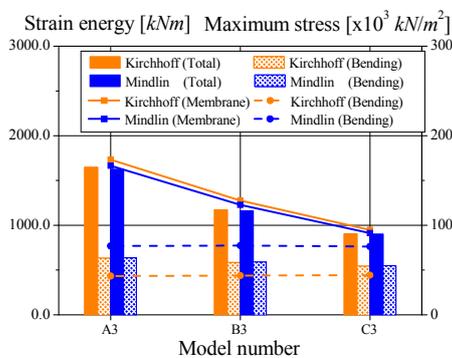
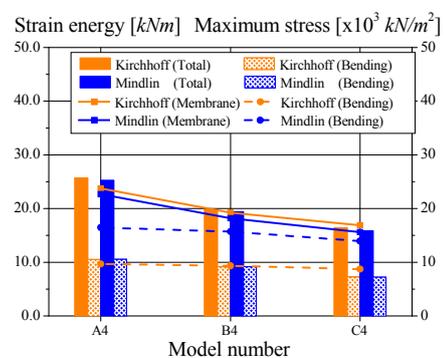
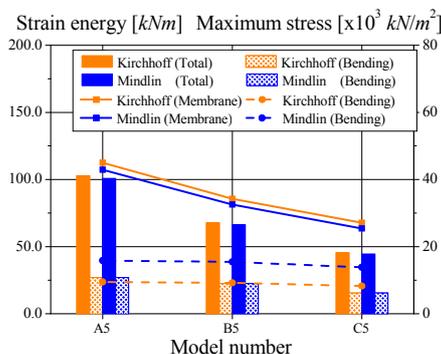
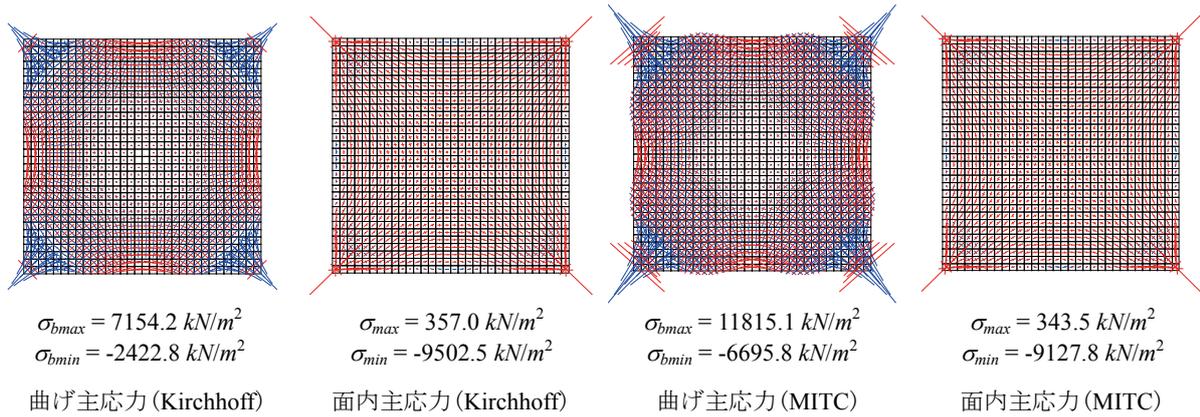
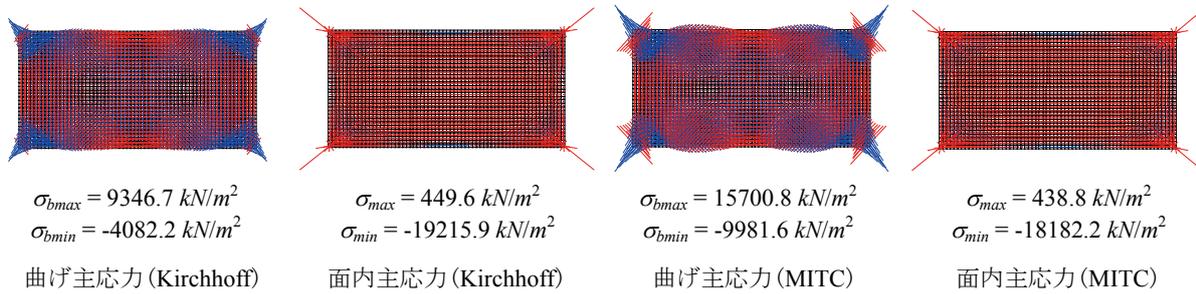
スパン $20m \times 20m$ の結果スパン $40m \times 40m$ の結果スパン $60m \times 60m$ の結果スパン $20m \times 40m$ の結果スパン $20m \times 60m$ の結果

図 5.43 Case-A, B, C の結果

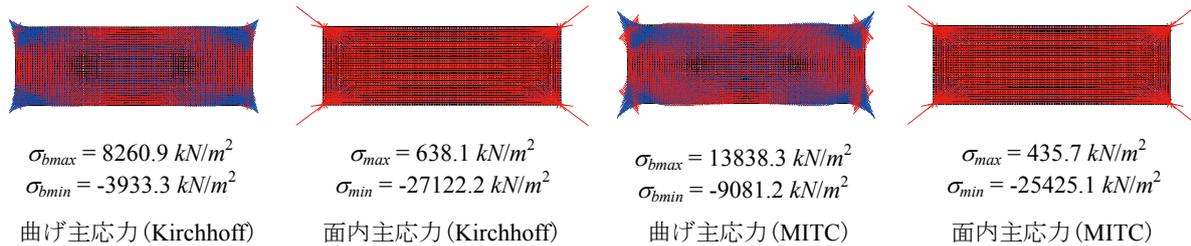
Kirchhoff 要素と MITC 要素の両要素による順解析結果では、最大ライズ・スパン・アスペクト比の違いによるひずみエネルギーや面内主応力に大きな違いは見られなかった。ただし、面外曲げ主応力は大きな違いが生じていることが確認できる。特に、ここで想定した解析モデルにおける最大応力が支持点近傍で生じていることから、支持点付近での面外曲げ応力が大きく異なっており、モデルの条件にもよるが MITC 要素 / Kirchhoff 要素の比率で概ね 1.5~1.7 程度異なることが確認できる。



a. Case-A1 の比較



b. Case-B4 の比較

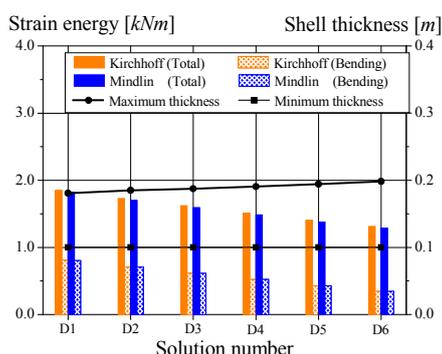


c. Case-C5 の比較

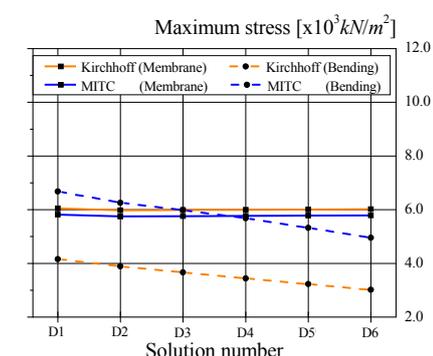
図 5.44 Kirchhoff 要素と MITC 要素の力学性状比較

Case-D, E, F に対する結果を図 5.45 に示す。図 5.45 はライズ毎のひずみエネルギーと板厚分布の関係および面内と面外曲げの最大主応力の比較を示している。Case-A, B, C の結果と同様に面内応力と面外応力の比較を主応力として行うため、曲げモーメントは面外曲げ主応力として表現した。

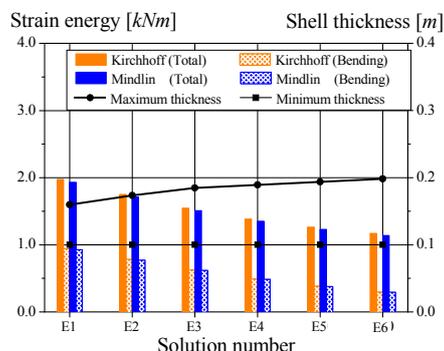
板厚分布の変化による Kirchhoff 要素と MITC 要素のひずみエネルギーや面内の最大主応力に大きな違いは見られなかった。したがって、ここで比較した解析モデルに対して、構造上卓越する面内応力については両要素とも概ね同様の解析結果が得られていると判断する。ただし、Case-A, B, C と同様に面外曲げ応力の値については大きな違いが確認でき、本論文で扱うような曲げひずみエネルギーを目的関数とした場合や応力制約条件を付加する構造形態創生問題においては、得られる解形態に大きな影響を与えると考えられる。



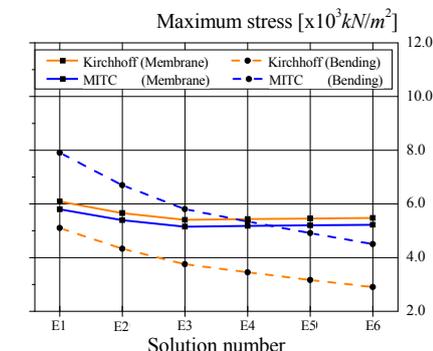
ひずみエネルギーと板厚(ライズ 7.0m)



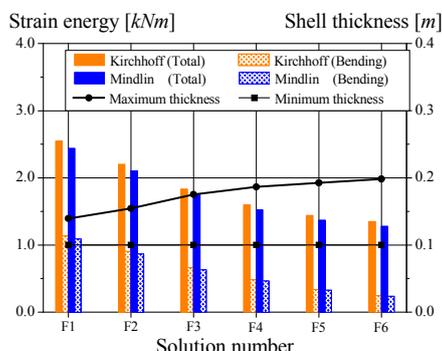
面内主応力と曲げ主応力(ライズ 7.0m)



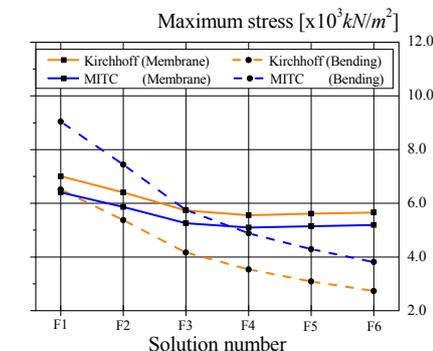
ひずみエネルギーと板厚(ライズ 10.0m)



面内主応力と曲げ主応力(ライズ 10.0m)



ひずみエネルギーと板厚(ライズ 15.0m)

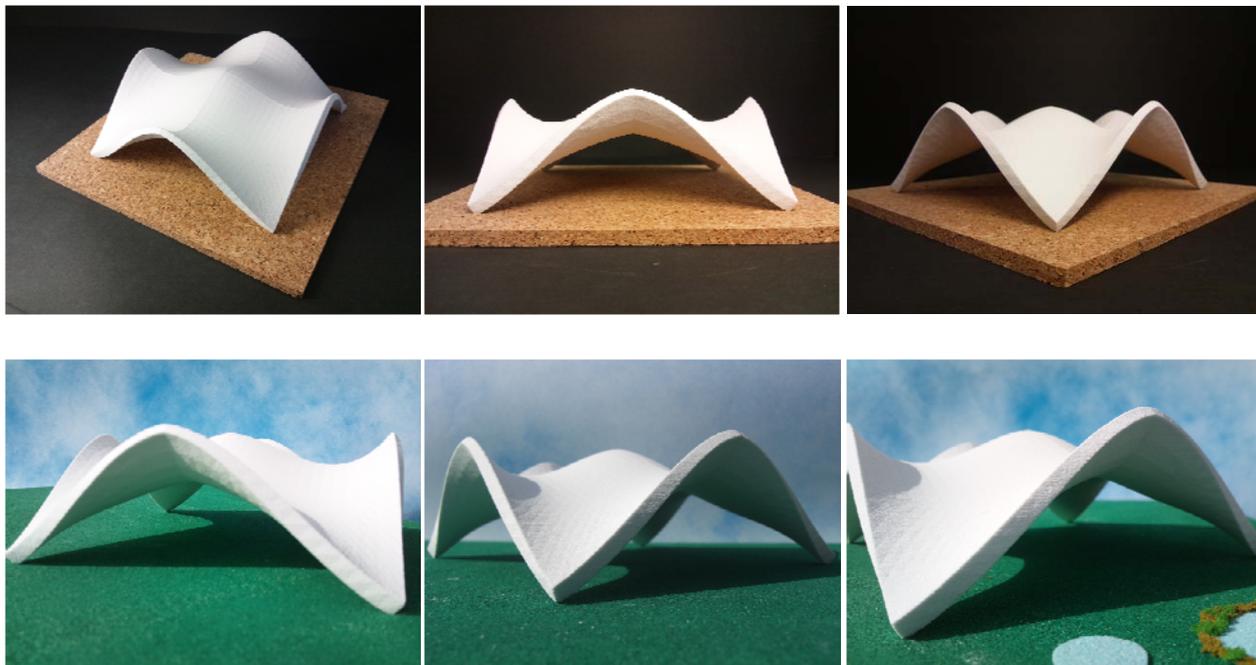


面内主応力と曲げ主応力(ライズ 15.0m)

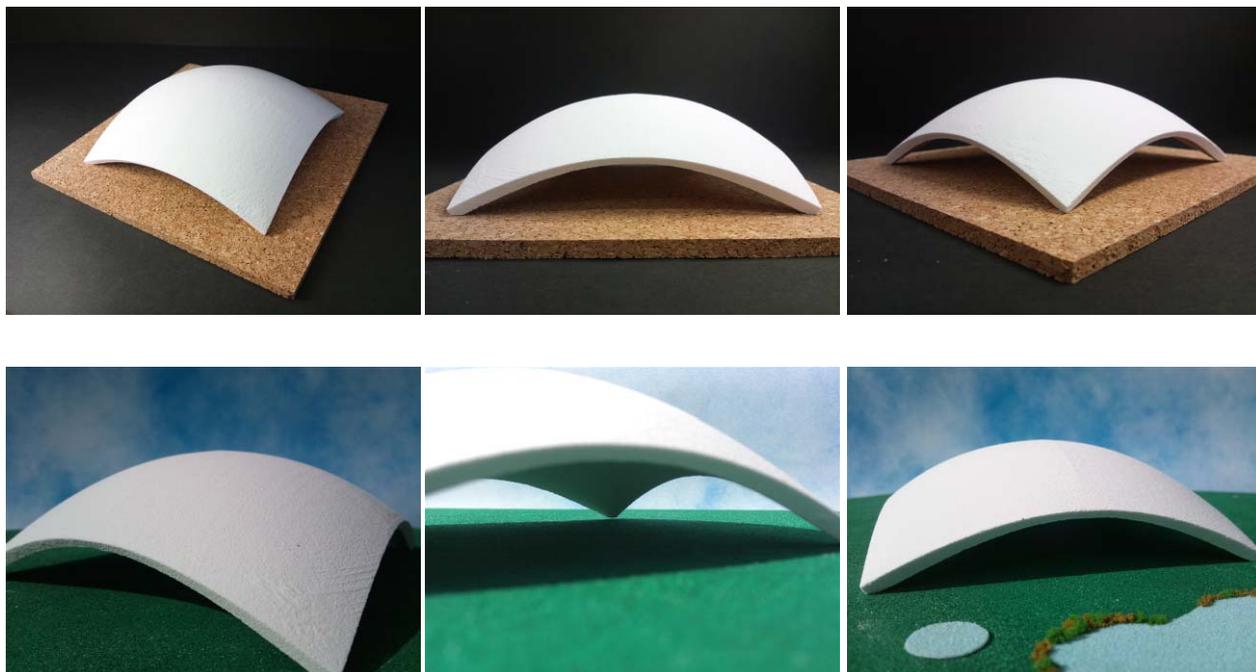
図 5.45 Case-D, E, F の結果

5.3 3Dプリンタによる形態確認

ISPSO, ISABCにより得られた優良解のうち、特徴的な2形態に対する形態作成例の結果を図5.46に示す。図5.46の形態は、解析モデルの1/130スケールで3Dプリンタ利用により作成した。ただし、模型強度の関係上、板厚は倍率5倍で出力している。



a. 形態作成例 1



b. 形態作成例 2

図 5.46 3Dプリンタによる形態

5.4 まとめ

本章では、力学が比較的単純である基礎的な自由曲面シェル構造最適化問題として、矩形平板を有する対称自由曲面シェルの単一・多目的最適化を実施した。また、Kirchhoff 要素と MITC 要素の違いによる解形態比較を行った。目的関数には総ひずみエネルギー、曲げひずみエネルギー、部材総重量を設定した。得られた知見を以下に示す。

- 1) 矩形平板を有する自由曲面シェルの形状・板厚最適化問題に対する ISPSO, ISABC の有効性を示した。
- 2) ISPSO, ISABC は新たに導入したパラメータ、クラスタ数 r , 上位個体選択率 H の設定により多様な優良解を探索することができる。
- 3) ISPSO は単一・多目的最適化において、試行毎に異なる目的関数値に収束する。 $H = 0.01$ のとき大域的最適解(パレート最適解)を含む近傍の解が得られ、 $H = 0.05, 0.1$ で比較的評価の高い解を捉える。
- 4) ISABC は H の設定によらず大域的最適解(パレート最適解)を含む優良解を獲得する。 $H(\geq 0.05)$ を大きくすると、得られる優良解の範囲が広がる。
- 5) ISPSO, ISABC は、PSO, ABC, SPEA2 と比較して多くの形態を獲得することができた。つまり、設計変数空間の多様性維持が形態決定に大きく関係することを確認した。また、1 回の試行における解の多様性は ISGA よりも高い。
- 6) 記憶細胞除去操作は目的関数空間の多様性維持に繋がり、高評価の優良解が探索可能となる。ただし、設計変数空間の多様性は低下する。
- 7) MITC 要素による形態は、Kirchhoff 要素による形態と比較して曲げモーメントが大きく表現される傾向があり、板厚を設計変数とした形状最適化では MITC 要素を採用する必要があると考える。

以上より、ISPSO, ISABC の基礎的な自由曲面シェルに対する優良解探索の有効性を示し、パラメータ特性を把握した。また、得られた優良解の構造形状・力学性状を確認し、優良解探索が自由曲面シェルの多様な形状獲得に有効であることが示せた。

第6章

シェル形状・板厚・開口部を考慮した形状最適化

6.1	矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	…	123
6.2	矩形非対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索	…	134
6.3	任意境界モデルの大域的最適解探索	…	149
6.4	任意境界モデルの優良解探索	…	164
6.5	まとめ	…	179

第6章 シェル形状・板厚・開口部を考慮した形状最適化

本章では、シェル形状・板厚に加えて開口部を考慮した形状最適化の数値計算例を示す。得られた結果より、開口部を設計変数とする有効性と提案する形状表現手法の汎用性についてまとめる。

6.1 矩形対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索

本節では、総ひずみエネルギーを目的関数とした単一目的最適化に ABC, ISABC を適用する。ここでは、幾何学的形状と任意形状の開口表現による数値計算例を示す。

6.1.1 参照モデル

解析参照モデルは、図 6.1 に示す一辺 $20m$ の矩形平面を有する自由曲面シェル構造(節点数:1089, 要素数:1024)である。隅角部はピン支持とし、基準形状は平板である。構造解析は図 6.1b に示すように、モデルの対称性を考慮してハッチングした $1/4$ 領域で計算する。設計変数は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値と開口を定義するパラメータであり、シェル形状・板厚は表現した曲面に対応させてシェルの板厚分布と有限要素節点座標値を決定する。開口は 4.3.3 項に示すように閉曲線を定義して表現する。Bézier 曲面の制御点は図 6.1b に示すように $1/4$ 領域で均等に 4×4 配置とした。 $1/4$ 領域の境界部には要素の勾配を用いた連続条件を設定し、モデル全体の連続性を確保する。なお、シェル要素には MITC 要素を採用する。

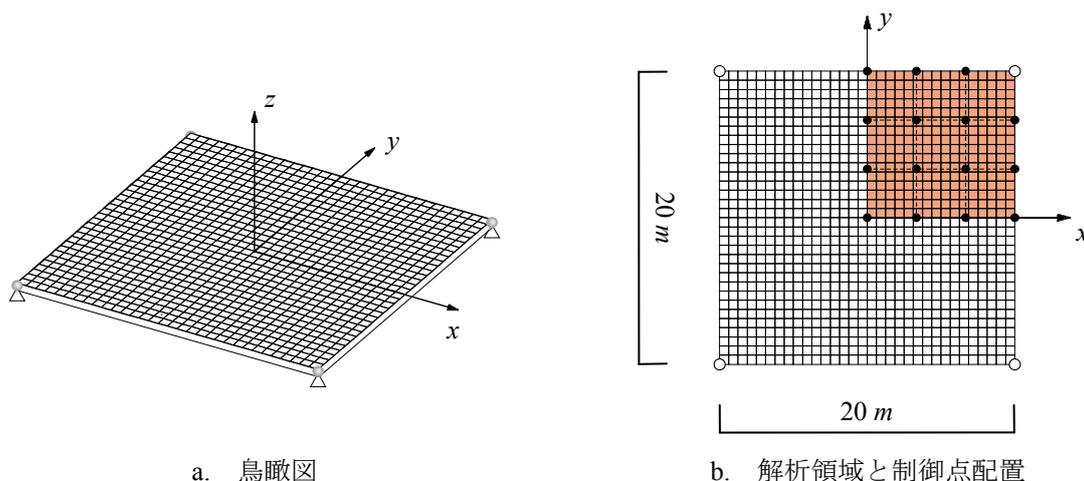


図 6.1 解析モデルの基準形状

6.1.2 計算例 1：幾何学的形状の開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化

幾何学的形状として円・楕円の公式により表現される開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.1)$$

$$\text{to minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.2)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.3)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.4a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。設計変数の数は 33 (板厚: 15, 有限要素節点座標: 16, 開口形状に関するパラメータ: 2) であり、開口中心は $(x, y) = (0\text{m}, 0\text{m})$ とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.1 のように設定する。

表 6.1 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	3300
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABC による数値結果を図 6.2, 6.3 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.2 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.3 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。

ABC による数値結果は、試行毎に異なる目的関数値に収束した。これは開口部を考慮することでシェル形状・板厚のみを設計変数とした形状最適化よりも解空間が複雑になっていることを示している。特に、得られる解形状毎に開口形状が変化しており、開口部が形態に及ぼす影響が大きいことが確認できる。注目すべきは、開口部周辺に最大曲げモーメントが発生している点である。これは開口部を設けることで、開口周辺に無視できない引張力が発生する可能性があることを意味しており、設計上考慮すべき点である。

また、一般に開口部が大きいほど部材重量が低減されるため、ひずみエネルギーが低減される傾向があるが、本最適化問題では開口上にも荷重を想定しており、必ずしも開口面積が大きい形態が優れた形態とならない結果が得られている。

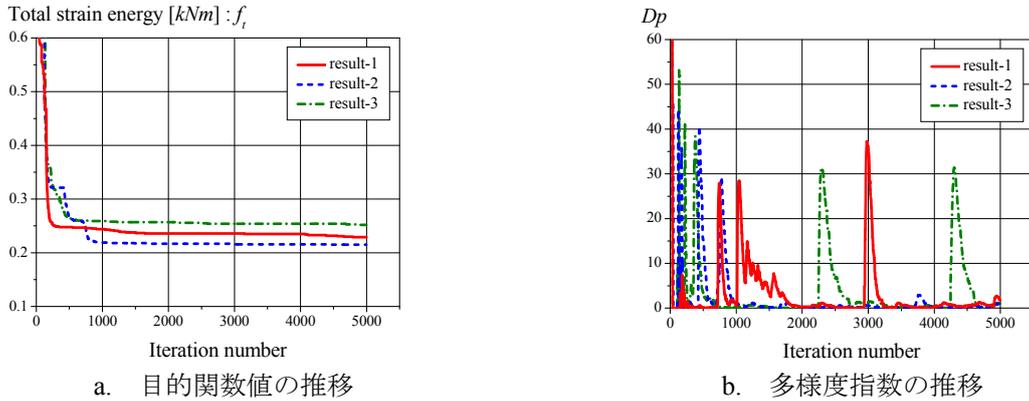


図 6.2 ABC による数値結果

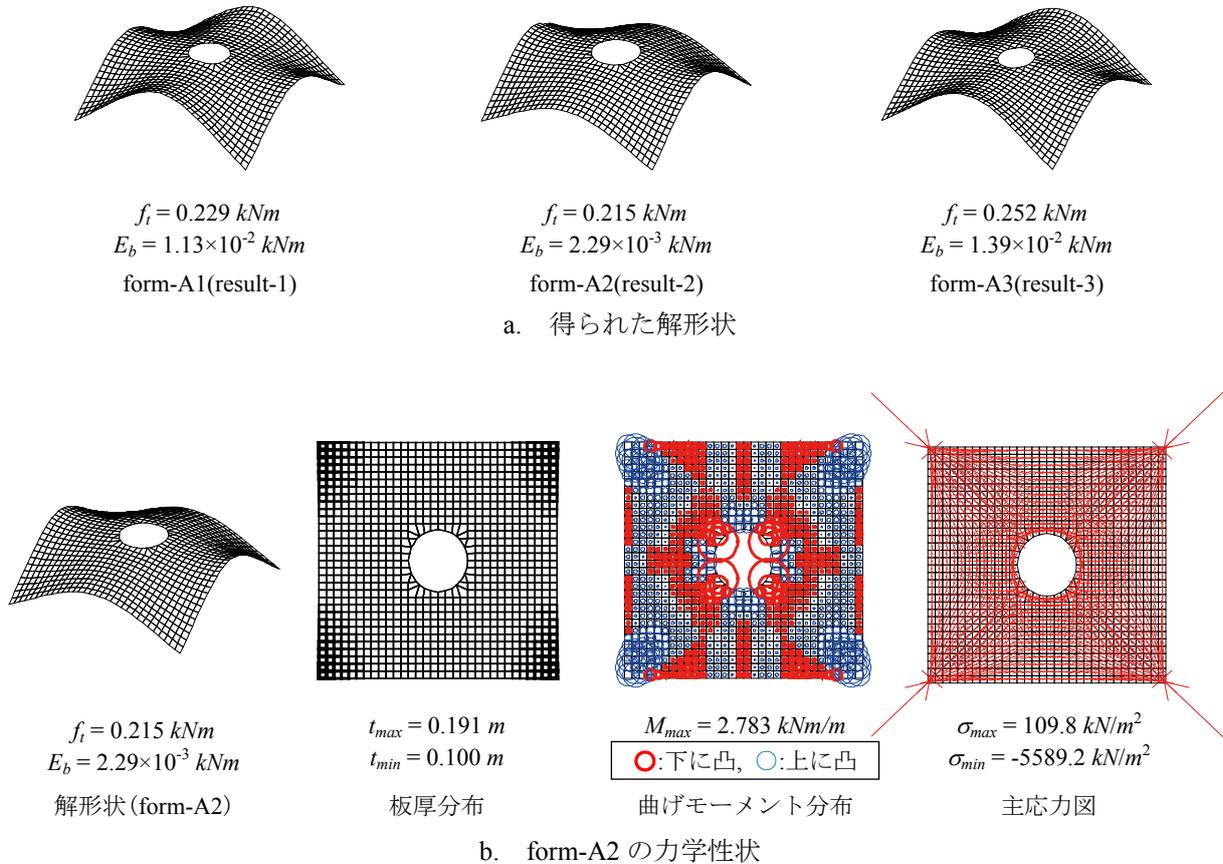


図 6.3 ABC により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 6.4, 6.5 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.4 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.5 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

ISABC により、本最適化問題を解くと H の設定によらず ABC と同程度の目的関数値を有するエリート優良解が獲得される。ただし、 H を大きく設定した場合はエリート優良解の目的関数の変動が大きく、解の多様性維持操作により広範囲の優良解が探索されている様子が確認できる。解形態は様々なシェル形状、開口形状を有しており、一度の試行において多様性ある解が得られている。特に、form-B3 と form-B4 は同一の目的関数値であるにも関わらず全く異なる形態であり、このような解が本最適化問題では多く存在していると考えられる。つまり、シェル形状・板厚・開口部を同時に設計変数として考慮することで、シェル形状に沿って構造的に合理性のある板厚分布・開口形状を有した形態が探索でき、特に優良解探索解法を適用することでこれらの解を同時に獲得することができる。なお、本手法は開口部を表現する関数の設定を変更することで設計者が意図する開口形状に制御することもでき、意匠的な制約を与えることも可能であり汎用性が高いと考える。

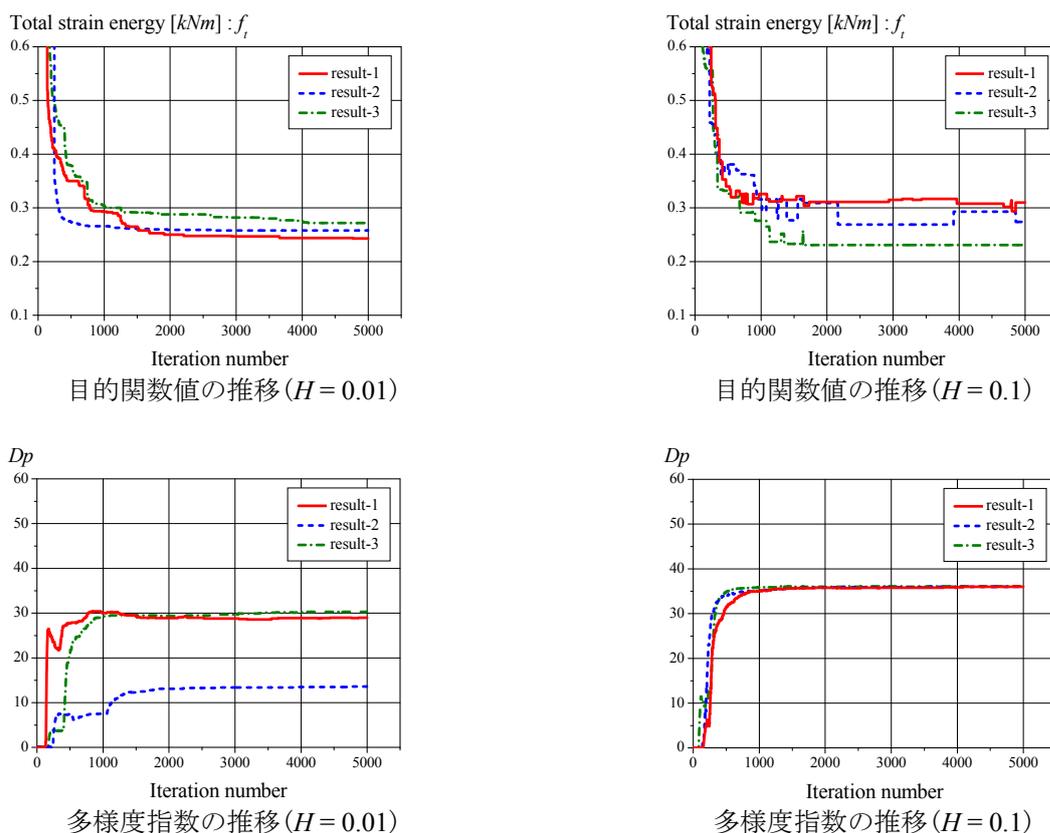
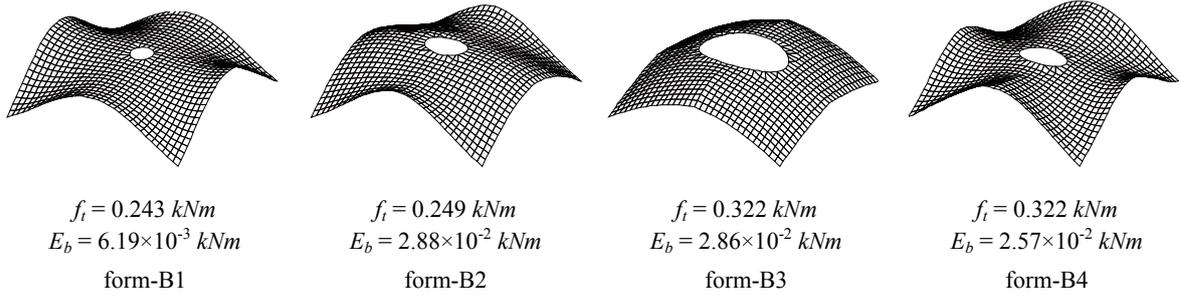
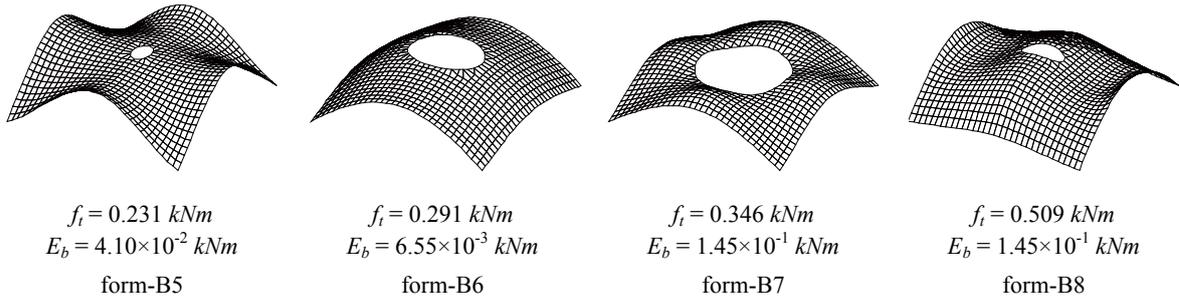


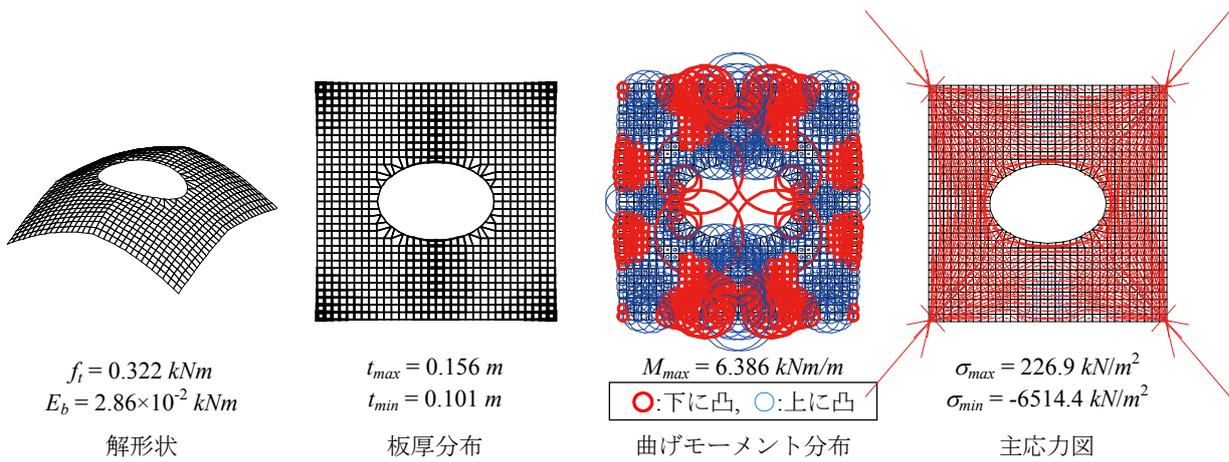
図 6.4 ISABC による数値結果



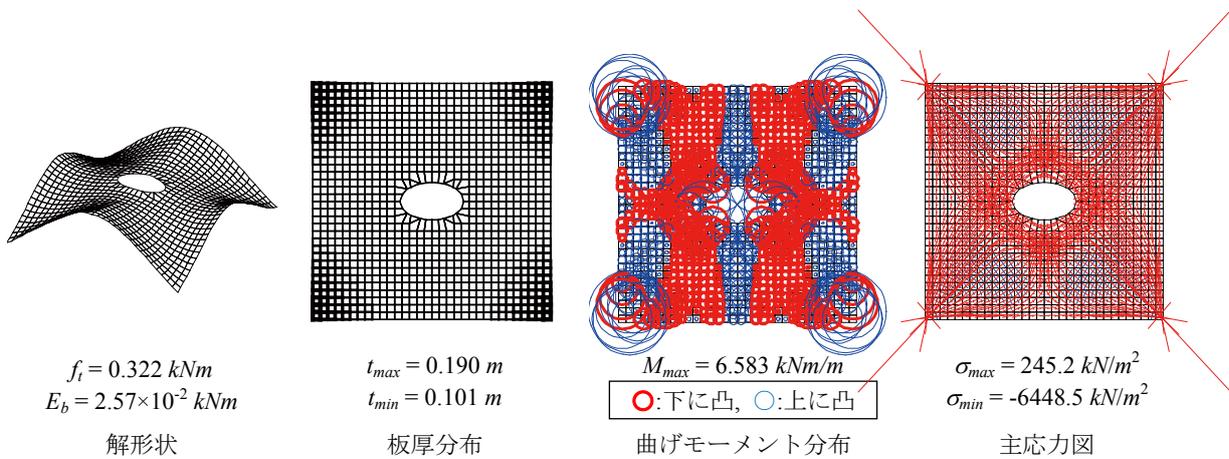
a. $H = 0.01$ (result-1)



b. $H = 0.1$ (result-3)



c. form-B3 の力学性状



d. form-B4 の力学性状

図 6.5 ISABC により得られた構造形態

6.1.3 計算例 2：任意形状の開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化

Bézier 曲線により表現される任意形状の開口を考慮した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.5)$$

$$\text{to minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.6)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.7)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.8a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。設計変数の数は 40 である (板厚: 15, 有限要素節点座標: 16, 開口形状に関するパラメータ: 9)。開口に関する制御点は 1/4 領域で 5 個配置 (初期位置 $P_i = [0, 0]^T$) し、制御点の基点は $(x, y) = (0\text{m}, 0\text{m})$ の位置とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.2 のように設定する。

表 6.2 ABC パラメータ

Employed bee	200
Onlooker bee	200
limit	4000
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABC による数値結果を図 6.6, 6.7 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.6 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.7 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。

Bézier 曲線により開口部を表現すると、幾何学的な関数により開口部を表現した場合と比較して目的関数値の大きい解に収束した。これは単純に設計変数の数が増加した影響もあるが、表現の自由度が向上して最適化問題の許容解領域が拡大した結果であると推測される。得られた形態は、開口部周辺で特に大きな曲げモーメントが発生しており、面外曲げの影響が大きくなっていると考えられる。

また、Bézier 曲線による開口表現には、4 章で示したように要素つぶれ等による構造解析の発散を防ぐため様々な条件を制約条件として導入している。したがって、本操作により許容解領域が不連続となる領域が複数生じており、解空間がより複雑となっている可能性もある。

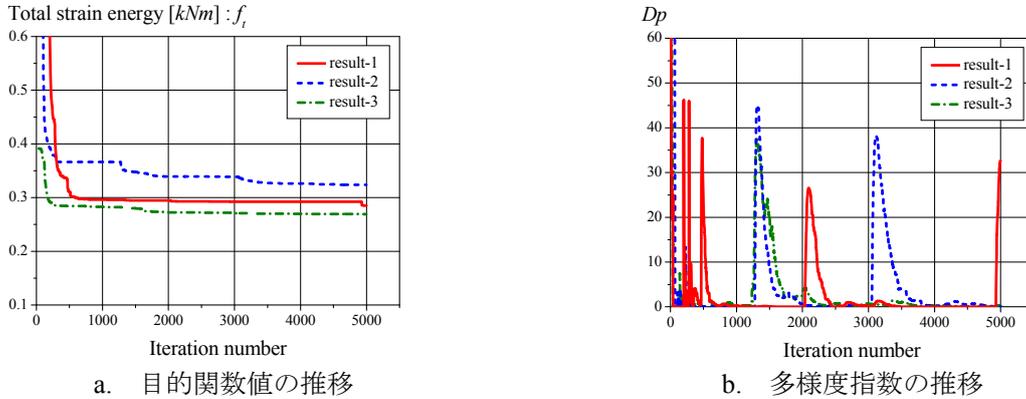
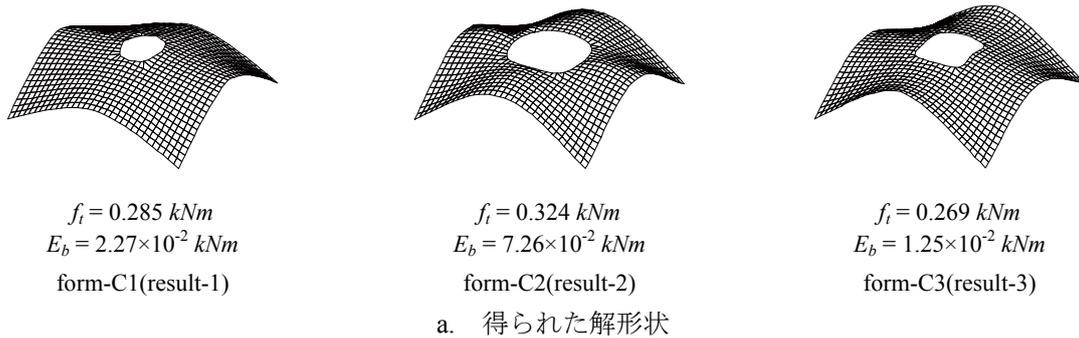
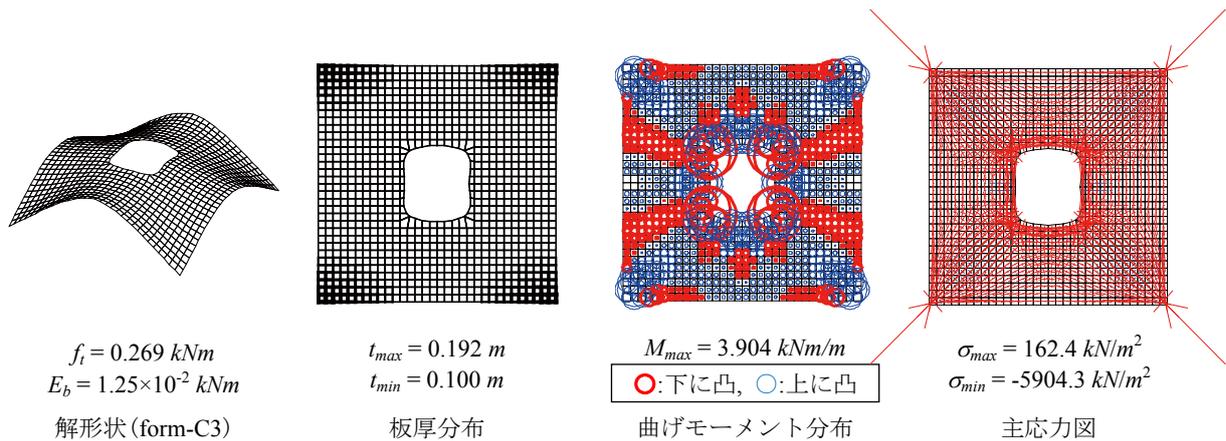


図 6.6 ABC による数値結果



a. 得られた解形状



b. form-C3 の力学性状

図 6.7 ABC により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 6.8, 6.9 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.8 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.9 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。

ISABC により、 H を小さく設定(= 0.01)して本最適化問題を解くと前項で示した結果とは異なり、多様性の低い優良解集合を得た。これは、既に述べたように解空間において制約条件により非許容解領域となっている領域が多く存在しており、解探索が一部の領域に限定されたためであると考えられる。ISABC は、 H を大きく設定(= 0.1)することで改善でき、目的関数値や多様度指数の推移からも広範囲の多様性を維持した解探索が行われていることが確認できる。得られた解形態は、form-D4 や form-D8 のようにひょうたん型やひし型のような開口形状が表現されており、幾何学的な関数では一度に表現できない、自由度を広げた開口形状表現方法の一つとして Bézier 曲線による開口表現は有効な手法であると考えられる。ただし、得られる形態は開口部周辺で大きな曲げモーメントが発生しており、優良解集合から設計に採用する形態選択を行う場合には、目的関数に設定した力学指標だけでなく他の力学特性も勘案して選択する必要があるだろう。

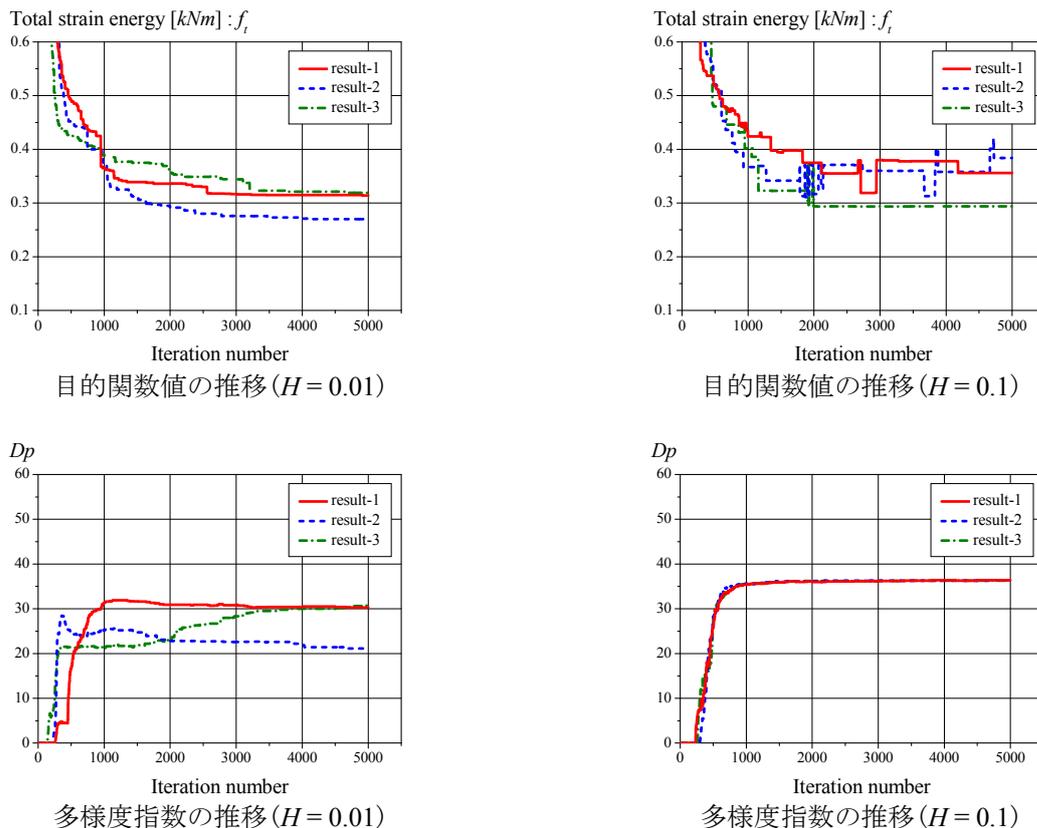
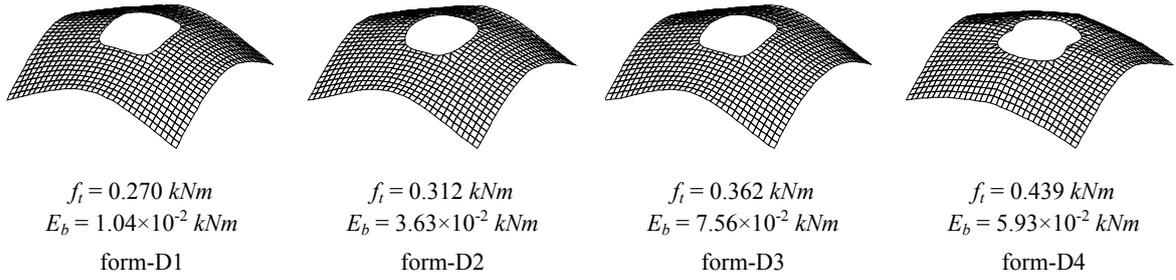
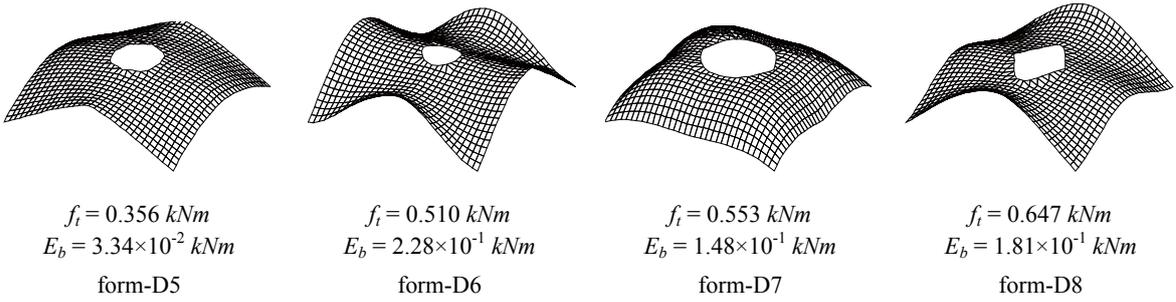


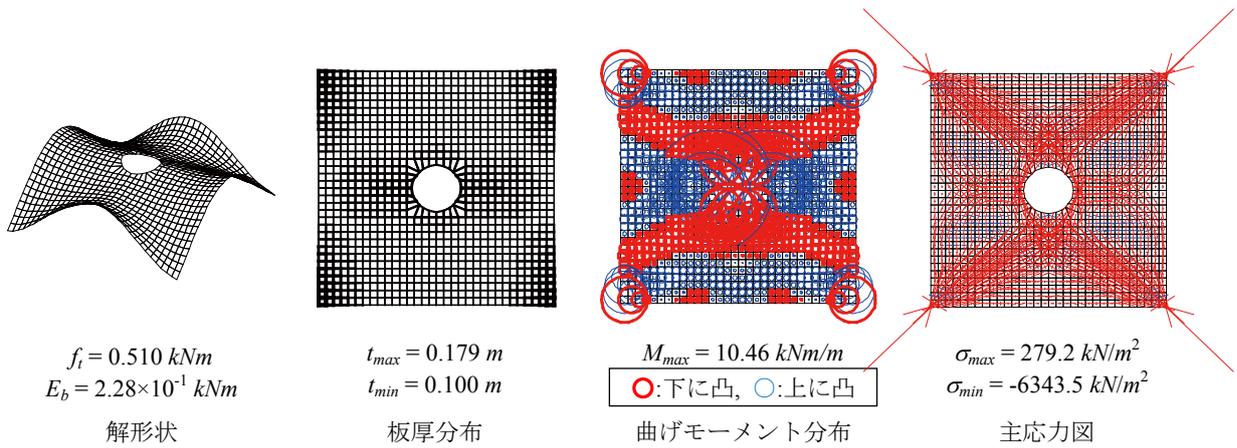
図 6.8 ISABC による数値結果



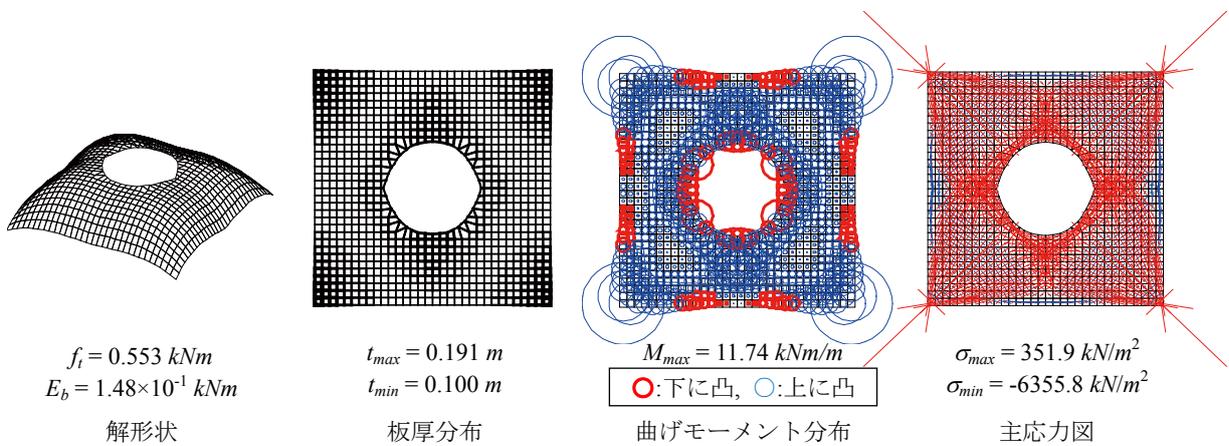
a. $H = 0.01$ (result-2)



b. $H = 0.1$ (result-1)



c. form-D6 の力学性状



d. form-D7 の力学性状

図 6.9 ISABC により得られた構造形態

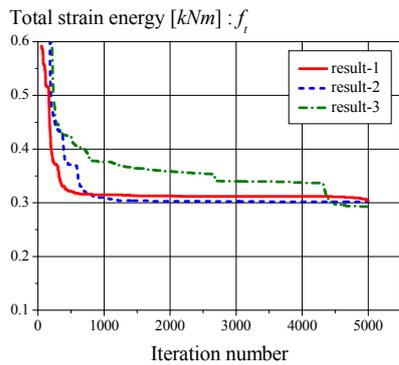
6.1.4 Bézier 曲線の制御点数による任意形状開口の表現自由度の検証

Bézier 曲線により開口形状を表現する場合、制御点数が開口形状の表現自由度に大きく影響する。ここでは、制御点数の設定変更により得られる解の傾向を確認する。以下では Bézier 曲線の制御点数を 4 個, 5 個, 6 個と設定した総ひずみエネルギー最小化を実施する。得られた形態より、Bézier 曲線の制御点数が開口形状の表現自由度に与える影響について示す。ここでは、前項に示した制御点数 5 個の結果以外の制御点数 4 個と 6 個の結果についてまとめる。

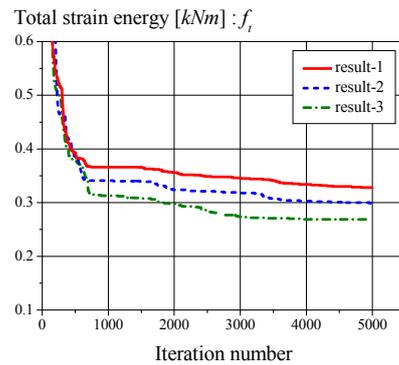
総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化および解探索パラメータは、それぞれ前項の式(6.5)–(6.8)、表 6.2 と同様である。設計変数の数は、制御点数 4 のとき 38 (板厚:15, 有限要素節点座標:16, 開口形状に関するパラメータ:7)、制御点数 6 のとき 42 (板厚:15, 有限要素節点座標:16, 開口形状に関するパラメータ:11)。

数値結果

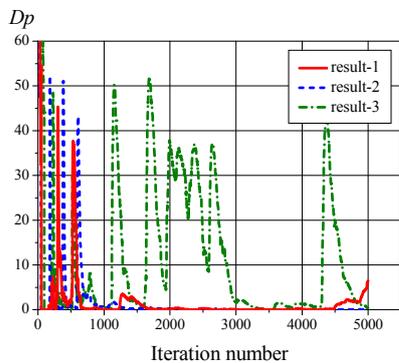
ABC による数値結果を図 6.10-6.12 に示す。図 6.10 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.11, 6.12 は得られた解のうち最も目的関数値の評価の高い解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (—が引張, —が圧縮) を表す。



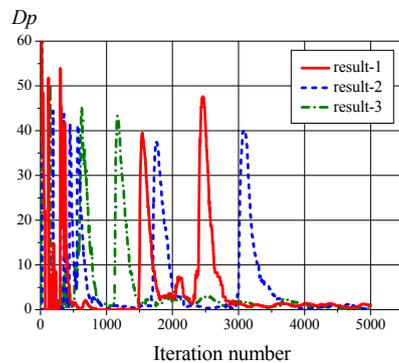
目的関数値の推移 (制御点数 4)



目的関数値の推移 (制御点数 6)



多様度指数の推移 (制御点数 4)



多様度指数の推移 (制御点数 6)

図 6.10 ABC による数値結果

制御点数の増加により得られる解の目的関数値は減少する傾向にある。ただし、制御点数 6 個の場合はシェル形状も大きく異なる解を試行毎に獲得しており、設計変数の増加および形状表現自由度の向上により解の収束性が低下していることが判る。つまり、制御点数を多く設定する場合は、開口形状がより自由に表現される一方で、ロバスト性の低い解が得られる可能性が高く、得られた形態に対する 2 次評価が重要になると考える。なお、これらは Bézier 曲面によるシェル形状表現手法と同様の傾向である。

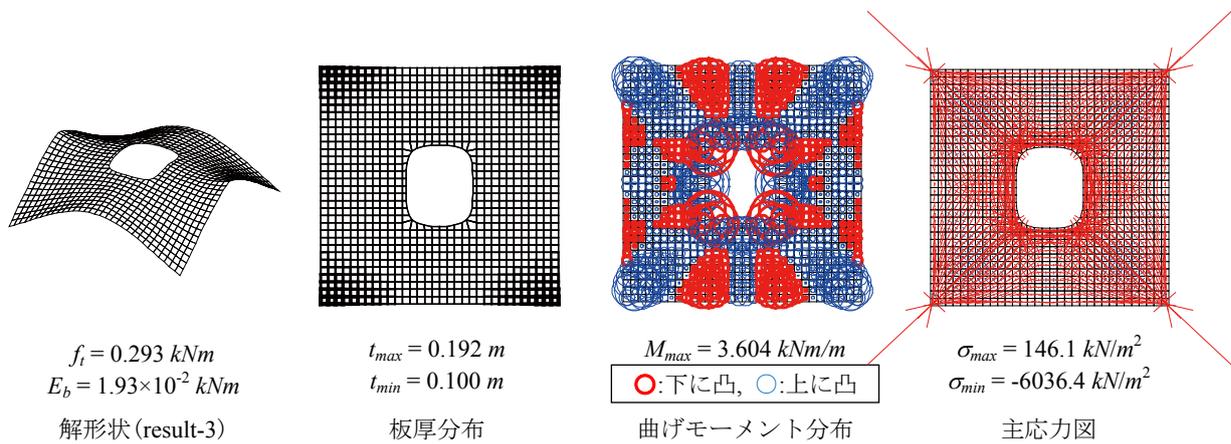


図 6.11 ABC により得られた構造形態 (制御点数 4)

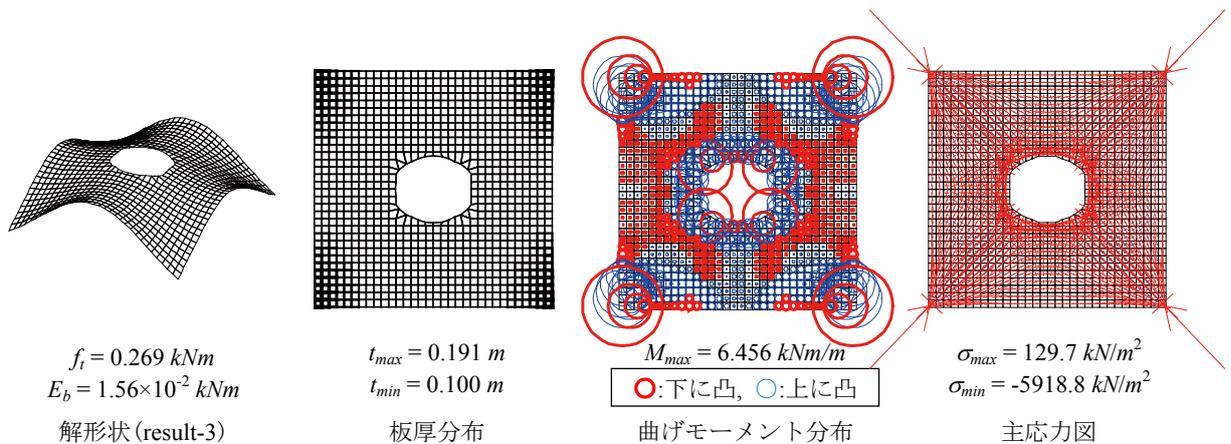


図 6.12 ABC により得られた構造形態 (制御点数 6)

6.2 矩形非対称平面モデルの大域的最適解探索と優良解探索

本節では、高さ指定条件と任意形状の開口部を有する矩形非対称曲面シェル構造の単一・多目的最適化に ABC, SPEA2, ISABC を適用する。目的関数には、総ひずみエネルギー、軸ひずみエネルギー、曲げひずみエネルギーを設定する。

6.2.1 参照モデル

解析参照モデルは、図 6.13 に示す一辺 $20m$ の矩形平面を有する自由曲面シェル構造(節点数:1089, 要素数:1024)である。隅角部はピン支持とし、基準形状は平板である。設計変数は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値と開口を定義するパラメータであり、シェル形状・板厚は表現した曲面に対応させてシェルの板厚分布と有限要素節点座標値を決定する。ただし、板厚は一定値とする。開口は 4.3.3 項に示すように Bézier 曲線による閉曲線で示される形状とし、曲線を定義する制御点位置を設計変数とする。Bézier 曲面の制御点は図 6.13b に示すように均等に 7×7 配置とした。非対称制約条件は、Bézier 曲面の制御点高さに一定値を与える方法を採用する。制約点は、図 6.13b の点 ● ($P_{11} = [x_{P_{11}}, y_{P_{11}}, z_{P_{11}}]^T$) に与える。なお、シェル要素には MITC 要素を採用する。

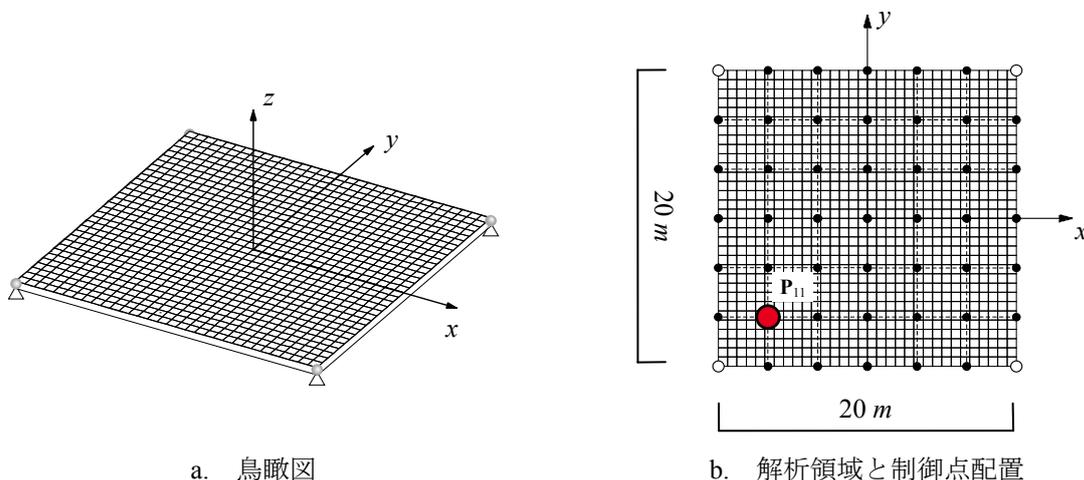


図 6.13 解析モデルの基準形状

6.2.2 曲げひび割れモーメントに対する制約条件

圧縮抵抗型の応力伝達機構が望ましい RC シェル構造に対して、開口部を設けることにより圧縮応力制約は満足するものの、局所的に無視できない引張応力や曲げモーメントが生じる形態が獲得される可能性がある。ここでは、過大な曲げモーメントの制御方法として、各要素に生じる曲げモーメントを許容曲げひび割れモーメント以下に制御する制約条件を設定する。許容曲げひび割れモーメント M_c は次式で示される。

$$M_c = 0.56\sqrt{\sigma_B}Ze + ND/6 \quad (6.9)$$

ここで、 σ_B :コンクリートの基準強度、 Ze :鉄筋考慮の断面係数、 N :軸力(圧縮が正)、 D :部材せい(板厚)である。ただし、本論文における最適化問題では Ze :鉄筋を考慮しない断面係数、 N :主応力軸方向の最小軸力として扱う。

6.2.3 軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの定義

総ひずみエネルギーを成分分解すると、面内成分・面外成分・ねじり成分に分解される。ここでは、構造部材に大きな影響を及ぼす面内成分と面外成分に着目した同時最小化の形状最適化問題を定式化する。これら2つのひずみエネルギー成分の同時最小化は、最も断面効率の良い面内応力の卓越する形態とある程度の曲げを許容した形態の同時獲得に繋がる可能性がある。以下では、本論文における各ひずみ成分の定義について説明する。

図 6.14 で示すように、各要素の要素座標系における変位と回転角を $[u, v, w, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z]$ と表現すると、面内ひずみは $[u, v]$ に関するひずみ、面外ひずみは $[w, \alpha_x, \alpha_y]$ に関するひずみとして定義する。連続体シェルの場合、面内ひずみにはねじり成分が含まれること、面外ひずみはさらに「面外せん断ひずみ」と「面外曲げひずみ」に分類されるなど、細かくはここで示す定義と一般的な分類に相違がある。ただし、力学に大きく影響している卓越したひずみ成分を抽出できていると考え、ひずみエネルギーの広義的な表現として採用する。なお、本論文では、ラチスシェル等と同様の形式で面内のひずみエネルギーを「軸ひずみエネルギー」、面外のひずみエネルギーを「曲げひずみエネルギー」と表現する。

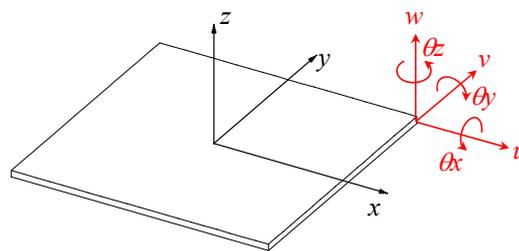


図 6.14 要素座標系における変位と回転角の関係

6.2.4 計算例 1：総ひずみエネルギー最小化

曲げひび割れモーメントを考慮した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.10)$$

$$\text{to minimize} \quad f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.11)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.12)$$

$$M_j \leq M_{cj} \quad (6.13)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.14a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。設計変数の数は 65 である (板厚: 1, 有限要素節点座標: 45, 開口形状に関するパラメータ: 19)。開口に関する制御点は 10 個配置 (初期位置 $P_i = [0, 0]^T$) し、制御点の基点は $(x, y) = (4\text{m}, 5\text{m})$ の位置とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.3 のように設定する。

表 6.3 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	3250
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABC による数値結果を図 6.15, 6.16 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.15 は目的関数値と多様性指数の推移である。図 6.16 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率 (太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率 (— が引張, — が圧縮) を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

曲げひび割れモーメント制約を導入した形状最適化に対して、ABCにより得られた解形態は特に開口部周辺で発生していた曲げモーメントが抑制されていることが確認できる。ただし、多様性指数の推移を確認すると、ここで示している3試行とも反復回数500回程度で探索点が密集していることが判る。つまり、本制約条件の設定により許容解領域が小さくなり、設計変数を1つずつ修正して解を探索するABCでは、解の収束性に問題が生じている可能性がある。

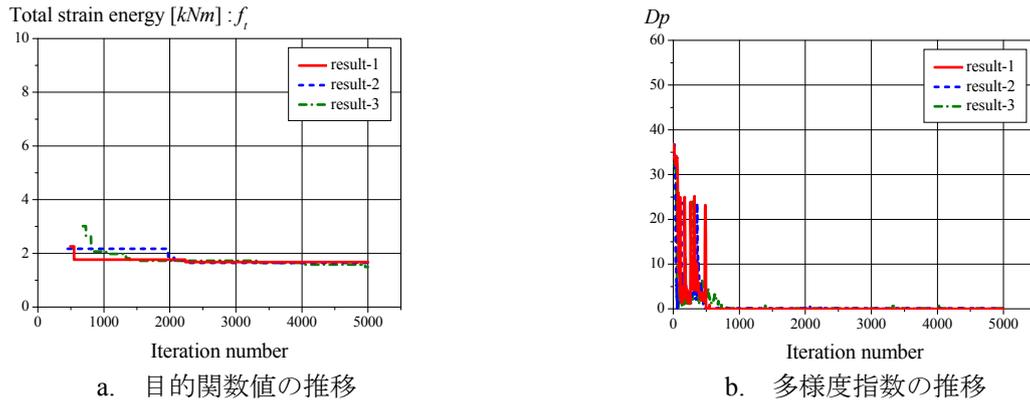


図 6.15 ABC による数値結果

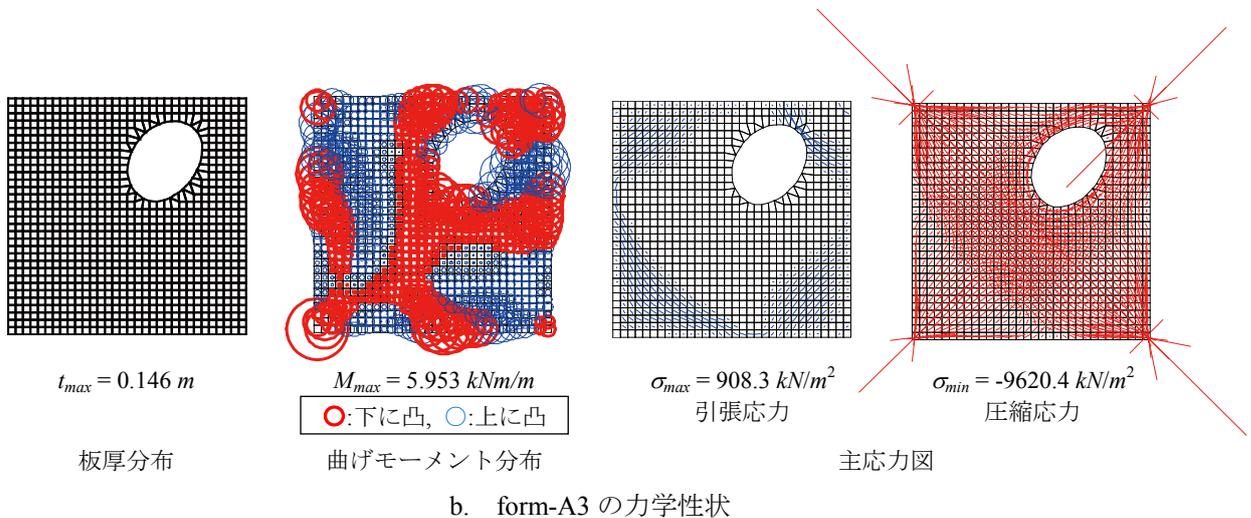
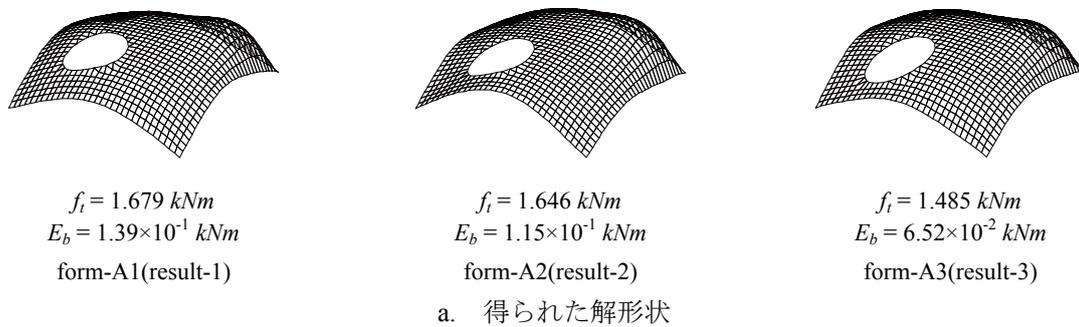


図 6.16 ABC により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 6.17, 6.18 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.17 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.18 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太 \bigcirc が下に凸, 細 \bigcirc が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

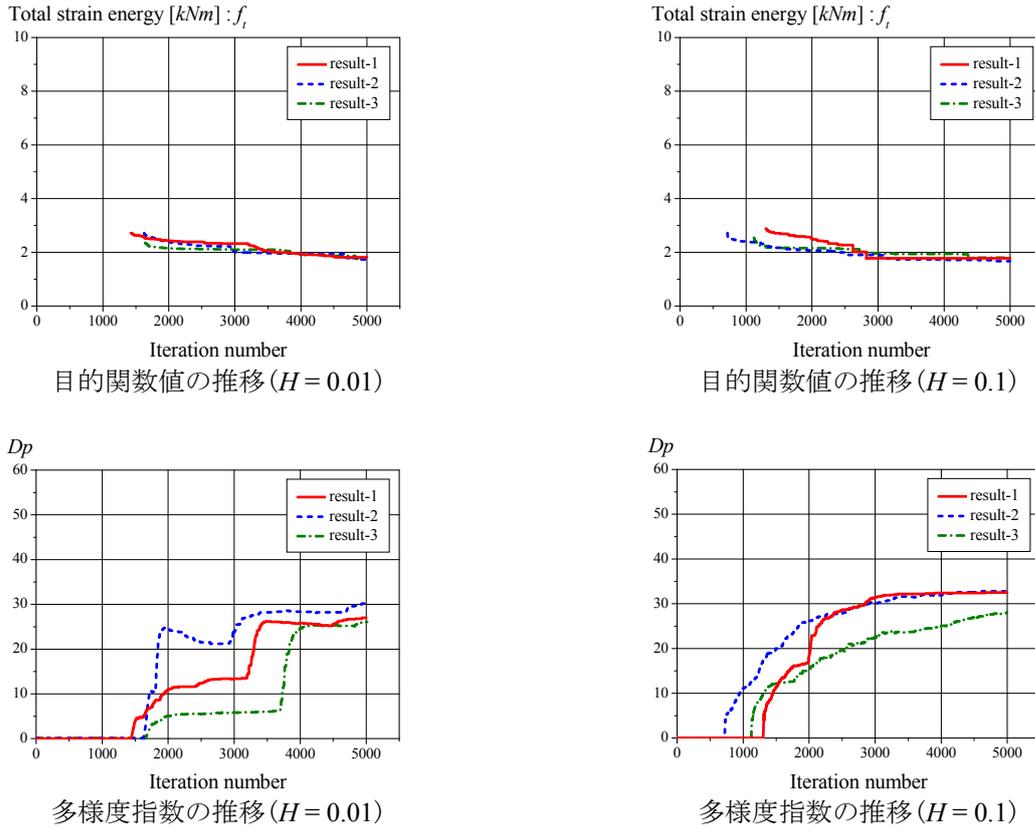


図 6.17 ISABC による数値結果

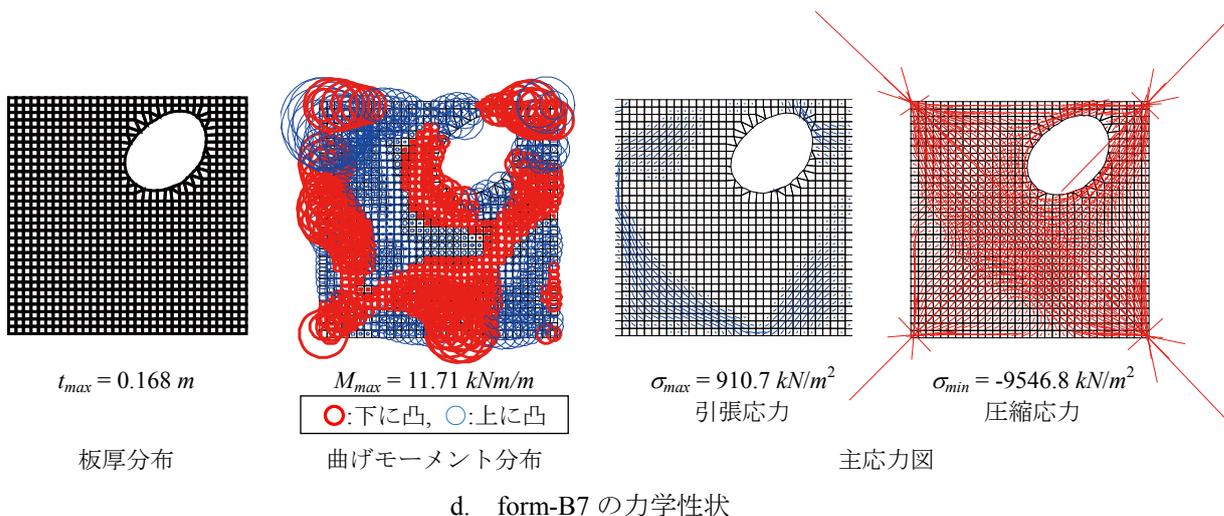
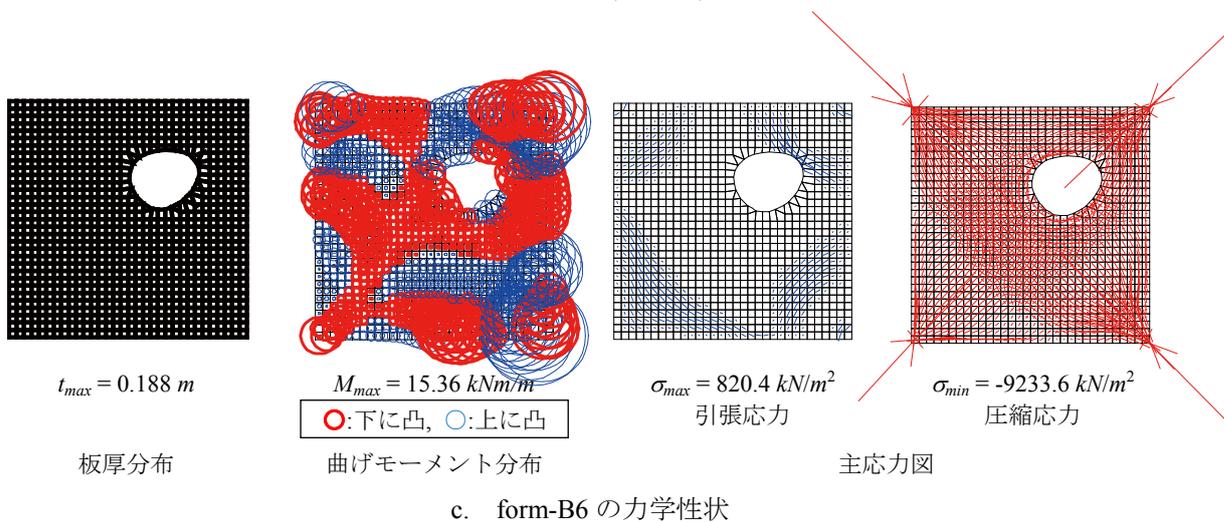
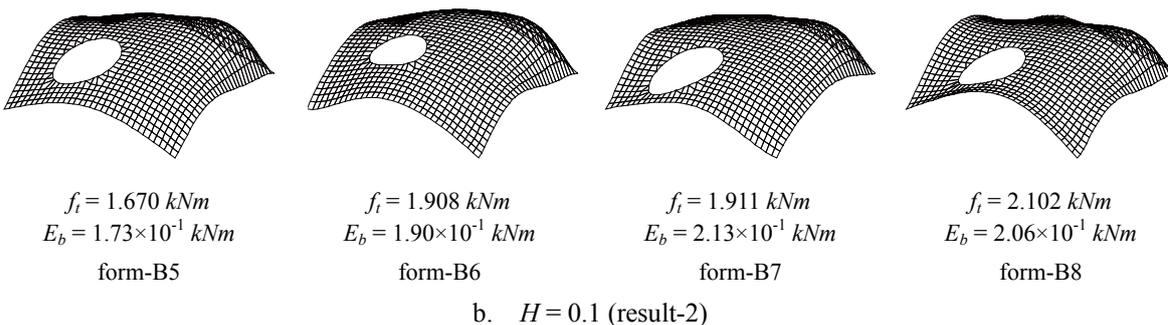
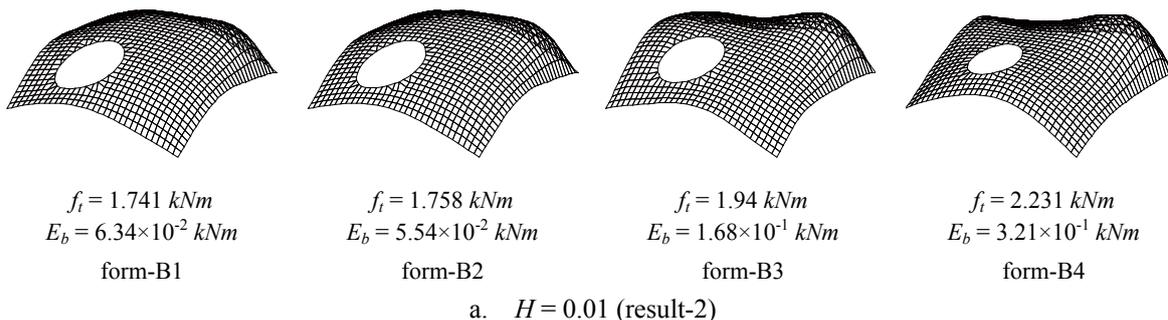


図 6.18 ISABC により得られた構造形態

6.2.5 計算例 2 : 軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化

軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化を目的とした多目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{6.15}$$

$$\begin{aligned} \text{to minimize } f_a(\mathbf{A}, \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_a \mathbf{u} \\ f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \end{aligned} \tag{6.16a, b}$$

$$\text{subject to } \sigma^L \leq \sigma_j \tag{6.17}$$

$$M_j \leq M_{cj} \tag{6.18}$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \tag{6.19a, b}$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{u} : 面内節点変位ベクトル, \mathbf{K}_a : 面内剛性マトリクス, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}, A_j^U = 0.2 \text{ m}, R_i^L = 0.0 \text{ m}, R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。設計変数の数は 65 である(板厚:1, 有限要素節点座標:45, 開口形状に関するパラメータ:19)。開口に関する制御点は 10 個配置(初期位置 $P_i = [0, 0]^T$)し、制御点の基点は $(x, y) = (4\text{m}, 5\text{m})$ の位置とする。本項で用いる解法は SPEA2 と ISABC であり、これらのパラメータは表 6.4, 6.5 のように設定する。

表 6.4 SPEA2 パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	0.9	突然変異率	0.0001
交叉率	0.7	選択方式	トーナメント
世代数	5000	交叉方式	二点交叉
アーカイブ個体群	100		

表 6.5 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	3250
最大反復回数	5000

パレート最適解探索の数値結果

SPEA2による数値結果を図6.19, 6.20に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図6.19は目的関数空間上の解と多様度指数の推移である。図6.20は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

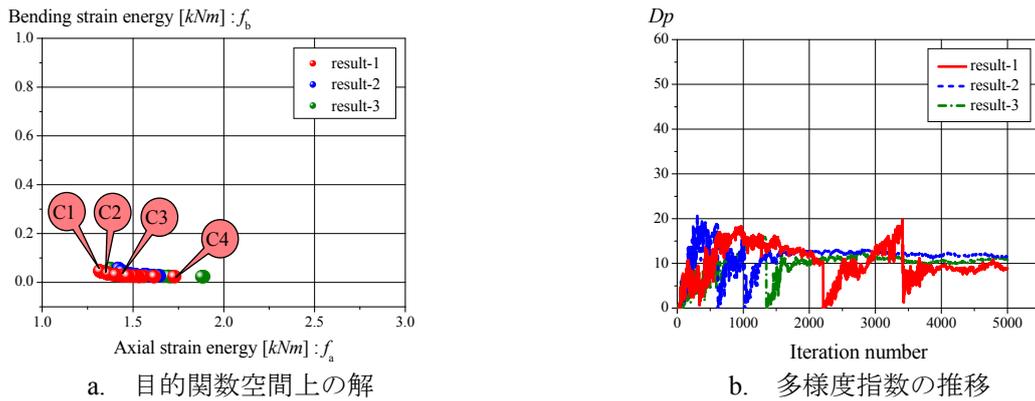


図 6.19 SPEA2による数値結果

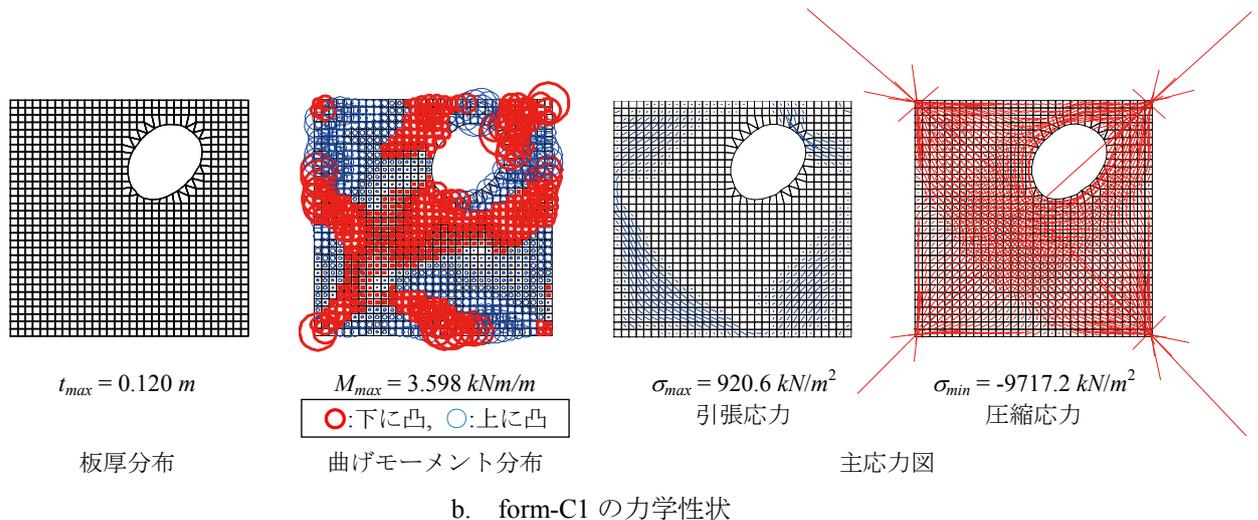
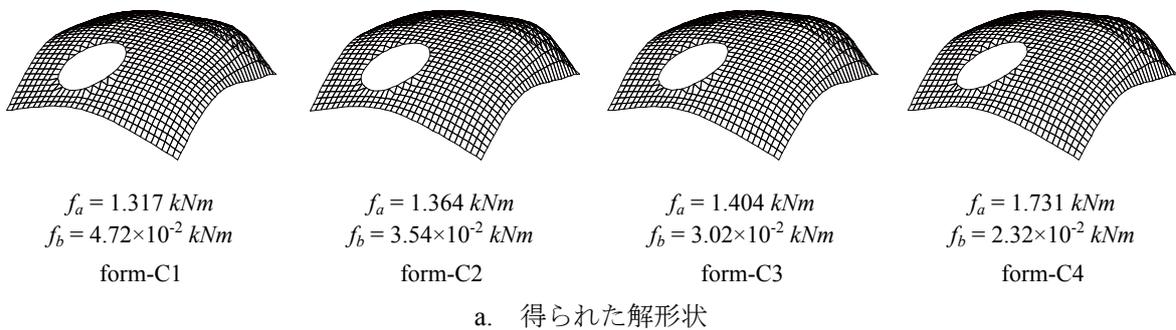


図 6.20 SPEA2により得られた構造形態

優良解探索の数値結果

ISABC ($r = 10, H = 0.01, 0.1, q = 0.0$) による数値結果を図 6.21-6.24 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.21 は目的関数空間上の解と多様度指数の推移である。図 6.22 は得られた優良解 50 個体の軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーを同一棒グラフ上に示したものである。図 6.23, 6.24 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

ISABC により得られた解分布は、 H の設定によらず類似した分布となった。これは、既に述べているように曲げひび割れモーメント制約により、許容解領域が限定されたためと考える。ここでは、図 6.22 のように得られた解をひずみエネルギーを示すグラフ上に示した。このうち、図 6.23 には 1) 得られた解のうち軸ひずみエネルギーが最小となる解 (form-E1, form-E5)、2) 軸ひずみエネルギーがある程度小さいにも関わらず曲げひずみエネルギーが大きい解 (form-E2, form-E6)、3) 得られた解のうち曲げひずみエネルギーが最小となる解 (form-E3, form-E7)、4) 得られた解のうち軸ひずみエネルギーが最大となる解 (form-E4, form-E8) の形状例を示した。本目的関数により得られた解は、上記のようにひずみエネルギー量での分類を容易に行うことができ、複数解候補からの形態選択の一助になると考える。特に、2) に分類される解は優良解探索でのみ獲得可能な解であり、本定式化における優良解探索の有効性が示される。

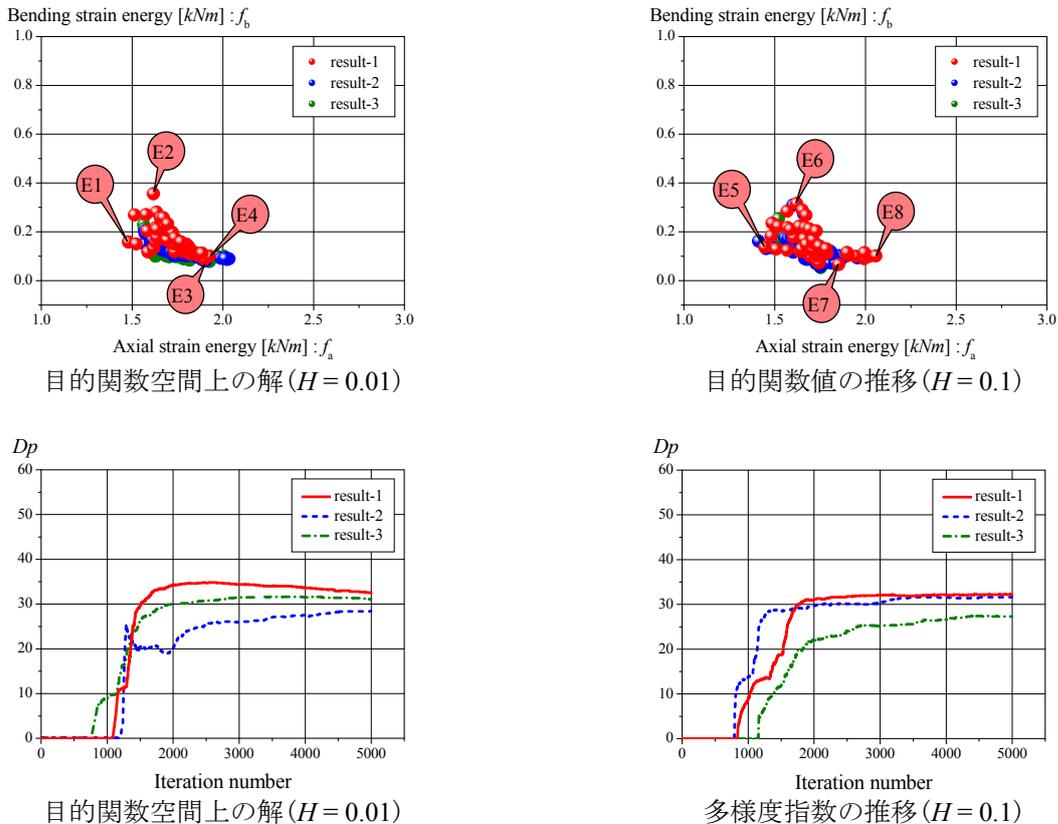


図 6.21 ISABC による数値結果

1)は面内のひずみエネルギーが低減された形態であり、力学的に効率の良いシェル形状・板厚になっている。2)は曲げモーメントや引張応力が比較的大きく発生している形態であり、目的関数空間上でこの form-E2 や form-E6 近傍に含まれる解はばらついた分布を示している。これは、曲げモーメントや引張応力がある程度許容した形態が解の多様性が高いことを示していると考えられる。なお、曲げひずみエネルギーが他の形態より比較的大きいものの、軸ひずみエネルギーが卓越した形態であり、基本的には面内抵抗型の形態となっている。3)は曲げひずみエネルギー最小化で得られる解と同傾向を示しており、板厚が厚くなることで曲げひずみエネルギーが小さく最適化された形態が多く含まれる。曲げひずみエネルギーが小さくなる形態は、板厚の多様性を維持しやすい傾向にある。4)は板厚が厚くなり、曲げモーメントおよび圧縮応力が大きくなる傾向がある。ただし、form-E7 のように最大引張応力は比較的小さくなっていることが確認できる。

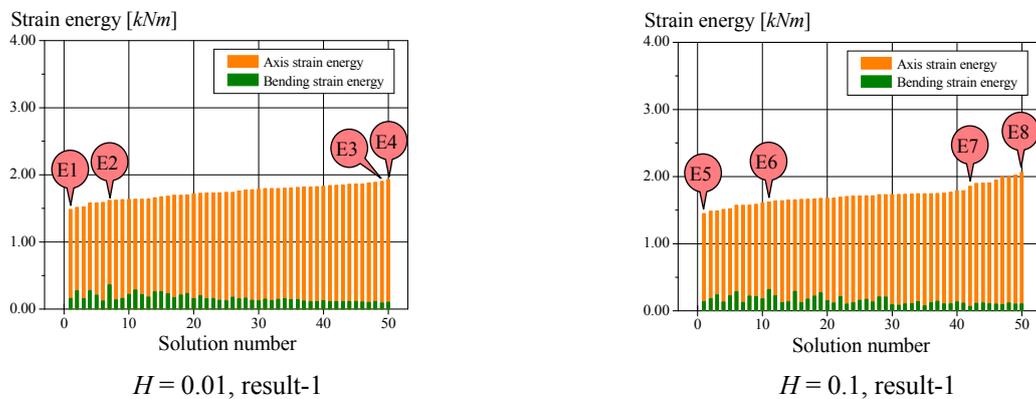


図 6.22 得られた優良解のひずみエネルギー量

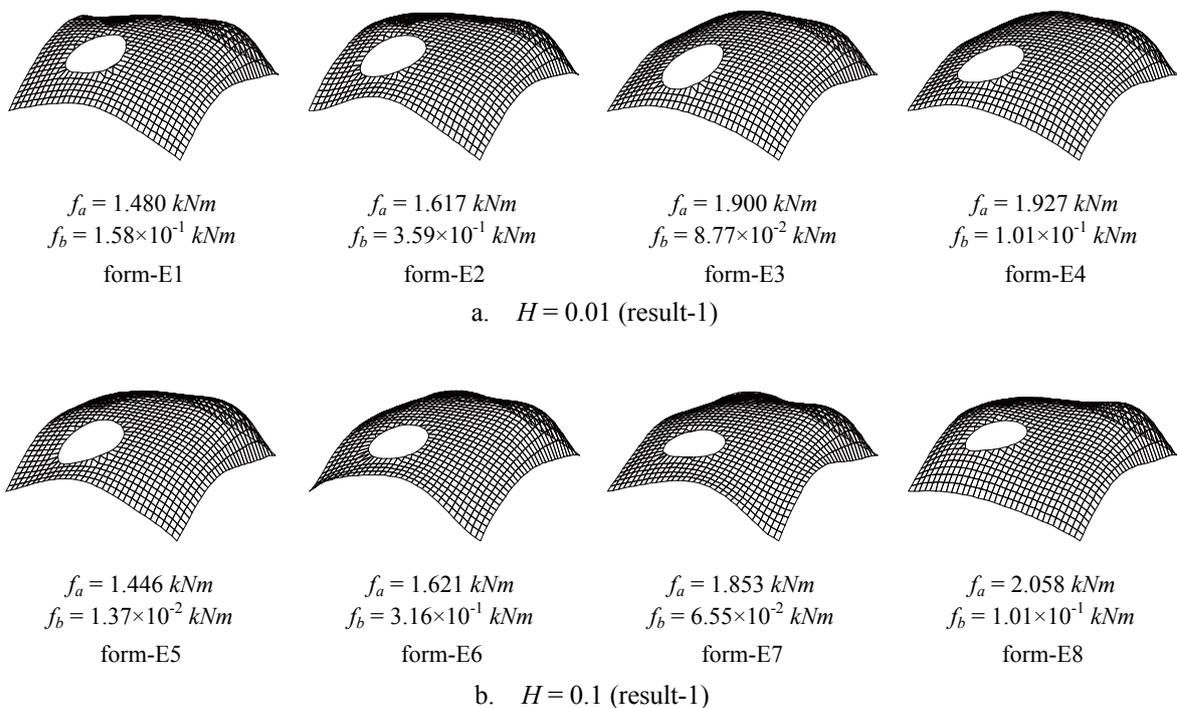


図 6.23 ISABC により得られた解形状

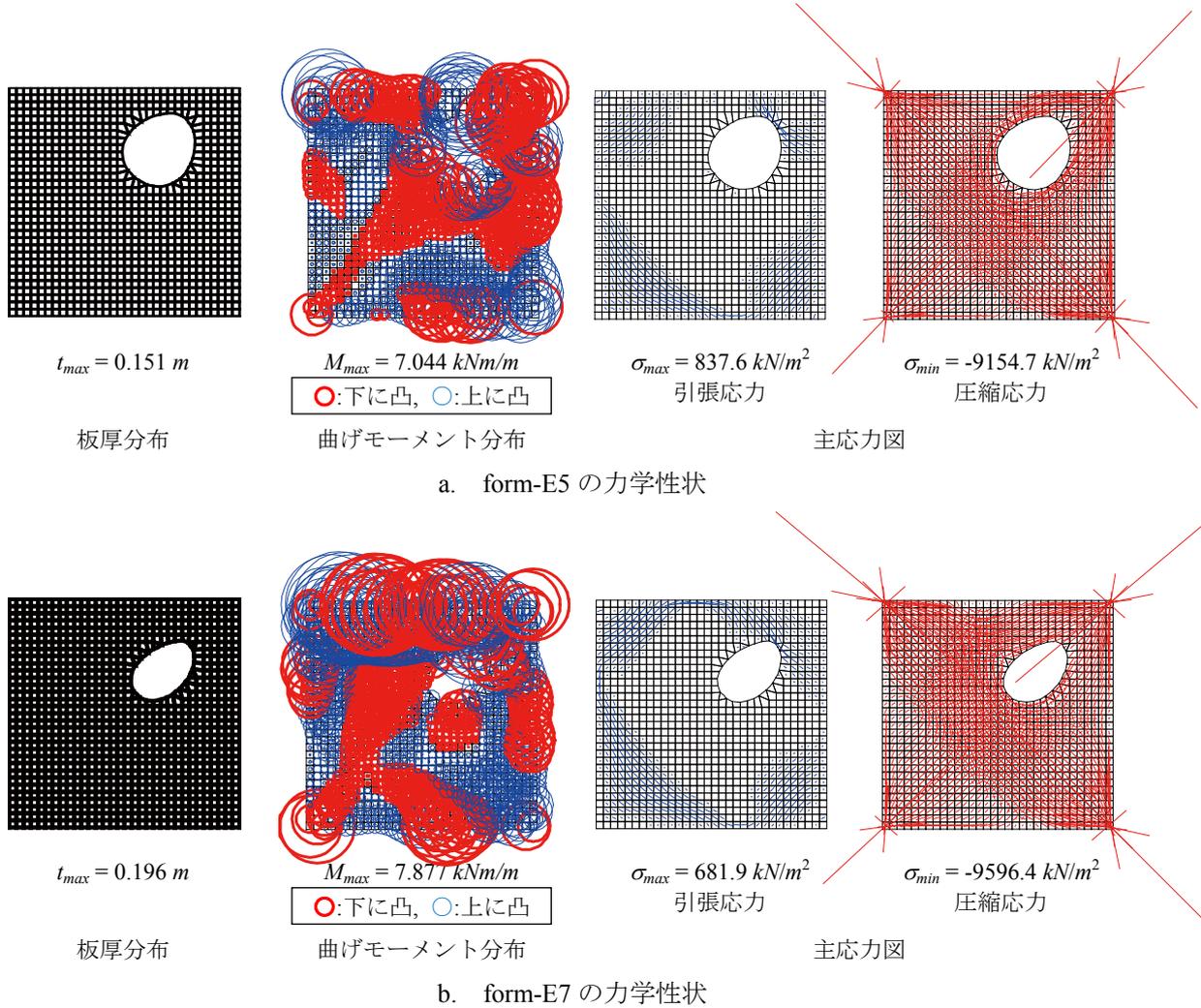


図 6.24 ISABC により得られた形態の力学性状

6.2.6 トーナメント選択方式を採用した ABC による大域的最適解探索の数値結果

計算例 1 (図 6.15, 6.16) の数値結果は、多様性指数が反復回数 500 回以前で殆ど 0 に収束しており、探索個体が探索初期段階で密集していることを示している。つまり、設計変数が多く、複数の制約条件を設定した最適化問題において、ABC は解探索が十分になされていない可能性がある。これは、ABC が採用している個体選択方式のルーレット選択が許容解発見時に制約条件を満足する評価の高い 1 個体のみが選択されやすくなるためと考えられる。以下では、ABC の個体選択方式を、GA で採用されているトーナメント方式に変更した結果を示す。

数値結果を図 6.25-6.27 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.25 はルーレット選択とトーナメント選択による次ステップの探索点位置を決めるための個体の選択されやすさの概念図である。それぞれの図では、探索点の色と評価概念図の色を対応させて示しており、図 6.25a ではルーレットの領域の広さが探索点の評価値の高さを表現している。図 6.26 は目的関数値と多様性指数の推移である。図 6.27 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

解法のパラメータを変更することなく、ルーレット選択をトーナメント選択に変更することで本最適化問題において、ABCにおける解の収束性の改善が図られた。これは、トーナメント選択が探索個体の中から任意の個体を数個選択し、それらのうち目的関数値の評価の高い探索個体を選択する方式であり、一つの探索点のみが許容解となった状況においても非許容解を選択する確率がルーレット選択と比較して高く、探索点の早期密集化を防いだ結果であると考えられる(図 6.25)。したがって、解空間が複雑な最適化問題に対して、ABCは個体選択方式に何らかの工夫を加えることで解探索性能をさらに向上できる可能性がある。ただし、トーナメント選択は任意の探索点を選択して評価する手法であるため、解空間が比較的単純な問題に対しては解探索の効率が低下する可能性もあり、問題に応じて使い分ける必要もある。

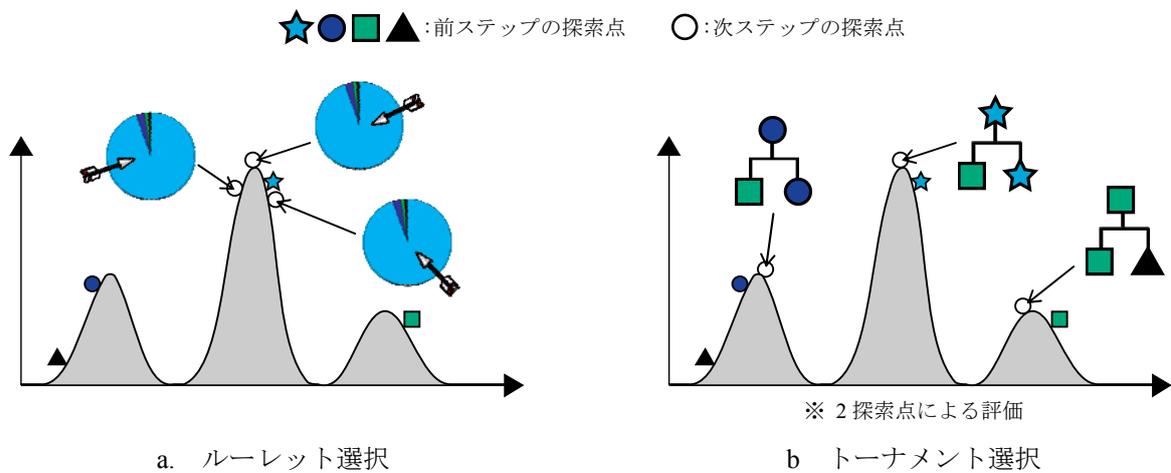


図 6.25 選択方法による探索点選択の違い

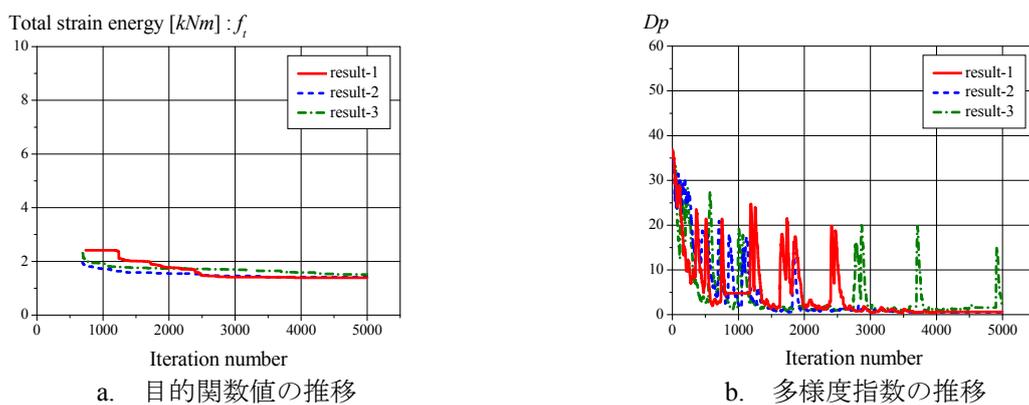


図 6.26 ABCによる数値結果(トーナメント選択)

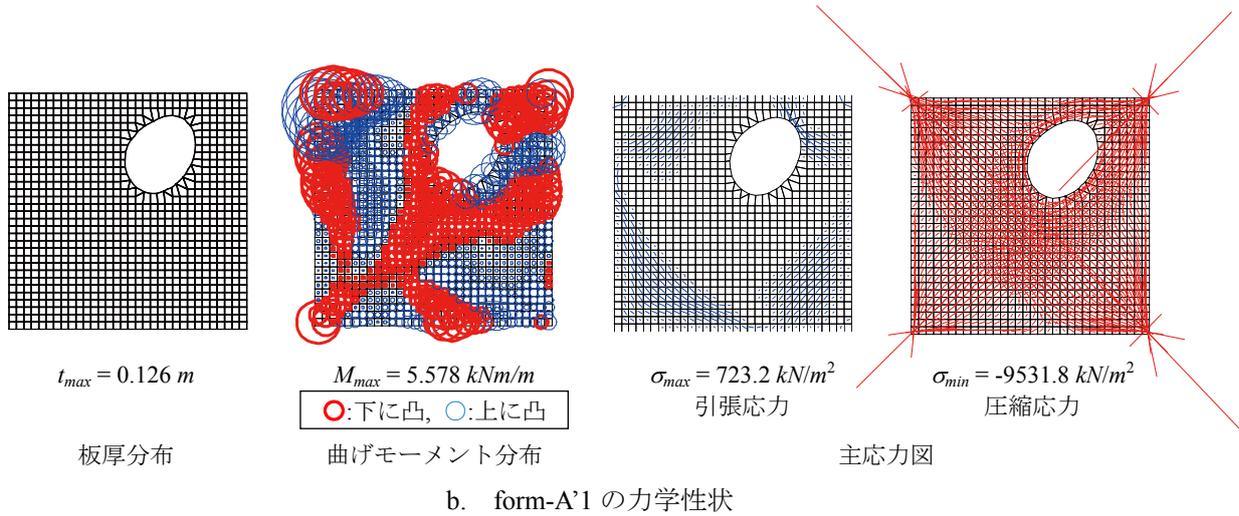
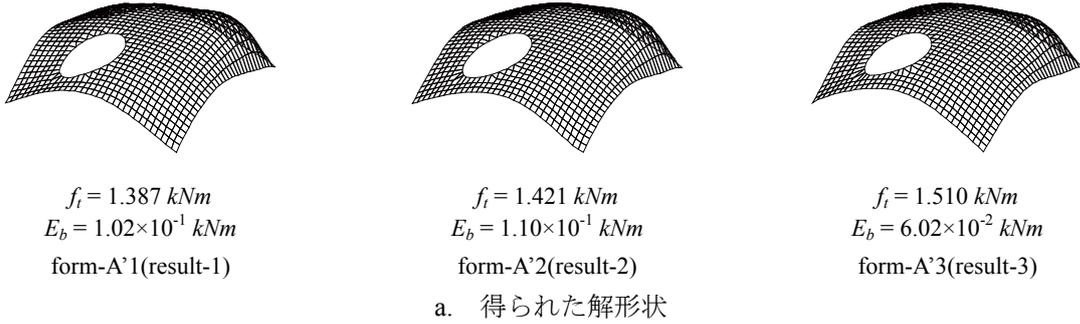


図 6.27 ABC により得られた構造形態(トーナメント選択)

6.2.7 曲げひび割れモーメントを考慮しない場合とのパレート最適解比較

計算例 2 で得られた SPEA2 による解と、曲げひび割れモーメントを考慮せずに得られた形態との比較を行う。曲げひび割れモーメント制約を導入しない SPEA2 による数値結果を図 6.28 に示す。図 6.28a は目的関数空間上の解であり、解が得られた範囲を拡大表示している。図 6.28b, c は得られた解の内、最も軸ひずみエネルギーが最小となる形状とその力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

本多目的最適化では、曲げひび割れモーメント制約を導入するとパレートフロントが曲げひずみエネルギーの軸に沿って短くなることが確認された(図 6.28a 点線部)。これは、軸ひずみエネルギーが小さくなる部分で局部的に曲げモーメントや引張応力が大きくなる形態の解集合となっているためであり、結果として曲げひずみエネルギーが大きくなっていると考えられる。form-C1(図 6.20b)と from-D(図 6.28b)を比較すると、特に開口部周辺の曲げモーメントに違いが見られ、引張応力も増大していることが確認できる。つまり、開口部を考慮した形状最適化において、曲げひび割れモーメント制約の導入により引張応力および曲げモーメントが過大となる形態を非許容解とすることができ、優良解探索など解の多様性を考慮した形状最適化で考慮することにより解評価の効率化へと繋がると考える。

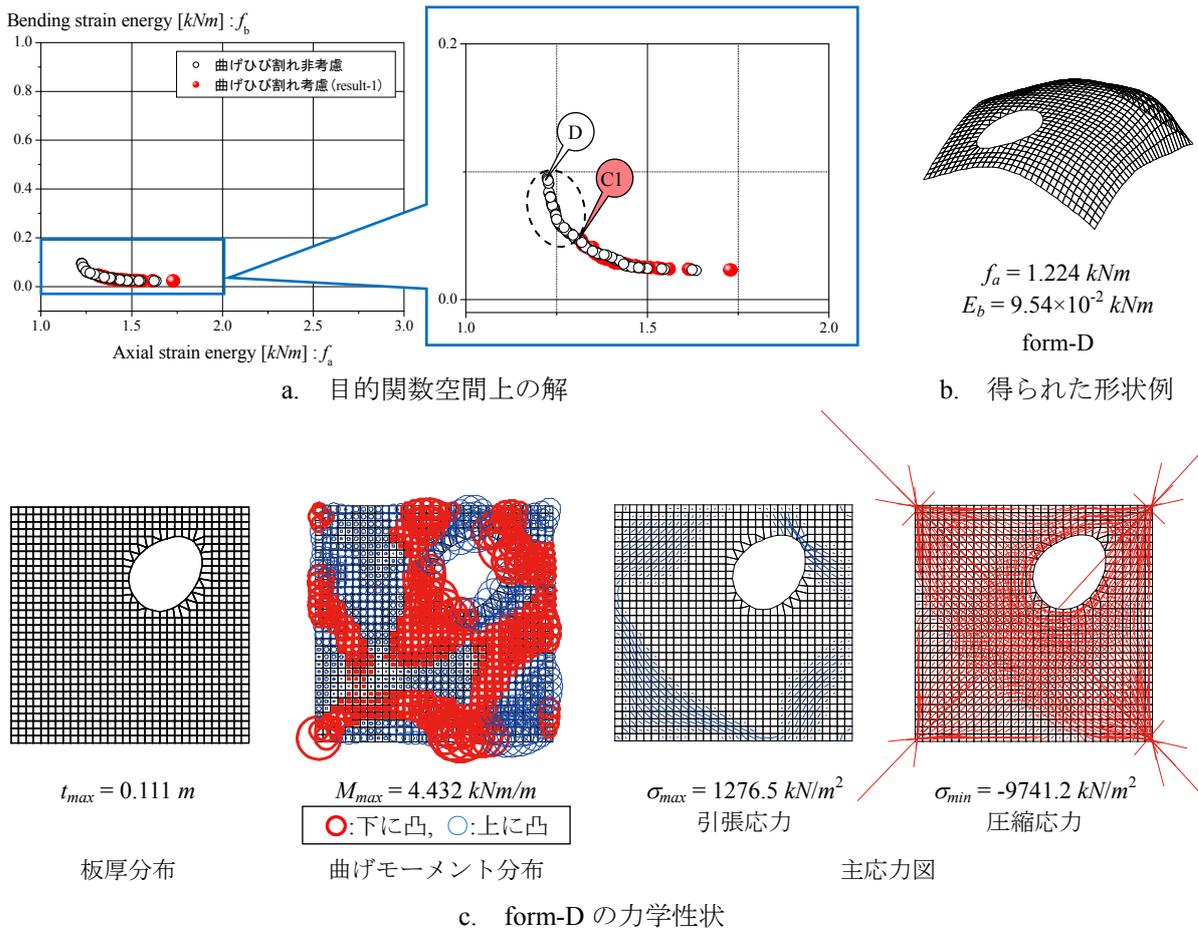


図 6.28 曲げひび割れモーメント制約の比較

6.2.8 設計変数として設定する板厚に関する考察

本節における数値計算例では、前節までの形状最適化問題とは異なり板厚を一様として扱った。これは、得られた形態を実設計における形態候補として採用する場合、板厚分布を変化させるとひずみエネルギーは低くなるものの、施工性の観点からは実用的ではないと判断したためである。実際、既に建築されている RC 自由曲面シェルの形態は板厚一定で計画されていることが多く、板厚一様の設定が設計条件・要求として妥当であると考えられる。なお、経済性等を考慮して板厚分布を変動させた解探索を行う場合も、板厚分布のゾーニングを設定するなど、何らかの工夫が必要になるだろう。

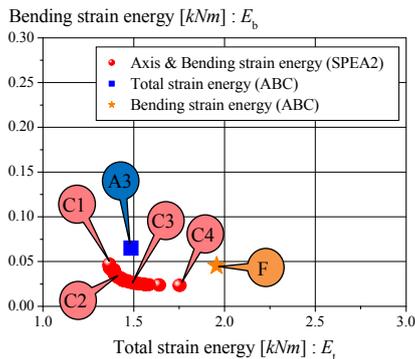
6.2.9 目的関数として設定するひずみエネルギーの違いによる解形態比較

ここでは、1) 総ひずみエネルギー最小化、2) 曲げひずみエネルギー最小化、3) 軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化の 3 ケースにより得られた解形態の比較を行い、各ひずみエネルギーを目的関数とした場合に得られる解の評価を行う。得られた 1)~3) 全ての解は、図 6.29a のように横軸に総ひずみエネルギー、縦軸に曲げひずみエネルギーを設定した同一グラフ上にプロットする。なお、図 6.29b, c には、2) 曲げひずみエネルギー最小化により得られた解形状例と力学性状を示した。

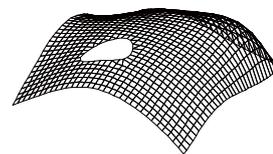
総ひずみエネルギーや曲げひずみエネルギーを単一目的として形状最適化した場合と比較して、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化により得られた解が、総ひずみエネルギー・曲げひずみエネルギー共に小さい解を獲得した。これは以下の理由によると考える。

1)による解について、総ひずみエネルギー = 軸ひずみエネルギー + 曲げひずみエネルギー + ねじりに対するひずみエネルギーに細分化でき、総ひずみエネルギー最小化の単一目的最適化は、細分化されたひずみエネルギーの重み付けを行った多目的最適化問題を解いていることと同義の形状最適化を行っており、いずれかのひずみエネルギーが最小化された形態が獲得されていると考える。つまり、RC 自由曲面シェルは軸ひずみエネルギーが卓越しており、主として軸ひずみエネルギーが最小化された解が探索されている。ただし、軸ひずみエネルギーを最小化する場合、曲げひずみエネルギーが必ずしも同時に最小化されるとは限らず、結果として軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化より大きな値の解に収束していると考ええる。

2)について、曲げひずみエネルギーを最小化する場合は試行毎に異なる解を得ており、前章と同様に解空間が複雑であると考えられる。軸ひずみと曲げひずみを同時に最小化すると、一方のひずみエネルギーが低減され、他方のひずみエネルギーが増加する場合でも個体の評価が高くなり、解の改悪を許容した解探索がなされ、結果として局所最適解への収束が回避されていると考える。つまり、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化は、複数の形態を同時に獲得する評価指標となるだけでなく、局所最適解に陥りやすい本構造形態創生問題において解の収束性を改善する目的関数となり得る可能性もある。



a. 目的関数空間上の解比較

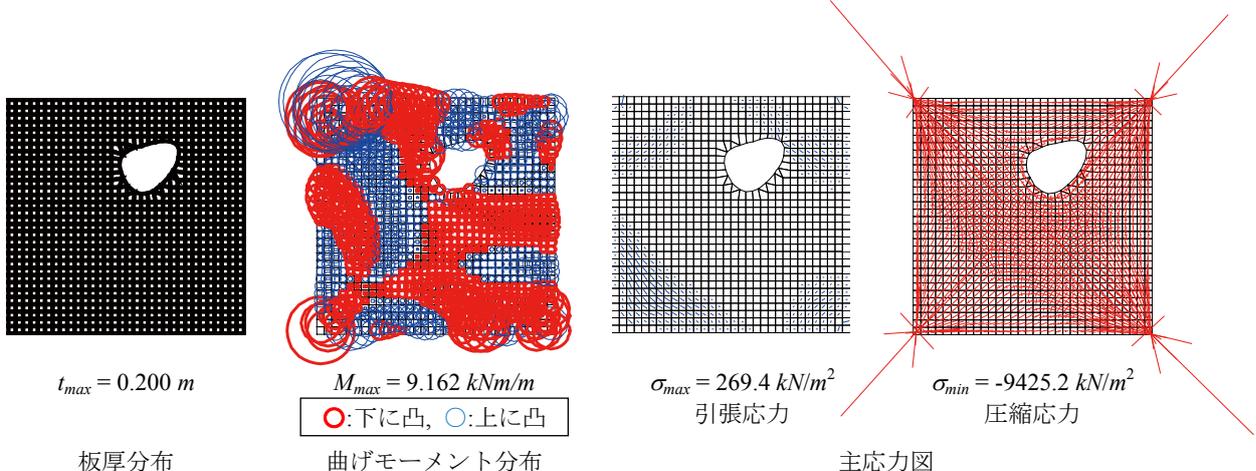


$$f_b = 4.51 \times 10^{-2} \text{ kNm}$$

$$E_t = 1.957 \text{ kNm}$$

form-F

b. 曲げひずみエネルギー最小化による形状例



c. form-F の力学性状

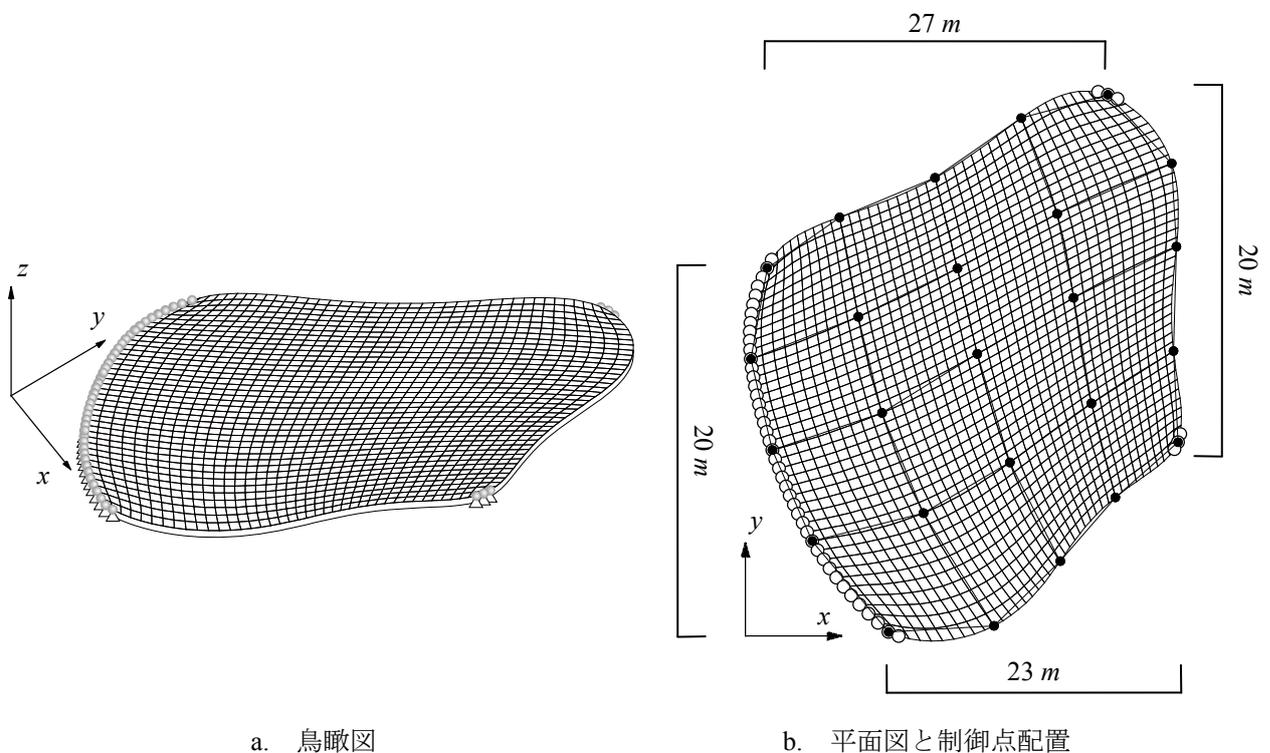
図 6.29 種々のひずみエネルギーにより得られた解形態の比較

6.3 任意境界モデルの大域的最適解探索

本節では、任意境界を有するシェル構造の単一目的最適化に ABC を適用する。ここでは、前節までに示してきた種々の条件を様々設定した数値計算例を実施する。なお、前節までの数値結果を基に、本節で適用する ABC は個体選択方式としてトーナメント選択を採用する。

6.3.1 参照モデル

解析参照モデルは、図 6.30 に示す任意境界を有する自由曲面シェル構造(節点数:1681, 要素数:1600)であり、基準形状は平板である。支持条件は図 6.30a に示す○印(一辺と二点)をピン支持とする。設計変数は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値と開口部を設ける場合は開口を定義するパラメータであるが、支持点上の制御点は一律 0.0 m として設計変数から除くこととする。Bézier 曲面の制御点は図 6.30b に示すように均等に 5×5 配置とした。なお、シェル要素には MITC 要素を採用する。



a. 鳥瞰図

b. 平面図と制御点配置

図 6.30 解析モデルの基準形状

6.3.2 計算例 1：シェル形状・板厚を考慮した総ひずみエネルギー最小化

シェル形状と板厚を設計変数とした総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.20)$$

$$\text{to minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.21)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.22)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.23a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19 (板厚: 1, 有限要素節点座標: 18) である。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.6 のように設定する。

表 6.6 ABC パラメータ

<i>Employed bee</i>	100
<i>Onlooker bee</i>	100
<i>limit</i>	950
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図 6.31, 6.32 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.31 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.32 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

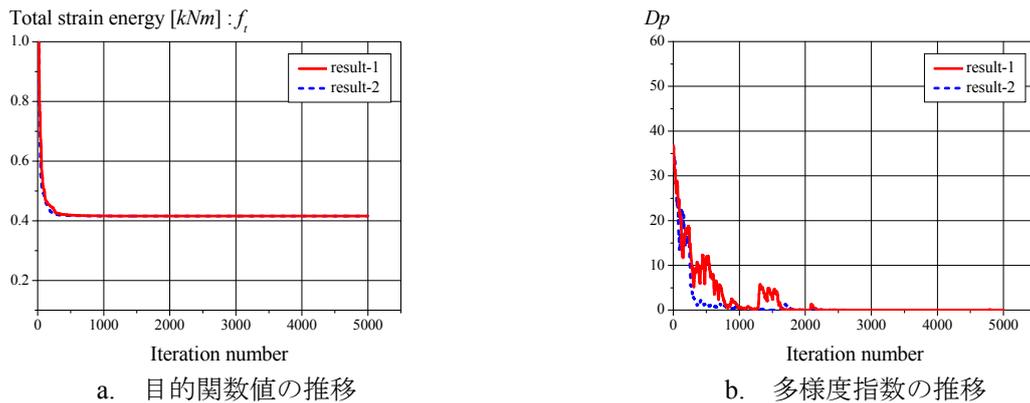


図 6.31 ABC による数値結果

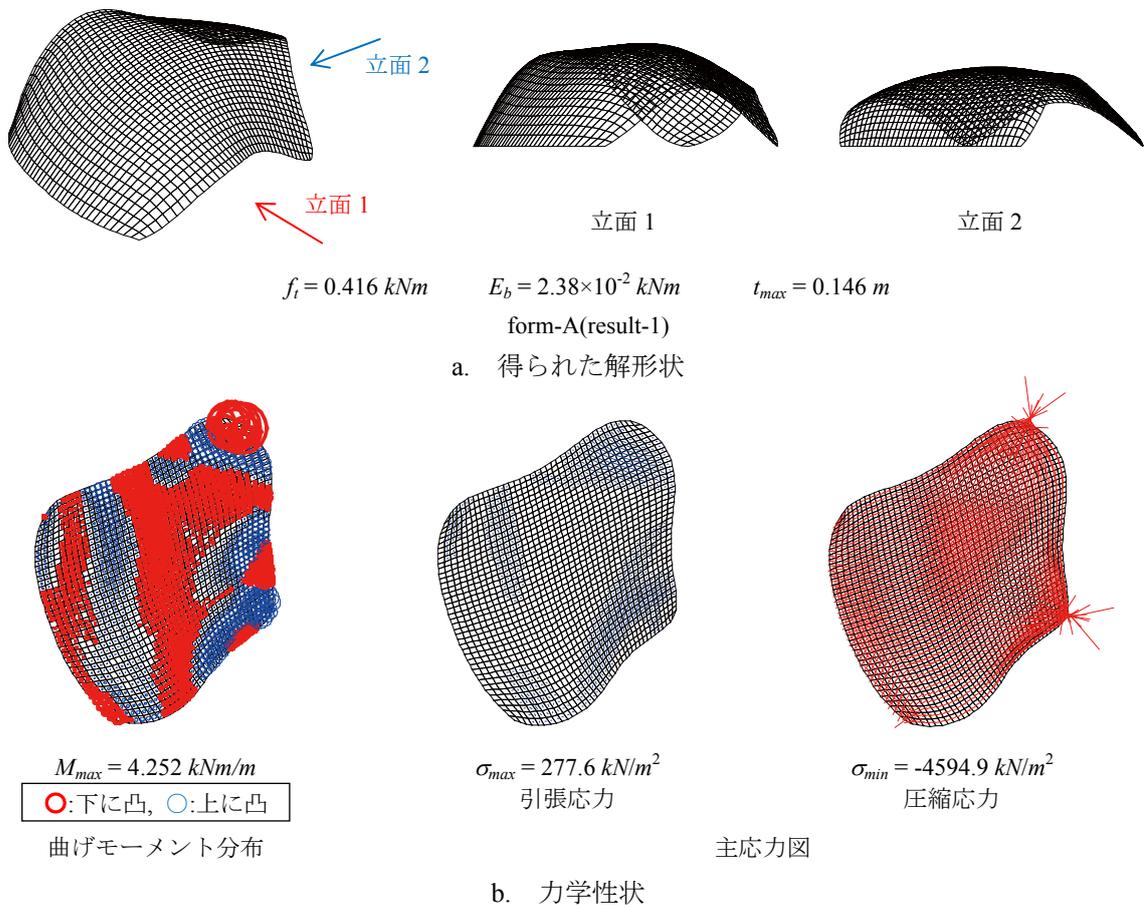


図 6.32 ABC により得られた構造形態

6.3.3 計算例 2：シェル形状・板厚を考慮した曲げひずみエネルギー最小化

シェル形状と板厚を設計変数とした曲げひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.24)$$

$$\text{to minimize} \quad f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \quad (6.25)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.26)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.27a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A}(=[A_j])$:断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R}(=[R_i])$:有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{w} :面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b :面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.1862 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。設計変数の数は 19(板厚:1, 有限要素節点座標:18)である。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.7 のように設定する。

表 6.7 ABC パラメータ

<i>Employed bee</i>	100
<i>Onlooker bee</i>	100
<i>limit</i>	950
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図6.33, 6.34に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図6.33は目的関数値と多様度指数の推移である。図6.34は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

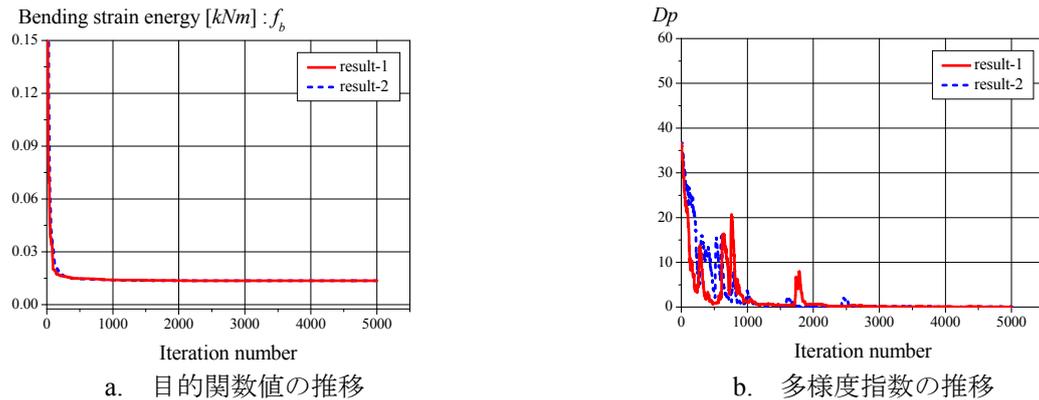


図 6.33 ABC による数値結果

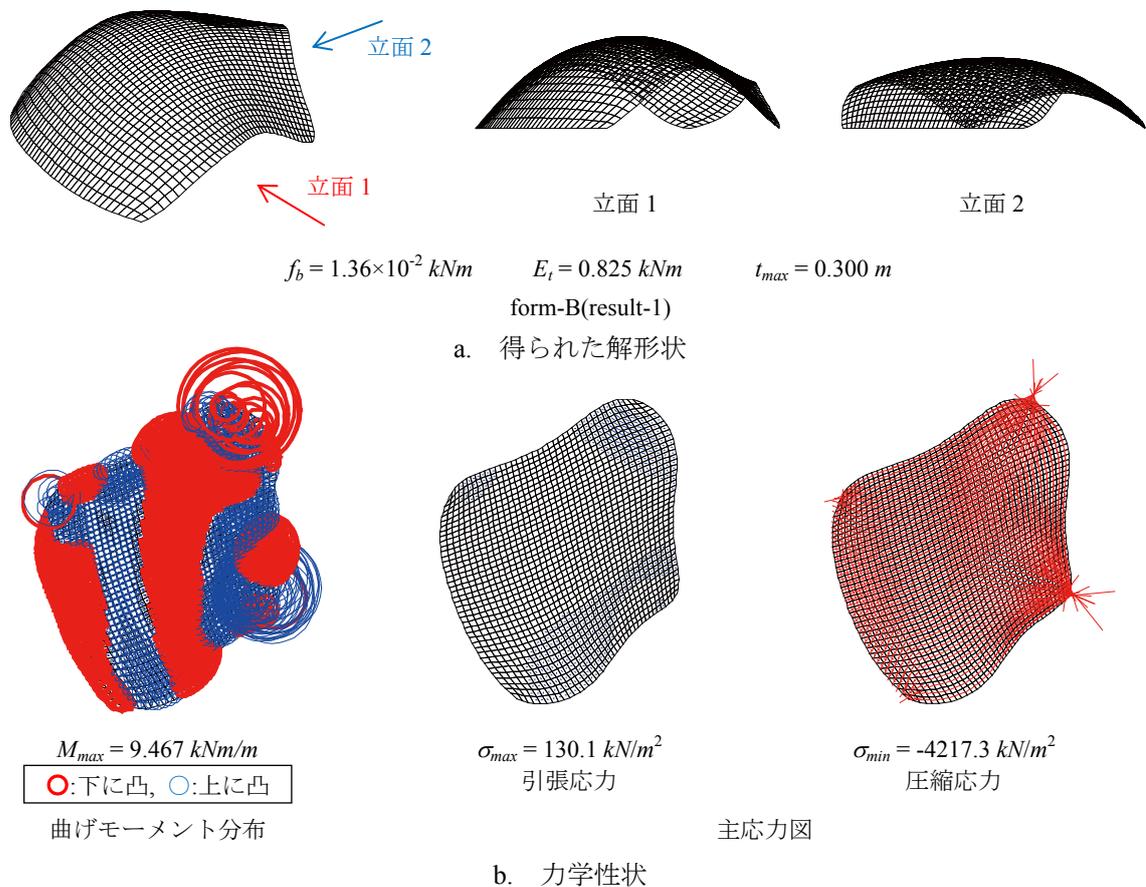


図 6.34 ABC により得られた構造形態

6.3.4 計算例 3 : 制御点高さ指定条件を導入した総ひずみエネルギー最小化

シェル形状を表現する Bézier 曲面の一点を指定した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.28)$$

$$\text{to minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.29)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.30)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.31a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.35 に示す通りであり、設計変数の数は 18 (板厚: 1, 有限要素節点座標: 17) である。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.8 のように設定する。

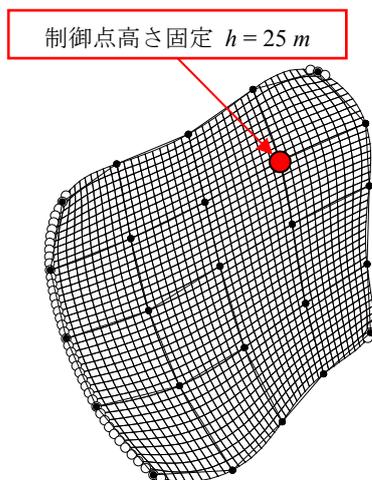


表 6.8 ABC パラメータ

<i>Employed bee</i>	100
<i>Onlooker bee</i>	100
<i>limit</i>	900
最大反復回数	5000

図 6.35 シェル形状指定条件

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図 6.36, 6.37 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.36 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.37 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

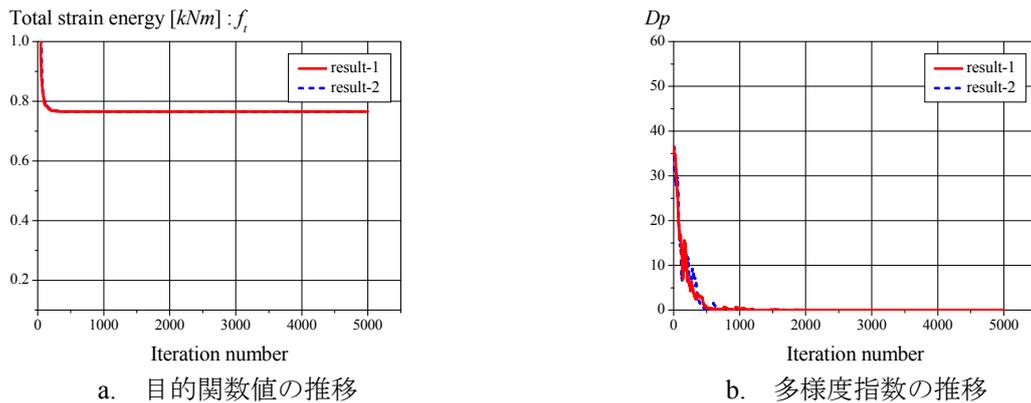


図 6.36 ABC による数値結果

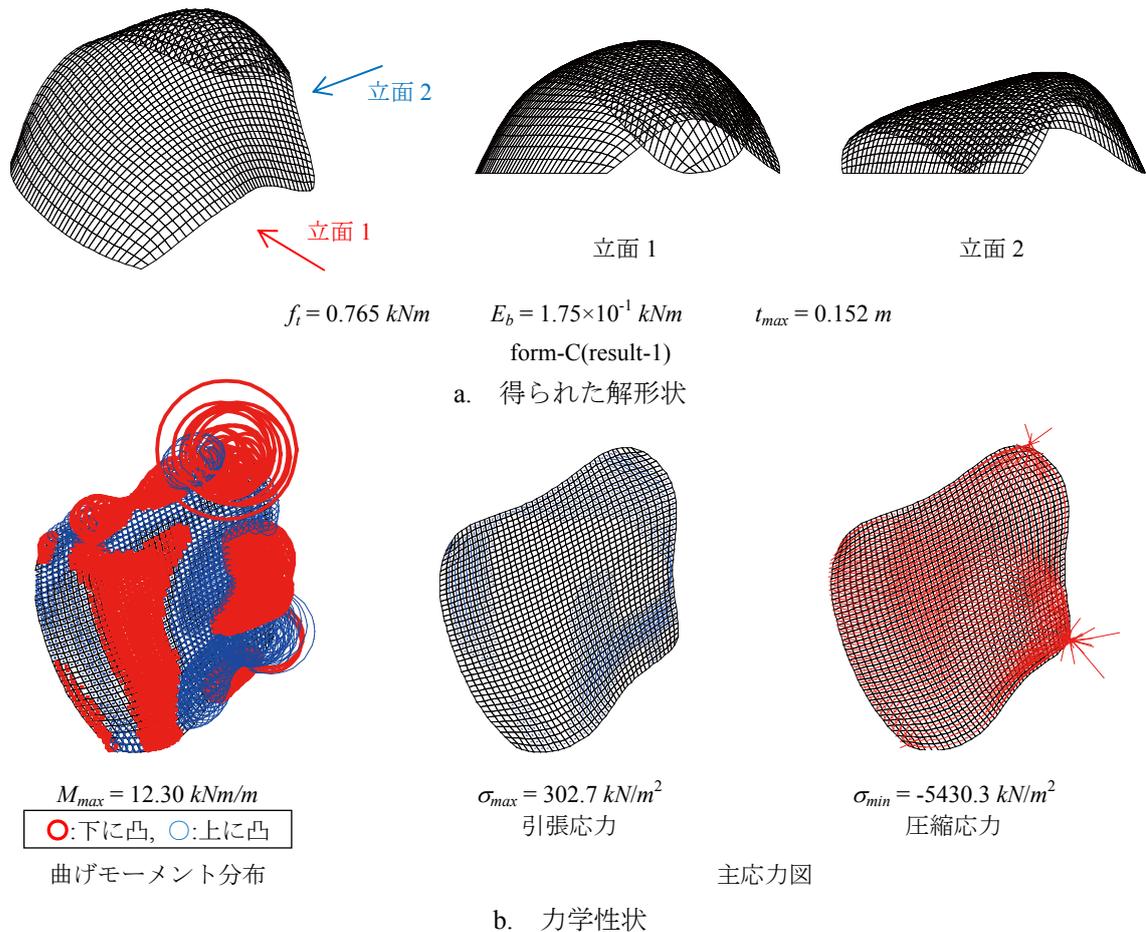


図 6.37 ABC により得られた構造形態

6.3.5 計算例 4：制御点高さ指定条件を導入した曲げひずみエネルギー最小化

シェル形状を表現する Bézier 曲面の一点を指定した曲げひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{6.32}$$

$$\text{to minimize} \quad f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \tag{6.33}$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \tag{6.34}$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \tag{6.35a, b}$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度である。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.1862 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.38 に示す通りであり、設計変数の数は 18 (板厚:1, 有限要素節点座標:17) である。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.9 のように設定する。

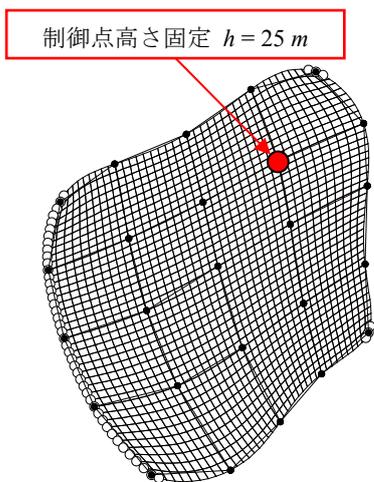


表 6.9 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	900
最大反復回数	5000

図 6.38 シェル形状指定条件

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図 6.39, 6.40 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.39 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.40 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

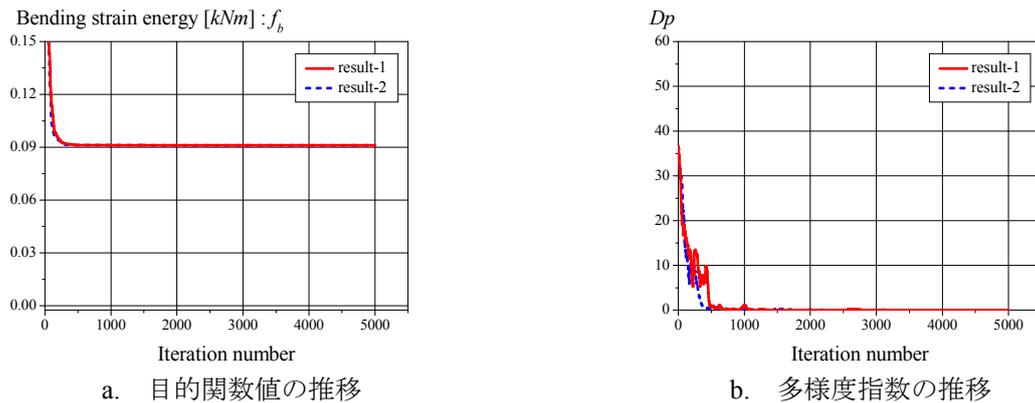


図 6.39 ABC による数値結果

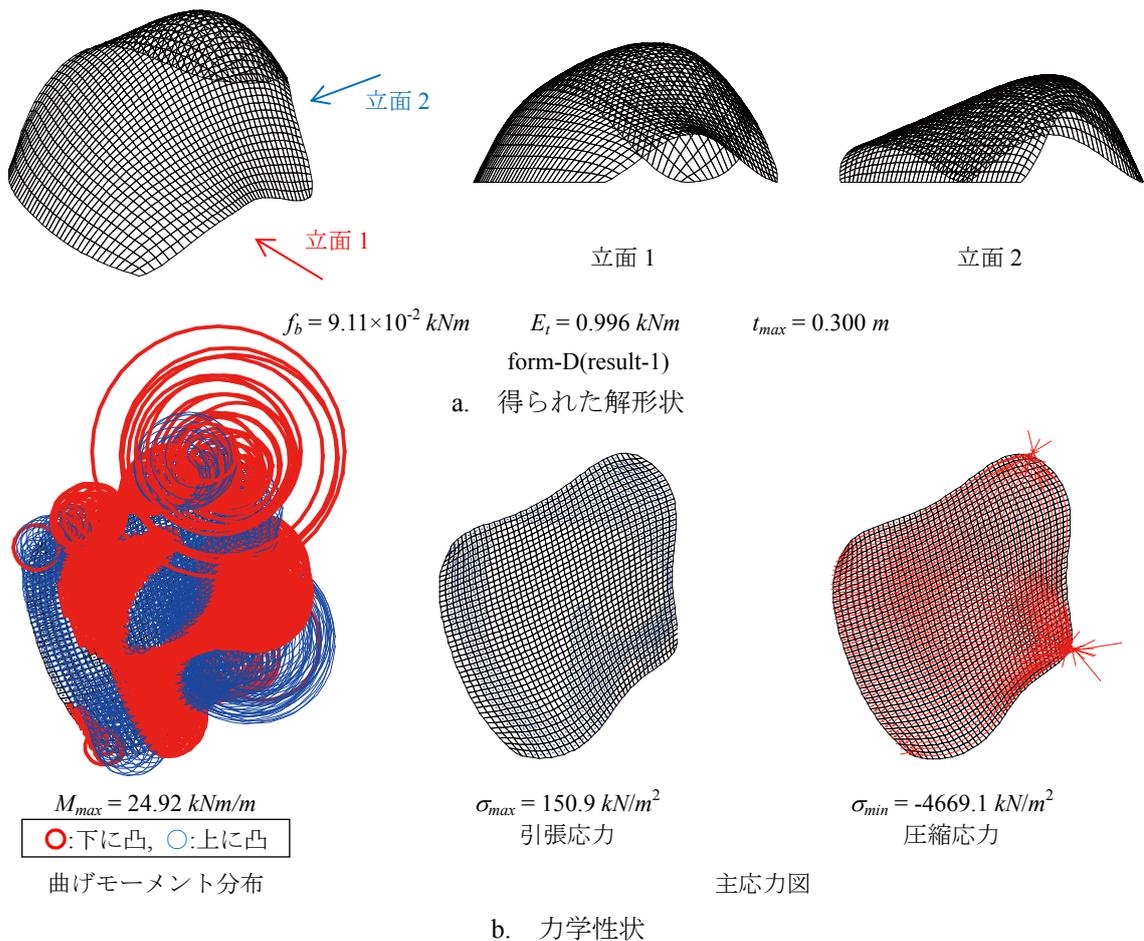


図 6.40 ABC により得られた構造形態

6.3.6 計算例 5 : 開口形状を考慮した総ひずみエネルギー最小化

シェル形状・板厚・非対称形状指定条件に加えて、Bézier 曲線により表現される開口形状を考慮した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$Find \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.36)$$

$$to \text{ minimize} \quad f_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.37)$$

$$subject \text{ to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.38)$$

$$M_j \leq M_{cj} \quad (6.39)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.40a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.41 に示す通りであり、設計変数の数は 38 (板厚: 1, 有限要素節点座標: 17, 開口形状に関するパラメータ: 20) である。開口に関する制御点は 10 個配置 (初期位置 $P_i = [10, 8]^T$) し、制御点の基点は $(x, y) = (10\text{m}, 8\text{m})$ の位置とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.10 のように設定する。

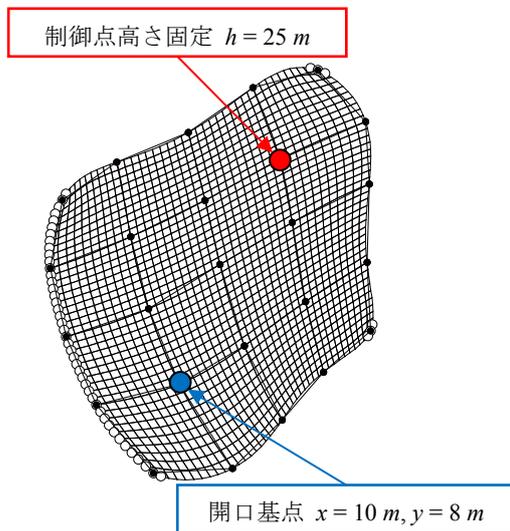


図 6.41 シェル形状・開口指定条件

表 6.10 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	1900
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図6.42, 6.43に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図6.42は目的関数値と多様度指数の推移である。図6.43は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

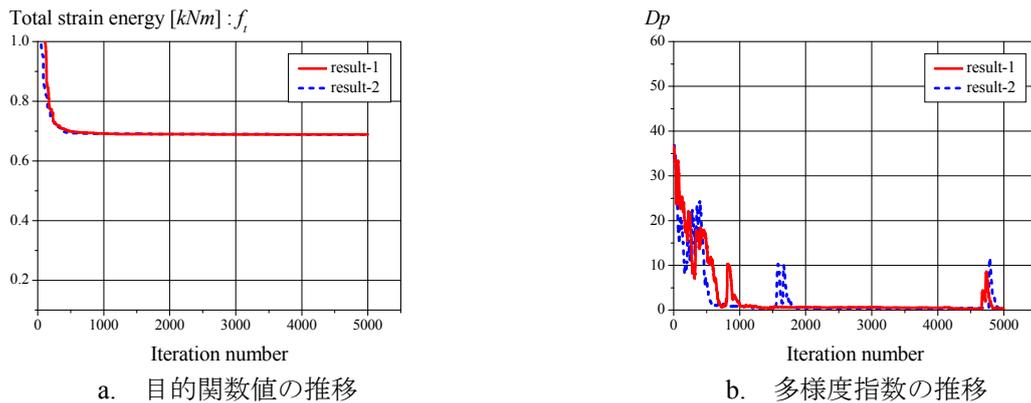


図 6.42 ABC による数値結果

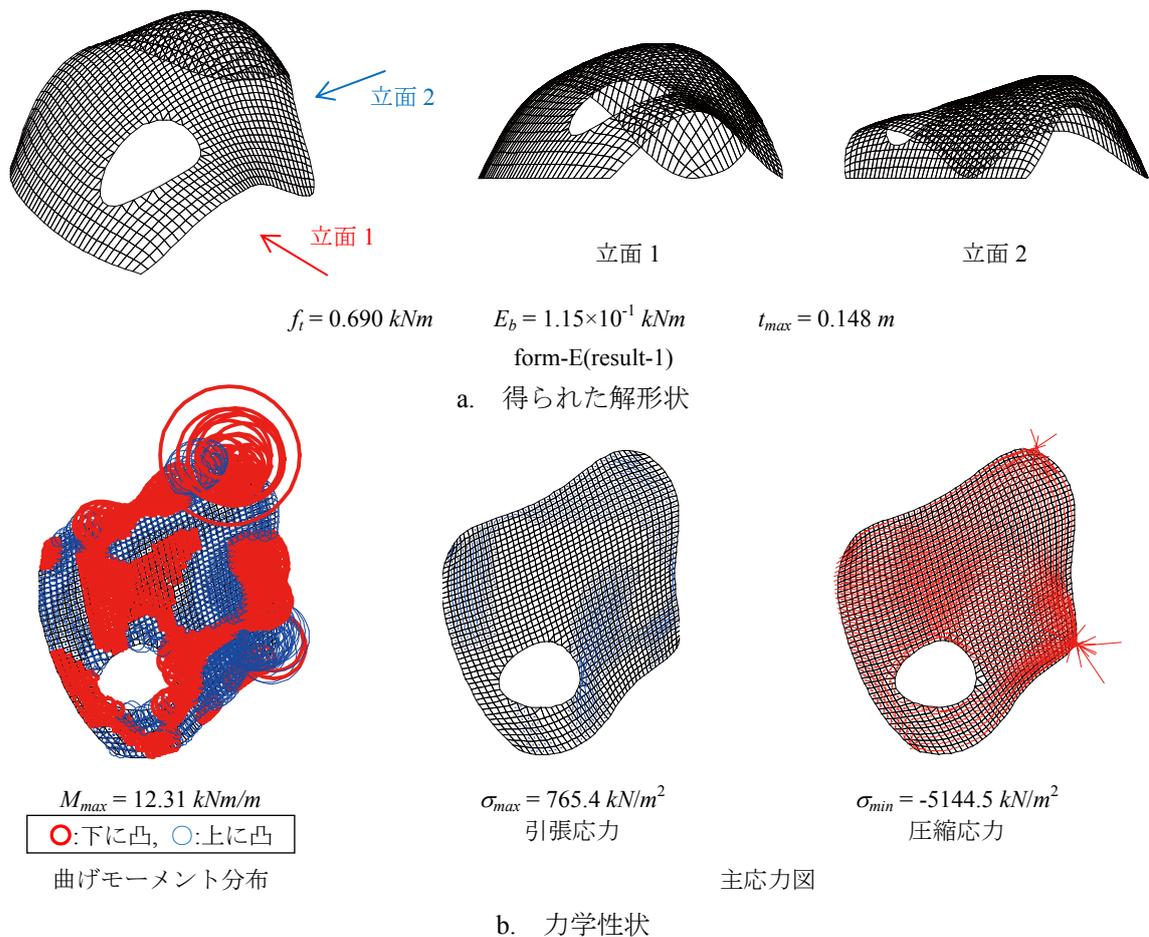


図 6.43 ABC により得られた構造形態

6.3.7 計算例 6 : 開口形状・位置を考慮した総ひずみエネルギー最小化

シェル形状・板厚・非対称形状指定条件に加えて、Bézier 曲線により表現される開口形状と開口位置を考慮した総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{6.41}$$

$$\text{to minimize } f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \tag{6.42}$$

$$\text{subject to } \sigma^L \leq \sigma_j \tag{6.43}$$

$$M_j \leq M_{cj} \tag{6.44}$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \tag{6.45a, b}$$

ここで、 $\mathbf{A}(=[A_j])$:断面積(板厚)ベクトル、 $\mathbf{R}(=[R_i])$:有限要素節点座標ベクトル、 \mathbf{d} :節点変位ベクトル、 \mathbf{K} :全体剛性マトリクス、 σ_j : j 要素の圧縮応力度、 M_j : j 要素の曲げモーメント、 M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.44 に示す通りであり、設計変数の数は 40(板厚:1, 有限要素節点座標:17, 開口形状に関するパラメータ:20, 開口位置:2)である。開口に関する制御点は 10 個配置(初期位置 $P_i = [10, 8]^T$)し、制御点の基点は $5\text{m} \leq x \leq 15\text{m}$, $3\text{m} \leq y \leq 13\text{m}$ の範囲(初期位置から x, y 方向ともそれぞれ $\pm 5\text{m}$)で可動できるものとする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.11 のように設定する。

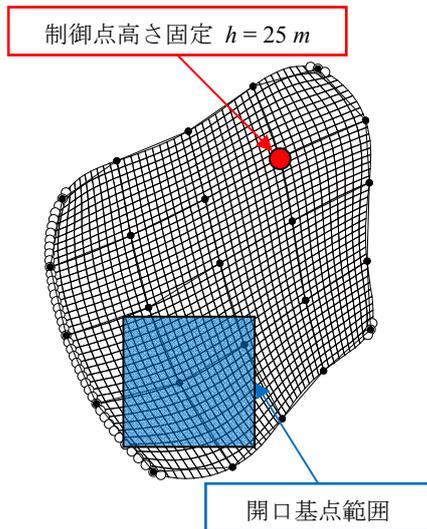


図 6.44 シェル形状・開口指定条件

表 6.11 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	2000
最大反復回数	5000

大域的最適解探索の数値結果

ABCによる数値結果を図6.45, 6.46に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図6.45は目的関数値と多様度指数の推移である。図6.46は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

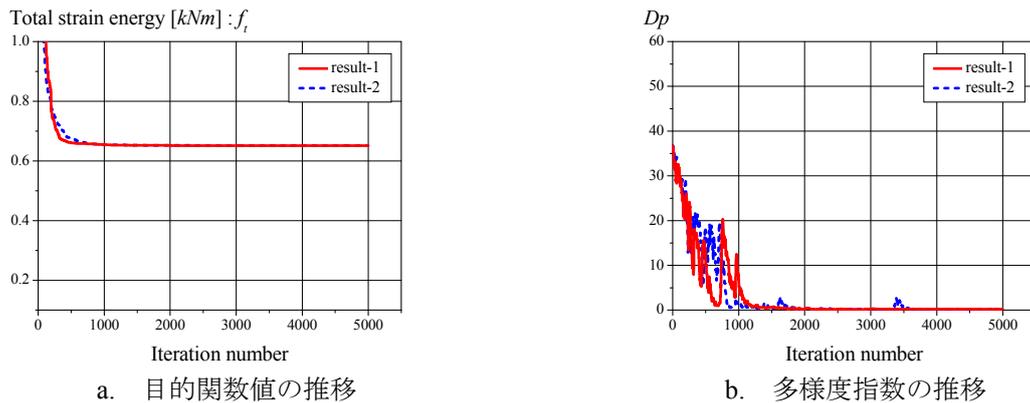


図 6.45 ABC による数値結果

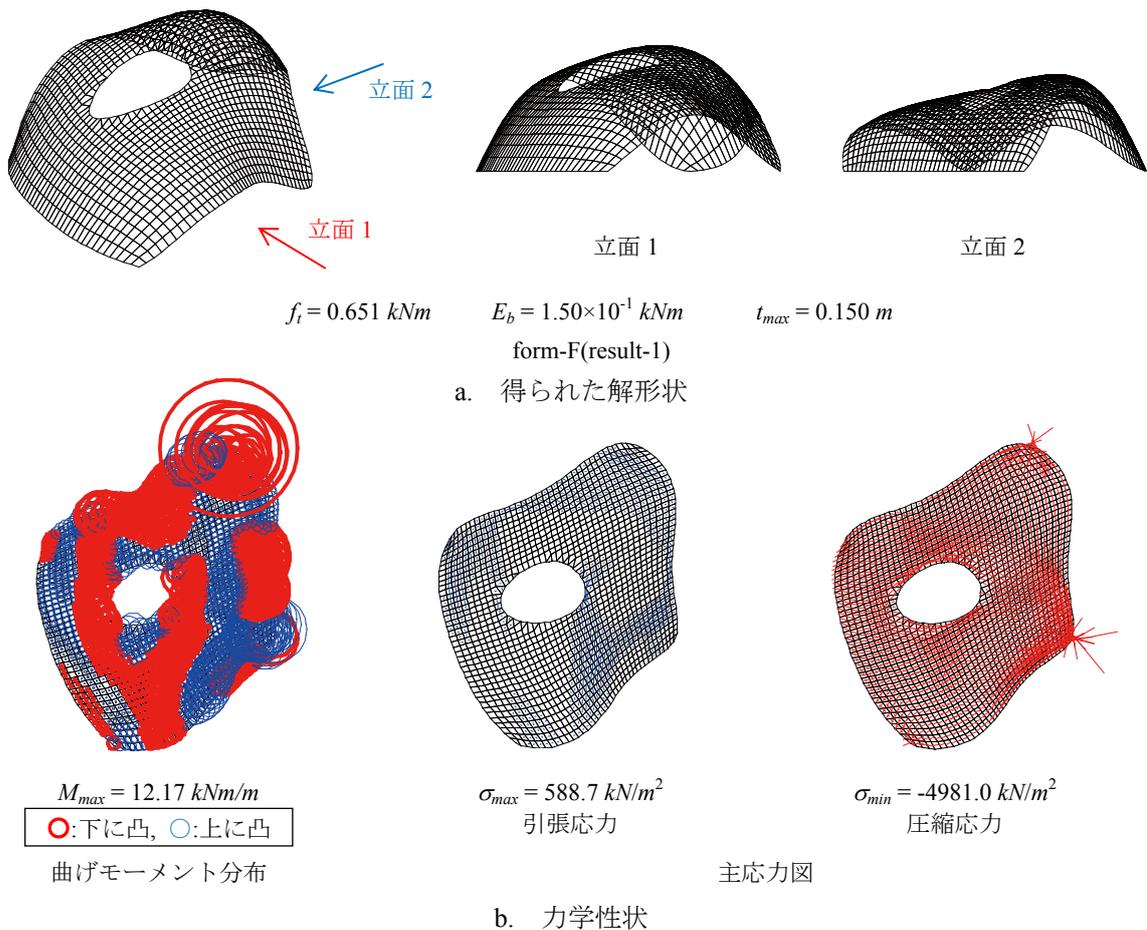


図 6.46 ABC により得られた構造形態

6.3.8 形態の比較

総ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーによる形態

総ひずみエネルギー最小化により得られた形態 (form-A) は、曲げひずみエネルギーにより得られた形態 (form-B) よりライズが高く、自由辺境界部がめくりあがる形態となる。これにより、支持点付近のスラストが抑えられ、支持点近傍要素の曲げモーメント及び面内応力が小さくなっている。一方、form-B はライズが比較的 low、form-A より球形に近い形状に最適化された。球形は曲げモーメントが小さく抑えられる形状であり、支持点以外の曲げモーメントが小さくなる傾向がある。ただし、曲げひずみエネルギー最小化では板厚が過剰に厚くなる可能性があり、面外曲げ剛性が板厚により確保された結果、form-A よりも曲げモーメントが大きい形態が獲得されている。以上の理由より、本数値計算例では form-A より form-B の方が曲げモーメントが大きい形状に収束しているが、板厚一定として両最適化問題を解くと板厚による曲げ剛性確保が見込めないため、曲げモーメントが小さくなる形状に収束する可能性がある。

形状指定条件導入による形態

形状指定条件を導入して得られた形態 (form-C, D) は、form-A, B と比較して目的関数による形態の違いが大きく見られない結果となった。表 6.12 に各形態の総ひずみエネルギーを軸ひずみエネルギー、曲げひずみエネルギー、ねじりひずみエネルギーに分類した結果 (括弧内数値は、総ひずみエネルギーに対する各ひずみエネルギーの比率) を示す。本結果より、form-C の総ひずみエネルギーに対する面外曲げひずみエネルギーの割合が form-A と比較して大きくなっていることが確認できる。つまり、形状指定条件導入により総ひずみエネルギーを扱う場合でも曲げひずみエネルギーの影響が大きくなった結果であると考えられる。

表 6.12 得られた形態の総ひずみエネルギーに対する各ひずみエネルギーの比較

解形態 名称	総ひずみ エネルギー	面内軸ひずみ エネルギー	曲げひずみエネルギー		面内曲げひずみ (ねじれ) エネルギー
			面外曲げひずみ エネルギー	面外せん断 ひずみエネルギー	
		u, v に関する ひずみ	θ_x, θ_y に関する ひずみ	w に関する ひずみ	θ_z に関する ひずみ
form-A	0.416 <i>kNm</i>	0.392 <i>kNm</i> (0.942)	2.359×10^{-2} <i>kNm</i> (0.062)	2.453×10^{-4} <i>kNm</i> (0.0006)	1.941×10^{-4} <i>kNm</i> (0.0005)
form-B	0.825 <i>kNm</i>	0.812 <i>kNm</i> (0.984)	1.299×10^{-2} <i>kNm</i> (0.016)	5.637×10^{-4} <i>kNm</i> (0.0006)	9.455×10^{-5} <i>kNm</i> (0.0001)
form-C	0.765 <i>kNm</i>	0.589 <i>kNm</i> (0.770)	1.752×10^{-1} <i>kNm</i> (0.229)	1.470×10^{-3} <i>kNm</i> (0.002)	7.112×10^{-4} <i>kNm</i> (0.0009)
form-D	0.996 <i>kNm</i>	0.904 <i>kNm</i> (0.908)	8.843×10^{-2} <i>kNm</i> (0.089)	2.656×10^{-3} <i>kNm</i> (0.003)	6.437×10^{-4} <i>kNm</i> (0.0006)
form-E	0.690 <i>kNm</i>	0.534 <i>kNm</i> (0.774)	1.533×10^{-1} <i>kNm</i> (0.222)	1.303×10^{-3} <i>kNm</i> (0.002)	7.947×10^{-4} <i>kNm</i> (0.001)
form-F	0.651 <i>kNm</i>	0.500 <i>kNm</i> (0.768)	1.490×10^{-1} <i>kNm</i> (0.229)	1.300×10^{-3} <i>kNm</i> (0.002)	7.056×10^{-4} <i>kNm</i> (0.001)

開口部を考慮した形態

開口部を設けると構造重量の低減により、開口部を設けていないモデルより総ひずみエネルギーが約 90% 小さい形状が獲得される。さらに、開口部の位置を変動させた場合は、総ひずみエネルギーは 85% 程度に低減された。これより、開口部が RC シェル構造の力学性状に大きな影響を与える要因であることが確認できる。図 6.47 に form-C の形態に、form-E で得られた解と同様の開口形状を配置した構造形態 (form-C') の力学性状を示す。form-C' は form-E と比較して、総ひずみエネルギー約 22% 増、曲げひずみエネルギー約 43% 増となり、開口部周辺で生じている最大引張応力も 2.3 倍程度になっている。つまり、開口部をシェル形状や板厚と同時に設計変数として最適化問題を解くことで、形態に沿って合理的な開口部形状・配置に修正された形態が獲得されていることが確認できる。ただし、支持部で生じている最大曲げモーメントは form-E より form-C' のほうが小さくなっている。これは、支持部の板厚が form-E に比べて form-C' が厚いためであると考えられる。ただし、面外曲げひずみエネルギーの総ひずみエネルギーに占める割合が軸ひずみエネルギーに対して小さく、目的関数値の変動に与える影響は小さい。なお、本モデルでは曲げひび割れモーメント制約の有無による形態の違いは見られなかった。これは板厚が支持部付近の応力で決定しており、開口部近傍の応力に対しても十分な板厚が確保された結果であると考えられる。よって、板厚分布を設計変数とした形状最適化問題では、曲げひび割れモーメント制約の影響が見られる可能性がある。

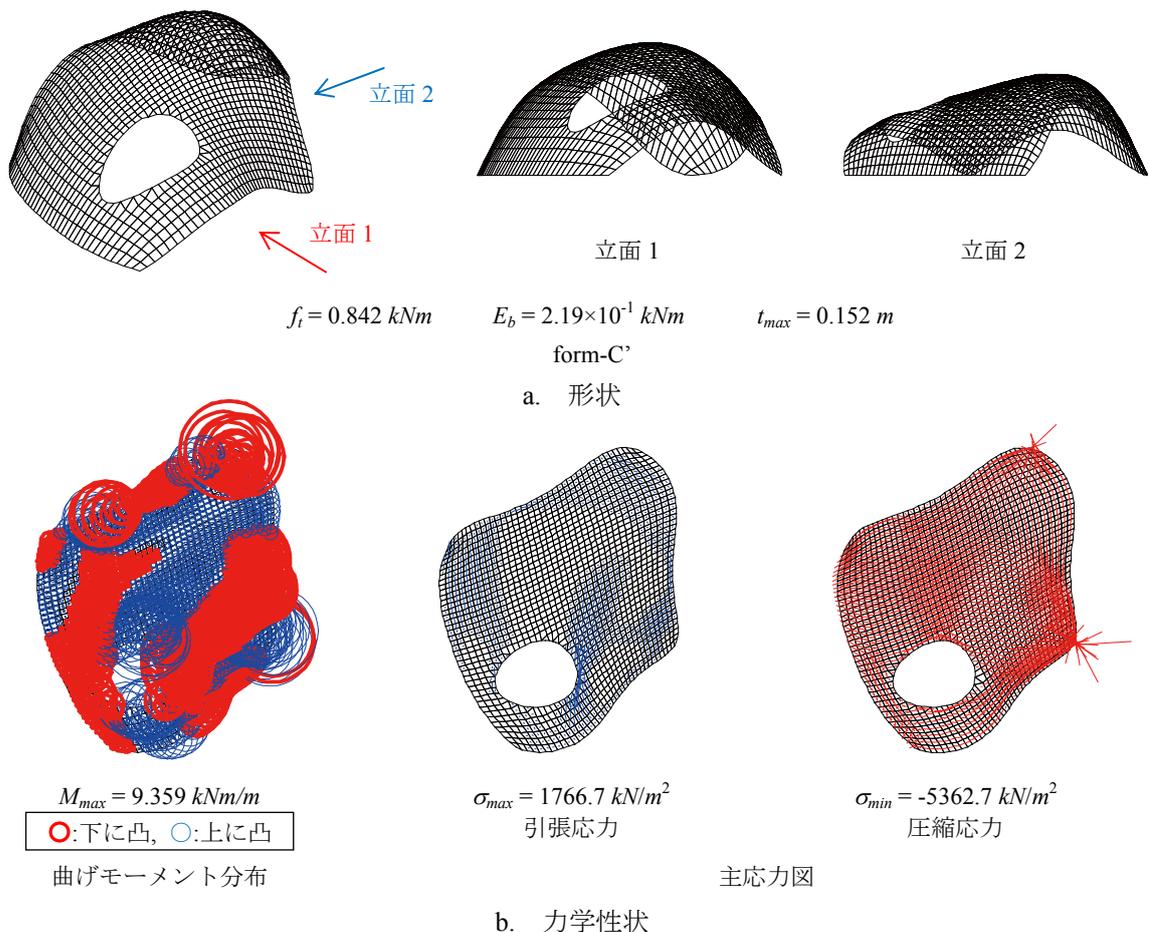


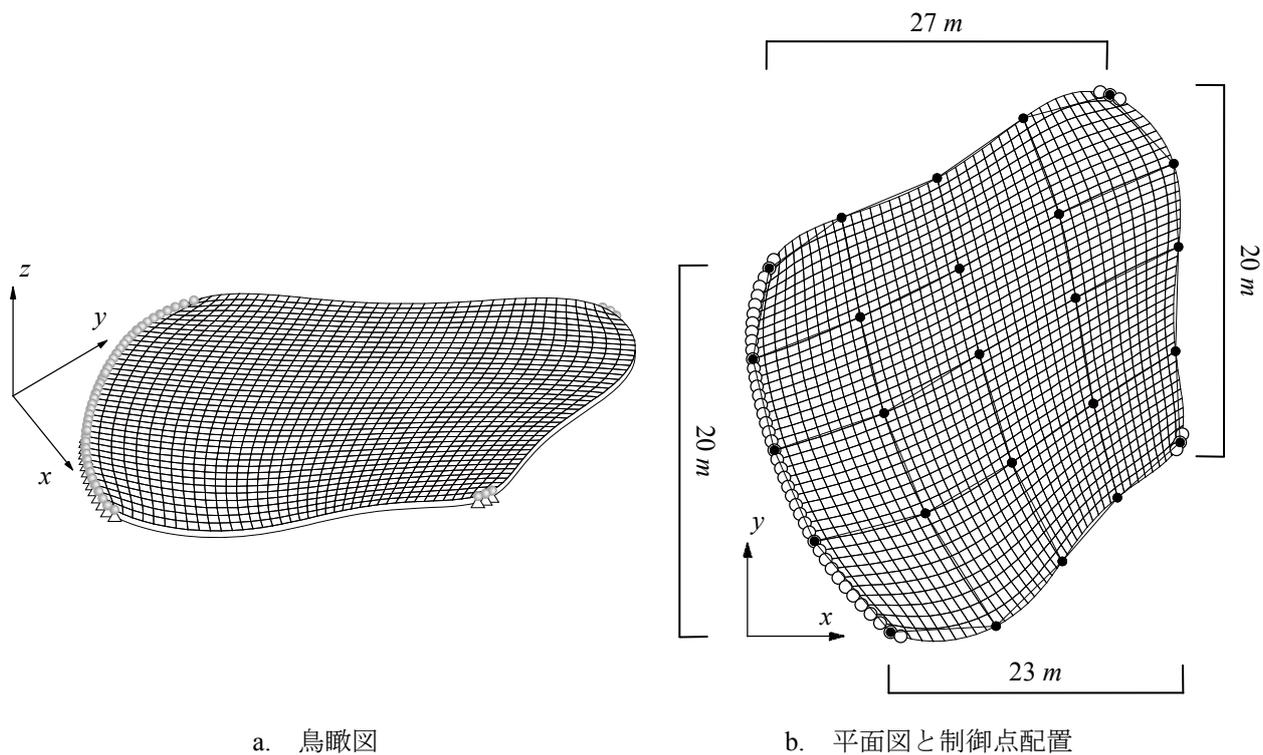
図 6.47 form-C に form-E と同様の開口を設けた構造形態

6.4 任意境界モデルの優良解探索

本節では、任意境界を有するシェル構造の単一目的最適化に ISABC を適用する。

6.4.1 参照モデル

解析参照モデルは、図 6.48 に示す任意境界を有する自由曲面シェル構造(節点数:1681, 要素数:1600)であり、基準形状は平板である。支持条件は図 6.48a に示す○印(一辺と二点)をピン支持とする。設計変数は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値と開口部を設ける場合は開口を定義するパラメータであるが、支持点上の制御点は一律 0.0 m として設計変数から除くこととする。Bézier 曲面の制御点は図 6.48b に示すように均等に 5×5 配置とした。なお、シェル要素には MITC 要素を採用する。



a. 鳥瞰図

b. 平面図と制御点配置

図 6.48 解析モデルの基準形状

6.4.2 計算例 1：開口形状を考慮した総ひずみエネルギー最小化

6.3.6 と同様の形状最適化問題について、ISABC の結果を示す。総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.46)$$

$$\text{to minimize} \quad f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (6.47)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.48)$$

$$M_j \leq M_{cj} \quad (6.49)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.50a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 全体剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.49 に示す通りであり、設計変数の数は 38 (板厚:1, 有限要素節点座標:17, 開口形状に関するパラメータ:20) である。開口に関する制御点は 10 個配置 (初期位置 $P_i = [10, 8]^T$) し、制御点の基点は $(x, y) = (10 \text{ m}, 8 \text{ m})$ の位置とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.13 のように設定する。

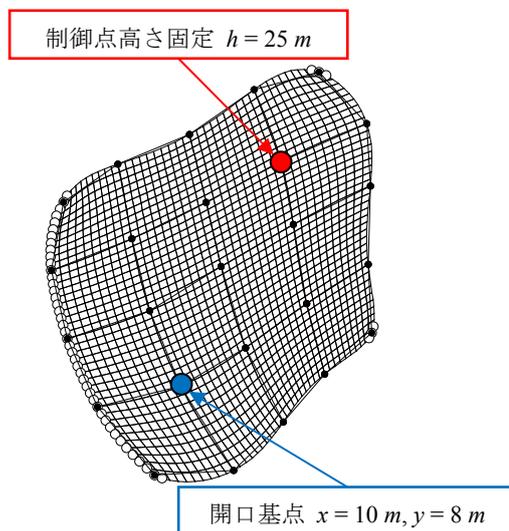


図 6.49 シェル形状・開口指定条件

表 6.13 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	1900
最大反復回数	5000

優良解探索の数値結果

ISABCによる数値結果を図6.50, 6.51に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図6.50は目的関数値と多様度指数の推移である。図6.51は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

ISABCによる解探索は、 H の設定によらず、目的関数値がABCによる解と同程度のエリート優良解を獲得した。ただし、 $H=0.1$ の設定で得られた記憶細胞内の解には、目的関数値が大きいものの異なる開口形状を有した形態が多く含まれており、シェル形状や板厚も開口形状に伴って修正された形態となっている。特に、エリート優良解より総ひずみエネルギーが5割程度大きい解においては、板厚よりもシェル形状・開口形状の多様性が維持されており、過剰な板厚を有する形態が含まれることも少ないことから、設計初期段階の形態決定に有効であると考えられる。一方、エリート優良解より総ひずみエネルギーが5割以上大きい解については、過剰に厚い板厚を有する解が多く含まれる傾向があり、優良解を初期形態とした局所探索による板厚の最適化を実施することで、より目的関数値が低減された形態を獲得することも可能である。

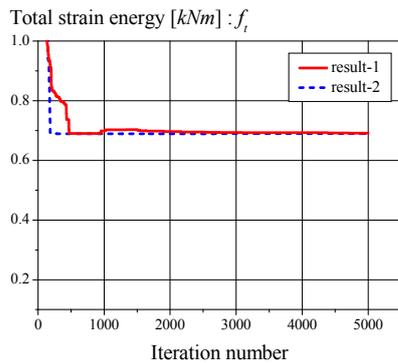
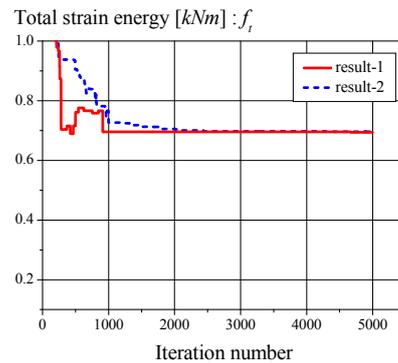
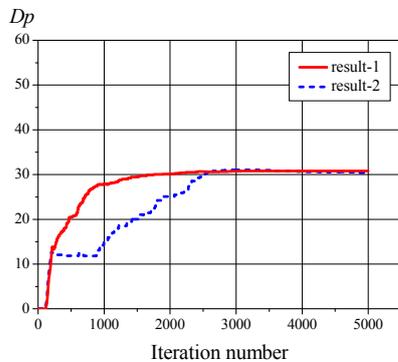
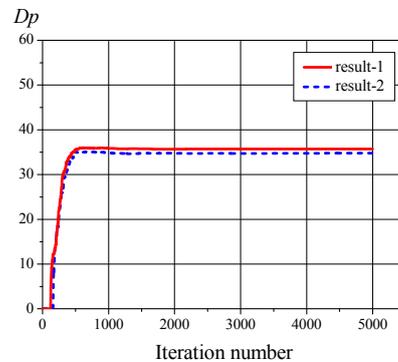
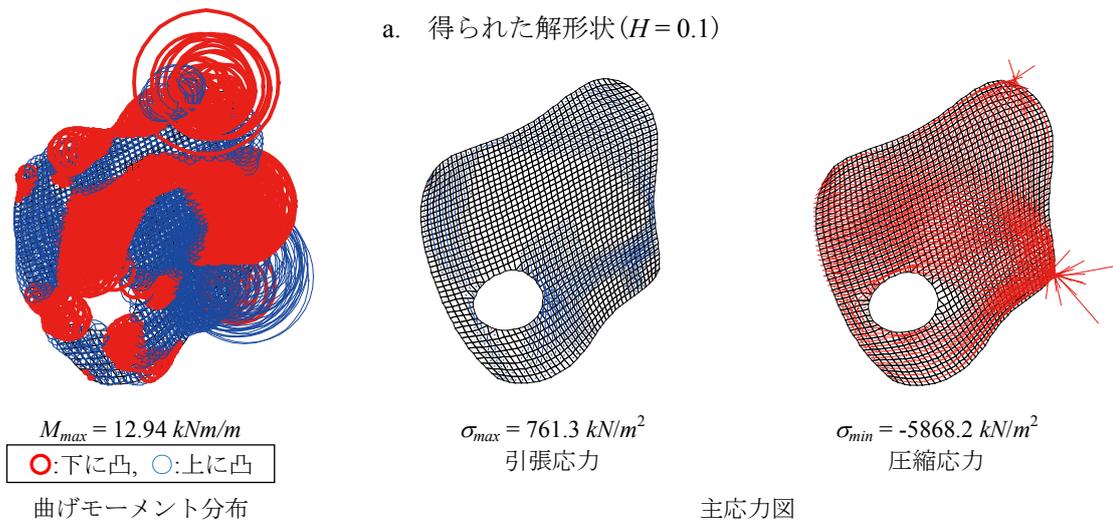
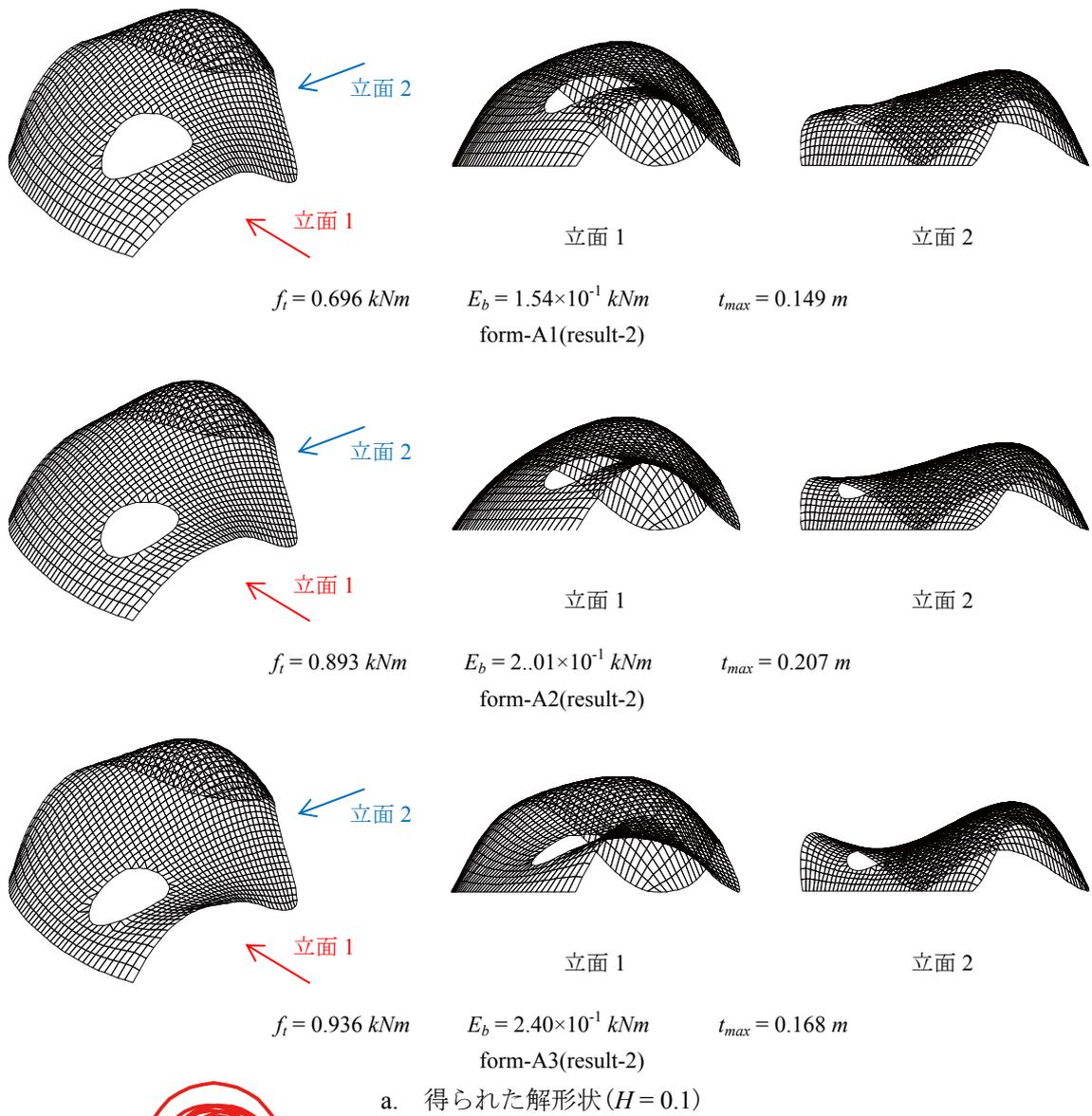
目的関数値の推移($H=0.01$)目的関数値の推移($H=0.1$)多様度指数の推移($H=0.01$)多様度指数の推移($H=0.1$)

図 6.50 ISABCによる数値結果



b. 力学性状 (form-A3)

図 6.51 ISABC により得られた構造形態

6.4.3 計算例 2 : 開口形状・位置を考慮した総ひずみエネルギー最小化

6.3.7 と同様の形状最適化問題について、ISABC の結果を示す。総ひずみエネルギー最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{6.51}$$

$$\text{to minimize } f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \tag{6.52}$$

$$\text{subject to } \sigma^L \leq \sigma_j \tag{6.53}$$

$$M_j \leq M_{cj} \tag{6.54}$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \tag{6.55a, b}$$

ここで、 $\mathbf{A}(=[A_j])$:断面積(板厚)ベクトル、 $\mathbf{R}(=[R_i])$:有限要素節点座標ベクトル、 \mathbf{d} :節点変位ベクトル、 \mathbf{K} :全体剛性マトリクス、 σ_j : j 要素の圧縮応力度、 M_j : j 要素の曲げモーメント、 M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.3 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 10.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.52 に示す通りであり、設計変数の数は 40(板厚:1, 有限要素節点座標:17, 開口形状に関するパラメータ:20, 開口位置:2)である。開口に関する制御点は 10 個配置(初期位置 $P_i=[10, 8]^T$)し、制御点の基点は $5\text{m} \leq x \leq 15\text{m}$, $3\text{m} \leq y \leq 13\text{m}$ の範囲(初期位置から x, y 方向ともそれぞれ $\pm 5\text{m}$)で可動できるものとする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.14 のように設定する。

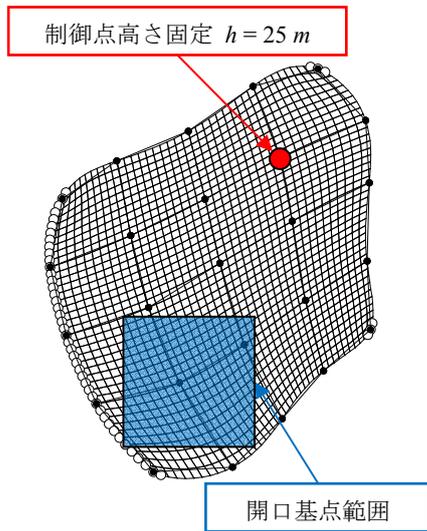


図 6.52 シェル形状・開口指定条件

表 6.14 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	2000
最大反復回数	5000

優良解探索の数値結果

ISABCによる数値結果を図 6.53, 6.54 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.53 は目的関数値と多様度指数の推移である。図 6.54 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

ISABCによる解探索は、前項による結果と殆ど同傾向のパラメータ特性を示した。得られた優良解形態は、開口位置がモデル中央部に移動されて形成されるものが多く、応力が大きくない部分に開口位置を修正した結果である。力学性状は、支持部の曲げモーメントは前項で得られた形態と同程度あるものの、引張応力度が 70~80%程度に低減されており、力学的に優れた形態となっていることが確認できる。なお、開口形状や開口位置の力学的観点からの修正は、建築計画において自由度が制限される場合が多くあると考えられるが、本定式化は開口の有効範囲や開口面積を制約条件として設定することで、計画面の要求も考慮することができる可能性がある。

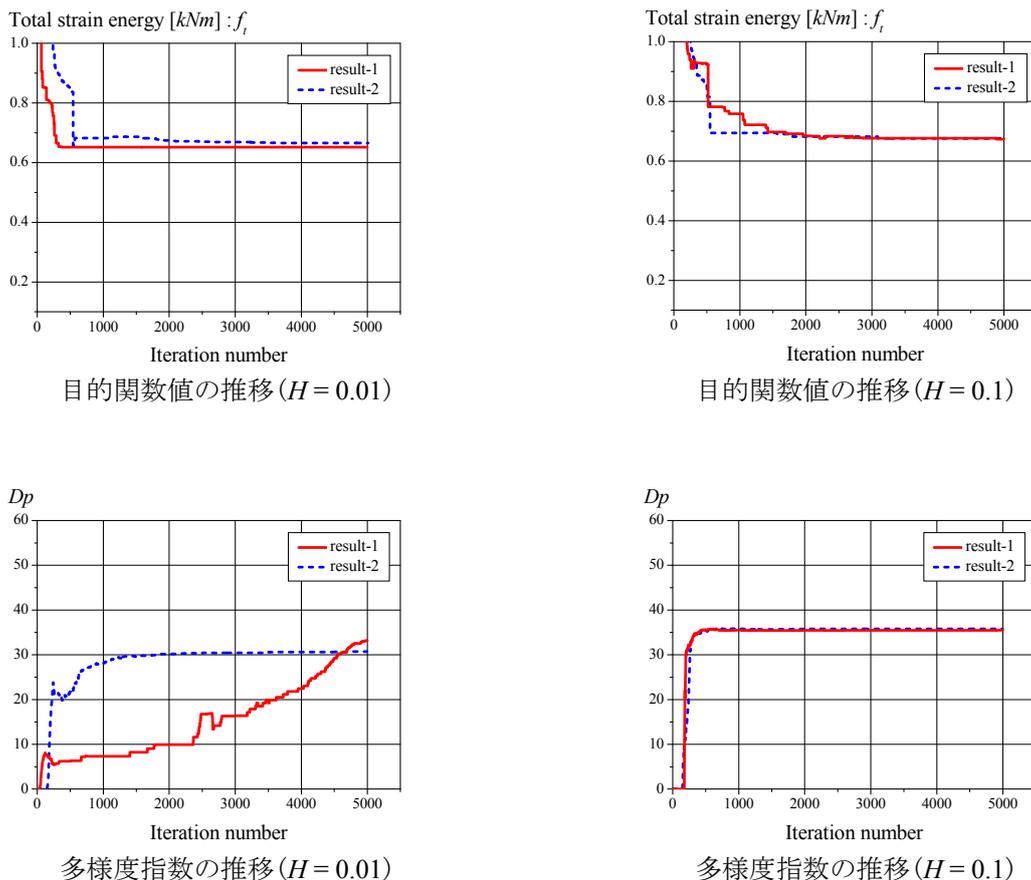
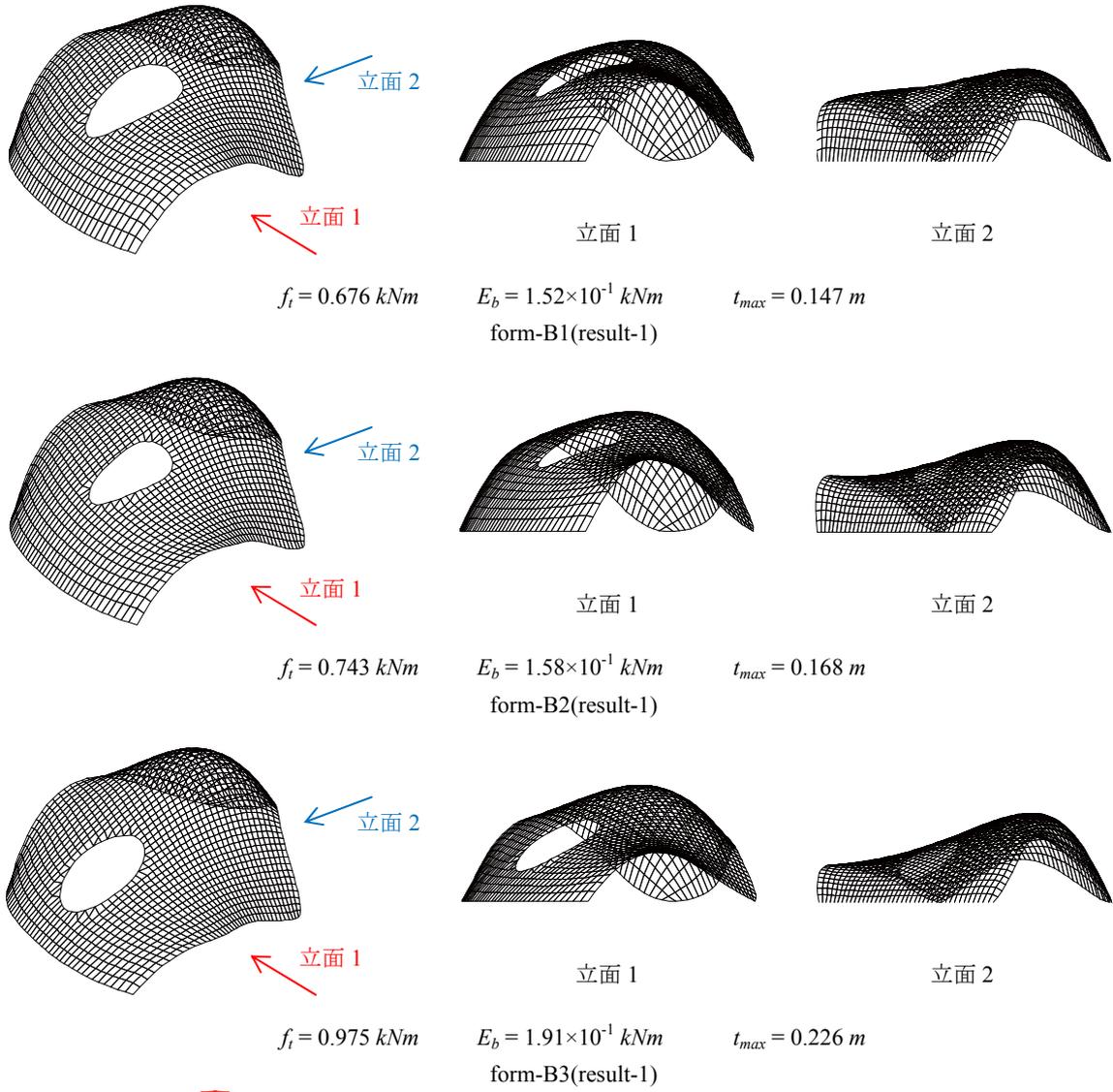
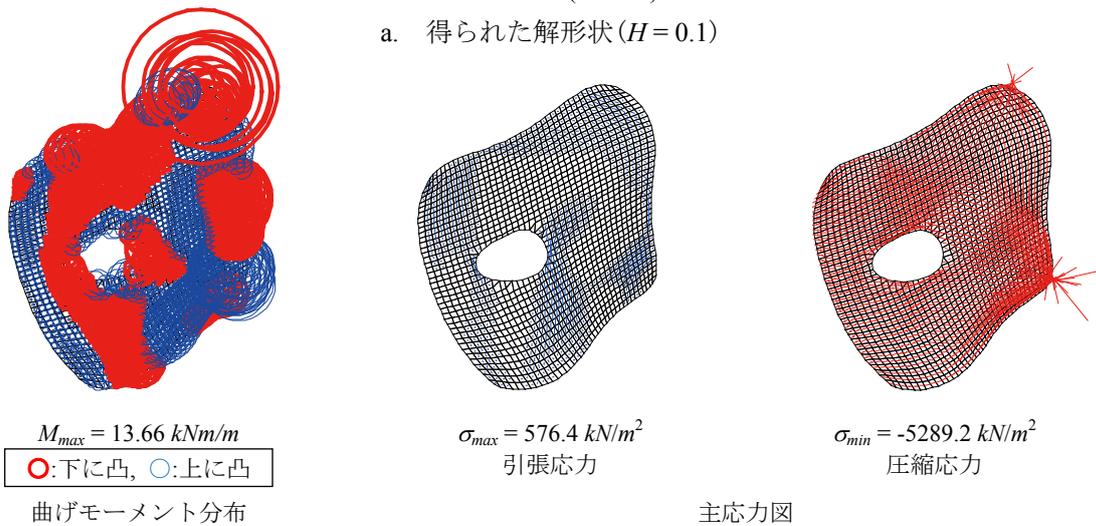


図 6.53 ISABC による数値結果



a. 得られた解形状 ($H = 0.1$)



b. 力学性状 (form-B2)

図 6.54 ISABC により得られた構造形態

6.4.4 計算例 3：開口形状を考慮した軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化

計算例 1 と同様の条件で、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化を目的とした多目的最適化に対する数値計算例を示す。多目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.56)$$

$$\begin{aligned} \text{to minimize} \quad & f_a(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_a \mathbf{u} \\ & f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \end{aligned} \quad (6.57a, b)$$

$$\text{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.58)$$

$$M_j \leq M_{cj} \quad (6.59)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.60a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積(板厚)ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{u} : 面内節点変位ベクトル, \mathbf{K}_a : 面内剛性マトリクス, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.55 に示す通りであり、設計変数の数は 38 (板厚: 1, 有限要素節点座標: 17, 開口形状に関するパラメータ: 20) である。開口に関する制御点は 10 個配置 (初期位置 $P_i = [10, 8]^T$) し、制御点の基点は $(x, y) = (10\text{m}, 8\text{m})$ の位置とする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.15 のように設定する。

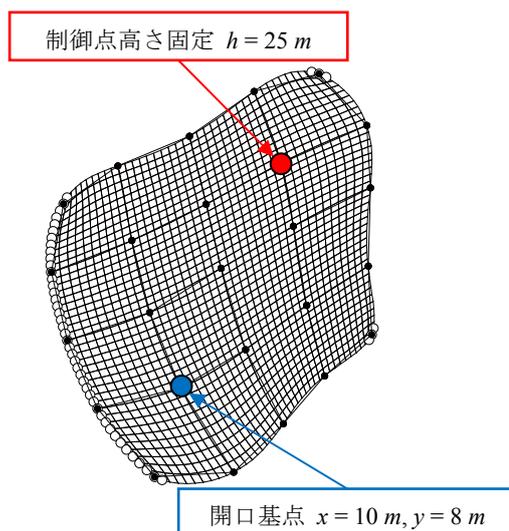


図 6.55 シェル形状・開口指定条件

表 6.15 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	1900
最大反復回数	5000

優良解探索の数値結果

ISABCによる数値結果を図 6.56, 6.57 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.56 は強度評価上位 50 個体の目的関数空間上の優良解と多様度指数の推移である。図 6.57 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, -が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

ISABCによる目的関数空間上の解は、パレートフロントが直線となる傾向がある。これは、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーが線形的に相反していることを示しており、特に H の設定によらず同様のパレートフロントを形成していることから、得られる解の多様性が低く、比較的安定した解空間を形成していると考えられる。本数値計算例では、開口部が大きく表現された形態が多く記憶細胞に含まれており、前項までの計算例で得られる解とは異なる特性を有している。総ひずみエネルギーには曲げひずみエネルギー成分が含まれており、最適化の過程で構造要素が消失することにより曲げひずみ成分が卓越してくる場合は、構造要素を付加させる形態に解探索が進むと推定できる。一方で、軸ひずみエネルギー単独の最小化は、構造要素を消失させて構造重量を低減させる形態が高評価となりやすいことが本計算例の結果に繋がっていると考えている。

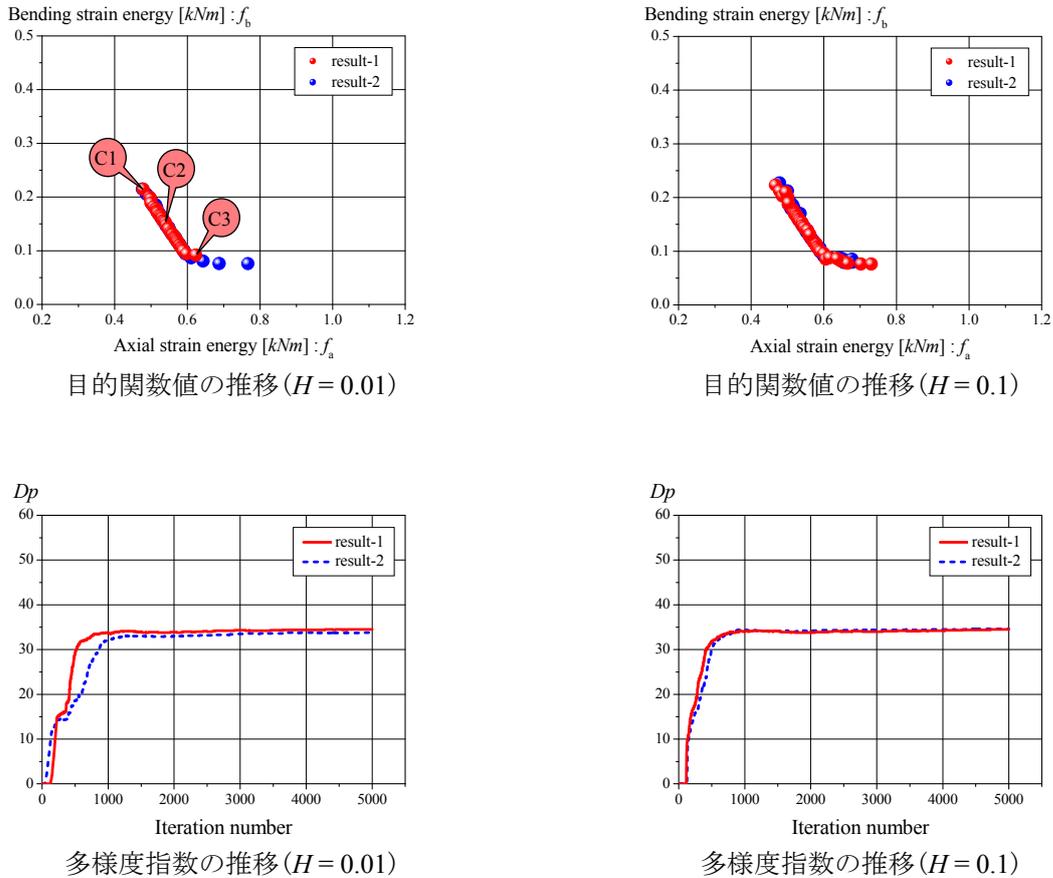
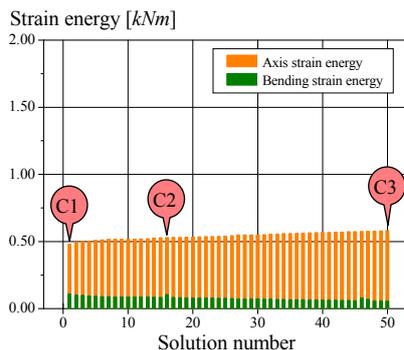
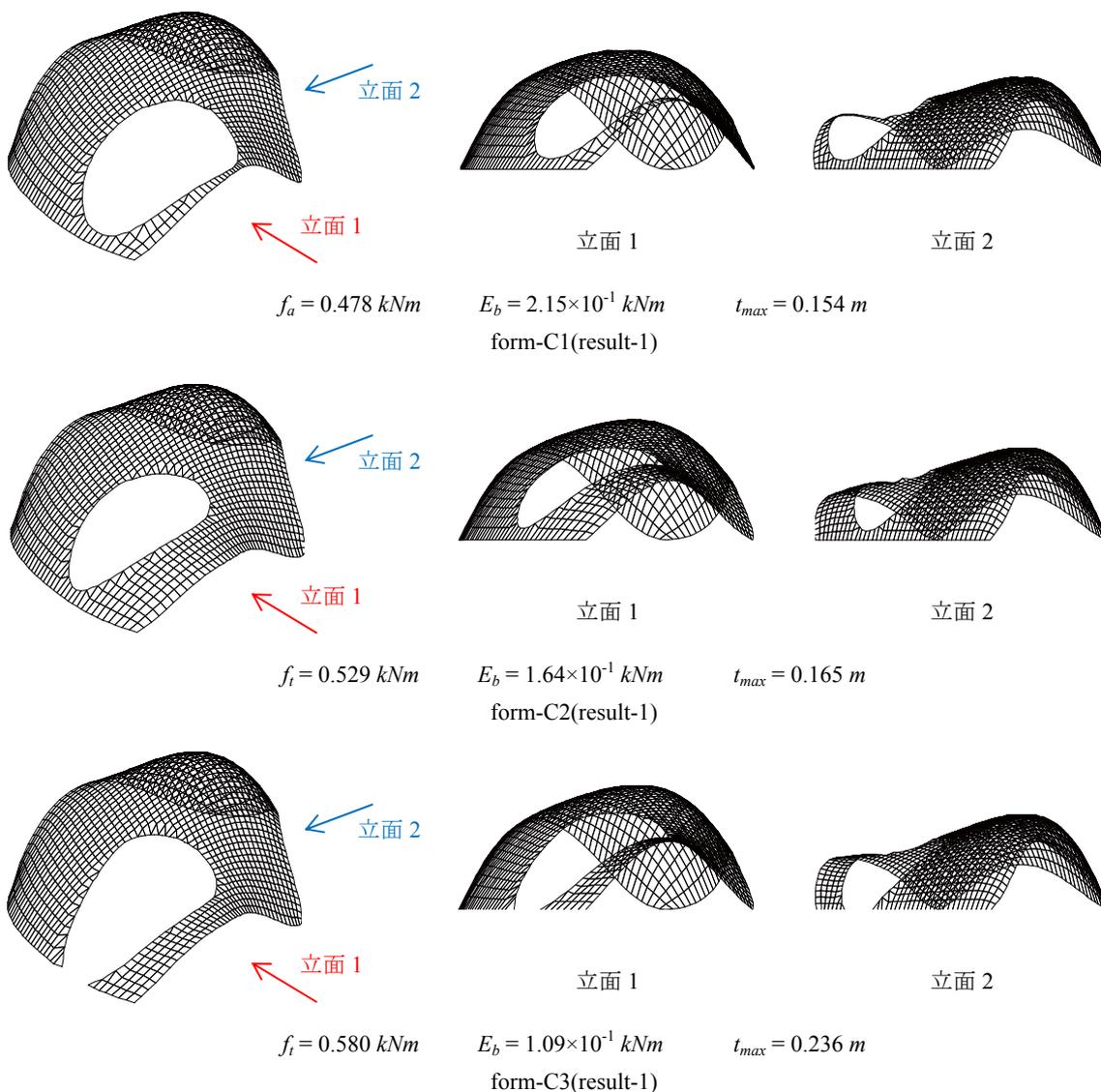


図 6.56 ISABCによる数値結果



a. 得られた優良解のひずみエネルギー量 ($H = 0.01$, result-1)



b. 得られた解形状 ($H = 0.01$)

図 6.57 ISABC により得られた構造形態

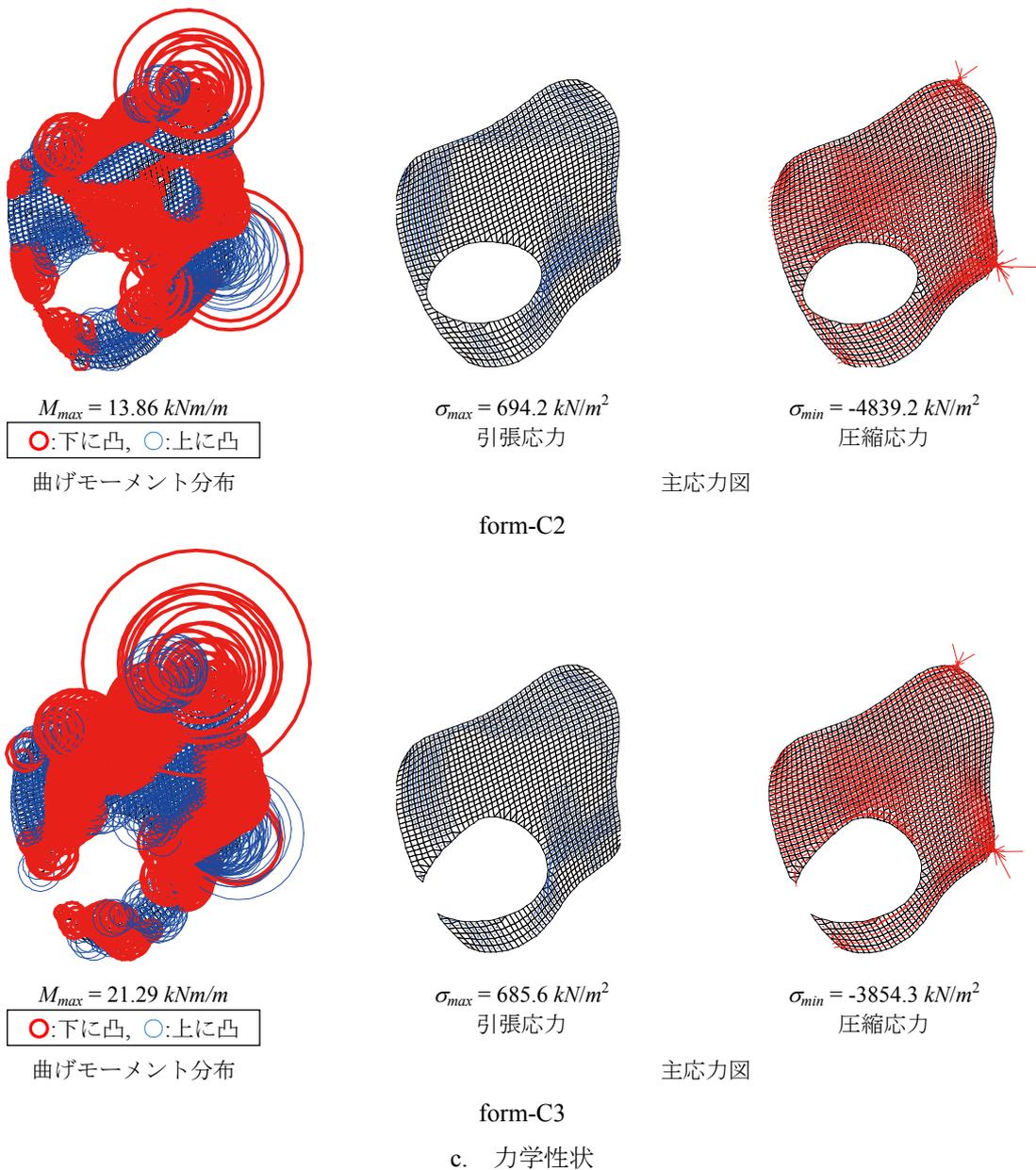


図 6.57 ISABC により得られた構造形態(続き)

得られた形態は、殆どシェル形状が一定であり、開口形状と板厚の多様性が維持されている。特に、モデル境界部の支点部分に開口が形成される形態も多く確認できた。本計算例では、開口部による重量低減が目的関数の評価に大きな影響を与えており、開口形状の多様性が維持されやすいと考える。従って、形態としての力学性能はシェル形状ではなく、板厚の変動により確保されていると考えられる。結果として、曲げモーメントが大きく発生する部分は、高さ指定条件の導入部付近の支点および開口を形成することで構造要素が消失された付近の支点であり、これは記憶細胞内のどの解においても同傾向を示した。以上より、本数値計算例では、開口形状と板厚の多様性が維持されやすく、ほぼ同形状であるため概ね類似した力学性状を示す傾向がある。

6.4.5 計算例 4：開口形状・位置を考慮した軸ひずみと曲げひずみエネルギーの同時最小化

計算例 2 と同様の条件で、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化を目的とした多目的最適化に対する数値計算例を示す。多目的最適化の定式化は次式で与える。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (6.61)$$

$$\begin{aligned} \text{to minimize } f_a(\mathbf{A}, \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_a \mathbf{u} \\ f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \end{aligned} \quad (6.62a, b)$$

$$\text{subject to } \sigma^L \leq \sigma_j \quad (6.63)$$

$$M_j \leq M_{cj} \quad (6.64)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \quad \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (6.65a, b)$$

ここで、 $\mathbf{A} (= [A_j])$: 断面積 (板厚) ベクトル, $\mathbf{R} (= [R_i])$: 有限要素節点座標ベクトル, \mathbf{u} : 面内節点変位ベクトル, \mathbf{K}_a : 面内剛性マトリクス, \mathbf{w} : 面外節点変位ベクトル, \mathbf{K}_b : 面外剛性マトリクス, σ_j : j 要素の圧縮応力度, M_j : j 要素の曲げモーメント, M_{cj} : j 要素の許容曲げひび割れモーメントである。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E = 2.2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.2$ とする。応力制約として圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^L = -1.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ と設定する。側面制約条件は $A_j^L = 0.1 \text{ m}$, $A_j^U = 0.2 \text{ m}$, $R_i^L = 0.0 \text{ m}$, $R_i^U = 7.0 \text{ m}$ である。載荷荷重は自重 $\gamma = 24.0 \text{ kN/m}^3$ と等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ および鋼材・ガラス等を考慮した等分布荷重 $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ を開口の負担面積に応じた集中荷重として開口上の節点荷重として与える。本項で設定する形状指定条件は図 6.58 に示す通りであり、設計変数の数は 40 (板厚: 1, 有限要素節点座標: 17, 開口形状に関するパラメータ: 20, 開口位置: 2) である。開口に関する制御点は 10 個配置 (初期位置 $P_i = [10, 8]^T$) し、制御点の基点は $5\text{m} \leq x \leq 15\text{m}$, $3\text{m} \leq y \leq 13\text{m}$ の範囲 (初期位置から x, y 方向ともそれぞれ $\pm 5\text{m}$) で可動できるものとする。本項で用いる ABC 解法のパラメータは表 6.16 のように設定する。

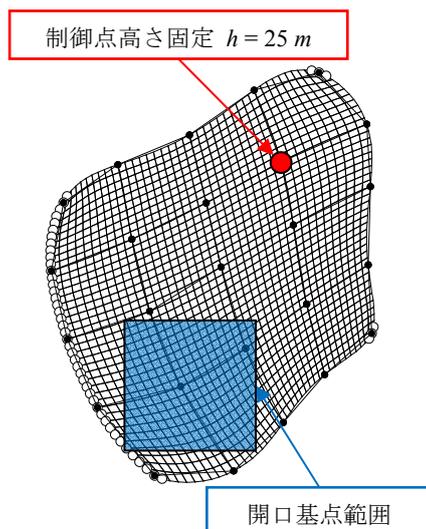


図 6.58 シェル形状・開口指定条件

表 6.16 ABC パラメータ

Employed bee	100
Onlooker bee	100
limit	2000
最大反復回数	5000

優良解探索の数値結果

ISABCによる数値結果を図 6.59, 6.60 に示す。ここに示すのは複数回試行による一例である。図 6.59 は強度評価上位 50 個体の目的関数空間上の優良解と多様度指数の推移である。図 6.60 は得られた解形状と力学性状であり、板厚分布の線の太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の大きさは曲げモーメントの比率(太○が下に凸, 細○が上に凸)、主応力の実線長さは主応力の比率(—が引張, —が圧縮)を表す。なお、主応力は引張応力と圧縮応力に図を分けて表示する。

ISABC は、前項で示した数値計算例と殆ど同様のパレートフロントを獲得した。これは、Bézier 曲線により開口を表現する場合、基点位置を設計変数に設定しなくてもある程度開口中心点の異なる形状が表現できるためと考える。ただし、 $H=0.1$ の結果より、得られる優良解のばらつきが前項の結果より大きくなっており、開口形状の表現自由度は向上していることが確認できる。結果として、優良解探索を行う場合は、開口に関する表現自由度が向上するため、多様な解探索に有効であると考えられる。一方で、大域的最適解の探索に重点を置く場合は、開口を制御する制御点や開口基点の範囲の設定にもよるが、制御点の基点を設計変数とする効果は大域的最適解の形状に与える影響が小さく、また解の収束性を低減させる可能性があると考えられる。なお、これは大域的最適解が設計変数の側面制約条件上に存在していないことが前提であることに注意が必要である。

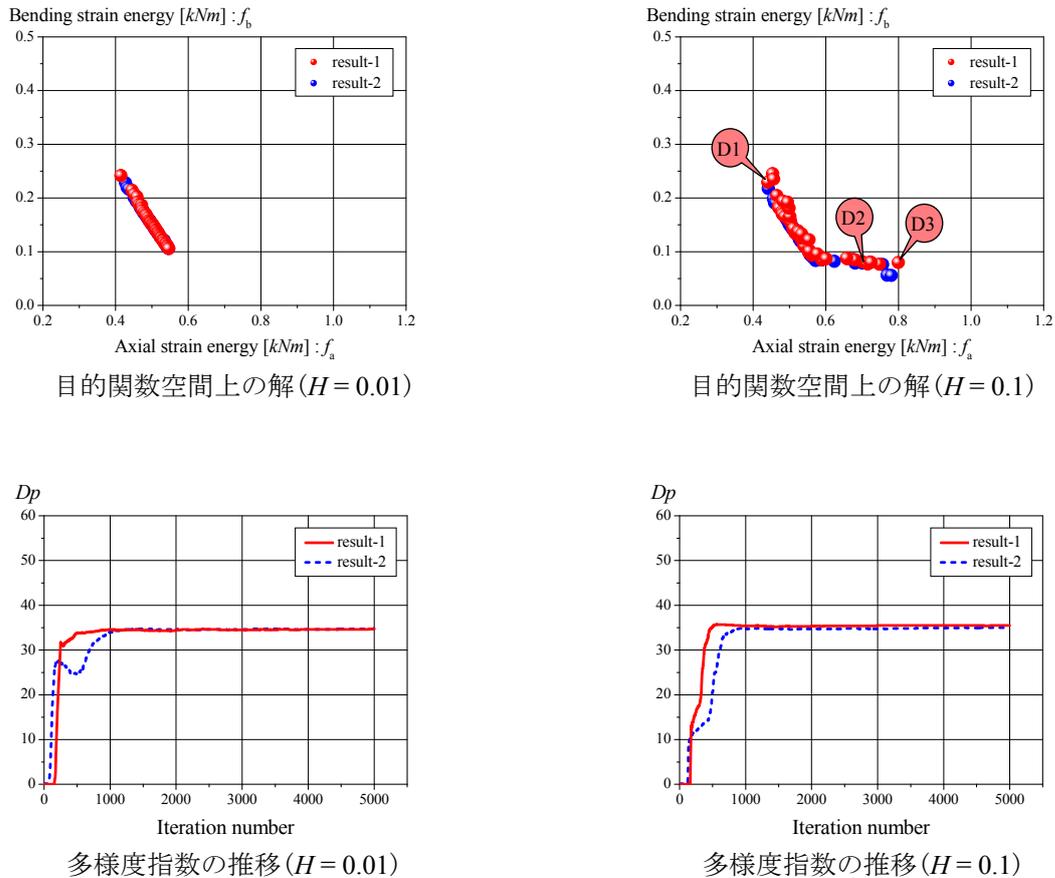


図 6.59 ISABC による数値結果

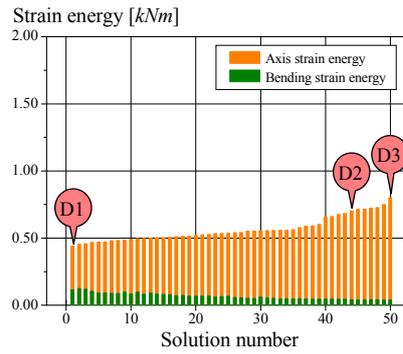
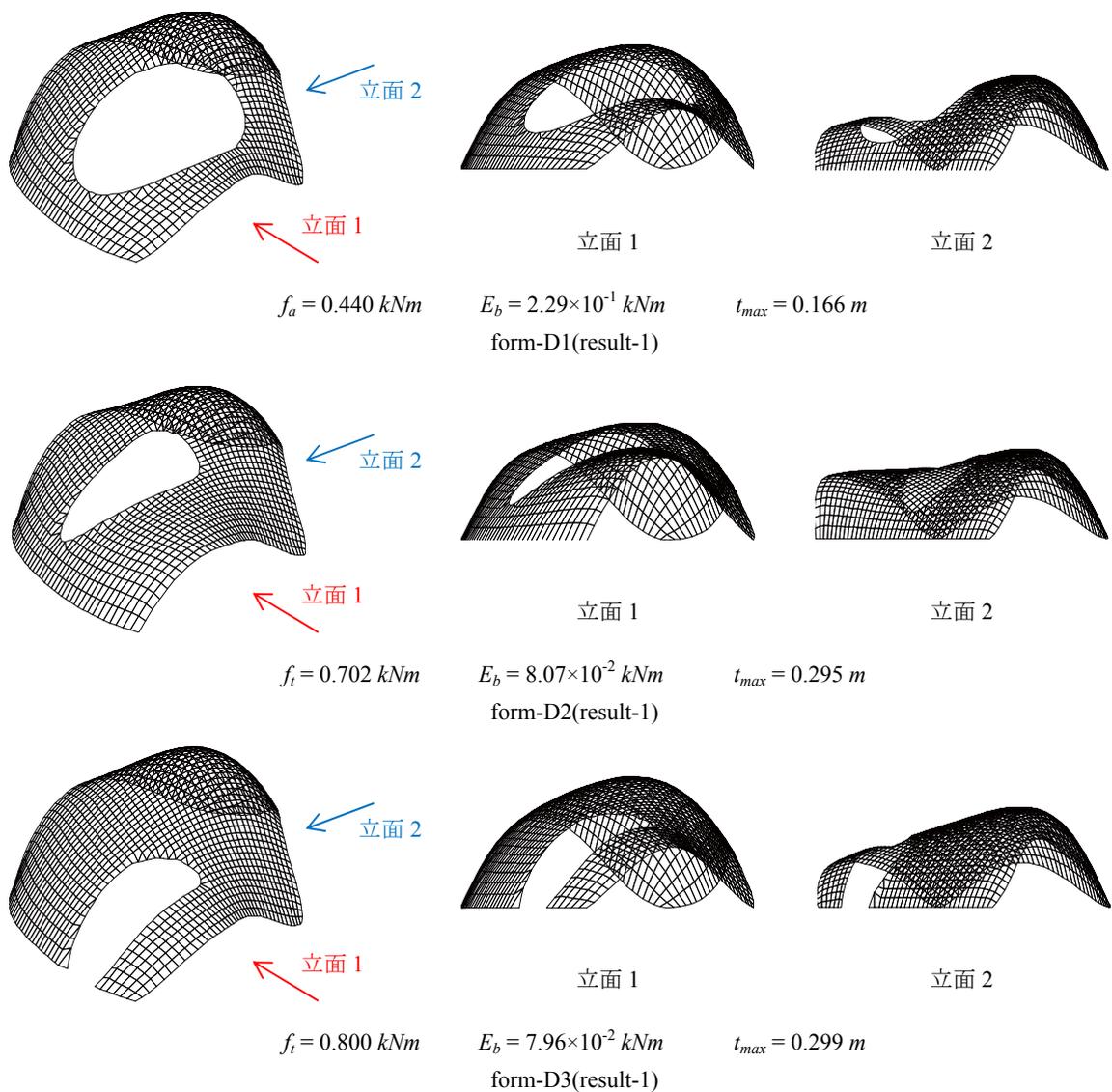
a. 得られた優良解のひずみエネルギー量($H=0.1$, result-1)b. 得られた解形状($H=0.1$)

図 6.60 ISABC により得られた構造形態

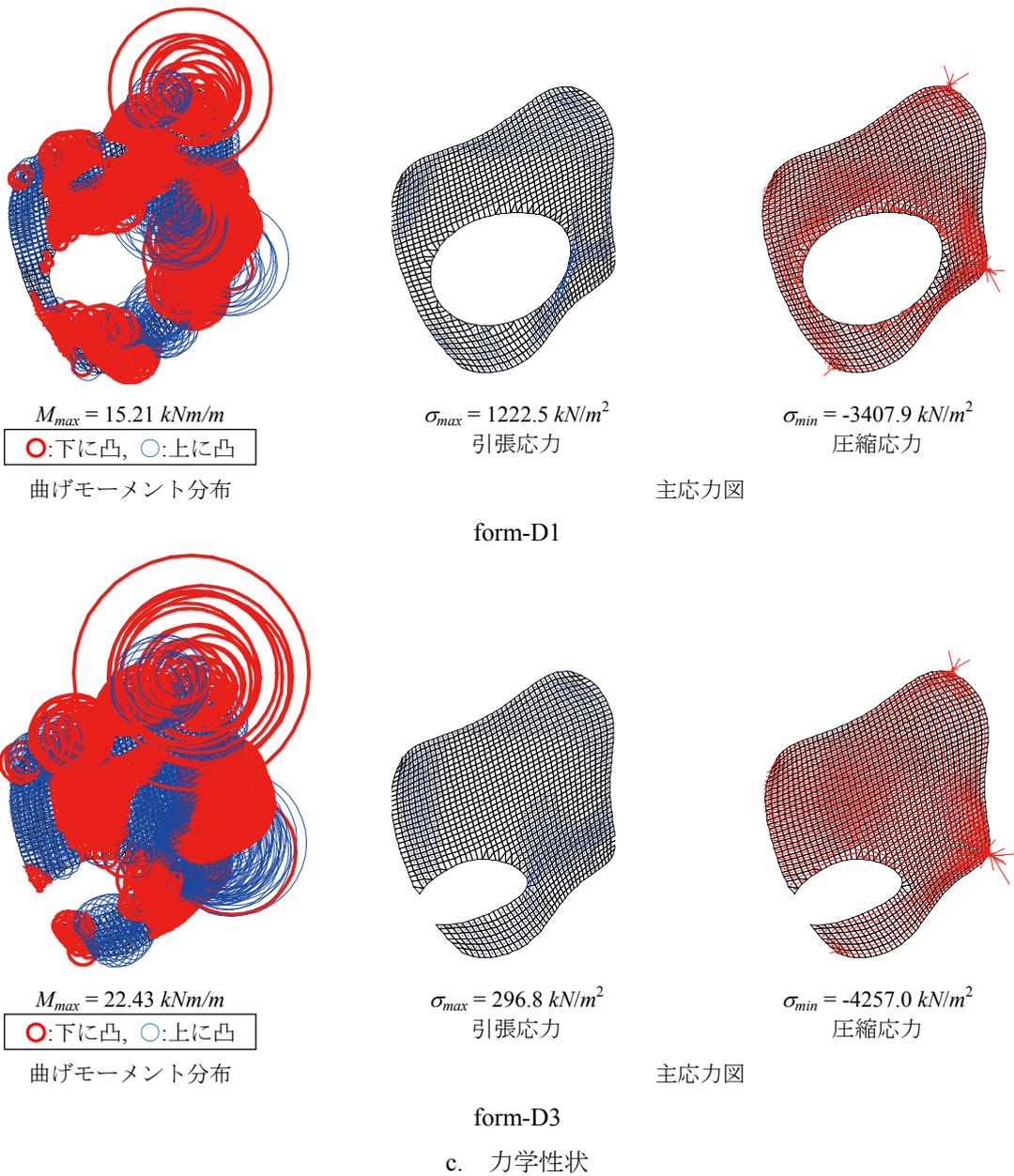


図 6.60 ISABC により得られた構造形態(続き)

得られた形態も前項の結果と同傾向であり、モデル境界部の支点部分に開口が形成される形態がより多く獲得されやすい。注目すべきは、軸ひずみエネルギーが最小化された形態(例えば form-D1)は、圧縮応力が低減されるものの、引張応力は大きい形態となっている。これは、ひずみエネルギーを圧縮側・引張側で区別無く計算しているためであり、圧縮側・引張側で個別に算出し目的関数として設定するなど、今後、圧縮応力と引張応力を同次元で評価しない工夫も必要になるだろう。

6.5 まとめ

本章では、シェル形状・板厚に加えて開口部について様々条件設定した自由曲面シェルの単一・多目的最適化を行った。目的関数には総ひずみエネルギー、軸ひずみエネルギー、曲げひずみエネルギーを設定した。得られた知見を以下に示す。

- 1) 幾何学的な関数で表現される形状および Bézier 曲線による任意形状の開口部に対して、提案した開口生成アルゴリズムによる開口部を考慮した形状最適化が定式化できた。
- 2) 開口部を設計変数として得られた解は、シェル形状・板厚のみを設計変数とした形状最適化による解形態とは全く異なる形態となり、開口形状が力学性状に与える影響が大きいことが確認できた。
- 3) Bézier 曲線の制御点の配置数は、開口形状の表現自由度と解の収束性に影響する。
- 4) 許容曲げひび割れモーメント制約の導入により、開口部を設けることにより発生する過大な曲げモーメントや引張応力を許容値以内に低減させた形態を得ることができる。得られた解は、長期荷重に対して曲げひび割れを生じさせない形態である。
- 5) ABC アルゴリズムの探索点選択方式をトーナメント選択に変更することで、より目的関数値の評価が高い解を獲得した。本定式化のように解空間が複雑となる形状最適化問題は、探索個体選択方式の工夫により ABC 解法の探索能力向上が図られる可能性がある。
- 6) 軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーを定義し、両エネルギーを目的関数とした多目的最適化問題を定式化した。本定式化に優良解探索を適用して得られる解は、設計者が考える力学目標に応じた形態選択に有効である。
- 7) 軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーの同時最小化により得られる解と、総ひずみエネルギー最小化および曲げひずみエネルギー最小化により得られる解との形態評価による位置づけを明らかにした。
- 8) 任意境界モデルにおいて提案した形状表現手法が適用できることを示し、アルゴリズムの汎用性について明らかにした。また、得られた解形態の比較より、開口部をシェル形状や板厚と同時に設計変数として扱うことの有意性を確認した。
- 9) 軸ひずみエネルギー最小により得られる形態は、圧縮応力と引張応力を区別無く考慮しているため比較的引張応力が大きい形態にも高い評価が与えられることがある。今後、圧縮側と引張側を区別してひずみエネルギーを評価するなどの工夫も必要となる可能性がある。

以上より、RC 自由曲面シェルにおいて、シェル形状・板厚だけでなく開口部を設計変数とした構造形態創生の有効性を示した。また、許容曲げひび割れモーメントの制約条件の導入による局所的に過剰な応力の発生抑制、軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーを用いた多目的最適化への優良解探索解法の適用性・有効性について明らかにした。

第7章

結論

第7章 結論

本研究は、構造最適化手法として発見的多点探索手法の一つである群知能解法粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO), 人工蜂コロニー (Artificial Bee Colony: ABC) に着目し、設計変数空間の多様性を維持した優良解を探索する優良解探索 PSO (PSO with Immune System: ISPSO), 優良解探索 ABC (ABC with Immune System: ISABC) を提案した。まず、矩形平面を有する RC 自由曲面シェル of 単一・多目的最適化問題に提案手法を適用し、得られる優良解の特性の把握と解法の有効性・妥当性を検討した。次に、シェル形状・板厚だけでなく開口部を設計変数とした形状最適化問題を定式化し、設計者が設定する設計条件のみを設計変数とした形状最適化問題に優良解探索解法を適用した。最後に、意匠性として任意境界形状モデルに対して種々の設計条件を想定した形状最適化問題を解き、本論文で提案する手法の汎用性について確認した。さらには、得られた解形状に対して力学性状・ロバスト性評価などの二次評価を行い、設定した設計条件が解形態に与える影響を考察した。得られた知見を以下にまとめる。

ISPSO, ISABC の特性について

- 1) ISPSO, ISABC はクラスタ数 r , 上位個体選択率 H の設定により、多様な優良解が探索できる。特に、 $H = 0.01$ のとき大域的最適解 (パレート最適解) を含む近傍の解が得られ、 $H > 0.01$ で比較的评价の高い解を捉える。この結果、従来の解法よりも目的関数に対するロバスト性評価の高い解を含む優良解が獲得できる。
- 2) ISPSO は局所最適解に陥りやすい PSO の特性を利用した優良解探索を行う。したがって、許容解を早い段階で探索でき、板厚の多様性を維持した比較的评价の高い解形状を多く捉える傾向がある。
- 3) ISABC は解空間が複雑な最適化問題に対しても解探索能力が高く、ISPSO, ISGA よりも高評価の優良解が得られやすい。また、矩形平面を有する RC 自由曲面シェル構造の形態創生問題において、最も多様な形状が得られた。
- 4) 記憶細胞除去操作は目的関数空間の多様性維持に繋がり、高評価の優良解の探索が可能となる。ただし、設計変数空間の多様性は低下する。特に、解の収束性の問題から、ISPSO は多目的最適化問題に対して記憶細胞除去操作の導入が必要となる。
- 5) ISPSO, ISABC は ISGA と比較すると、基本的に探索個体の修正を繰り返す群知能解法の特性を持つため解探索範囲が限定され、探索個体の集中化が顕著に見られる。

遺伝的アルゴリズム (GA) は解探索の概念が単純であるため構造最適化問題に多くの適用例が見られ、解探索能力向上を図った様々な解法が提案されている。特に、SGA, SPEA2 はそれぞれ単一・多目的最適化問題に対する、目的関数空間の評価に重点を置いた強力な解法である。ただし、設計変数空間の多様性維持は図られていない。この GA を基幹部に持つ優良解探索解法 ISGA は、単一・多目的最適化問題に区別なく適用することができる。ISGA は種々の曲面構造に対する形態創生問題への適用例があり、その有効性が示されている。特に、探索個体の評価値 (適応度) に相対評価を採用している点に、他の GA 解法との違いがある。本研究で応用した優良解探索スキームは ISGA に適応されているものであり、アルゴリズム上、探索個体の分散・集中化がバランス良く図られている。結果として、広範囲の評価の高い優良解を探索することができている。ここに、得られる優良解の範囲を決定するパラメータとしてクラスタ数 r , 上位個体選択率 H , 記憶細胞数 M を導入し、これらの設定により解の多様性を調節することができる。ただし、GA 系解法の基本的な探索パラメータによる多様性の変化も指摘されており、これらのパラメータ設定にユーザの負担を費やす可能性がある。

粒子群最適化(PSO)は単一目的最適化問題に対する解法であり、設計変数が少なく、解空間が比較的単純な自由曲面シェル構造形態創生問題に対して高い解探索能力を示した。また、全ての設計変数を修正しながら解を探索する方法は許容解の早期探索に繋がり、少ない反復計算で最適解を探索することが可能である。ただし、設計変数が多く、多くの局所最適解が存在する最適化問題に適用すると局所最適解に陥りやすい特性を持つ。この PSO に優良解探索機能を導入した ISPSO は、単一・多目的最適化問題に区別なく適用することができる。ISPSO は PSO が持つ局所最適解に陥りやすい特性を利用し、局所最適解・局所パレート解の獲得を視野に入れた優良解探索を行う。ただし、PSO と同様に解の収束性に問題があり、複雑な最適化問題に適用する場合、記憶細胞除去操作の導入が必要となる。この操作導入は結果として、大域的最適解・パレート最適解の探索能力向上に繋がり、パレート最適解を含む優良解が獲得できる。以上より、ISPSO は反復計算に費やす時間が少なく、大域的最適解から離れた比較的高い解を多く捉える傾向がある。特に、異なる種類の設計変数を有している場合、制約条件を満足しやすい設計変数の多様性を維持しやすい特性がある。

人工蜂コロニー(ABC)は単一目的最適化問題に対する解法であり、解空間が複雑な問題に対して高い解探索性能がある。解探索は常に 1 つの設計変数のみを修正し、結果として設計変数の総数・最適化問題の複雑性に関わらず同程度の反復計算により最適解を探索することができる。さらに、大域的探索と局所探索を交互に繰り返し行うことで、高精度の最適解が得られる。この ABC に優良解探索機能を導入した ISABC は、単一・多目的最適化問題に区別なく適用することができる。ISABC は探索個体を選択・破棄しながら解探索を進める、GA の方法に近い解探索法を採用しており、ISGA の優良解探索スキームに適応しやすい。ここに、群知能解法特有の探索個体の更新を行うことで局所最適解・局所パレート解を乗り越えることができ、解空間が複雑な問題に対しても 1 度の試行で多種多様な優良解を獲得することができている。本研究で扱った矩形平面を有する自由曲面シェルでは、ISABC で最も多様な形態を獲得することができた。さらに、乱数により初期解を生成する発見的手法において得られる解が比較的乱数に依存しない特性も持つ。ただし、解探索には ISGA, ISPSO の 1.5~2.0 程度の時間を費やすため、今後、計算時間を短縮するようなアルゴリズムの改良が望まれる。

このように、ISPSO, ISABC, ISGA には各解法特有の一長一短があり、これらにより得られる優良解の特性把握や構造形態創生問題における適用性を検証することで、ユーザに適切な解法選択を促し、種々の要求内容に対応した形態が獲得できる可能性がある。

以上、本研究により提案した ISPSO, ISABC と優良解探索解法 ISGA の解探索と優良解の特性について示した。今後、種々の構造形態創生問題に対する各優良解探索解法に対する解特性の把握が必要となるだろう。

設計条件が解形態に与える影響について

- 1) 曲げひずみエネルギーは多様な形状獲得の有効な指標であるが、断面分布が過剰に厚くなる傾向があり、最終的な形態の評価は応力分布や総ひずみエネルギーの値に基づいて行う必要がある。
- 2) 形状の非対称性や開口部を考慮すると、設計変数の増加により解の収束速度が低下する。また、対称形状と比べて曲げモーメントの増加・無視できない面内引張応力の発生が見られ、形状の微小変化による目的関数値の変動量が大きい形態が多く得られる。
- 3) 得られる解の曲げモーメントを許容曲げひび割れモーメント以下に制御する制約条件の設定は、開口部を設けたモデルにおいて局部的な引張応力発生への制御に有効である。
- 4) 軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーを同時最小化することで、総ひずみエネルギー最小化や曲げひずみエネルギー最小化で得られる解よりもひずみエネルギーの小さい形態が獲得できる。

群知能解法は実数値を直接設計変数として扱うことができ、計算コストの圧縮に繋がる。さらに、GAに比べてアルゴリズムが単純で、整数値を設計変数とする最適化問題にも適用でき、汎用性が高い。ここでは、RC自由曲面シェルを単一・多目的最適化問題を扱った。RC自由曲面シェルは形状と力学が密接に関係しており、形状の微妙な修正が力学に大きな影響を与えることを確認した。また、目的関数として設定した曲げひずみエネルギーは、多様な形状獲得のための有効な力学指標となり得る。ただし、得られる形態は板厚が過剰に厚くなる形態に収束しやすく、総ひずみエネルギー値・力学性状・ロバスト性評価などによる形態の二次評価が重要となる。

以上、本研究では群知能解法 PSO, ABC に優良解探索機能を導入した ISPSO, ISABC を提案し、シェル形状・板厚・開口部を同時に考慮した RC自由曲面シェルの構造形態創生問題に適用した。得られた数値結果より、優良解探索解法の解特性を示し、種々の形状最適化における適用性について明らかにした。さらに、設定する目的関数による解形態・解空間の特性について示した。

今後の展望

本論文では、主に長期荷重に対してひずみエネルギーを最小化する構造形態創生問題を設定したが、その他の外力分布や目的関数の設定が考えられる。目的関数は、力学特性を定量化したものに限る必要が無く、デザイン性や環境性能などを定量化した指標の設定も可能である。特に、本論文で提案した優良解探索解法は、目的関数の感度を利用して解探索を行うアルゴリズムでは無いため、ユーザの要求する様々な目的関数が導入できる可能性がある。

さらに、本論文では弾性範囲の形状最適化問題を扱ったが、最近コンピュータの性能が大きく発展していることもあり、幾何学的非線形性や材料非線形性を考慮した構造解析の導入が考えられる。MITC要素は、大変形を考慮した幾何学的非線形解析に適用可能なシェル要素であり、RCシェル構造において問題となり得るクリープ等の影響を考慮した形状最適化が行える可能性がある。

また、本論文で提案した優良解探索解法は、RC自由曲面シェルだけでなく種々の構造物の構造形態創生に適用が可能である。現在、国内で多く採用されている鉄骨やRCのラーメン構造など、他の構造種別への適用性について検証することも重要であると考えられる。

付録

付録 A	複数の解を探索する群知能アルゴリズム	…	189
付録 B	2変数関数を用いた数値計算例とアルゴリズムの特性	…	199

付録 A 複数の解を探索する群知能アルゴリズム

群知能には、種々の解法が提案されている。ここでは、構造最適化適用への観点から単一・多目的最適化問題それぞれに対して、複数の解を同時に獲得することを目的に提案されている以下の4つの群知能解法のアルゴリズムを説明し、アルゴリズムの特徴について述べる。

ホタルアルゴリズム (Firefly Algorithm: FA)

FA は単一目的最適化問題に対する解法である。FA は大域的最適解だけでなく、局所最適解の探索も想定したアルゴリズムを持つ点に特徴がある。ただし、大域的最適解探索能力を向上させるための操作は導入されておらず、問題毎に設定するパラメータが他の群知能解法より多い。

差分進化 (Differential Evolution: DE)

DE は GA と類似した操作により解探索を行う単一目的最適化問題の解法である。特に、突然変異の操作に数学的演算を用いることでステップ幅を調節している点に特徴を持つ。この操作により、設定パラメータの削減と種々の最適化問題への適用を可能としている。

多目的粒子群最適化 (Multi-objective Particle Swarm Optimization: MOPSO)

MOPSO は PSO 解法を基幹部に持つ多目的最適化問題に対する解法である。MOPSO は探索個体の個体間距離を調節することで設計変数空間と目的関数空間の多様性を同時に維持している。また、単一目的最適化問題に対する PSO と同様に設定するパラメータ数が少ないことも特徴である。

非優越ソート人工蜂コロニー (Non-dominated Sorting Artificial Bee Colony: NSABC)

NSABC は解探索能力が高い ABC 解法を基幹部とした多目的最適化問題に対する解法である。ABC は多目的最適化への適用例が少なく、発展段階である。NSABC は GA 解法 NSGA-II のアーカイブメカニズム・混雑ソートスキームを応用することで、パレート最適解の獲得を図った解法である。

A.1 ホタルアルゴリズム (Firefly Algorithm: FA)

FA は大域的最適解だけでなく、局所最適解の探索も想定した解法である。探索個体の評価に目的関数値だけでなく、設計変数空間上における個体間距離を考慮することにより局所最適解の探索を可能にしている。解探索は3つのパラメータ、1)収束速度 α , 2)誘引度 β , 3)評価値における個体間距離の影響率 γ により制御される。FA の計算手順を図 A.1 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期探索位置決定

各探索個体 $\mathbf{X}_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ を設計変数空間でランダムに配置する。

2) 目的関数値の計算

反復回数 $t-1$ 回目 ($t \geq 1$) の探索における i 番目の個体の目的関数値 $f(\mathbf{X}_i^{t-1})$ を計算する。

3) 評価値の算出

全探索個体の無次元化しないデカルト距離による個体間距離 r_{ij} を計算し、探索個体の評価値 I_{ij} を次式で計算する。

$$I_{ij} = I_0 e^{-\gamma r_{ij}}$$

$$I_0 = \begin{cases} \frac{1}{f(\mathbf{X}_i^{t-1})} & \text{if } f(\mathbf{X}_i^{t-1}) \geq 0 \\ \text{abs}(f(\mathbf{X}_i^{t-1})) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.1, 2})$$

評価値を比較し、探索個体 i に対する最も評価値が高い探索個体 j を決定する。

4) 探索個体の移動

3)で決定した探索個体 j の誘引度 β_j を算出し、次式により探索個体を移動させる(図 A.2)。

$$\boldsymbol{\theta}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1} + \beta_j (\mathbf{X}_j^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) + \alpha \phi$$

$$\beta_j = \beta e^{-\gamma r_{ij}^2} \quad (\text{A.3, 4})$$

ここで、 ϕ は $[-0.5, 0.5]$ の乱数である。

5) 探索位置の比較

$\boldsymbol{\theta}_i^t$ の目的関数値を計算し、 $f(\boldsymbol{\theta}_i^t) \leq f(\mathbf{X}_i^{t-1})$ のとき、 $\mathbf{X}_i^t = \boldsymbol{\theta}_i^t$ とする。そうでなければ、 $\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1}$ である。

以上、2)-5)を指定した反復回数繰り返す。

アルゴリズムの特徴

FA は探索個体の評価に目的関数値を直接利用しないことで複数の局所最適解を探索する。個体評価には目的関数値と探索個体同士の個体間距離を用いる。ここに、これらが評価値に影響する比率をパラメータにより決定する。ただし、個体間距離にはデカルト座標系における個体同士の距離を用いるため、 γ の設定範囲は $[0, \infty]$ である。この値は問題ごとに複数回試行を繰り返し、検討する必要がある。また、 α は解探索の範囲を決定するパラメータである。 α が大きいほど大域的最適解を捉えやすくなるが、それに伴って局所最適解を乗り越える可能性も増加する。以上より、FA は探索パラメータの設定が解探索に大きな影響を与えることが判る。なお、最近、無次元化した個体間距離を用いることでパラメータの設定を簡潔にした改良型の FA の提案もなされている[51]。

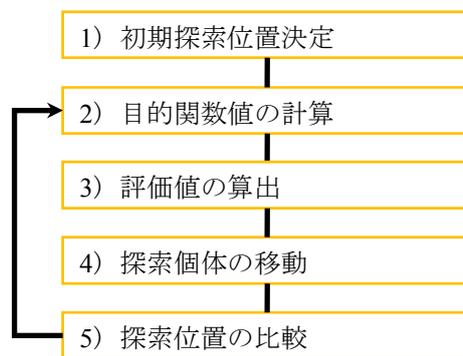


図 A.1 FA の計算フロー

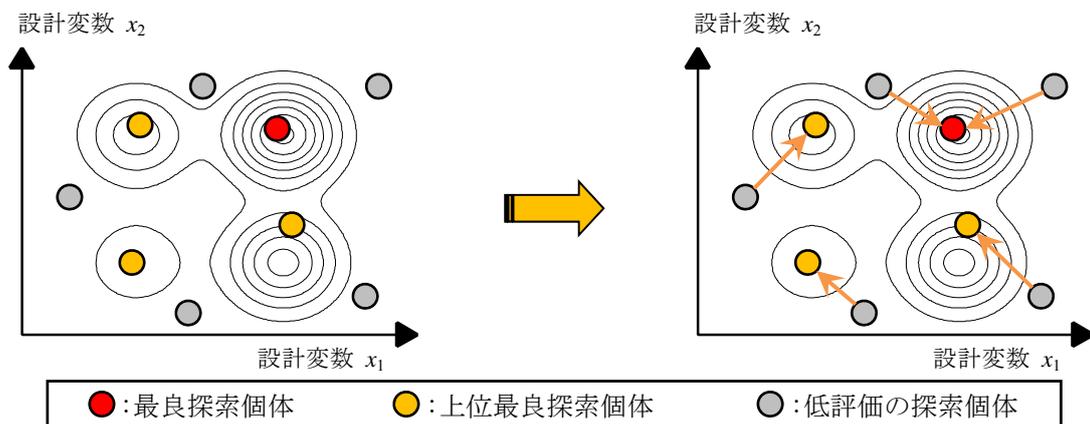


図 A.2 FA における探索個体の移動

A.2 差分進化 (Differential Evolution: DE)

DE は GA と同様の突然変異・交叉の操作により解探索を行う解法である。ただし、解探索は実数値で行い、探索個体の比較により個体を成長させる群知能特有の特徴も持つ。解探索は、突然変異のステップ幅を決定するスケーリングパラメータ F と交叉率 C の設定により制御する。DE の計算手順を図 A.3 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期個体生成

各探索個体 \mathbf{X}_i^0 ($i = 1, 2, \dots, n$) を設計変数空間でランダムに配置する。

2) 目的関数値の計算

反復回数 $t-1$ 回目 ($t \geq 1$) の探索における i 番目の個体の目的関数値 $f(\mathbf{X}_i^{t-1})$ を計算する。

3) 交叉点の生成

探索個体 \mathbf{X}_i^{t-1} においてランダムに他の 3 個体 $\mathbf{X}_a^{t-1}, \mathbf{X}_b^{t-1}, \mathbf{X}_c^{t-1}$ を選択し、交叉点 $\nu\mathbf{X}_i^t$ を次式で生成する (図 A.4)。ただし、 a, b, c はいずれも異なる個体である。

$$\nu\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_a^{t-1} + F(\mathbf{X}_b^{t-1} - \mathbf{X}_c^{t-1}) \quad (\text{A.5})$$

ここで、 F はスケーリングパラメータである。

4) 探索個体の交叉

$\mathbf{X}_i^{t-1} = [X_1, X_2, \dots, X_k]^T$, $\nu\mathbf{X}_i^t = [\nu X_1, \nu X_2, \dots, \nu X_k]^T$ を一様交叉させ、新たな探索個体 $c\mathbf{X}_i^t = [cX_1, cX_2, \dots, cX_k]^T$ を生成する。設計変数 j ($j = 1, 2, \dots, k$) に対して $[0, 1]$ の乱数 $rand_j$ を発生させ、 $rand_j \leq C$ ならば $cX_j = \nu X_j$ とし、 $rand_j > C$ ならば $cX_j = X_j$ とする (図 A.5)。ここで、 k は設計変数の数であり、 C は交叉率である。

5) 探索個体の比較

$c\mathbf{X}_i^t$ の目的関数値を計算し、 $f(c\mathbf{X}_i^t) \leq f(\mathbf{X}_i^{t-1})$ のとき、 $\mathbf{X}_i^t = c\mathbf{X}_i^t$ とする。そうでなければ、 $\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1}$ である。

以上、2)-5)を指定した反復回数繰り返す。

アルゴリズムの特徴

DE は GA と類似した操作を実数値により行う。GA では設計変数は遺伝子化され、少ない設計変数でもその遺伝子長は長くなるが、DE における遺伝子は設計変数の数で表現されるため、少ない設計変数で構成される最適化問題に対して交叉・突然変異の操作が十分に機能しなくなる可能性がある。また、GA と同様の操作を導入しているが、本質的には異なる解探索の方法になっていることに注意が必要である。したがって、DE は多くの設計変数を有する問題に対してパラメータ設定が大きく影響するアルゴリズムを持つ。解探索は交叉率・スケーリングパラメータにより制御することができ、これらパラメータの設定によっては局所最適解の探索も可能である。

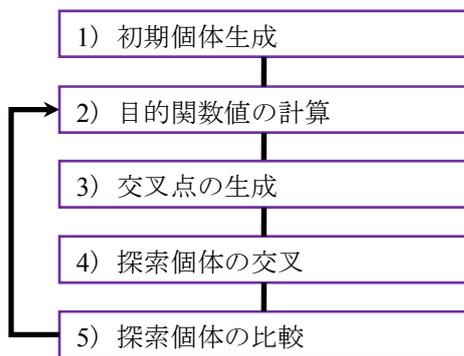


図 A.3 DE の計算フロー

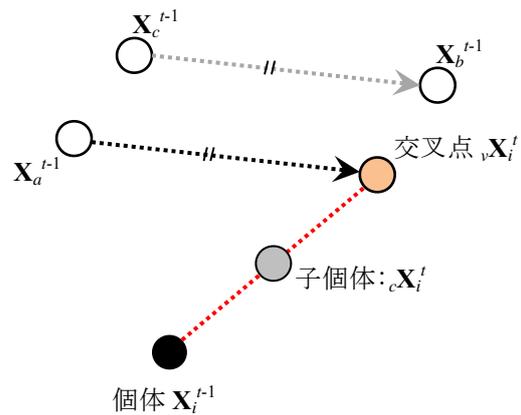


図 A.4 DE における探索個体の生成

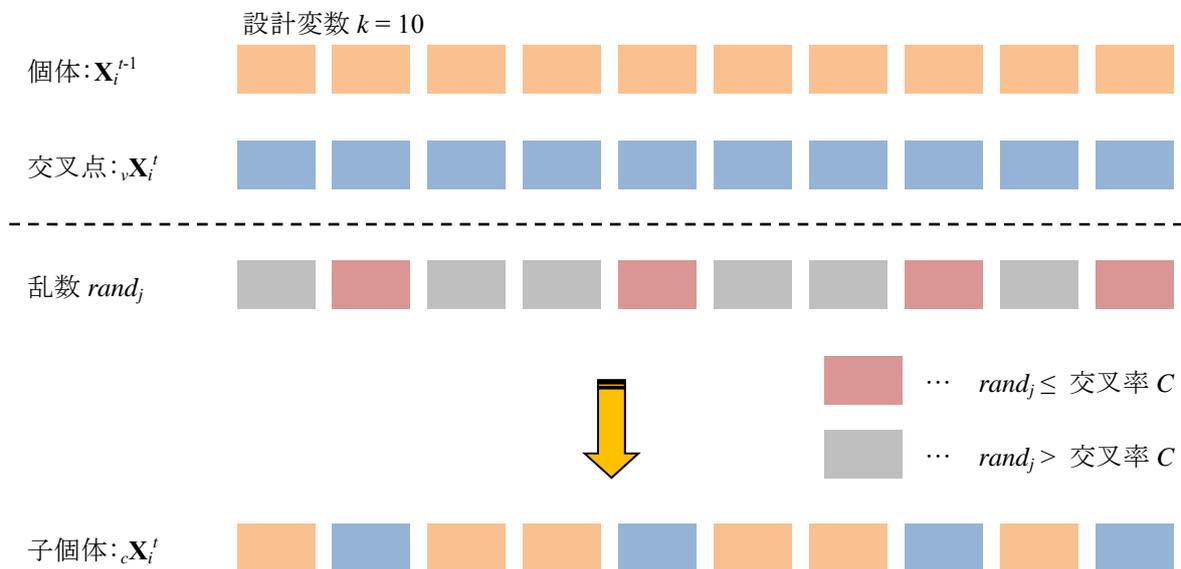


図 A.5 DE における交叉

A.3 多目的粒子群最適化 (Multi-objective Particle Swarm Optimization: MOPSO)

MOPSO は単一目的最適化問題に対する PSO に対して、新たなパラメータを追加することなく多目的最適化手法へと拡張した解法である。特に、設計変数空間と目的関数空間の個体間距離を考慮することで、両空間の多様性維持を図っている点に特徴がある。MOPSO の計算手順を図 A.6 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期探索位置決定

各探索点個体 i の初期位置 \mathbf{X}_i^0 ($i = 1, 2, \dots, n$) と初期速度 \mathbf{V}_i^0 を設計変数空間でランダムに配置する。また、初期の $p\text{-best}_p \mathbf{X}_i^0 = \mathbf{X}_i^0$ を設定する。

2) 目的関数値の計算

反復回数 $t-1$ 回目 ($t \geq 1$) の探索における i 番目の個体位置 \mathbf{X}_i^{t-1} (以下、個体) に対して k 個の目的関数値 f_l (\mathbf{X}_i^{t-1}) ($l = 1, 2, \dots, k$) を計算する。

3) 劣解・非劣解の判別

次式を用いて劣解・非劣解の判別を行う。

$$G_i = 1 - \max_{j \neq i} [\min(f_{s1}(\mathbf{X}_i^{t-1}) - f_{s1}(\mathbf{X}_j^{t-1}), f_{s2}(\mathbf{X}_i^{t-1}) - f_{s2}(\mathbf{X}_j^{t-1}), \dots, f_{sk}(\mathbf{X}_i^{t-1}) - f_{sk}(\mathbf{X}_j^{t-1}))]$$

$$f_{sl}(\mathbf{X}_i^{t-1}) = \frac{f_l(\mathbf{X}_i^{t-1}) - f_{l\min}}{f_{l\max} - f_{l\min}} \quad (\text{A.6, 7})$$

ここで、 f_{sl} は無次元化された l 番目の目的関数値であり、 $f_{l\max}, f_{l\min}$ はそれぞれ l 番目の目的関数値の最大・最小値である。 G_i が 1 より大きいとき個体 i は非劣解であり、そうでなければ劣解である。

4) $g\text{-best}$ (社会認識) の決定

$g\text{-best}$ は劣解個体と非劣解個体別々に決定する。

・非劣解の $g\text{-best}$

他の非劣解個体の $p\text{-best}$ との相対距離 D_{fi} を次式で計算し、距離が最大となる $p\text{-best}$ を $g\text{-best}$ とする。ただし、パレートフロント端部の個体および G_i を最大とする個体は自身の $p\text{-best}$ を $g\text{-best}$ とする。

$$D_{fi} = \min_{i \neq j} \left(\sum_{l=1}^k \left| f_{sl}(\mathbf{X}_i^{t-1}) - f_{sl}(p\mathbf{X}_j^{t-1}) \right| \right) \quad (\text{A.8})$$

・劣解の $g\text{-best}$

劣解個体 i と非劣解個体 j の $p\text{-best}$ を用いて次式により設計変数空間上の個体間距離 D_{di} を計算する。 D_{di} を最大とする非劣解個体の $p\text{-best}$ を $g\text{-best}$ とする。

$$D_{di} = \sqrt{(\mathbf{X}_i^{t-1} - p\mathbf{X}_j^{t-1})^2} \quad (\text{A.9})$$

5) 速度・位置の更新

個体 \mathbf{X}_i^{t-1} とその速度 \mathbf{V}_i^{t-1} 及び $p\text{-best}$ ${}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ (探索点 i の今まで訪れた最善の解) と $g\text{-best}$ ${}_g\mathbf{X}_i^{t-1}$ (t 回目の群れにおける最善の解) と定義すると、 t 回目の個体 \mathbf{X}_i^t と速度 \mathbf{V}_i^t は次式で与えられる。

$$\mathbf{V}_i^t = w\mathbf{V}_i^{t-1} + r_1c_1({}_p\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) + r_2c_2({}_g\mathbf{X}_i^{t-1} - \mathbf{X}_i^{t-1}) \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1} + \mathbf{V}_i^t \quad (\text{A.11})$$

ここで、 c_1, c_2 は重みパラメータ ($c_1 + c_2 \leq 4$) であり、通常、 $c_1 = c_2 = 2$ を用いる。 r_1, r_2 は $[0,1]$ の乱数である。 w は慣性項パラメータで、反復過程で次式により変化させる。

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})t / t_{\max} \quad (\text{A.12})$$

ここで、 t_{\max} は最大反復回数である。通常、 w_{\max}, w_{\min} を各々 0.9, 0.4 と設定する。

6) $p\text{-best}$ (自己認識) の更新

全ての目的関数に対して $f_i(\mathbf{X}_i^t) \leq f_i({}_p\mathbf{X}_i^{t-1})$ のとき、 ${}_p\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^t$ とする。そうでなければ、 ${}_p\mathbf{X}_i^t = {}_p\mathbf{X}_i^{t-1}$ である。

以上、2)-6)を指定した反復回数繰り返す。

アルゴリズムの特徴

MOPSO は構造最適化に必要な設計変数空間と目的関数空間の多様性を維持した解探索を行う。具体的には非劣解個体が目的関数空間上、劣解個体が設計変数空間上の多様性を維持しながら解を探索する。しかし、 $p\text{-best}$ の更新は全ての目的関数に対して最良となる場合のみ行うため、最適化問題が複雑になるに伴い探索個体はパレートフロント中央部に偏る可能性がある。

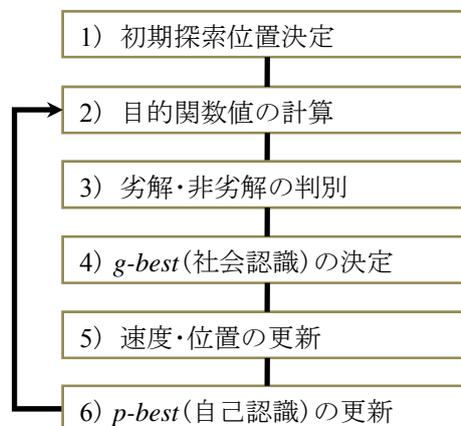


図 A.6 MOPSO の計算フロー

A.4 非優越ソート人工蜂コロニー (Non-dominated Sorting Artificial Bee Colony: NSABC)

NSABC は GA 解法 NSGA-II のアーカイブメカニズム・混雑ソートスキームを応用することで、パレート最適解の獲得を図った解法である。ただし、ABC 解法における *employed bee* (大域的探索), *scout bee* (ランダム探索) はなく、本来局所探索を担う *onlooker bee* により大域的探索を行う。NSABC の計算手順を図 A.7 のフローチャートに沿い、以下に示す。なお、ここでは目的関数値の最小化問題を対象に説明する。

1) 初期食糧源決定

食糧源 $\mathbf{X}_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ を設計変数空間にランダムに配置する。さらに、アーカイブ個体群 \mathbf{P}_0 に非劣解食料源を保存する。

2) *onlooker bee* による探索

$\mathbf{X}_i^{t-1} (t \geq 1)$ に対し、*onlooker bee* $ob\mathbf{X}_i^t (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ の探索を行う。

$$on\mathbf{X}_{ih}^t = X_{ih}^{t-1} + \phi(EA_{jh}^{t-1} - X_{ih}^{t-1}), \quad on\mathbf{X}_{ig}^t = X_{ig}^{t-1} \quad (\text{A.13})$$

ここで、 ϕ は $[-1, 1]$ の乱数、個体 EA_j はアーカイブ個体群からランダムに選択される。また、 h はランダムに選択された 1 変数であり、 g は h 以外の設計変数である。

次に k 個の目的関数値 $f_l (l = 1, 2, \dots, k)$ を計算し、以下の条件により食料源の更新とアーカイブ個体群への保存を行う。

- I) $ob\mathbf{X}_i^t$ が \mathbf{X}_i^{t-1} を支配する場合 (全ての目的関数に対して $f_l(ob\mathbf{X}_i^t) \leq f_l(\mathbf{X}_i^{t-1})$)、 $ob\mathbf{X}_i^t$ をアーカイブ個体群 \mathbf{P}_{t-1} に保存する。さらに、 $\mathbf{X}_i^t = ob\mathbf{X}_i^t$ と食料源を更新する。
- II) \mathbf{X}_i^{t-1} が $ob\mathbf{X}_i^t$ を支配する場合 (全ての目的関数に対して $f_l(\mathbf{X}_i^{t-1}) \leq f_l(ob\mathbf{X}_i^t)$)、 $\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1}$ とする。
- III) $ob\mathbf{X}_i^t$ と \mathbf{X}_i^{t-1} が共に支配しない場合、 $ob\mathbf{X}_i^t$ をアーカイブ個体群 \mathbf{P}_{t-1} に保存する。さらに、 $[0, 1]$ の乱数 $rand$ を発生させ、 $rand \leq 0.5$ ならば $\mathbf{X}_i^t = ob\mathbf{X}_i^t$ とし、 $rand > 0.5$ ならば $\mathbf{X}_i^t = \mathbf{X}_i^{t-1}$ とする。

3) アーカイブ個体群の更新

以下の手順によりアーカイブ個体群を更新する。

- I) 新たなアーカイブ個体群 \mathbf{P}_t を生成する。ランク値 $j = 1$ とする。
- II) アーカイブ個体群 \mathbf{P}_{t-1} に保存されている個体をフロント(ランク)毎に分類する。ランク分類には非優越ソートを用いる (図 A.8)。

$$\mathbf{F}_j, \quad j = 1, 2, \dots \quad (\text{A.14})$$

III) $|\mathbf{P}_t| + |\mathbf{F}_j| < M$ (アーカイブサイズ) を満たすとき、 $\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_t \cup \mathbf{F}_j$ と $j = j + 1$ を繰り返す。

IV) $|\mathbf{P}_t| + |\mathbf{F}_j| > M$ となるとき \mathbf{F}_j に対して後述する混雑ソート (crowding-sort) を行い、最も多様に広がっていた \mathbf{F}_j 内に存在する $M - |\mathbf{P}_t|$ 個の個体を \mathbf{P}_t に加える。したがって、 \mathbf{P}_t の個体数は常に M を維持する。

以上、2), 3) を指定した反復回数繰り返す。

混雑ソート (crowding-sort)

NSABC ではアーカイブ個体群の多様性を評価する方法として混雑距離を用いている。混雑距離は同一ランク内で算出され、対象個体 i と隣り合う二つの個体 $i+1$ と $i-1$ の目的関数空間上の個体間距離である (図 A.9)。混雑距離は次式で与えられる。混雑ソートはこの混雑距離が最も大きい個体を多様性がある個体として選択する。

$$d_i = \sum_{l=1}^k \frac{f_l(\mathbf{X}_{i+1}^t) - f_l(\mathbf{X}_{i-1}^t)}{f_{l \max} - f_{l \min}} \tag{A.15}$$

ここで、 $f_{l \max}, f_{l \min}$ はそれぞれ l 番目の目的関数値の最大・最小値である。

アルゴリズムの特徴

NSABC は NSGA-II のアーカイブメカニズムの導入により、目的関数空間上の多様性を維持したパレートフロントの獲得が可能である。ただし、*onlooker bee* による解探索のみを実行するため、ABC 解法の持つ高い解探索能力を十分に発揮することができないアルゴリズムになっている。特に、探索個体の分散スキームが導入されておらず、パレートフロント端部の解探索には不十分な点が見られる。

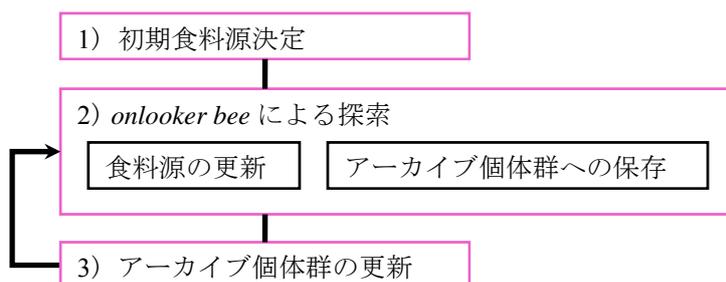


図 A.7 NSABC の計算フロー

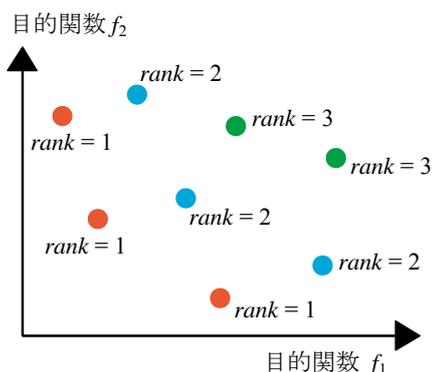


図 A.8 非優越ソート

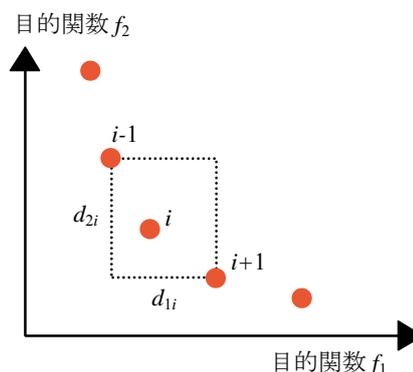


図 A.9 混雑距離

付録 B 2変数関数を用いた数値計算例とアルゴリズムの特性

ここでは、多点探索手法に分類される群知能解法と遺伝的アルゴリズム解法の解探索特性を、簡単な2変数関数を用いて単一・多目的最適化問題に対応させた最大値探索問題の数値計算例より明らかにする。

B.1 2変数関数の解空間

数値計算に用いる2変数関数は以下に示す3つの関数である。式(B.1)は多峰性関数、式(B.2)は単峰性関数、式(B.3)は平面関数である。単一目的最適化問題は式(B.1)および式(B.2)、多目的最適化問題は式(B.2)、(B.3)の組み合わせを用いる。各関数の解空間を図B.1-B.3に示す。なお、式(B.1)における x, y は単位を[rad.]として計算する。

$$\text{sin-cos 関数} \quad f_1(x, y) = x + y + 4(\sin x + \cos y) + 1 \quad (0.0 \leq x, y \leq 20.0) \quad (\text{B.1})$$

$$\text{sphere 関数} \quad f_2(x, y) = -\{x(x-20) + y(y-20)\} \quad (0.0 \leq x, y \leq 20.0) \quad (\text{B.2})$$

$$\text{plane 関数} \quad f_3(x, y) = 100 + 2x + 2y \quad (0.0 \leq x, y \leq 20.0) \quad (\text{B.3})$$

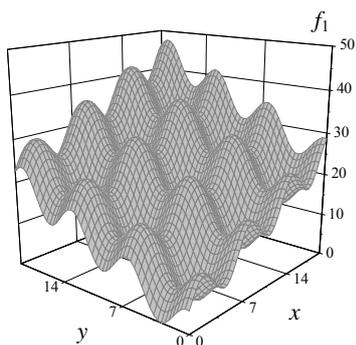


図 B.1 sin-cos 関数

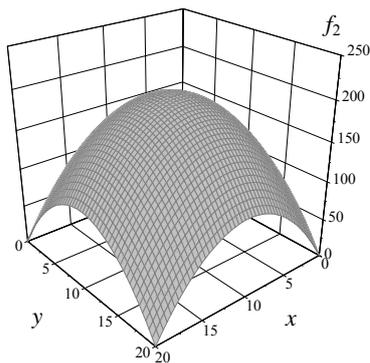


図 B.2 sphere 関数

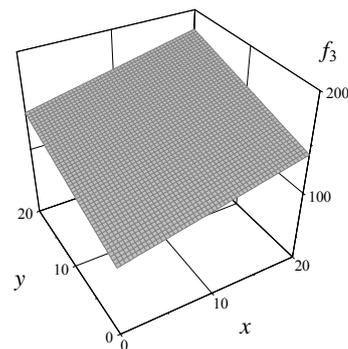


図 B.3 plane 関数

B.2 発見的多点探索手法の解探索特性

ここで扱うアルゴリズムは、1) 粒子群最適化 (PSO), 2) 人工蜂コロニー (ABC), 3) ホタルアルゴリズム (FA), 4) 差分進化 (DE), 5) 多目的粒子群最適化 (MOPSO), 6) 非優越ソート人工蜂コロニー (NSABC), 7) 単純 GA (SGA), 8) SPEA2 である。いずれも発見的多点探索手法であり、1)- 6) は群知能解法、7), 8) は遺伝的アルゴリズム解法である。これら解法の基本的な解析パラメータを表 B.1-B.8 に示す。

表 B.1 PSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	200

表 B.2 ABC パラメータ

<i>Employed bee</i>	200
<i>Onlooker bee</i>	200
<i>limit</i>	200
最大反復回数	200

表 B.3 FA パラメータ

探索点数	200
α	0.1 / 1.0
γ	0.001 / 1.0 / 100.0
最大反復回数	200

表 B.4 DE パラメータ

個体数	200
F	0.5
C	0.6
最大反復回数	200

表 B.5 MOPSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	200

表 B.6 NSABC パラメータ

<i>Onlooker bee</i>	200
アーカイブ個体群	100
最大反復回数	200

表 B.7 SGA パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	1.0	突然変異率	0.04
交叉率	1.0	選択方式	トーナメント
世代数	200	交叉方式	二点交叉

表 B.8 SPEA2 パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	1.0	突然変異率	0.04
交叉率	1.0	選択方式	トーナメント
世代数	200	交叉方式	二点交叉
アーカイブ個体群	100		

B.2.1 単一目的最適化問題

$f_1(x, y), f_2(x, y)$ の関数に対する単一目的最適化問題の数値結果を図 B.4-B.8 に示す。

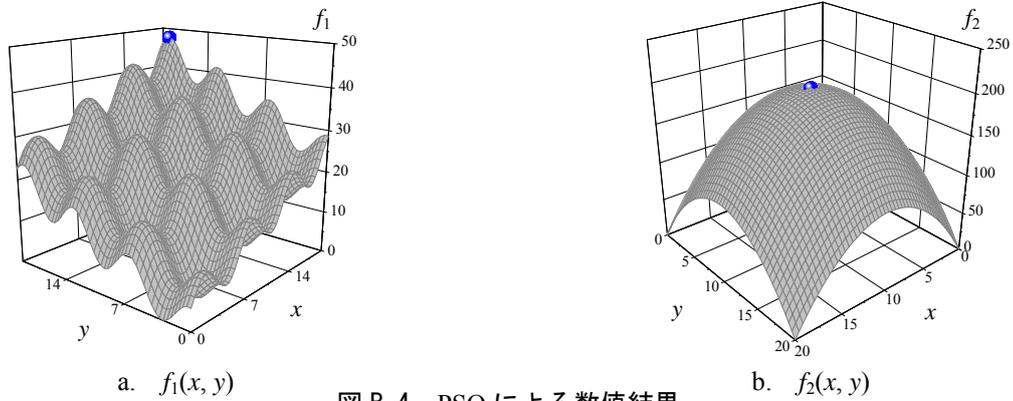


図 B.4 PSO による数値結果

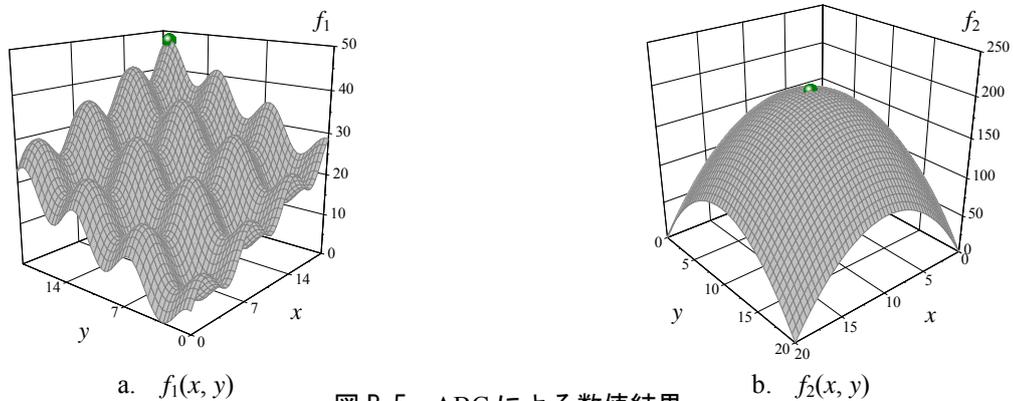


図 B.5 ABC による数値結果

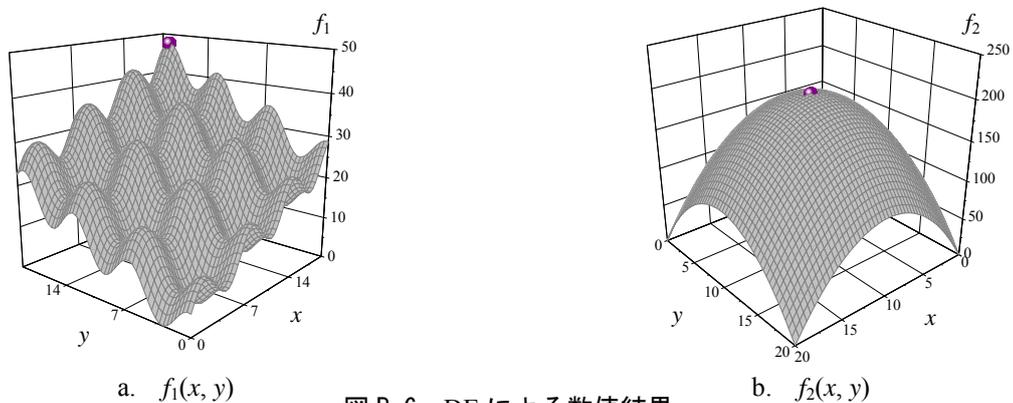


図 B.6 DE による数値結果

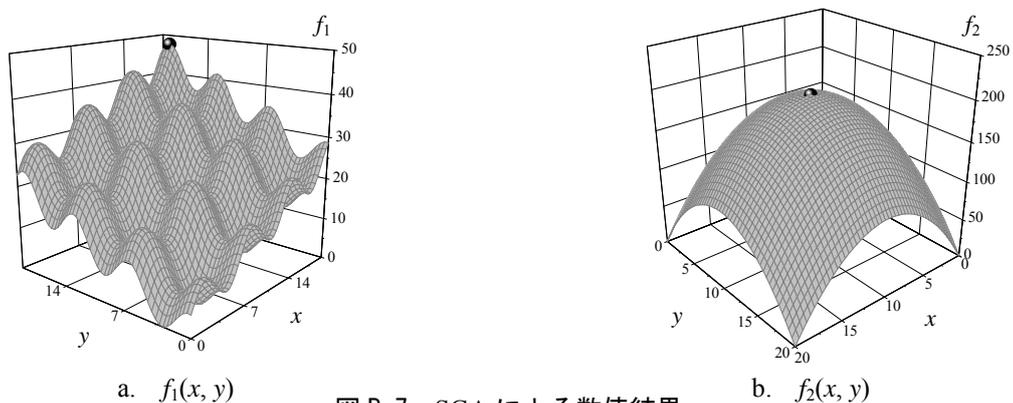
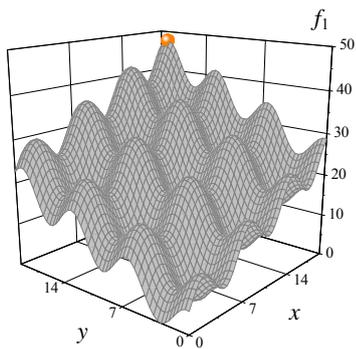
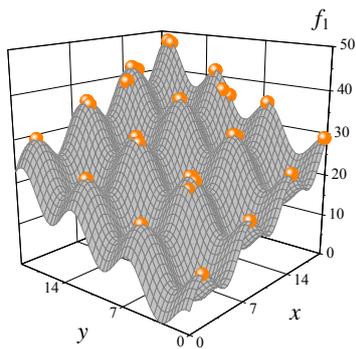


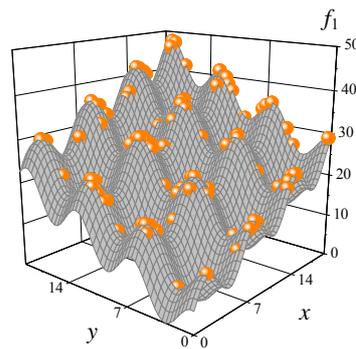
図 B.7 SGA による数値結果



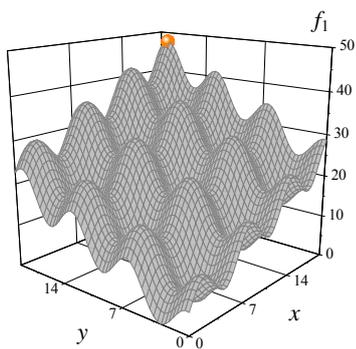
$\alpha = 0.1, \gamma = 0.001$



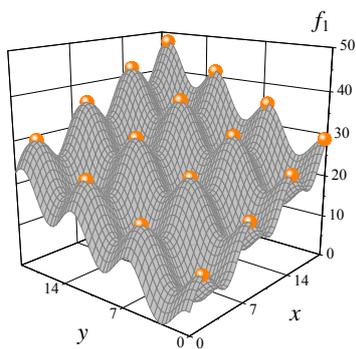
$\alpha = 0.1, \gamma = 1.0$



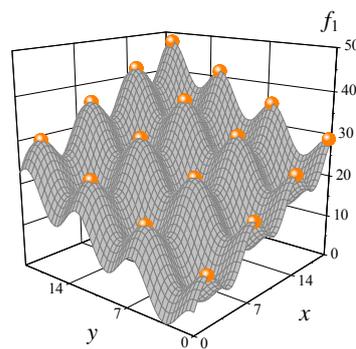
$\alpha = 0.1, \gamma = 100.0$



$\alpha = 1.0, \gamma = 0.001$

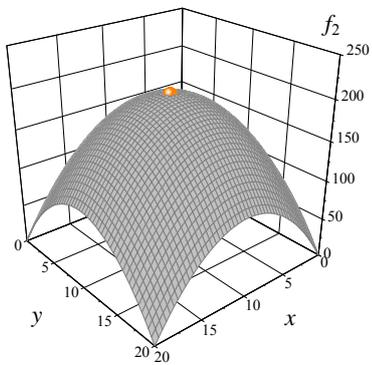


$\alpha = 1.0, \gamma = 1.0$

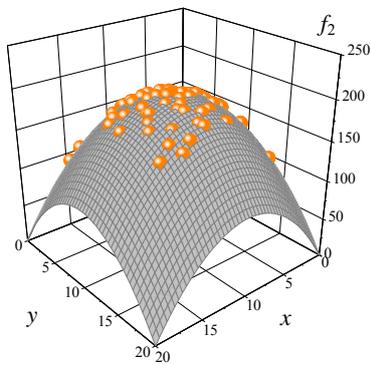


$\alpha = 1.0, \gamma = 100.0$

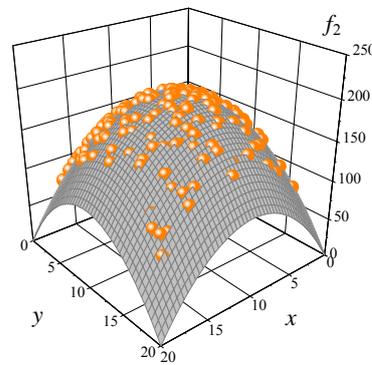
a. $f_1(x, y)$



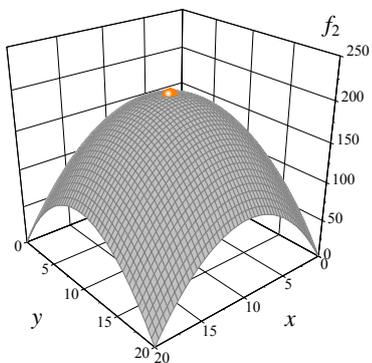
$\alpha = 0.1, \gamma = 0.001$



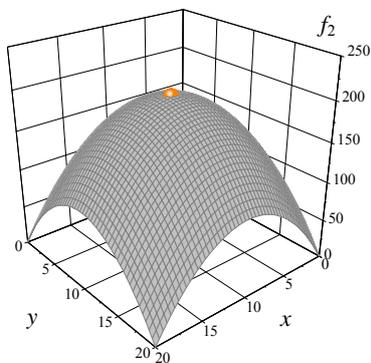
$\alpha = 0.1, \gamma = 1.0$



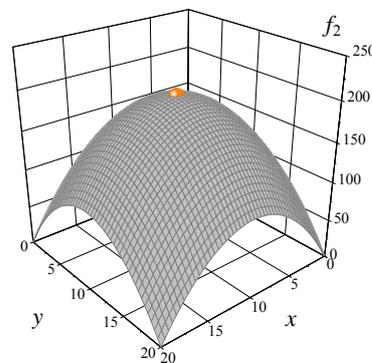
$\alpha = 0.1, \gamma = 100.0$



$\alpha = 1.0, \gamma = 0.001$



$\alpha = 1.0, \gamma = 1.0$



$\alpha = 1.0, \gamma = 100.0$

b. $f_2(x, y)$

図 B. 8 FA による数値結果

B.2.2 多目的最適化問題

$f_2(x, y)$ と $f_3(x, y)$ の関数に対する多目的最適化問題の数値結果を図 B.9-B.11 に示す。

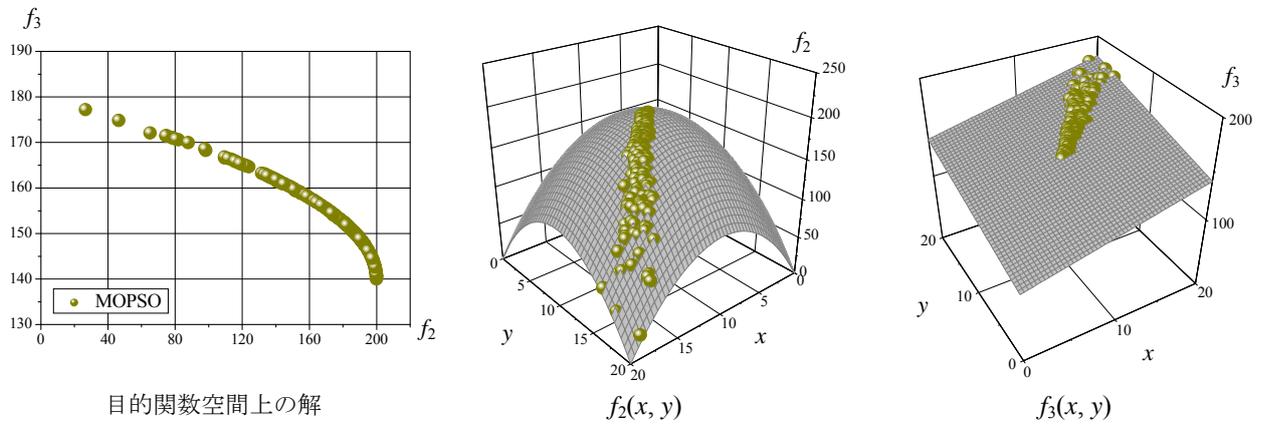


図 B.9 MOPSO による数値結果

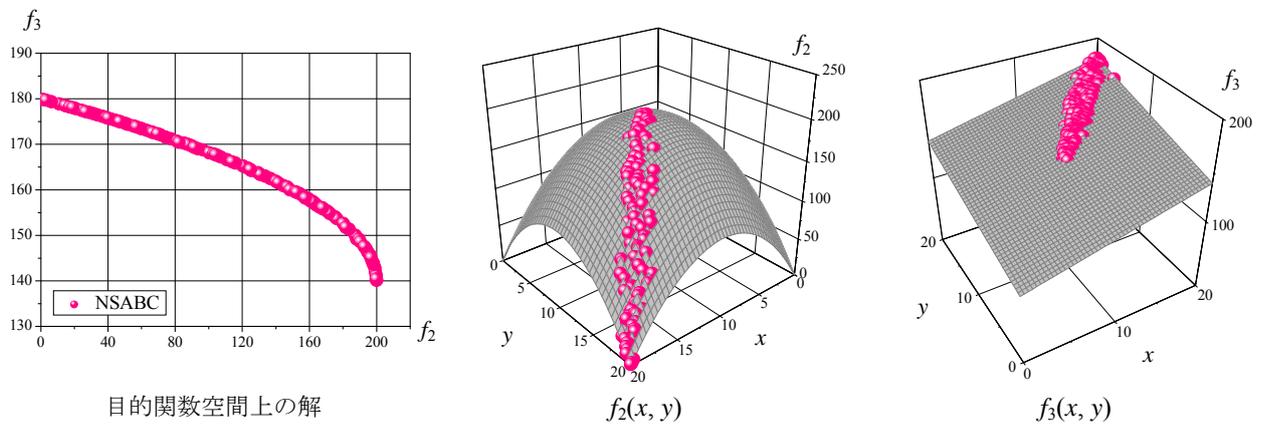


図 B.10 NSABC による数値結果

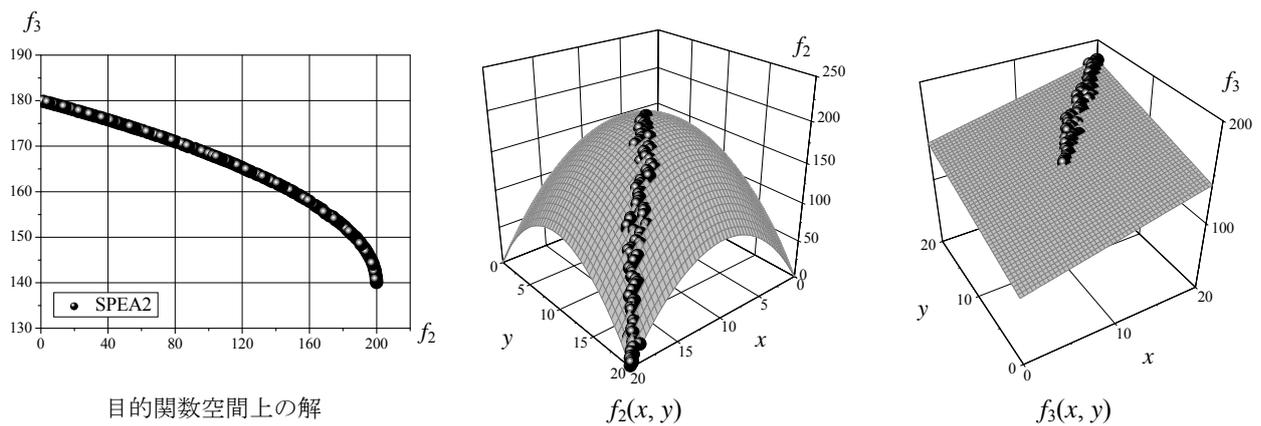


図 B.11 SPEA2 による数値結果

B.2.3 アルゴリズムの評価

唯一の大域的最適解を持つ単一目的最適化問題において、PSO, ABC, DE, SGA は大域的最適解を捉える。PSO は設定パラメータが少なく、汎用性が高いアルゴリズムで構成されている。探索個体は慣性力により、探索初期段階には広範囲を探索し、探索終盤に大域的最適解近傍に集中する。ABC は探索食糧源の選択・破棄を行いながら、大域的探索と局所探索を繰り返すことで解を探索する。このため、他の解法より探索個体の収束速度が遅く、複雑な最適化問題に適用する場合には最大反復回数を大きく設定する必要がある。DE は SGA と類似した操作により解を探索する。ただし、SGA が設計変数を遺伝子で表現して交叉・突然変異を行うのに対し、DE は直接実数値を用いて行う。このため、アルゴリズムは SGA より単純であり、解探索に費やす時間が少ない。また、多くの設計変数を有する最適化問題への適用時には、スケールリングパラメータ・交叉率の設定で局所最適解の探索も可能である。以上の解法は、大域的最適解の探索精度を向上させるために局所最適解への早期収束を防ぐアルゴリズムを持つのに対し、FA はパラメータ α, γ の設定により大域的最適解だけでなく局所最適解の獲得に重点を置いた探索を可能とする。 α を小さくすることで解の収束を遅延させることができ、結果として、大域的最適解や局所最適解近傍の比較的評価の高い解も獲得することができている (図 B.8)。ただし、 α の設定は解探索における乱数項のステップ幅を決定しているに過ぎない点に注意が必要である。 $\alpha=0.1, \gamma=100.0$ の設定で最大反復回数を大きく設定すると、探索個体近傍にある最適解に収束することを確認している。 γ は局所的に評価の高い解への収束を調節するパラメータである。 γ の値が小さいとき目的関数値の評価を重視し、大域的最適解を捉えやすくなる。しかし、 γ は問題に応じて適当な設定値が大きく異なるため、設定値の決定には経験的な試行錯誤が必要となる。これは、ユーザの負担増加に繋がり、今後、パラメータ設定に関して何らかの指標が導入されることが望まれる。なお、複数の大域的最適解を有する問題に適用すると PSO, ABC, FA は一度に複数の解を捉えることができ、DE, SGA は唯一の解しか得られないものの、試行毎に異なる解を捉える。

解空間が単純曲面を有する多目的最適化問題において、MOPSO, NSABC, SPEA2 により得られる解はパレートフロントを形成する。MOPSO は目的関数空間だけでなく設計変数空間の多様性を維持するため、得られたパレートフロントは目的関数空間上で解密度が一定にならない。また、探索個体の分散スキームは導入されているが、PSO と同様に探索個体が集中する傾向が見られる。結果として、パレートフロント端部における解探索が不十分になっている。NSABC は NSGA-II と同様のスキームを用いてパレート最適解を探索するため、得られる解は目的関数空間の多様性を維持している。また、探索個体自身の過去の探索履歴を用いる群知能解法の特徴を持ち合わせており、特別なスキームは導入されていないものの設計変数空間上の多様性も見られる。SPEA2 は目的関数空間の多様性を維持する強力な GA 系解法であり、得られたパレートフロントは 3 解法の中で厳密なパレート最適解に最も近い解分布を示した。ただし、設計変数空間の多様性は低く、多種多様な形態獲得を目的とした構造最適化に対する有効性は低い。なお、解空間が複雑な多目的最適化問題にこれらの解法を適用すると、MOPSO, NSABC はパレートフロント端部における解探索がより困難になり、SPEA2 は局所パレート解に陥りやすい傾向がある。

以上より、単一・多目的最適化問題に対する代表的な発見的多点探索手法による数値実験を行い、アルゴリズムの解探索特性について考察した。設定パラメータが比較的多い解法 (FA, DE, SGA, SPEA2) は、問題毎に設定値を変更する必要がある一方で種々の最適化問題に適応でき、その設定によっては局所最適解の探索も可能となる。パラメータの少ない解法 (PSO, ABC, MOPSO, NSABC) は、ユーザの負担軽減が見込まれるが、様々な最適化問題に適応するため汎用性の高い解法であることが求められる。これら解法の解探索特性を把握した上で、問題に応じた解法を選択することが重要である。

B.3 優良解探索解法のパラメータ特性

ここでは、単一・多目的最適化において ISPSO, ISABC, ISGA の優良解探索パラメータが解探索に与える影響を把握する。各解法の基本的な探索パラメータはそれぞれ表 B.9-B.11 とし、単一目的最適化ではクラスタ数 $r = 1, 10, 100$, 上位個体選択率 $H = 0.01, 0.1, 0.2$ の全 9 パターン、多目的最適化では $r = 10, H = 0.01, 0.1, 0.3$ の全 3 パターンの数値結果を示す。なお、記憶細胞数 $M = 100$, 記憶細胞除去率 $q = 0.0$ は全試行で一定とする。

表 B.9 ISPSO パラメータ

探索点数	200
C_1	2.0
C_2	2.0
最大反復回数	200

表 B.10 ISABC パラメータ

<i>Employed bee</i>	200
<i>Onlooker bee</i>	200
<i>limit</i>	200
最大反復回数	200

表 B.11 ISGA パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代交代率	1.0	突然変異率	0.04
交叉率	1.0	選択方式	トーナメント
世代数	200	交叉方式	二点交叉

B.3.1 単一目的最適化問題

$f_1(x, y)$ の関数に対する ISPSO の数値結果を図 B.12 に示す。

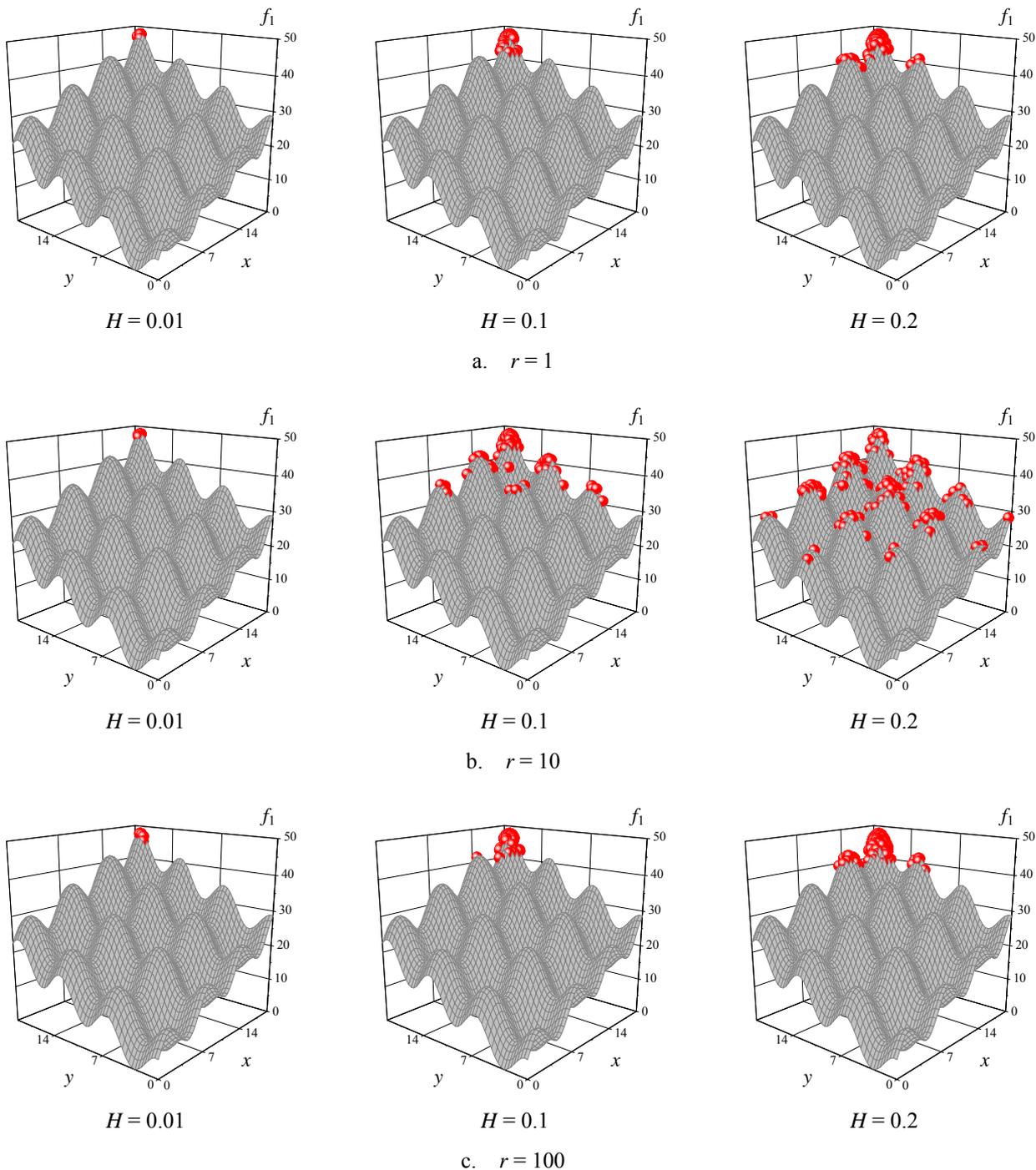


図 B.12 ISPSO による数値結果 $f_1(x, y)$

$f_2(x, y)$ の関数に対する ISPSO の数値結果を図 B.13 に示す。

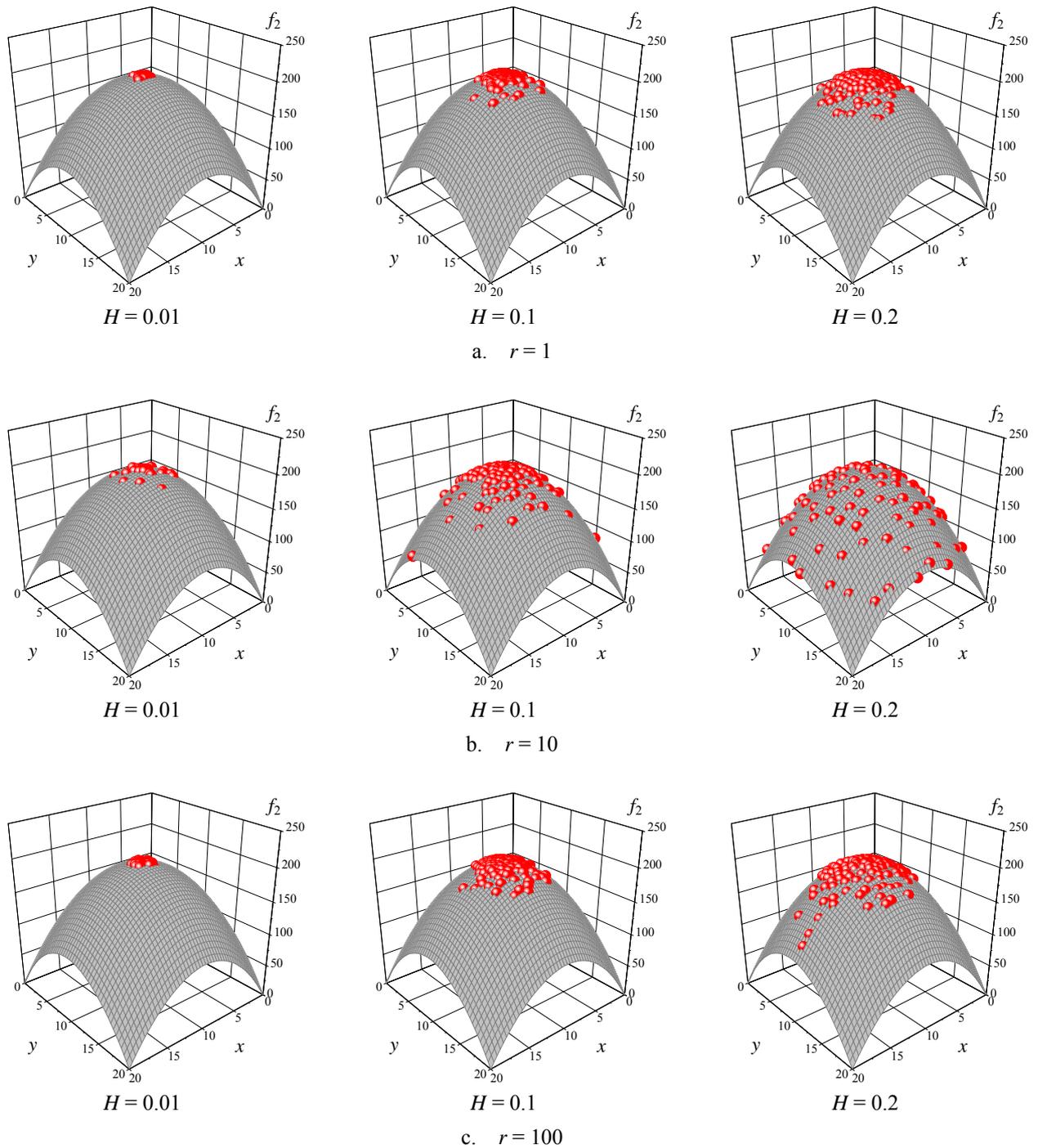


図 B.13 ISPSO による数値結果 $f_2(x, y)$

$f_1(x, y)$ の関数に対する ISABC の数値結果を図 B.14 に示す。

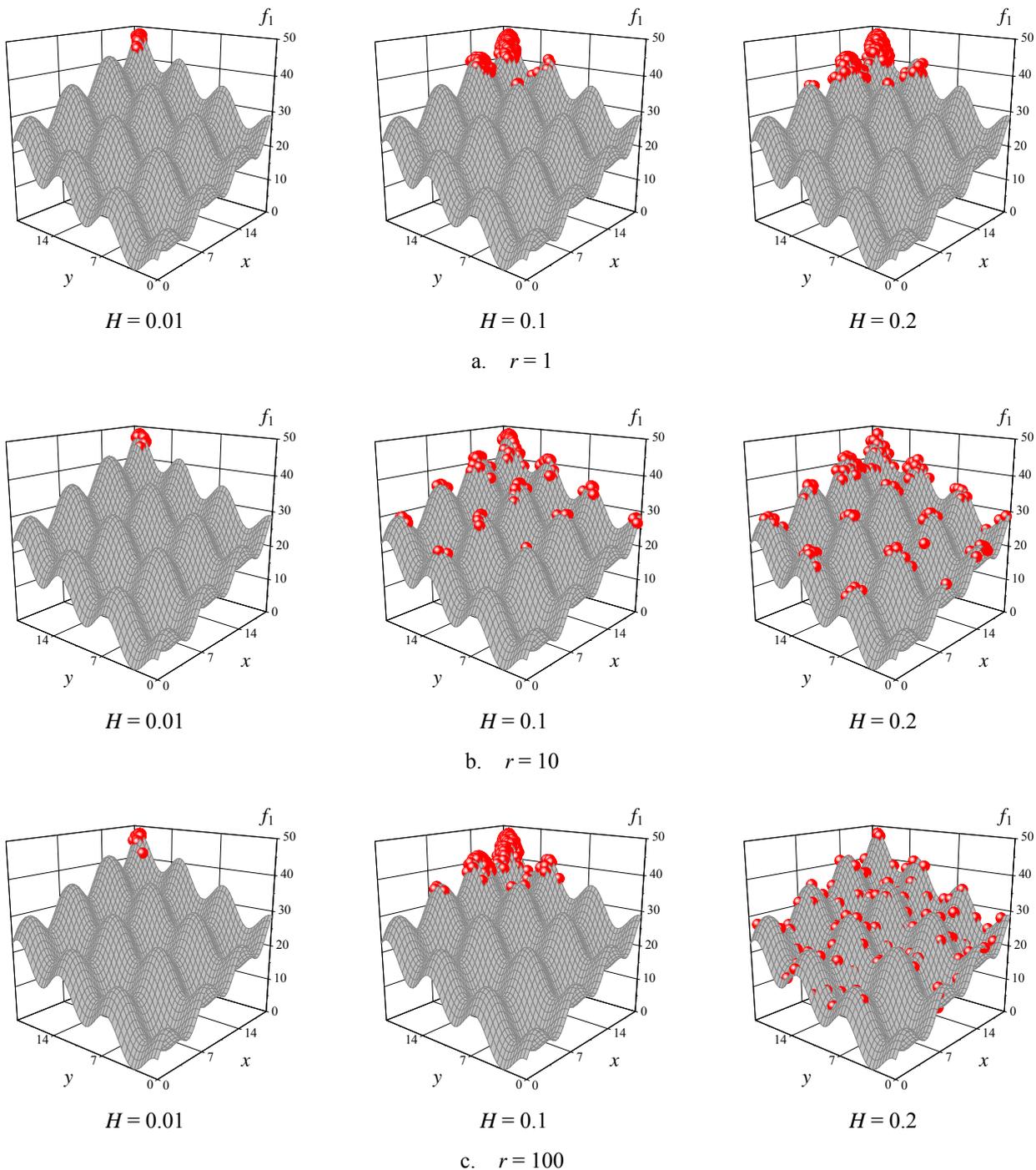


図 B.14 ISABC による数値結果 $f_1(x, y)$

$f_2(x, y)$ の関数に対する ISABC の数値結果を図 B.15 に示す。

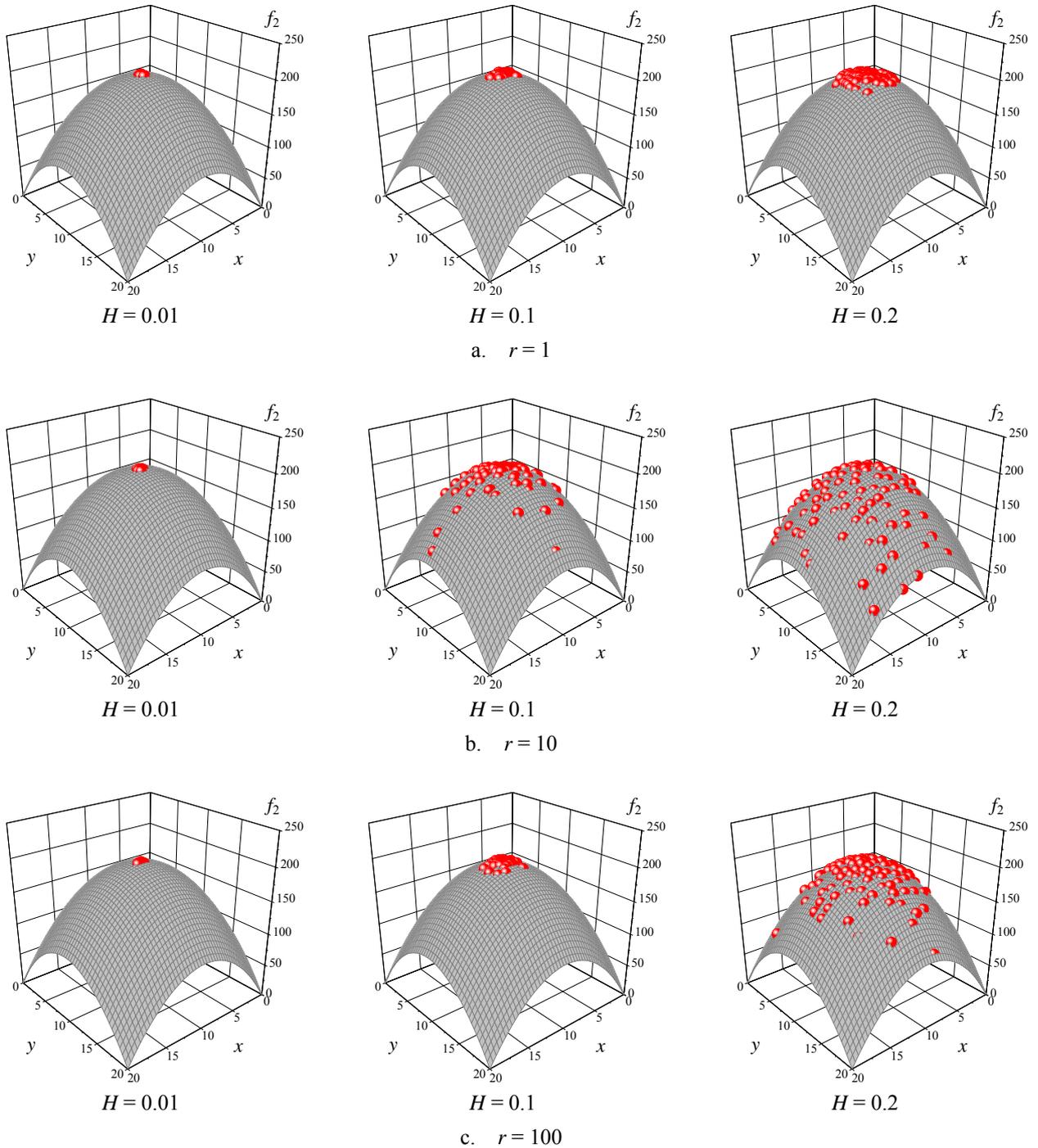


図 B.15 ISABC による数値結果 $f_2(x, y)$

$f_1(x, y)$ の関数に対する ISGA の数値結果を図 B.16 に示す。

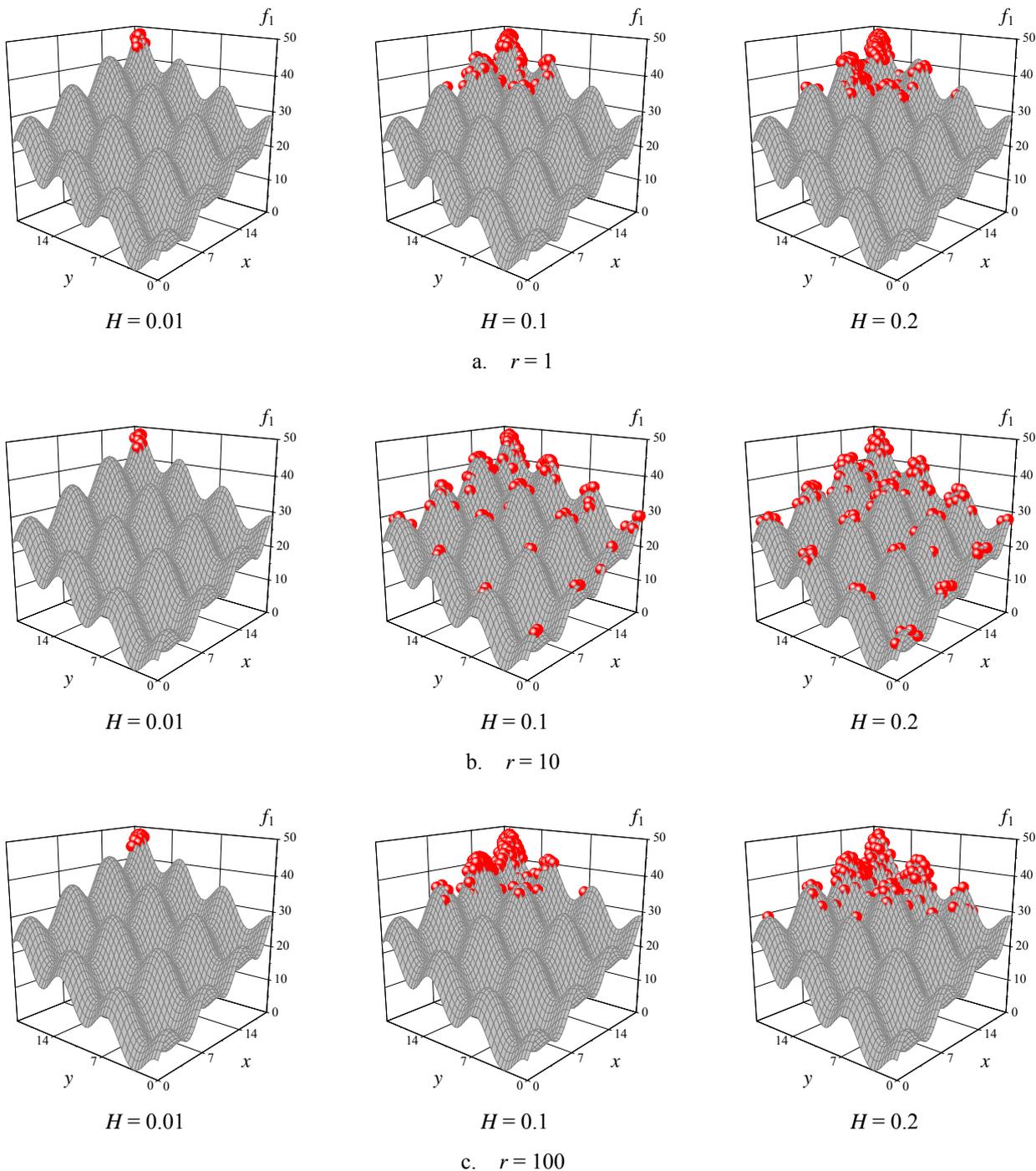


図 B.16 ISGA による数値結果 $f_1(x, y)$

$f_2(x, y)$ の関数に対する ISGA の数値結果を図 B.17 に示す。

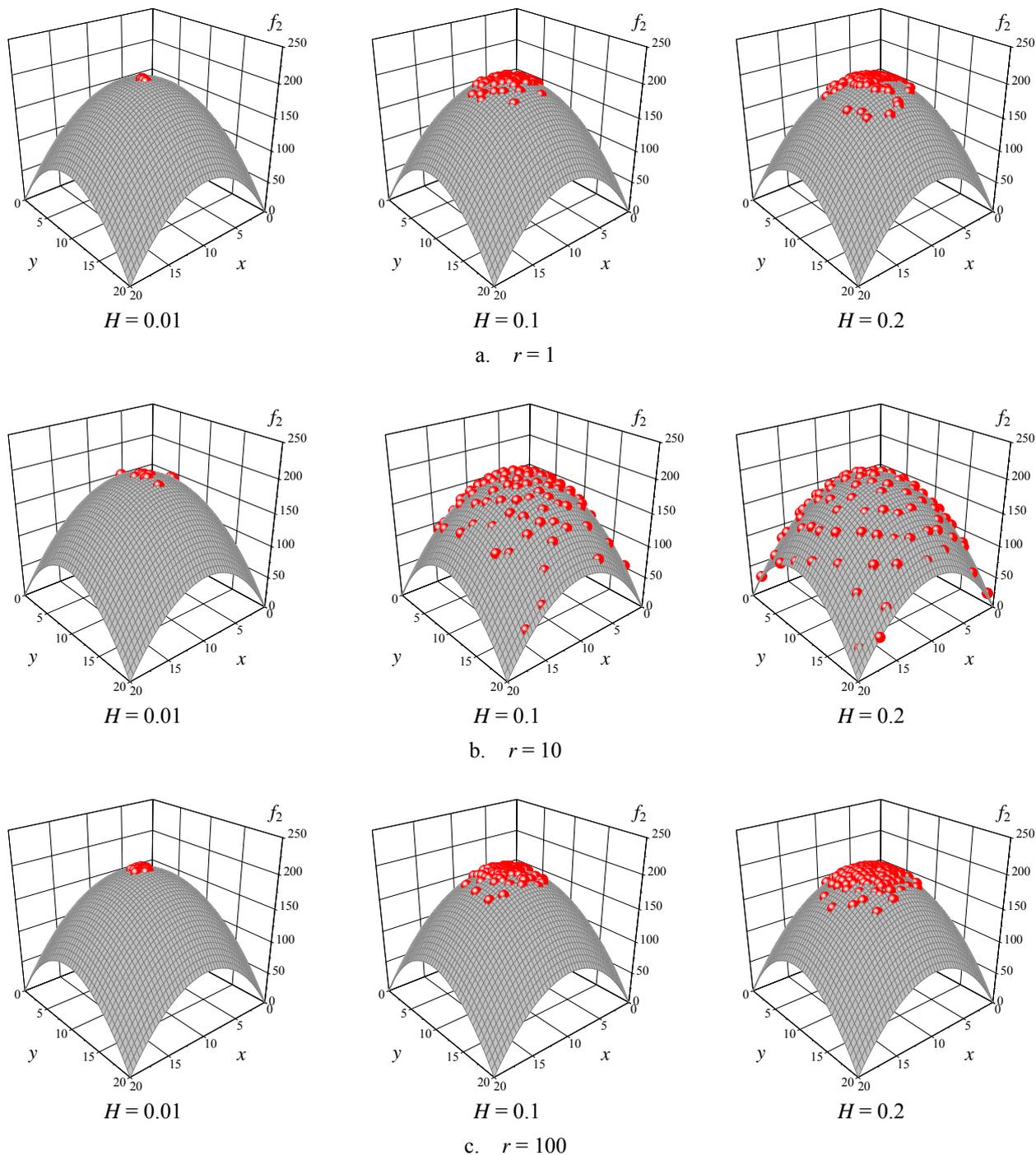


図 B.17 ISGA による数値結果 $f_2(x, y)$

B.3.2 多目的最適化問題

$f_2(x, y)$ と $f_3(x, y)$ の関数に対する ISPSO ($r = 10$)の数値結果を図 B.18 に示す。図 B.18 には比較のため MOPSO による解もプロットしている。

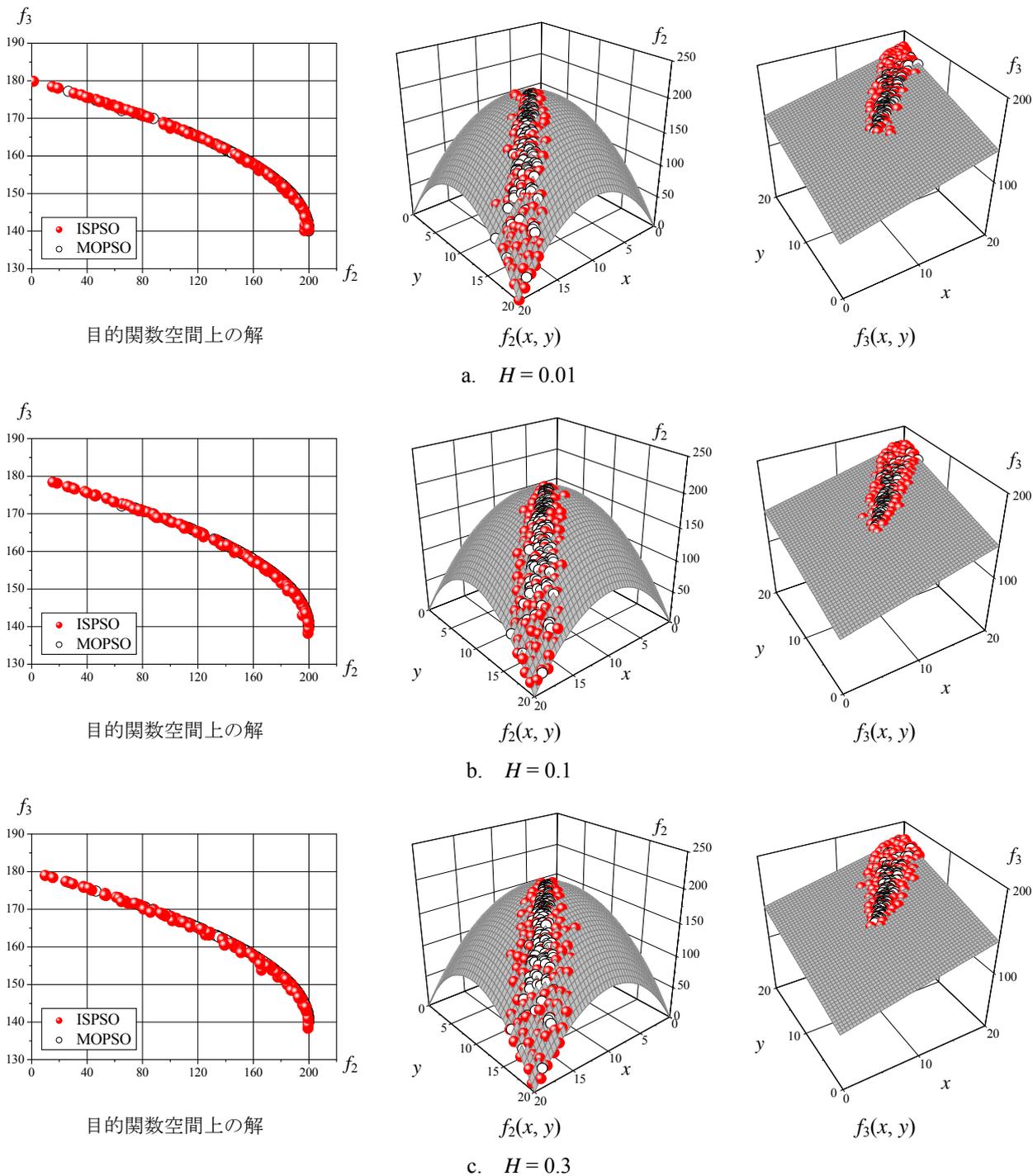


図 B.18 ISPSO による数値結果 ($r = 10$)

$f_2(x, y)$ と $f_3(x, y)$ の関数に対する ISABC ($r = 10$)の数値結果を図 B.19 に示す。図 B.19 には比較のため NSABC による解もプロットしている。

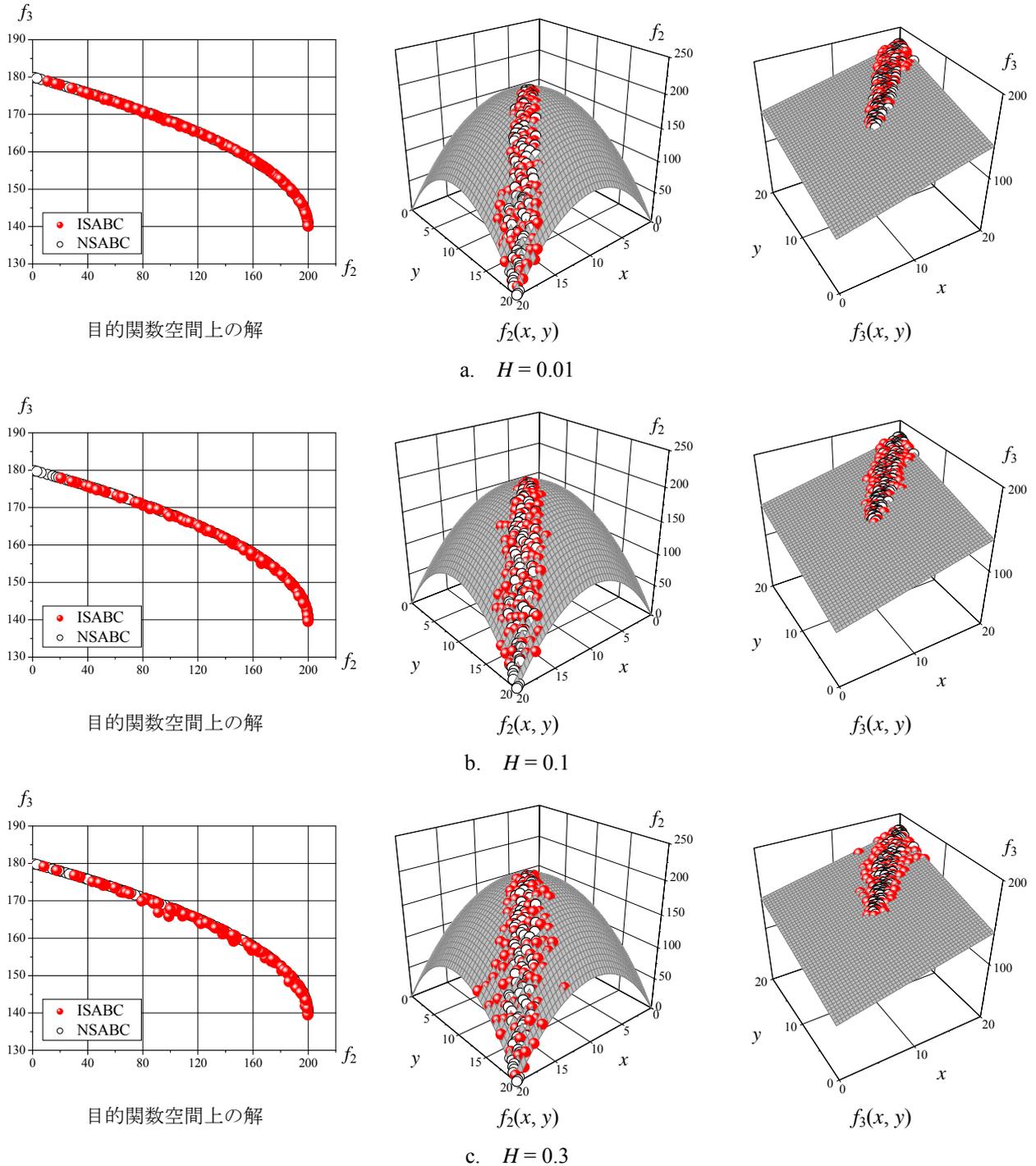


図 B.19 ISABC による数値結果 ($r = 10$)

$f_2(x, y)$ と $f_3(x, y)$ の関数に対する ISGA ($r = 10$)の数値結果を図 B.20 に示す。図 B.20 には比較のため SPEA2 による解もプロットしている。

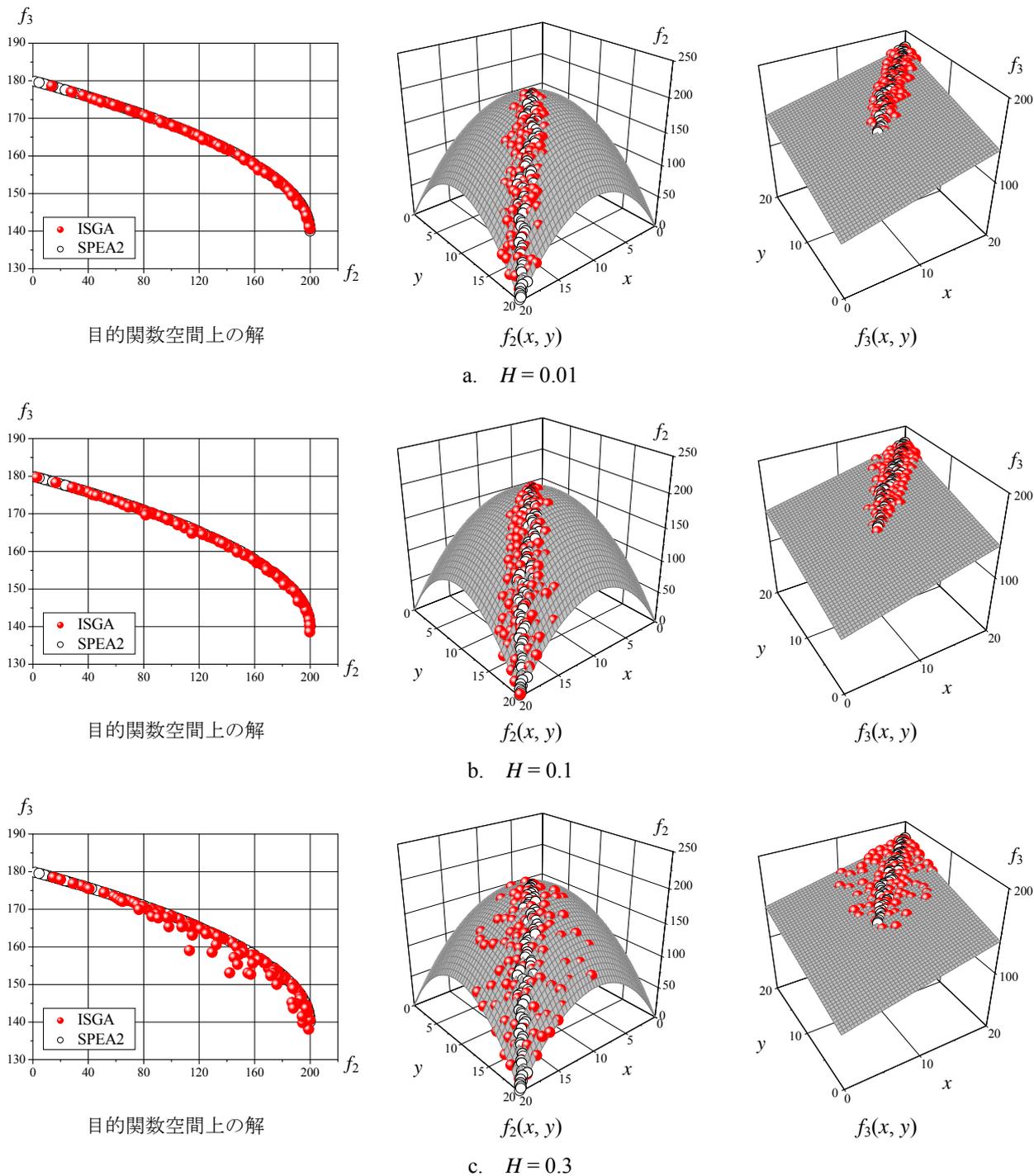


図 B.20 ISGA による数値結果 ($r = 10$)

B.3.3 各解法の特長

単一目的最適化問題において、ISPSO, ISABC, ISGA はクラスタ数 r , 上位個体選択率 H の設定により得られる優良解の探索範囲を制御することができる。 H は得られる優良解の範囲に直接的に影響し、 $H = 0.01$ の設定で PSO, ABC, SGA により得られる解と同様の大域的最適解を捉え、 $H > 0.01$ のとき優良解の範囲を広げる。 r は探索個体の設計変数空間上における細分化数を決定し、局所的に評価の高い解の選択に影響する。複数のピークを持つ sin-cos 関数では、ISPSO, ISABC, ISGA は $r = 10$ の設定で多くの局所最適解を捉えた。特に、ISGA は全ての局所最適解が得られている。これは、ISGA が相対評価値に基づいて探索個体を生成しているためである。ISPSO, ISABC は解探索を広げる操作を導入しているものの、基本的には解の更新を行いながら解探索を進めるアルゴリズムである。したがって、評価の高い局所最適解のみを捉えている。ただし、ISABC は $r = 100$ のとき ISPSO, ISGA とは異なり設計変数空間上で広くばらけた解分布を得ている。これには探索過程における探索個体の移動方法・集中度が大きく関係している。ISPSO は大域的最適解や評価の高い局所最適解に探索個体が密集しており、得られた優良解も大域的最適解近傍の解が多く得られる。ISGA は探索個体が広くばらつき、個体同士が均等に分割されたクラスタを組むことで、適切な相対評価が与えられている。結果として ISPSO よりも範囲が広い、高評価の優良解が得られている。これらに対し、ISABC は多くの探索個体が大域的最適解周辺に密集しているものの、いくつかの個体が離れた位置に存在する。これにより、相対評価値の逆転現象が生じ、密度が低い優良解が得られたと考えている。単純な解空間を有する sphere 関数では、 $r = 10$ のとき全解法で設計変数空間を網羅する形で優良解が得られた。これは $r = 10$ の設定が、探索個体に適切な相対評価を与えることができていない結果である。つまり、 r の設定は解空間の峰密度と探索個体の数に応じて決定する必要がある。

多目的最適化問題において、ISPSO, ISABC, ISGA は r の違いによらない結果を得た。これはここで扱った関数が単峰性の解空間を有しているためであり、多くの評価の高い解や局所パレート解を有する最適化問題の場合には、 r の設定は単一目的最適化問題と同様に重要な意味を持つ。優良解探索解法は従来の最適化手法と比較して、設計変数空間の多様性を維持した解を多く捉えており、 H による優良解の変化は全解法で殆ど同傾向を示した。特に、ISGA は $H = 0.3$ において広くばらついた解分布を形成した。既に述べたように、ISGA は相対評価値により探索個体を評価・生成している。つまり、目的関数値の評価が低い個体であっても解の多様性が高い場合、高評価個体として次世代に選択されやすくなる。この結果として、 H を大きくすると優良解探索解法の中で最も多様な解が得られている。特に、複雑な解空間を有する問題に適用すると、局所パレート解に陥りやすい傾向があり、この特性を活かした優良解探索を行う。ISPSO, ISABC, ISGA は探索個体をパレートランキング方式による強度計算を用いて評価を行う。このため、単一目的最適化問題ではエリート解が 1 つしか存在しないのに対し、多目的最適化問題ではエリート解が非劣解の数だけ存在する。これより、 $H = 0.01$ と $H = 0.1$ では得られる優良解には殆ど変化がなく、 $H = 0.1$ の設定で目的関数空間上の多様性を維持した解が得られた。つまり、ISPSO, ISABC, ISGA による優良解は単一目的最適化問題と多目的最適化問題では本質的に異なる特性を有している。

以上より、単一・多目的最適化問題における ISPSO, ISABC, ISGA の優良解特性と解探索の違いを明らかにした。ここで扱った 2 変数関数最大値探索問題では、ISGA が最も多様性が高く、広範囲の優良解を捉えることを示した。今後、種々の最適化問題・構造形態創生問題を対象に、ISPSO, ISABC, ISGA の優良解探索特性について更なる検討・考察が必要になるだろう。

参考文献

参考文献

- [1] 坪井善昭, 川口衛, 佐々木睦朗, 大崎純, 植木隆司, 竹内徹, 河端昌也, 川口健一, 金箱温春: *力学・素材・構造デザイン*, 建築技術, 2012
- [2] 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究-その 1 シェル構造への適用-, 日本建築学会構造系論文集, **496**, 67-73, 1997.6
- [3] 藤田慎之輔, 大崎純: ひずみエネルギーとパラメトリック曲面の代数不変量を考慮したシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, **639**, 857-863, 2009.5
- [4] 木村俊明, 大森博司: 形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用-自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案(その 1)-, 日本建築学会構造系論文集, **640**, 1091-1098, 2009.6
- [5] 木村俊明, 大森博司: 形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用-自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案(その 2)-, 日本建築学会構造系論文集, **648**, 367-376, 2010.2
- [6] 浜田英明, 大森博司: 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案-その 1 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法-, 日本建築学会構造系論文集, **609**, 105-111, 2006.11
- [7] 浜田英明, 大森博司: 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案-その 2 最適性条件による理論的解法-, 日本建築学会構造系論文集, **618**, 143-150, 2007.8
- [8] 本間俊雄, 野瑞憲太: 解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, **614**, 35-43, 2007.4
- [9] 和田大典, 本間俊雄: 自由曲面シェル構造の形態決定における優良解探索と解の多様性, 構造工学論文集, **58B**, pp.453-460, 2012.3
- [10] Y.Okita, T.Honma: Structural Morphogenesis for Free-Form Grid Shell Using Genetic Algorithms with Manipulation of Decent Solution Search, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, **53** (3), 177-184, 2012.9
- [11] J.Kennedy and R.Eberhart: Particle Swarm Optimization, Proc. of IEEE International Conference on Neural Network (ICNN), IV, 1942-1948, 1995
- [12] D.Karaboga and B.Basturk: A Powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm, Journal of Glob Optimization 39, 459-471, 2007
- [13] S. Kirkpatrick, C. Gelatt and M. Vecchi: Optimization by simulated annealing, Science, **220**, 671-680, 1983
- [14] 日本建築学会編: *建築最適化への招待*, 日本建築学会, 2005
- [15] Xin-She Yang: *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms, second edition*, Luniver Press, 2010
- [16] 北山哲士, 荒川雅生, 山崎光悦: 領域適応型 Particle Swarm Optimization の提案, 日本機械学会論文集 (C 編), **73**(725), 2007.1
- [17] 北山哲士, 宮川智栄, 荒川雅生, 山崎光悦: 領域適応型 Particle Swarm Optimization による複数の最適解の探索, 日本機械学会論文集 (C 編), **75**(751), 2009.3
- [18] K.Deb, S.Agrawal, A.Pratab, T.Meyarivan: A First Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithms for Multi-Objective Optimization: NSGA-II, In KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, 2000

- [19] E.Zitzler, M.Laumanns and L.Thiele : SPEA2 : Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithms, Technology Report 103, Computer Engineering and Communication Network Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2001
- [20] Hu, X. and Eberhart, R. : Multiobjective Optimization Using Dynamic Neighborhood Particle Swarm Optimization, IEEE Proceedings, World Congress on Computational Intelligence, 1677-1681, 2002
- [21] Parsopoulos, K.E. and Vrahatis, M.N : Particle Swarm Optimization Method in Multiobjective Problems, Proceedings of the 2002 ACM Symposium on Applied Computing, 603-607, 2002
- [22] Mostaghim, S. and Teich, J. : Strategies for Finding Good Local Guides in Multi-objective Particle Swarm Optimization (MOPSO), IEEE 2003 Swarm Intelligence Symposium, 26-33, 2003
- [23] Fieldsend, J. : Multi-Objective Particle Swarm Optimization Methods, Technical Report 419, Dept. of Computer Science, University of Exeter, 2004
- [24] Wenping Zou, Yunlong Zhu, Hanning Chen, Beiwei Zhang : Solving Multiobjective Optimization Problems Using Artificial Bee Colony Algorithm, Hindawi Publishing Corporation Discrete Dynamics in Nature and Society Volume 2011, Article ID 569784, 37 pages, 2011
- [25] 金和美, 廣安知之, 三木光範 : 目的関数空間と設計変数空間におけるパレート最適解の多様性を維持するアーカイブメカニズム, 情報処理学会論文誌, 数理モデル化と応用, **46**(SIG17(TOM13)), 102-113, 2005
- [26] 小林賢二, 廣安知之, 三木光範 : ネットワークインバージョンを利用した多目的遺伝的アルゴリズムのための多様性維持メカニズム, 情報処理学会論文誌, 数理モデル化と応用, **1**(1), 27-42, 2008
- [27] Shohei Habaguchi, Satoshi Kitayama, Koetsu Yamazaki : Multi-Objective Particle Swarm Optimization using the Pareto-Fitness Function, 6th China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems, 2010.6
- [28] 本間俊雄 : 構造形態の創生と最適化, 第 9 回新「シェル・空間構造」セミナー—設計への計算機の応用と解析上の留意点, 日本建築学会, 25-32, 2010.7
- [29] 佐々木睦朗 : FLUX STRUCTURE フラックスストラクチャー, TOTO 出版, 2005
- [30] M. Dorigo, V. Maniezzo and A. Colomi : Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS-PART B: CYBERNETICS, **26**(1), 29-41, 1996.2
- [31] R. Storn and K. Price : Differential Evolution-A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, Journal of Global Optimization, **11**, 341-359, 1997
- [32] 相吉英太郎, 安田恵一郎 : メタヒューリスティクスと応用, 電気学会, オーム社, 2007
- [33] 本間俊雄, 加治広之, 登坂宣好 : 免疫アルゴリズムによる構造システムの最適化と解の多様性, 日本建築学会構造系論文集, **588**, 103-110, 2005.2
- [34] 柳浦睦憲, 茨木俊秀 : 組合せ最適化—メタ戦略を中心として, 朝倉書店, 2001.1
- [35] 鷲津久一郎, 宮本博 : 有限要素法ハンドブック I 基礎編, 培風館
- [36] 日本建築学会編 : 空間構造の数値解析ガイドライン, 丸善, 2001
- [37] 藤井大地 : パソコンで解く構造デザイン, 丸善, 2002

- [38] Reissner, E., "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", J. Appl. Mech., ASME, Vol. 12, 1945, A69-A72.
- [39] Mindlin, R.D.: Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 18, 31-38, 1951
- [40] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., and Too, J.M.: Reduced integration technique in general analysis of plates and shells, Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol. 3, 275-290, 1971
- [41] K.J.Bathe and E.N.Dvorkin: Short communication a four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation, 21, 367-383, 1985.
- [42] 藤井文夫, 田中真人, 佐藤維美: *Fortran90/95* による有限要素法プログラミング, 丸善出版, 2014
- [43] 杉原厚吉: *グラフィックスの数理*, 共立出版, 1995
- [44] 和田大典, 本間俊雄: パラメトリック曲面の制御点高さ制約条件を利用した非対称曲面シェルの構造最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 823-824, 2010.9
- [45] G. Farin: *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design A Practical Guide*, Academic Press, 1996
- [46] 日本建築学会編: *鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説—許容応力度設計法 2010 年版*, 日本建築学会, 2010
- [47] 犬飼裕瑛, 高橋智也, 佐々木睦朗: 自由曲面の要素分割に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 825-826, 2007.8
- [48] 永田洗大, 本間俊雄: 構造最適化における自由曲面シェルの要素分割とベジエ曲面の制御点に関する考察, 日本建築学会研究報告, 九州支部, 構造系 **51**, 285-288, 2012.3
- [49] 松尾圭介, 本間俊雄: 優良解探索手法によるグリッドシェル構造の解形態に対するロバスト判別, 日本建築学会研究報告, 九州支部, 構造系 **51**, 277-280, 2012.3
- [50] 永田洗大, 本間俊雄: 優良解探索機能を導入した群知能による自由曲面シェル構造の形態, 日本建築学会構造系論文集, **684**, 345-354, 2013.2
- [51] N.Tanaka, T.Honma and Y.Yokosuka: Structural shape optimization of free-form surface shell and property of solution search using firefly algorithm, Journal of Mechanical Science and Technology, 29(4), 1449-1455, 2015.2

本研究に関連した論文・受賞

本研究に関連した論文・受賞

審査論文

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
永田洸大 本間俊雄	優良解探索機能を導入した群知能による自由曲面シェル構造の形態	日本建築学会構造系論文集 第 78 巻 第 684 号	345-354	2013.2
永田洸大 本間俊雄	優良解探索群知能による自由曲面シェル構造の多目的最適化	日本建築学会構造系論文集 第 78 巻 第 690 号	1429-1437	2013.8
永田洸大 本間俊雄	開口・内包体積を考慮した自由曲面シェル構造の形態創生と優良解探索 SI の解特性	構造工学論文集 61B	263-270	2015.3
永田洸大 本間俊雄	ベジエ曲線によるトリム曲面を用いた開口部を有する自由曲面シェルの形状最適化	構造工学論文集 64B	515-523	2018.3

口頭発表(国際シンポジウム)

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
K. Nagata T. Honma	Structural Morphogenesis Using Particle Swarm Optimization with Manipulation for Decent Solution Search	CD-ROM Proceedings of 9 th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-9)	Paper 176_1 (8pages)	2011.6
K. Nagata T. Honma	Structural Morphogenesis for Free Form Surface Shell Using Swarm Intelligence with Decent Solution Search Manipulation	7th China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems CD-ROM Proceeding	J083 (10pages)	2012.6
K. Nagata T. Honma	Multi-objective Optimization for Free Form Surface Shell using Swarm Intelligence with Decent Solutions Search	IASS Annual Symposium 2016 Proceeding	CS3Y-6 (10pages)	2016.9

口頭発表(国内シンポジウム)

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
本間俊雄 和田大典 永田洸大 沖田裕介	優良解探索機能を導入した GA 系解法および SI 系解法の特性と構造形態創生	日本建築学会シンポジウム「ソフトコンピューティングの最前線」講演論文集	21-32	2011.6

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
永田洸大 本間俊雄	優良解探索機能を導入した粒子群最適化 (PSO) の解特性と構造形態の創生	コロキウム構造形態の解析と創生 2011	81-86	2011.10
池畑泰志 永田洸大 本間俊雄	優良解探索機能を導入した人工蜂コロニー最適化 (ABC) による構造最適化	コロキウム構造形態の解析と創生 2011	103-108	2011.10
永田洸大 本間俊雄	優良解探索 PSO による非対称自由曲面シェル構造の形態	コロキウム構造形態の解析と創生 2012	17-22	2012.10
永田洸大 本間俊雄	自由曲面シェル構造の多目的最適化における優良解探索 ABC の解特性	コロキウム構造形態の解析と創生 2012	77-82	2012.10
永田洸大 本間俊雄	開口位置・形状を考慮した自由曲面シェルの構造最適化における優良解	コロキウム構造形態の解析と創生 2013	15-20	2013.10
永田洸大 本間俊雄	自由曲面シェル構造の形態創生におけるひずみエネルギーの比較と優良解探索	コロキウム構造形態の解析と創生 2017	64-69	2017.9

口頭発表 (日本建築学会大会・日本建築学会支部研究報告会)

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
永田洸大, 本間俊雄	優良解探索機能を導入した群知能による構造形態の創生	日本建築学会九州支部研究報告 構造系 50	365-368	2011.3
永田洸大 本間俊雄	優良解探索機能を導入した粒子群最適化による 2 次元トラス構造の多目的最適化	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	335-336	2011.8
永田洸大 本間俊雄	構造最適化における自由曲面シェルの要素分割とベジエ曲面の制御点に関する考察	日本建築学会九州支部研究報告 構造系 51	285-288	2012.3
永田洸大 本間俊雄	優良解探索粒子群最適化による自由曲面シェル構造の解形態	日本建築学会九州支部研究報告 構造系 51	289-292	2012.3
永田洸大 本間俊雄	優良解探索機能を導入した人工蜂コロニー最適化による自由曲面シェル構造の形態	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	827-828	2012.9

著者名	発表論文名	掲載誌	頁	発行年月
永田洸大 本間俊雄	優良解探索群知能による開口を有した自由曲面シェルの構造最適化-その1 単一目的最適化問題への適用-	日本建築学会九州支部研究報告 構造系 52	309-312	2013.3
永田洸大 本間俊雄	優良解探索群知能による開口を有した自由曲面シェルの構造最適化-その2 多目的最適化問題への適用-	日本建築学会九州支部研究報告 構造系 52	313-316	2013.3
永田洸大 本間俊雄	優良解探索群知能による開口を有した非対称自由曲面シェルの多目的最適化	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	981-982	2013.8
永田洸大 本間俊雄	優良解探索 ABC による開口形状を考慮した自由曲面シェルの構造最適化	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	793-794	2014.9
永田洸大 本間俊雄	有理ベジエ曲線による開口表現を用いた自由曲面シェルの構造最適化-制御点数と重み係数による解形状の比較-	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	1093-1094	2016.8
永田洸大 本間俊雄	軸ひずみエネルギーと曲げひずみエネルギーを目的関数とした自由曲面シェルの多目的最適化	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	1001-1002	2017.9
永田洸大 本間俊雄	曲げひび割れモーメント制約を導入した開口部を有する RC 自由曲面シェルの形状最適化	日本建築学会大会学術講演梗概集 構造 I	913-914	2018.9

受賞

著者名	表題	受賞名	受賞年月
永田洸大	優良解探索機能を導入した粒子群最適化(PSO)の解特性と構造形態の創生	コロキウム構造形態の解析と創生 2011 優秀講演	2011.10
永田洸大 佐々木亜衣 沖田裕介 土持拳	Jenga Automaton	コロキウム構造形態の解析と創生 2012 構造形態創生コンテスト入選	2012.10
中西昭太 永田洸大 佐藤智之 相場一樹	始原の棲み処	コロキウム構造形態の解析と創生 2013 構造形態創生コンテスト入選	2013.10

謝辭

本論文をまとめあげることができたのは、研究室関係者をはじめとした多くの方々のご助言、ご協力のおかげであり、みなさまの支えなくしてはまとめあげることはできませんでした。本論文を締めくくるにあたり、ご指導、ご鞭撻いただいたみなさまに深く感謝の意を表し、謝辞といたします。

はじめに、鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻教授・工学博士 本間俊雄先生には、本論文の主査として、また社会人として研究活動を行っていた期間を含め、学部4年次から博士後期課程までの9年間にわたり指導教員として、ご指導、ご助言、ご鞭撻を賜り、感謝の言葉を申し上げます。先生には、研究室配属の際、本研究の起点となるテーマを与えていただき、研究室在籍の間に国際会議やシンポジウムなど数多くの学会で発表する機会を与えていただきました。これらの学会を通して、建築や研究に対する多くの考え方を学ぶことができ、共に議論できる多くの仲間に出会うこともできました。ここに改めて心から厚くお礼申し上げます。

また、同教授・工学博士 塩屋晋一先生、同准教授・工学博士 黒川善幸先生、島根大学大学院総合理工学研究科建築・生産設計工学領域教授・工学博士(元鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻准教授) 澤田樹一郎先生には、本論文の副査として、論文審査および公聴会において、研究の方向性および論文の構成、今後の可能性などについて様々なご意見、ご指摘を賜り、よりよい論文を作成することができました。深く感謝いたします。

鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻准教授・工学博士 横須賀洋平先生、東海大学工学部建築学科教授・工学博士 山本憲司先生、豊橋技術科学大学名誉教授・工学博士 加藤史郎先生には、多くの学会活動を通して本研究に関する貴重なご意見をいただきました。ここに記して深謝いたします。また、日本大学生産工学部創生デザイン学科教授・工学博士 三井和男先生には、本研究に関連した模型を作製していただき、論文の内容がよりよいものとなりました。こころより厚くお礼申しあげます。

(株)大建設計プラント事業部 中島洋士事業部長をはじめ、多くの会社関係の方々には、社会人博士課程に籍を置くことに快諾いただいただけでなく、学会活動や研究に関する講習会への積極的な参加を承認いただくなど、業務の傍らで研究に取り組みやすい環境を整えていただきました。心より厚くお礼申し上げます。また、(株)梓設計 和田大典氏、(株)東畑建築事務所 沖田裕介氏とは、同年に鹿児島大学大学院社会人博士後期課程に進学し、本間研究室配属から今日まで研究に関する多くの議論だけでなく実務における様々なご助言もいただきました。ありがとうございます。鹿児島大学大学院理工学研究科文部科学技官 中村達哉先生や9年間で出会うことのできた本間研究室の先輩・同輩・後輩には多くの面でお世話になりました。充実した研究室生活を送ることができました。

最後に、放漫な生活を送る著者に対し、これまで多言せず温かく見守ってくれた家族に感謝いたします。これからも初心を忘れず精進いたします。

2019年3月

永田 洸大