ドゥルーズが『差異と反復』で言及していた数学はどのようなものであったのか、そしてそこにドゥルーズは何をみていたのか

近藤和敬

1. はじめに

本論文は[1]、ドゥルーズの主著である『差異と反復』の中でも、特

[1] 本論文は、二〇〇八年に出版された（小泉義之、鈴木泉、檜垣立哉編）『ドゥルーズ／ガタリの現在』（平凡社）のために、おそらく二〇〇七年頃に書かれた草稿をもとにしている。この草稿は、同時に書かれたもう一つの論文『差異と反復』における微分法の位置と役割」と対をなすものとして、その直前に書かれた。しかし後者は『ドゥルーズ／ガタリの現在』に所収されたが、本論文はその長さやテクニカルな議論の多さから掲載されるべき場所をもたなかった。また、あえてこれまで掲載しなかったのは、ここでの議論の正当性にたいしてこれまで確信をもつことができなかったからでもある。この確信をもつことができたのは、『哲学とは何か』についての研究が進んだことによる。本論文はほとんど書き換えていないが、〈みる〉ことを「比喩」に関連して論じられていた箇所だけ削除している。しかしこれによる本文全体の論理には影響はない。また、本論文掲載にあたって付記した註は、脚注とし、二〇〇七年に作成された註は章末註とした。

本論文の背景にあるのは、『知の欺瞞』におけるドゥルーズの『差異と反復』にたいする批判である。本論文で確認するように、そこでのソーカルらによる批判的指摘はほとんどの点において正しいようにわたしには思われる。このことから引き出すことのできる哲学にかんする知見とはどのようなものであるか。そもそも哲学にかんするなんらかの認識を、科学的あるいは数学的な他の学問領域において真であるとされる認識や、その認識において意味が確定されている概念を出発点とする推論でもって引き出すことができるのか、と問う必要がある。ある概念が、ある特定科学領域における理論内部のものとして参照される場合があるとしよう（たとえばシャルル＝ボイルの法則）。この概念と、たとえば熱量という概念を結びつける議論をしようとする場合、熱力学や化学における理論や実験を無視することはできないし、またそこでの結果と矛盾することを（哲学の名においてであれ、それ以外のものとしてであれ）もし主張するとすれば、それは当然後者のほうが誤っている蓋然性が大きいと考えるのは理にかなっている。あるいは、熱量のようにまったく当該の理論内部の用語として認められているものだけでなく、当該理論内部の用語によって翻訳ないし解釈可能であることが想定されている用語（たとえば「パターン」や「構造」、「タイプ」、「物質」など）との結合においても同様である。これらの結合において、当該の諸科学以上のことを、哲学が引き出してくることができると考えるのは傲慢に他ならない。このような傲慢が哲学に可能であるためには、哲学が扱う哲学的概念が「普遍者」であると想定する必要がある。つまり、哲学は、すべての学問を横断し、かつそれを超越する「普遍者 universaux」についての認識であると想定することによる。そうではなくて、哲学が扱う概念は、指示対象をもたず、もっぱら強度的なもののみからなる自己指示的な諸概念の順序付けられた結合であると考える場合に、哲学的認識はもっぱら哲学的概念の力による認識となると、ドゥルーズは最晩年の『哲学とは何か』では論じられる。この場合、哲学における認識は、場合によって諸科学の概念と交差することがあるとしても、根本的には本性的に異なるものであることになる。根本的に異なるということは、しかし科学について哲学がなにも言及しないということを意味しない。たとえば、科学それ自体が、人間の認識や存在論のなかでどのような位置

づけにおかれるべきであるのか、ということは、人間、認識、存在、といったそれ自体が哲学的概念としての位置を与えうる諸概念との結合の問題である。そして、このとき科学という概念それ自体を規定する際に、科学の側の用語に翻訳可能な概念との結合を必要とする場合があるだろう。このとき、その翻訳先において矛盾を帰結するのであれば、「科学」という概念それ自体に瑕疵が伴うことになり、そのことはそのような「科学」概念を含む当該の哲学的認識にまで影響を及ぼす。

　本論文で行おうとしていることは、この瑕疵の程度をはかり、可能な限り外科的な切除手術をおこなうことで、『差異と反復』における哲学的認識の正しさを回復しようとするものである。しかし、本論文の続きが書かれたなかったことや、わたし自身がこのあと『哲学とは何か』を中心とする後期思想の検討にうつってしまったことからもわかるように、この瑕疵から『差異と反復』を完全にすくうことは困難であるようにわたしには判断された。実際のところ、「第四章」の議論を救うことについては不可能とはいえず、実際に本論文と「『差異と反復』における微分法の位置と役割」によってそれはかなり実現されていると思われる。しかし問題がいっそう深刻なのは『差異と反復』の「第五章」のほうであるようにわたしには思われる。細かい論点は無数にあるが、端的に、そこで議論されていることが、自然的宇宙の発生の記述であるとすれば、哲学としてそれを救うことは不可能であるように思われる。その議論は、「第五章」で実際に参照されているように、宇宙物理学、素粒子論、量子力学、熱力学、サイバネティクスといった自然科学の内部での議論でなければならない。しかし、そこでの議論をドゥルーズは個体発生のシステムとして論じていると主張する。問題はこの「個体」概念が、真に哲学的概念になっているかどうかにある。そのためには、「個体」概念を哲学的概念だけから構成する必要があるが、それを、「齟齬を含む二項（あるいは二系列）からなるシステム」だ、といっただけでは不十分である。さらにその齟齬や二項について、それらの概念の規定を、熱力学やサイバネティクスに依拠するのだから、すでにみた意

に問題の多い「第四章」の読解の足がかりとなるように書かれた。「第一章」および「第二章」の読解が前進しつつある昨今、それと比較して「第四章」の研究がなかなか進まないように思われるのにはいくつか原因がある。それらの原因の中でも、もっとも主要な原因であると思われるのは、そこでドゥルーズによって参照されている数学的な言説の妥当性を判断することが困難であるということにある。「第四章」のキーワードは、「理念」、「多様体」、「微分」、「特異点」、「問題―問い」[2]、「弁証法」などである。しかしこれらの用語の定義的説明において、かなり問題含みとなる数学的な記述を行っており、それを字義通り受け取ることが困難な状態にある。この数学的な記述がいかなる意味でドゥルーズの哲学に組み込まれているのかということを明らかにするのでなければ、その

味でその概念を哲学的概念として自己措定することは難しいといわざるをえない。それにたいして「第四章」の議論において中心となる「理念」は、それ自体哲学的概念としての出自をもつがゆえに、科学や数学に依拠しないしかたでもそれを規定することができる（「『差異と反復』における微分法の位置と役割について」で試みたのはこのことである）。しかしもし「第五章」についても、これと同様の仕方での救済策を立てることができれば、そのかぎりではないだろう。この戦略において重要な基点となるのは、シモンドンの『個体化の哲学』である。しかし、実際のところ、本当にシモンドンの議論に依拠することができたとしたら、今度は逆にドゥルーズ自身による理論的寄与分がほとんどなくなってしまうことも考えられる。いずれにせよ、この点にかんする評価抜きには『差異と反復』の議論が含む瑕疵からそれを完全に救い出すことはできないだろう。

2　「問題‐問い」についてはここでは扱っていないが、近藤和敬『〈内在の哲学〉へ――ドゥルーズ、カヴァイエス、スピノザ』（青土社、２０１９年）の第二章で議論している。

意味を正しく理解することはおそらくほとんど不可能でさえある。以上が、これほどまでにドゥルーズ研究者の数が増えた現在においても、「第四章」についてはそれほど研究が進んでいない原因である。したがって、本論文では、そのような内的な説明は必要最小限に抑え[3]、むしろ、ドゥルーズが参照している数学の事例をできるだけわかりやすく提示し[一]、それについてドゥルーズが何を言っているかを併記することで、ドゥルーズがその事例に対して何を〈みて〉いたのかを明らかにすることを目指す。そのとき、そのドゥルーズの言説が妥当であるかどうかは検討しない。そのような妥当性の与奪は、解釈のためのいかなる真理性の軸も今のところ共有されていない以上、慎重に差し控えられるべきと考えるからである。

『差異と反復』の「第四章」における数学の事例は、大きく分けて、デーデキントの切断あるいは連続性（実数の完備性）と極限、微分、多様体、級数展開と特異点と解析接続、ガロア体理論、微分方程式論などである。全般的に、数学史的には19世紀の研究が多いことがわかるが、これはドゥルーズが引用している数学の哲学者（ザロモン・マイモン、ヘーネ・ウロンスキ、ボルダス＝ドゥムーラン、アルベール・ロトマン、ジュール・ヴュイユマンら。この中で、ロトマンとヴュイユマンだけが20世紀の哲学者である）の多くが、19世紀に著作を残していることに由来すると思われる。確かに、集合論の登場以前である19世紀の数理哲学においては、解析学こそが数学の哲学の主たる思考の対象であった[二]。ドゥルーズの解析学偏重の言説の根拠は、本文中にはほとんど明示されないが[三]、そうなる理由を（あくまでそれは外的な理由に過ぎないが）、彼が参照している数理哲学者たちに見出すのは自然なことだろう。しかし、だからといってそのことは、20世紀の後半に『差異と反復』を書いているドゥルーズの解析学偏重を正当化するための理由にはならないだろう。

以下では、上に挙げた主題のうち、理念の三つのアスペクトに直接関係する、連続性、極限、微分、多様体、特異点、級数展開、解析接続について、実際の数学としてそれらが何であるのかを説明しながら、その上でそれらについてのドゥルーズの言説を検討していくことにする。

2. デーデキントの切断と連続性

ドゥルーズが切断と連続性について触れている言説に次ようなものがある。

「つまり、その極限は連続的な変数や無限の近似といった理念をもはや前提にしていない。反対に、極限の基礎概念こそが、連続性についての静的で純粋に理念的な新しい定義の基礎となっており、その基礎概念がそれ自体定義されるために含意しているのは、数あるいはむしろ数における普遍だけなのである。こうした数の普遍の本性を、（デーデキント的な意味での）「切断」を成すものとして明確にすることは、まさに現代数学において現れる」（DR223/265）[四]

これは微分の「第一のアスペクト」として述べられている論述である

3　ここでいう内的な説明として想定されているのが、同時に書かれた拙著「『差異と反復』における微分法の位置と役割」である。

が、この言説自体が何を意味しているのかを検討する前に、まず「極限」と「連続性」と「切断」という概念が、それぞれ実質的には何を意味しているのかを説明することにしたい。

連続性というアイデアは、古代より数学にとって一群の重要な問題を形成し続けてきた。もっとも古く、そして哲学においてよく知られているエピソードは、ギリシア時代における無理数の発見であるだろう。すなわち、幾何学的には存在するはずだが、代数的に表現することができないような量が存在するというものである。そして、幾何学そのものが19世紀に大きく形を変えることによって、従来の経験的なイメージを幾何学に対して当てにすることができなくなると、連続性そのものを数の構造自体の中に見出すことが必要となってくる。というのも、この連続性の構造に、多くの数学的事実（級数の収束、関数の連続性、微分の可能性など）が依拠しているからである。

極限の定義は、以下のようになされる。$a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$のように、無数の項に添え字をつけて順序付けたもの数列という。その項 a_n は自然数の範囲内において変動する n の関数である。このとき n が限りなく増大するにつれて、a_n が一定の数 α に限りなく近づくならば、この数列は α に収束するといい、また α を a_n の極限値という。記号では以下のようにかく。

$$\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$$

あるいは以下である[五]。

$$n \to \infty \text{ のとき } a_n \to \alpha$$

この段階では、まだ収束する極限αなる数が存在しているかどうかは、きちんと定められていない。そのような数は例えば、0や1のような自然数以外にも、無理数やその他の数をとりうる。結局、極限の操作が可能であるためには、そこで議論されている数の領域がどのような構造に制約されているかということに依存している。そして、そのような領域上の存在者を構成する方法が、デーデキントの切断である。

デーデキントの切断とは、要領を簡単に言えば、有理数[六]の連続構造を仮定した上で、それを切断し、それぞれの切断（の切断されたペアあるいはその下組だけ）に対して記号を付与していく作業である。そして、その切断の切断面に数（ここでは有理数しか仮定していないので有理数）が存在している場合には、その切断によって一つの有理数を表現することにする。その上で、ある切断において、その切断された両方の組に、切断面となる有理数が存在していない場合があることを数論的に証明する。そして、そのような切断に対して付与される記号を無理数と名づけ、それと有理数とをあわせて実数として定義する。さらに、その実数領域上でも、有理数上で可能であったすべての四則演算が成り立つように計算規則を決めてやると、それによって実数体が定義される。実際、デーデキント自身がこのことについてどのように述べているのかみておくことにする。

「直線Lの中にはいかなる有理数にも対応しないような無限に多くの点が存在するということはもっとも重要な事柄である。……直線Lは点―個体においては、数―個体における有理数の領域Rよりもより豊かである。……そして、たとえ空間が不連続であることをわれわれが確かに知っていたとしても、われわれが望むならば、思考においてその隙間を満たすことによって、それを連続にすること

を妨げるものは何もないであろう。この隙間を満たすことは、また新しい点―個体を創造することから成り立っているだろうし、これは上の原理に従って遂行される必要があるだろう。……さて、いかなる有理数によって生み出さたのでもない（A_1, A_2）が存在するときはいつも、われわれは一つの新たな数、一つの「無理数」αを創造し、われわれはこれをこの切断（A_1, A_2）によって余すところなく定義されるとみなすのである。この数αは切断に対応するとか、この数がこの切断を生み出すとか言うことにする」[七]

以上の説明と引用からデーデキントが、実数を定義するために用いた切断という方法がどのようなものであるかは理解できたとしよう。これによって、実際どのような結果が引き起こされるかといえば、二次以上の多項式に、例えば$x^2 = 2$のような式に対しても、解が存在することが保証され（さらに、虚数まで含めば、一般的に解が存在するということにはなる）、また、先の極限において、収束する場合、そのような収束する項が領域内に存在していることを保証してくれるような構造体としての領域が構成される。実数領域は、これによって完備性の公理を満足することになるのである[八]。

切断、極限、連続性というこれらの三つの概念の関係を整理すれば、切断の方法によって、構成された領域によって、そのように構成された実数が連続性という性質を有し、その結果、極限（という操作）の値が存在することが保証されるという関係になっている。連続性と切断との関係が、実際のところそれほど単純ではないことはデーデキントの引用の前半をみていただければ了解されると思う。実際、デーデキントは「連続」というアイデアを実現するために、そのアイデアの幾何学的なインスピレーションに従って、「切断」という方法を開発し、それによって実数体の〈具体的な連続性〉を構築したのである[九]。そして、このアイデアとしての「連続」とそれが実現された実数体の〈具体的な連続性〉とは〈同一〉ではないようにも考えられる。とはいえ、われわれが具体的に思考可能な連続性とは、この場合、〈具体的な連続性〉であり、それを「切断」の方法が実現していると言わなければならないだろう。

ドゥルーズは、これらの諸概念に何を〈みて〉いるのだろうか。

「要するに、極限は、関数の極限として理解されてはならず、それはある真の切断、関数それ自身における変化するものと変化しないものとの極限、として理解されなければならない」（DR223/264-5）

ここで彼が言う関数の極限が何を意味しているのかはっきりしないが、とりあえず、極限を切断と結びつけて考えるべきだと主張されていることは明らかである。そして、それは先の切断の理解からすれば、至極当然のことであるだろう。なぜなら、極限操作を行うということは、切断によって構成された領域上にその操作される対象が存在するということと結びついているからである。

「極限の用語そのものが、全く意味を変えるだろう。……その用語が参照しているのは、もはや一つの形式の制約ではなく、一つの根拠へ向かっての収束であり、もはや諸形式のあいだの区別ではなく、根拠付けられるものと根拠との相関関係である。この用語が参照し

ているのは、もはや冪（あるいは力能 puissance）の停止ではなく、冪（あるいは力能）が実現され、根拠付けられるエレメントである」（DR62/79）

この引用もある意味で、字義通り解釈することができる。極限という概念が、近世のように無限小概念と結び付けられることなく、ある数列の上限あるいは下限への収束として、そのような収束する極限の存在と結びつけられる「切断」の方法とともに本質的に変わったということであり、それは確かに、そのような収束する無限個の項を持つ数列の存在を保証する（根拠となる）ことになる。

「冪」あるいは「力能」と訳される（場合によっては集合の「濃度」を意味する場合もある）puissance についての一文は、明瞭ではない。根本的には、これがそもそも「冪」を意味しているのか「力能」を意味しているのかが意図的か非意図的かも明示的ではない仕方で曖昧にされていることによる。文脈的には、「冪」の操作（n 乗など）を意味していると読みたくなるが、しかしそれでは意味が通らないようにも思う。もしこれを集合論における冪の操作だと考えるなら、2→N の関数として解釈し、その全体を連続体と考えてみるという解釈もありうるかもしれない。つまり極限の操作は、そのような「冪」に対応する数、つまり実数が存在することによって保証されており、またこのデーデキントの極限によってそのような保証を可能にする構造が実現されているということを考えていると解釈するならば、一定程度は理解することができるということである（しかしこの解釈が、かなり好意的な読解によるものであり、ドゥルーズ自身のテキストから一意的に読み取れないだけでなく、そもそもそのように解釈するべきであれば留意すべき説明も表現もみられないという点について、ドゥルーズには筆者としての瑕疵があることは否めない）。

しかし、これらの理解はドゥルーズの言説の解釈ではなくて、ドゥルーズが参照している事例を理解しようとしているに過ぎない。実際ドゥルーズは、このような極限、切断という概念によって、悟性と感性の領域を超えた別の領域、すなわち理念の領域が開かれるという、まったく数学的ではなく、端的に哲学的である内容を主張している。ここまでの数学の議論をみれば明らかであるが、そのようなことはデーデキントも言っていないし、数学についての一般的な理解でもない[4]。そのこと

4 合田正人「『差異と反復』をさまようヘルマン・コーエンの亡霊」（『ドゥルーズの21世紀』河出書房新社、２０１９年、５５―７４頁）において、この一般的ではない数学と哲学の関連付けを主に、新カント派、とくにヘルマン・コーヘンによる解析学にかんするプラトン主義的解釈や、数学的無限にかんするシャルル・ルヌーヴィエの議論を参照することで、その特殊な議論の文脈を規定している。このような文脈の指定が重要であることは論をまたないが、しかしそれによってドゥルーズの議論の正しさを主張することはできないように思われる。本論文全体で示すことになるが、数学について哲学的関心のもとでなにか哲学的なことを述べることと、数学から哲学的関心にもとづいて哲学的なことを述べることは全く同じではない。前者では数学が哲学的な主張の根拠とはなっておらず、その根拠は哲学のなかから提示されるが、後者は数学自体がその根拠となってしまっている。そして、数学からいえることは数学だけなので、あるいは数学からいえることは数学であるので、後者の場合、その主張は数学内での検証のもとにおかれることになり、その真偽を数学内の根拠に基づいて判断されることになる。数学を観察し、数学とはどういうものであるのか、と考

えたときに、それが宇宙の形相であると考え（たとえばピュタゴラスが）、その根拠を形相の不変性におく議論は、数学とは関係がない。つまり数学からはその主張が導かれないので（つまり形相も宇宙もそれ自体は数学的概念ではないので）、その肯定も否定も数学からは出てこない。逆に、形相という語によって、数学的概念として数学内部において限定できることを意味するのであれば、それの不変性については数学内部で判断することができるだろう。しかしそれは、もはや数学であって哲学ではない。『差異と反復』の議論の最大の欠点であり、またいわゆるサイエンス・ウォーズにおいて批判された点は、おもにこの数学と哲学のあいだの関係性の置き方にある。『哲学とは何か』におけるドゥルーズ自身の表現を借りるなら、『差異と反復』においては彼の哲学に「普遍者」が入り込み、それによって数学を哲学にしてしまえるというヘーゲルと同じ過ち（これは実際ドゥルーズが『哲学とは何か』でヘーゲルについておこなう批判である）を犯していることになる。この点について『哲学とは何か』では、哲学的概念とファンクションのあいだでの徹底した区別をおこなうことによって、問題を回避してる点で、根本的に改善されているように思われる。この意味で、本論文は、ドゥルーズが数学から哲学的なことを述べてしまっているところについて、いちいち留保をつけ、それを数学と哲学にあらためて峻別しなおしたうえで、そのあいだにどういう関連付け、つまり解釈がなされようとしていたのかということを示すことで、『差異と反復』の深刻な瑕疵を回復させようとするものである。

を踏まえた上で、以上のような議論から、ドゥルーズが潜在的な理念の領域の存在を主張したのだということをおさえる必要があるだろう。哲学において理念の領域とは、ドゥルーズが述べているとおり、カントが『純粋理性批判』において議論する「問題的なもの」（ドゥルーズはその上で、これが仮言的なものと混同されるにもかかわらず、それとは異なり問題的なものであるとしている）の領域であり、プラトンが『パイドン』の知識論において知識の根拠として主張している真なる知の領域である。数学における実数の構成それ自体が、このような哲学的な議論そのものであるとはとても考えられないが、その一方で、哲学においてなされてきた議論を、数学の中の一事例を介して〈みる〉ということはありうる。この二つの事態は、同じようでいてまったく異なっている。ここでいう〈みる〉とは、『哲学とは何か』におけるドゥルーズの言葉を借りれば、「出来事」であり、「出来事」を生きることである。平明にいえば、モデルをとおした解釈的な思考である。このことが可能であるためには、脚注1でも述べたように、哲学的概念のほうを、それをとおして〈みる〉モデルから独立に措定する必要がある。そして、そのように措定された概念を理解する助けとして、つまりその解釈あるいは例証として、数学的な事例の記述を通過するということである[5]。

3. 微分

実際のところ、『差異と反復』の第四章をみれば、「第一のアスペクト」で、極限と微分とがほとんど同一視されていることがわかる。しかし、ドゥルーズが、「無限小が微分計算に必要ではない」と主張していることも含めて考えて、微分計算一般について理解しておく[一〇]。

5　ここでの議論が例証でしかないのは、ドゥルーズは『差異と反復』では、実際には数学の本質がどのようなものであり、それを自身の哲学のなかでどのように位置づけるべきかという議論を本気でしていないことによる。つまり数学や数学的概念それ自体が論述の主題とはなっていないのである。そうである以上、数学への言及は単なる例証以上のものとして扱うことはできない。

無限小量に依存した説明は実際のところ感覚的で図像的な理解を介するために、極限による理解よりもずっとわかりやすいし、簡単な計算に関しては十分な威力を発揮する（そしておそらく、高校数学で微分をイメージ的に教える際には、この無限小量を暗に用いていることが多いように思われる）。そのような理解における微分（係数）の記述はこのようになる。

「変量 y が別の変量 x に依存して変化する場合、y の x に関する微分係数とは、x の変化に対する x の変化の瞬間的割合のことである」

ここでいう「瞬間的」とは、x から $x+dx$ への無限小の変化 dx を用いて定式化される。そうすると、y の変化は x に依存しており、その依存が $y=f(x)$ という関数によって与えられているとすれば、dx に対応する y の変化量は dy と表すことができ、それによって変化の瞬間的割合は $\frac{dy}{dx}$ によって表現される。したがって、無限小を用いた微分係数の式は以下のようになる。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}$$

実際に、$f(x)=x^2$ の場合、この式は上の仕方で計算可能である。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{(x+dx)^2-x^2}{dx}=\frac{x^2+2dx+dx^2-x^2}{dx}=\frac{2dx+dx^2}{dx}=\frac{2xdx}{dx}=2x$$

ここで、dx^2 が計算されずに消去されているが、このことは dx^2 が無限小量の二乗であるから、無限小量である分母の dx と比べた場合、ゼロとみなしうるためであると説明される。無限小量という数は x に相対的にゼロであるとすれば、dx の無限小量である dx^2 は dx に相対的にゼロであると考えるのも（徹底して合理的なわけではないが）それほど非合理はわけでもない。しかし、ここでいう無限小量というものの実態はよくわからない。例えば、アルキメデス律という実数の順序完備体であれば満たされる性質を、無限小量は満たさない[一一]。したがって、アルキメデス律を満たす正の数は、それがどれほどに小さくとも無限小量ではありえないのである。つまり、いかなる正の実数も無限小量にはなりえないということは、そのような数は実際には存在しない（存在していれば、アルキメデス律を満たしているはずである）そういった数を用いて計算していることになる。これが無限小量を用いた微分計算の問題点である。

それに対して、多少イメージ的にはわかりにくいが、厳密な理解のためには、極限を用いなければならない。まずはそのための定式を提示しておく。

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=a}=f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \qquad (3)$$

この定式が、先の無限小量を用いた定式よりもより厳密であることの根拠は極限の厳密な定式によっている。ここでの極限は、すでに登場し

ている数列の極限（数列の上限の存在を示す極限）ではなく、関数の極限である。したがって、関数の極限についてまず理解しなければならない。極限操作が可能であるための条件は、関数の連続性に依存する。連続性が成り立たなければ、極限操作の結果である極限値は存在しえないからだ。極限値とは、数列の上限あるいは下限のことであり、数列が収束する値である。ここの式でいえば、分数 $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ の h をどんどん小さくしていったときに、この分数の値の列が一つの値に限りなく近づいていくとき、その近づく先の値のことを極限値と呼び、その極限値に限りなく近づいていくことを、数列が収束するという。このようなことが起こるためには、f の定義域の変化が連続的であり、その値域の変化もまた連続的でなければならない。

　関数の連続性はいわゆる ε-δ 論法によって以下のように定義される。すなわち、値域の要素間の差であるどんな ε をとってきても、定義域の要素である任意の x に対して、定義域の要素間の差異であるようなある δ が存在して、その δ と $|x-a|<\delta$ という関係になるような任意の a に対して、$|f(x)-f(a)|<\varepsilon$ という関係が成り立つということである。

　このような意味で f 関数が連続である[二二]とき、とりあえず、x が具体的な値 a をとれば、その値 a に対して関数 $f'(a)$ の極限値が定義され、その値を、f 関数に関する値 a における微分係数と呼ぶのである（したがって、この微分係数 $f'(a)$ は具体的な数値である）。この操作が、変数 x に対して一般的に定義されるためには、さらにいくつかの性質をこの関数が満たさなければならない（例えば、一様連続性など[二三]）が、以上のように定義された操作が微分計算のおおよその中身である。

ドゥルーズが以上のような微分（係数）に何をみているのかということを引用によって示そう。

「例えば、円の方程式 $x^2+y^2+R^2=0$ をみよ。しかし、$ydy+xdx=0$ においては、もはや事態は同様ではない。この式は、「円周のあるいはそれに対応する関数の普遍」を意味している。dx と dy というゼロは、「そうした普遍およびその出現の」ための、クワントゥムとクワンティタスの消滅を表現している。そういったところに、ボルダス＝ドゥムーランの解釈の強さがある。すなわち $\dfrac{dy}{dx}$ あるいは $\dfrac{0}{0}$ において取り消されるのは、微分量ではなく、ただ関数における個的なものと、個的なもの同士の比のみである（ボルダスは、「個的なもの」という言葉で、特殊値と一般値を同時に考えている）」（DR222/264）

ここでの引用されたテキストの主旨は、先の極限のところと基本的には同じで、極限を介した微分操作によってえられたものは、無限小の一般値（一般値とは悟性的に理解された規則的な値の集まりと理解されているようだ。例えば円の方程式のように）でも無限小の特殊値（感性において、一般値を具体的に満たすべきものとして想定されているそれぞれの値）でもなく、それらが消滅したところで（すなわち極限操作によってそれらが0へと導かれた後で）なお残るそれらの値の背後に隠れていた「普遍者」である微分だということのようだ。

　すでに確認したように、数学的な事実からは、このドゥルーズの言説

は〈正しい〉とはいえない。微分とはそのような数秘的な何事かではなく、実数の順序完備体とその上での関数の（一様）連続性とによってしっかりとした基礎を与えられた（つまりその存在が保証されている）一連の手続きに他ならず、それ自体はいささかも〈哲学的ではない〉。つまり、どのような数学的事実を用意したところで、ここでの主張の正しさを支えることはできない。なぜなら数学的事実が支えることのできる正しさは、それ自体もまた数学的事実に他ならないからだ。

もう一つ、ドゥルーズによる無限小についての言及も引用によって確認しておこう。

「ニュートンの誤りは、それゆえ、微分をゼロに等しいとするところにあり、ライプニッツの誤りは、微分を個的なものあるいは変化可能性と同一視するところにある。それに対して、ボルダスはすでに、微分計算の現代的解釈に近づいている。」（DR223/265）

結局、微分法の「現代的解釈」とは、上にみたように（そしてドゥルーズも述べているように）、極限を用いた定式化である[一四]。そして、極限のところで確認した実数の順序完備体のことを思い出してみれば、ドゥルーズの言及している「数の普遍」という事柄が、数学的には実数のことでしかないということがわかる。まさにドゥルーズが述べているとおり、それをデーデキントの「切断」によって明確化するのは、現代数学（といっても19世紀後半であるが）の仕事である。しかし数学における事柄それ自体として、その実数をして、「普遍」である「理念」だとはいえない。なぜなら、ここでいう「普遍」や「理念」と対応可能な数学的概念を用意することができないからだ。しかしだからといってそのことは、このような数学的な事柄にドゥルーズが、彼が「普遍者」と呼ぶ「理念」を〈みた〉ということ自体を否定する理由にはならない。ただ、これらの関係を理解するためには、数学的な事柄自体がそのままドゥルーズのいっている通りではないということを踏まえる必要がある。つまり、ドゥルーズが言及しているような数学の事例をとおして、ドゥルーズの言説が発せられたということは理解できるが、だからといって、数学的事実によってその言説の正しさを支えることはできないし、ドゥルーズがとりあげる数学の事例の意味を数学として理解することはできないということである。

4. 多様体

ドゥルーズの「多様体」（multiplicitéおよびvariété）。どちらも多様体を意味するが、場合によっては異なる対象に用いられる。しかしドゥルーズは区別していないようなので、それらをまとめて多様体と考える。また「多様体」と訳されることが通例となっているが、単に「多」あるいは「多数」という意味でもある。とくに「一と多」というプラトンあるいはパルメニデス以来の哲学的概念もmultiplicitéがもちいられる）概念の使用は、実際のところ、それほど数学の多様体概念に依拠しているとは思えない。しかしドゥルーズ自身が、この多様態を「リーマンの意味で」[一五]と述べている以上、ドゥルーズが「リーマン的な意味での多様態」に何を〈みている〉のかを理解することが必要である。

まず「多様体」を一般的に定義すれば、「局所的にｎ個の数の組で表

される図形」(そのとき n は自然数)である。実際に、リーマンがこの「多様体」概念を初めて公にした講演である「幾何学の基礎をなす仮定について」では次のようにいわれている。

「このようにして、仮定された多様体の位置の規定作用は、一つの量の規定作用と、仮定された多様体より小さい次元の多様体における位置の規定作用に還元される。今や、仮定された多様体が n 個の重ねられた延長であるとき、この多様体が n−1 次元を有することを示すことは容易である。そのとき、この操作を n 回繰り返すことによって、n 個の重ねられた延長多様体における位置の規定作用は、量の n 個の規定作用に還元され、したがって、仮定された多様体の中の位置の規定作用は、それが可能であるときには、量の有限数の規定作用に還元される」[一六]

ここでは、なぜ n 重の外延的多様体が、n 個の量に還元されるのかが述べられている。すなわち、一重の外延多様体を一定の仕方で別の一重の外延多様体に写すことを考えると、一次元の連続的な移動ともとの一重の外延量とによって、あわせて二重の外延的多様体が形成されることになる。これをまた別の二重の外延的多様体に写す移動を考えれば、その移動の一次元が加わって三重の多様体が形成される。逆に、任意の次元の多様体が仮定されるとき、その多様体において、ある一つの始点から測ることによって(すなわち一つの次元を動かさないものとして、他の次元の値を決めれば)、その始点の値を変化させることによって、その測られた多様体は変化する。そのとき、測られた多様体は始点の一次元を除く n−1 次元(仮定された任意の多様体を n 次元とすると)となっている。このようにして、n 重の多様体が、n 個の量の決定に還元されるということである。しかし、これだけでは、多様体の定義として十分ではない。そのためには、「局所的に」と最初に述べた意味を理解することが必要である。

図形をユークリッド幾何学のように外在的な座標空間の中で考えれば、たとえば、球面も局面も空間中に浮かぶ紐も三次元の図形である。そのように考えたら、すべての図形は三次元空間の中でしか考えられないことになる。それに対して、多様体の発想においては、その図形の持っている形(紐状であるか、面状であるか、中身が詰まっているかなど)にしたがって、座標を設定することができる。したがって、三次元という設定は絶対性をもたないことになる。例えば曲面は、多様体として内在的に[一七]記述する場合には、その曲面が局所的にユークリッド空間の二次元平面に写されることで、二次元、すなわち(x、y)のような二変数の座標で表現される。同様に、四次元の空間は、四変数によって局所的に表現することができることになる。それによって、三次元空間は図形の外的な制限ではなく、三変数を持つ直交空間として、n 変数の空間の一つのバージョンとなるのである。

このとき、そのように写される条件として、曲面のときに近くにあるもの同士は、ユークリッド平面に写されても近くにあるように写すことが必要となる。このことを同位相になるような写像であるという意味で「同位相写像」という[一八]。このとき、曲面が地球の表面のように閉じている場合、この写像は無限大の空間ではなく、有限の変数の定義域をもった平面に写像される。しかし、そのときその写された有限の平面の

淵の部分には、両側の点についての共有点が存在してしまう。もちろんユークリッド平面上にはこのような共有点をもつことはできないので、このことを避けるために、少なくとも（多様体としては条件さえ満たせばいくつに分けてもかまわないのだが）、（いくらかの重なりをもつような）[一九]二つの部分に分けなければならない。そうすれば、任意の球面上の点が、二つのユークリッド平面に同位相写像によって写されることになる。この局所的なユークリッド平面座標への同位相写像をチャートと呼び、そのチャートを集めて、そのチャートによって写されている位相空間の和集合（集まり）がもともとの位相空間になるとき、そのチャートの集まりを、もともとの位相空間のアトラスという。

そのとき、どのチャートも別のチャートとなんらか重なりを持たなければならなかった。二つのチャート重なりを持つとは、それぞれのチャートによって写される部分的な位相空間の共通部分が空ではないということである。このとき、一方のチャートの逆写像[二〇]をϕ^{-1}、他方のチャートをφとすれば、φによって写されたユークリッド平面Wからφによって写されたユークリッド平面Vへの同位相写像（このときϕとφの定義域はV∩Wに制限されているとする）、$\phi^{-1} \cdot \varphi : W \to V$が定義される。この同位相写像は非常に重要であり、これが存在しているということは、あるチャートと別のチャートの間で、位置関係がちゃんと保存されていることを意味している（これを座標変換という）。

このように考えれば、例えば、数直線も開区間も円もすべて「一次元多様体」であることになる。これらの違いは、チャートによって写された座標間の座標変換の種類と、チャートによって写される側の位相空間の位相構造である。例えば円と直線では、円はあるところまでいくと同じ場所に戻ってくるのに対し、直線はどこまで進んでも元に戻ることはない。その意味で二つの図形の座標の張り合わせ方は異なっている。それと同じように、球面とドーナツ状のトーラスとを比較してもそれらは位相構造が異なるので、座標の張り合わせ方も異なる。中身の詰まったドーナツ（これをソリッド・トーラスという）は三次元多様体であるが、これをユークリッド三次元空間に移せば、座標変換を媒介して少なくとも二つの三次元空間に写されることになる。このようにして多様体は、「局所的にn個の数の組で表される図形」ということになる。そして、このような図形の中で、距離、面積、体積、曲率などを内在的に定義することができる。

このようにみていくと、多様体の幾何学は、経験的な意味での空間とは独立に、複数の数値間の関係によって、その関係の構造を内在的に研究するものであると（大雑把ではあるが）、まとめることができる。そのとき、その複数の数値間の関係が、一つの幾何学的図形を構成し、経験的な意味での空間は、そのような図形の一つのバージョンであることになる。

実際のところ、ドゥルーズが「多様体」と言っているとき、それが以上で述べたようないわゆる数学的な「多様体」を言及しているということは、非常にわかりづらい[二一]。実際にドゥルーズは、多様体をとてもゆるく考えて[二二]、複数の（ドゥルーズの意味では理念である）連続性の間の内的な関係がそれぞれの連続性によって相互に限定されている状態と考えているのではないかと思われる。このような記述は、数学においては不正確である上に、多様体のもつ性質の一部分のみを述べたものにすぎない。

「だからこそ、今や、相互限定の原理が、そのようなものとして、比の限定可能性に対応しているわけである。理念が、実効的に綜合的な関数を定立し、展開するのは、まさしく一つの相互的な綜合においてである。それゆえ、問題はまさに、微分的な比はどのような形式のもとで、限定可能になるのか、ということでなる」（DR223-224/265）

「このとき理念が己のうちに積分している変化は…その比それ自体の変化の度合いであって、その多様体 variété には、例えばもろもろの曲線の質を示す級数が対応しているのである。もし理念が変化可能性を除去するなら、それは variété あるいは多様体 multiplicité と呼ぶべきもののためなのである」（DR224/266）

このようなドゥルーズの論述を、極限についてのドゥルーズの論述と一貫するように解釈すれば、理念的な連続性の内的な構造、しかも大域的な構造が、その連続性どうしの内的な関係付けによって限定されると考えていると解釈することができる（二三）。

ここで、われわれはこれらの事例の選択が数学的な観点からして妥当であるかどうかという議論を行うことは不毛であるように思われる。なぜなら、数学的な観点からみて、ドゥルーズの言説が妥当か否かと聞かれれば、それは妥当ではないという答えが明白だからである。なぜなら、これらの事例からドゥルーズが〈みている〉ことは、数学的な手続きで論証可能な事柄ではないからだ。しかし、繰り返しになるが、だからといって、その〈みている〉こと自体を否定する理由はないし、その〈みている〉内容を理解することが不毛なわけでもない。ただ必要なことは、数学的な事実と、その数学をとおして〈みている〉ものとを混同しないこと、すなわち、数学的な正しさは、その事例をとおして〈みている〉ことの真理性を保証するものではないことに注意を払うことである。

5. 特異点、級数展開、解析接続

ドゥルーズの議論の中でもっともわかりにくいのは、理念の「第三のアスペクト」で言及される特異点についてである。しかもドゥルーズは、この特異点という数学的概念を、数学的文脈をひきずったまま使っているにもかかわらず（級数の形式や収束あるいは接続、発散によって意味を確定しようとしているように思われる）、明らかに多義的に使っているところがある。たとえば、ベクトル場と関係づけて平衡点の種別化について述べているところと、明記していないがおそらくはローラン展開のことを述べていると思われる特異点とを完全に同じ概念として扱っている。これらは同様に特異点といわれるが、それらはそれぞれの数学の理論あるいは操作体系において異なる役割を担わされているので、数学における特異性の一般理論のようなものに訴えるのでないかぎり、区別されるべきである。

特異点は、一般に、「正則性」という概念に対して相対的に定義される。たとえば、複素解析においては、微分不可能な点が特異点であり、微分方程式においては、解軌道の方向が突然変化する点が特異点と呼ばれ、他の点から区別される。つまり（かなり一般化して述べれば）、ある領

域に対して、何らかの操作をおこなう（あるいは性質を確定する）ときに、その操作が不可能であるような点が存在する場合、その点をその操作に対して相対的に「特異点」と呼ぶと考えることができる。理念の「第三のアスペクト」は、この特異点の存在と割り振り、そしてそれの周辺での級数展開と解析接続の事例が挙げられているので、それらについてみていくことにする[二四]。

ドゥルーズが挙げている事例を考えれば、明らかに複素数領域の微積分について考えているとうかがわせる。複素数領域の微積分と、上で説明した実数上の微分は、多くの部分に違いがある。そして、その性質の違いから、多くの特殊な定理が導かれる。複素数とは、実部と虚部よりなる数で、虚数単位 i（$i^2=-1$）を用いて $z=x+iy$ と表記される数である。このとき、この z は複素平面（x 軸を実軸、y 軸を虚軸とする平面座標）上では、原点から z までの距離と原点から z にむけて引いた直線の軸とのなす角によっても表すことができる。したがって、最初の複素数は、それの原点からの距離 r とそのなす角 θ とによって、

$$z=re^{i\theta}$$

となる。

複素数の微分はすでに行った定式とよく似ていて、以下のように規定される。

$$\frac{df}{dz}=\lim_{\Delta z\to 0}\frac{f(z+\Delta z)-f(z)}{\Delta z}$$

ただし、この Δz は z の変化量であるが、通常の実数変数 x の場合とは少し違っていて、$z+\Delta z$ はあらゆる方向から z に近づくようなイメージになる。したがって、Δz の偏角 θ（つまり z が近づいてくる方向）に依存しないで、微分の極限値は一定でなければならない。したがって、複素数の微分の場合、微分可能であるためには、少なくともあらゆる方向から滑らかでなければならない。この微分可能性を定義する方程式が存在していて、それがコーシー・リーマン方程式と呼ばれる。この方定式は、$z=x+iy$、$f(z)=u+iv$ であるとき（この $f(z)$ は、実部が $u(x,y)$、虚部が $v(x,y)$ で定義されている）、偏微分（二つ以上変数があるばあい、微分する一つの変数以外を固定することで一変数の微分として扱う方法）を用いて、以下のように書く[二五]。

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\quad \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}$$

$f(z)$ が $z=a$ において「正則」であるとは、$f(z)$ が $z=a$ とその近傍で一価関数であり（z の値に対して $f(z)$ の値が一意に決まる）、かつ微分可能である（コーシー・リーマン方程式を満たす）ときのことである。また、同様に領域D上のすべての点で、上の意味で「正則」であるとき、関数 $f(z)$ は領域Dにおいて「正則」であるという。この複素関数の正則性は、非常に重要で、たとえば正則関数 $f(z)$ の一階微分（微分操作を一回行ったもの）が存在することから、すべての高階の複素微分 $f^{(n)}(z)$ の存在がわかる。

特異点は、以上のような正則性が定義されて初めて、定義可能なものになると思われる。すなわち、特異点とは、関数 $f(z)$ が正則でない点であり、そのときその点はその関数 $f(z)$ の特異点と呼ばれる。したがっ

て、特異点に言及するための条件は、正則性と具体的な関数 $f(z)$ の存在であるといえる。たとえば、以下のような関数は、$z=1$ あるいは $z=a$ で特異点を持つような関数である。

$$\frac{1}{z-1},\quad \frac{1}{(z-a)^2},\quad \sqrt{(z-a)}$$

特異点には、その性質によって、極点、分岐点、真性特異点に分類することができる。また、点とは言っても、それが集まった線上や面状のものも存在する。

ところで、冪級数とは、$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-\alpha)^n$ [二六] のような仕方で定義できる関数のことである（x は実数でも複素数 z でもかまわない）が、たとえば、$x-\alpha$ を x で置き換えると、以下のようになる。

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots$$

このとき、定義された x に対して $f(x)$ が一意に決まるためには、右辺の総和がある有限の値にならなければならない（このことを「収束」という）。言い換えれば無限（∞）にいたってはいけない（冪級数の総和が無限になること、そして、極限が一意に決まらない場合を「発散」という）。そのためには、項が大きくなるにつれて、徐々に項の大きさが小さくなってくれれば、その総和として無限にいたることはなく、そのような値に x の値を制限してやればよい（複素数の場合、角度 θ に依存しない。そうするとその境界が円形になるので、これを x の「収束半径」という）。したがって、x の制限は、以下のようになる。

$$|x| < R = \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}$$

この条件が満たされれば、x に対して $f(x)$ は有限の値を一意に持つことになる。だから、少し不思議ではあるが、このような無限級数によって関数を定義することができるのである。

ところで、テイラー展開とは、複素数に限らず実数においても、微分可能な関数であれば定義することのできる冪級数である。したがって、複素数の場合には、正則性が満たされれば、その範囲においてテイラー展開が可能である。$z=a$ で正則な $f(z)$ 関数の、a の周りでのテイラー展開は以下の式によって定義される [二七]。

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} A_n(z-a)^n = A_0 + A_1(z-a) + A_2(z-a)^2 + A_3(z-a)^3 + \ldots$$

このとき展開係数は次のようになる。

$$A_0 = f(a),\quad A_1 = \frac{f'(a)}{1!},\quad A_2 = \frac{f''(a)}{2!},\quad A_3 = \frac{f'''(a)}{3!},\ldots A_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

また、このとき、複素関数のテイラー展開の収束半径は、テイラー展開を行う点 a からもっとも近い特異点までの距離によって定義され

る[二八]。たとえば、$f(z)=\dfrac{1}{1+z}$ の $z=0$ の周りでのテイラー展開を考えてみる。定義によりそれは次のようになる。

$$f(z)=\frac{1}{1+z}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n(z-0)^n=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}(z)+\frac{f''(0)}{2!}(z)^2+\cdots$$

このときは、$z=0$ での $f(z)$ の微分係数は、以下のようになる。

$$f(0)=\frac{1}{1+0}=1,\ f'(0)=\frac{-1}{(1+0)^2},\ f''(0)=\frac{2}{(1+0)^3},\ f'''(0)=\frac{-6}{(1+0)^4},\ f^{(n)}(0)=\frac{(-1)^n n!}{(1+0)^{n+1}}$$

そこでのテイラー展開の結果は、以下である。

$$f(z)=\frac{1}{1+z}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n(z-0)^n=1-z+z^2-z^3+-\cdots$$

このとき、$f(z)$ は $z=-1$ が特異点（すなわち、この点では分母が0になるために微分不可能）なので、0から -1 の距離が1であるので収束半径は1であり、したがって $|z|<1$ となる。

テイラー展開を行うときは、領域内が完全に正則であることが求められるが、領域内に特異点がある場合にも、その特異点の周囲でローラン展開を行うことによって、級数形式を得ることができる。さらにこのローラン展開は、留数定理というローラン展開の $n=-1$ の項の係数を用いる非常に便利な定理を可能にする。この留数定理は、特異点をその領域内に持つ積分を可能にしてくれるのである。

特異点と級数展開についてまとめると、一方で特異点とテイラー展開とは、収束半径の限定というところとテイラー展開可能な正則領域の限定において関係しており、他方で特異点とローラン展開とは、ローラン展開を行う点とその収束半径において関係している。その意味で、複素領域でのテイラー展開とローラン展開（級数展開の二つの形式）はどちらも特異点と密接な関係にあると言えるだろう。

次に、解析接続について説明するために、まず一致の定理の説明から始めることが必要である。一致の定理とは、「複素平面上のある領域 D において、2つの関数 $f(z)$ と $g(z)$ が上の意味で正則であり、また D の内部のある領域を D_0 とするとき、D_0 において $f(z)=g(z)$ であれば、D においても $f(z)=g(z)$ である」というものである。これはテイラー展開の結果から理解できる。$h(z)=f(z)-g(z)$ とすると、条件より、領域 D において $f(z)$ も $g(z)$ も正則であるので $h(z)$ も正則であり、正則であればテイラー展開が可能であった。したがって、領域 D の中にある一点 a の周りで、かつ D_0 を含む領域 E の内部で $h(z)$ をテイラー展開することができる。したがって、以下のようになる。

$$h(z)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n(z-a)^n$$

このとき、仮定より D_0 内では $f(z)=g(z)$ なので、領域 D_0 の中では $h(z)=0$ である。しかし、D_0 内の無限の点において $h(z)$ が0であるためには、すべての係数 A_n が0でなければならない。そうする

と、$h(z)$ は、領域 D_0 とは独立に恒等的に０に等しいことになる。したがって、テイラー展開が可能である E を含む任意の D において $f(z)=g(z)$ となることがわかる。

　このとき、このような一致の定理を満たす関数があればそれは、唯一つしかないことが帰結する。というのも、もし二つあれば、それは一致の定理によって一致させられてしまうからである。

　さて、解析接続とは以下のような操作である。領域 D_0 において関数 $f_0(z)$ が定義されている。このとき、D_0 を含む広い領域 D において正則であり、かつ D_0 においては、$f(z)=f_0(z)$ を満たす関数 $f(z)$ を構成できたなら、そのとき、そのような $f(z)$ はただ一つしか存在しえないというものである。つまり、ある領域において正則な関数があったとすれば、その領域を含むさらに大きい領域において正則な関数があるならば、そして含まれている領域においてそれら二つの関数が一致の定理を満足するならば、最初の関数は新しい関数によって一意的に拡大されるというものである(この一意性は、正則な領域に対して相対的である)。別の仕方で言い換えることもできる。たとえば、共通のある領域 D_0 において恒等的に一致するそれぞれ D_0 を含む二つの正則な領域をもつ二つの関数があれば、それらは、その二つの領域の和集合の領域において一つの関数に一致して正則になる。

　たとえば、ある領域、$[-1,\ 1]\in\mathrm{R}$ において正則な関数 $f(x)=x^3$ がある。この領域を含む領域として複素領域を考える。たとえば（この選択は実際上、発見のための機械的な手続きが存在しているわけではないだろう）、$f(z)=z^3$ は、複素平面全体で実際に正則である。そして、この領域 $[-1,\ 1]\in\mathrm{R}$ をこの複素平面は含み、かつその領域において、$f(z)=z^3$ は正則である（リーマン・コーシー方程式を満たす）。したがって、$f(x)=x^3$ は $f(z)=z^3$ に（一致の定理によって一意的に）解析接続される。

　正直なところ、ドゥルーズが級数や特異点や解析接続について言及するとき、以上のようなことをすべて前提していたとはとても思えない。その理由は、解析接続のように明らかに複素関数を前提とした概念が使用されているにもかかわらず、そういったことに対する言及が一切ないことや、級数展開についても、特異点の近傍で行うローラン展開と特異点を含まない領域において行うテイラー展開とを区別している様子もないということである。ドゥルーズは実際どのような論述を行っているかを引用してみよう。

「ラグランジュの説明にしたがって、一変数の関数は、i の冪乗（未規定な量）とその冪乗の係数（x の新たな関数）とによって構成される級数へと展開されることで、今度は、ポテンシャリティ potentialité の切り下げが、純粋なポテンシャリティを条件付けている。ポテンシャリティの純粋なエレメントは、最初の係数、すなわち、最初の導関数の中に出現し、他の導関数は、したがって、その級数のすべての項は、同じ操作の反復から帰結してくるのである。だが問題全体は、まさしく i からそれ自体独立しているその最初の係数を限定するところにある」(DR227/269)

ここで言われているのは、関数のテイラー展開のことであると解釈することができる。テイラー展開は、複素数の場合にすでに述べたが、

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n(z-a)^n=A_0+A_1(z-a)+A_2(z-a)^2+A_3(z-a)^3+\cdots$$

の形式で書かれる（$A_n=\frac{f^{(n)}(a)}{n!}$）。実数の場合では、微分可能な階数が無限であるとは限らないので（普通高校で学習する微分は有限階の微分がほとんどである）、n階微分できるときは、$(x-a)^{n-1}$の項までは上の形式で書いて、最後にはラグランジュの剰余と呼ばれる項を加えて終える。ドゥルーズが挙げている例は、上の式に合わせて考えれば、$a=x$で、$z=x+i$（iは十分に小さい数）の場合であり、つまり、以下の式を考えていることになると思われる。

$$f(x+i)=\sum_{n=0}^{m}\frac{f^{(n)}(x)}{n!}(i)^n=f(x)+\frac{f'(x)}{1!}i+\frac{f''(x)}{2!}i^2+\frac{f'''(x)}{3!}i^3+\cdots$$

ドゥルーズの記述に従えば、最初の導関数（通常は微分係数であるが、いま$a=x$なので、導関数になっている）が、$f(x)$の「ポテンシャリティ」であるということになる。しかし、ドゥルーズは、実数の有限階の展開を考えているのではなくて、複素数の展開を考えているように思える。それは以下の引用の考察から導かれる。

「なるほど、悟性がある「不連続な総和」を提供するにしても、こうした総和は、もろもろの量の生成の素材でしかない。ただ「漸進」つまり連続性のみが、そうした生成の形式をなすのであり、その形式こそが、理性の諸理念に属するのである」（DR227/269）

この箇所で論じられている理念的な「漸進」を考えるためには、項の数が有限だとすれば、少なくともドゥルーズがこれまで言ってきたこととのあいだに一貫性がない。すなわち、理念的な領域の議論にはそぐわないように思われる。その上、この次にドゥルーズが特異点に関して述べていることは、完全に複素関数についてのことである。実際、上の式が、複素数zに関するものであれば、最初の導関数があらわしているのは、そこから無限階微分可能な最初の導関数ということになる（複素関数においては、最初の一階が微分可能であれば、すなわち無限階微分可能であることを意味する）。ドゥルーズは、この展開可能性を「ポテンシャリティ」と呼んでいるということになる。

「ただ曲線という対象においてのみ、ポテンシャリティにおける級数的形式はそのまったき意味を受け取るのである。すなわち、比であるものを和として提示することが必要にさえなってくる。なぜなら、数値係数を伴った冪級数が、一つの特異点を、そして唯一つの特異点を取り囲んでいるからである。級数形式の利点と必要性は、その形式が包摂している級数の複数性に、また特異点に対する級数の従属性に現れている。さらに、それらは、二つの級数が収束あるいは接続するにせよ、反対に発散するにせよ、対象の一部分――そこでは関数が一方の級数によって表示されている――から、その対

象の他の一部――そこでは関数が他方の級数の中で表現される――への移行がなされるときの仕方に現れている」(DR228/270)

「曲線という対象において」という限定は、おそらくは複素関数であることを述べていることであると考えられる。「比であるものを和として提示することがまさしく必要になってくる」というのは、つまり$f(z)$というものが、上でみたような仕方で、級数展開によって表されるということであるだろう。冪級数が一つの特異点を取り囲んでいて、しかも唯一の特異点を取り囲んでいるというのは、ローラン展開のことを述べているように読める。「級数の複数性」というのは、おそらくはテイラー展開において(というのもローラン展開の場合、特異点の周りで展開するので、展開する場所が決まっている)、収束半径内であればどのzの周りで展開してもかまわないということを述べているように読める。「特異点に対する級数の従属性」とは、テイラー展開にしろローラン展開にしろ、収束半径が特異点との距離によって決まるということだと考えれば意味がわかるように思われる。「二つの級数が収束あるいは接続」というのは、上で確認したような解析接続のことであり、「発散する」のは、級数の発散のことではなく、おそらくは分岐点(特異点の一種)が存在する場合に、関数が多価関数になるということだろう。「対象の一部から、他の対象の一部への移行」というのも、これも「関数が一方の級数によって表示される」というのをみると解析接続のことを述べているように思われる。このように、逐語的にみていけば、数学としてはドゥルーズが、上で説明したような多くの事柄を混同したまま区別せずにもちいていることがわかる。

これが「特異点の存在と割り振り」に関するその中身である。多様体が、理念の大域性を示していたように、特異点と級数展開は、理念の局所的で部分的な性質を示しているとドゥルーズは〈みた〉のだろう。確かに、級数解析の方法は、ロトマンが述べているように[二九]その局所性が特徴的な方法である。つまり、局所的なものから、解析接続を介して、大域的な性質へと移行するような方法であるとしてロトマンは解析接続の議論を分析している。そして、特異点の存在は、その関数に固有の特徴を規定し、それによって、大域的な領域が特徴付けられるものとして、これもまたロトマンによって分析されている。そして、特異点の存在は、実際的な計算において、解を得るための重要な手がかりにもなる。また、複素数の世界の「玲瓏さ」[三〇]が、ドゥルーズに「理念」を〈みせた〉ということも考えられなくはない。

ドゥルーズは、数学的な表現を用いることで、理念についての理解を確かに更新しえたのかもしれない。理念とは、確かに感性的なものと悟性的なものの「極限」において、われわれに〈みえる〉としか言いようのないものに他ならないだろう。したがって、それは概念化すれば必ず指示対象をもたない非悟性的、非外延的な概念とならざるをえず、感性的には〈みえない〉あるいは表象不可能な概念でしかありえない。そして、理念は単一ではなく確かに複数あるが、その複数性そのものは多様性という理念のアスペクトの表現に他ならない(そして確かに、「多様性」そのものは概念的に把握できず、感性的にみえるものでもない)。そして同様に、理念は、理念の特異性という多様性とは反対だが、それと相即する性質を持ったアスペクトによって表現される。だからこそ、われ

われはものごとをカテゴリカルに把握するとき何らかのプロトタイプをその中に持たざるをえないのだし、部分のうちに内在的な非全体的全体を把握することができるのである。

どうであれ、ドゥルーズが以上のようなことを論じるために、数学的な表現を実際に用いたのだが、以上のようなことが理解されたうえで、それらが数学そのものの中で言えることではないということも同時に理解されなければならない。理念を〈みる〉ために使われた数学という梯子は、それを登って理念が〈みえた〉時には、もうすでに消えてなくなっていて、われわれを元の場所には連れて行ってはくれないのである。それだけならまだしも、自分がいる場所そのものを基礎づけてくれることもまたない。哲学的概念に至る経験的な道程は、通った後は虹のごとく消え去るのである。

6. 結論

実際のところ、A. ソーカルとJ. ブリクモンが『知の欺瞞』において行っている『差異と反復』「第四章」への注釈は、基本的にすべて正しいと言わなければならない[三一]。ドゥルーズの数学に関する錯綜した言及は、彼らが指摘しているとおり（そしてすでに確認したように）、極限の解釈から始まるのである。この極限の解釈をめぐる問題は、彼らの指摘するとおり数学史においては19世紀の問題であり、ドゥルーズが言うように「現代的」なわけでは全くはなく、その上、現在の教養数学においてさえほとんど一般常識となっているような事柄である。では、ドゥルーズは、その19世紀的な極限の基礎付け〈について〉論述しているというべきなのだろうか。あるいは、その極限の基礎付けをここでもう一度、新たな仕方でやり直しているとでもいうのだろうか。それとも、極限の基礎付けについて、数学史的に何事かを付け加えようとしているのだろか。どれでもない、とわたしは考える。結局、ドゥルーズは、これらの現実的な数学の研究をとおして、〈みえる〉ことを論述しているだけだと考えなければならない。そして、この〈みえる〉ことを、ボルダスやマイモンやロンスキらとともに、論述しているのである（つまりそれはドゥルーズだけに〈みえている〉わけではないという傍証を与えているにすぎない）。では、なぜ、この〈みえる〉ことを、数学への言及なしに、ドゥルーズは論述しなかったのか。

その問いにはいくつかの仮説を立てることができる。

1. 何よりもまず哲学とは、数学（そして論理学）をとおして〈みえる〉ことの論述であるから、という理由が考えられる。プラトンが設立したといわれるアカデメイアの門の横に、「幾何学を知らざるものは入るべからず」と書かれていたのは、哲学をやるためには（初等的な！）幾何学の知識が要求されているということではなく（考えてみれば当然のことであるが）、幾何学の事例を介して哲学的なエレメントを〈みる〉ための必要な準備であったと考えるべきだろう。数学史家によってこのようなプラトンの幾何学観が批判される時がある。確かに、数学自体の発展にとっては彼の考えは有害であったかもしれないが、そもそもプラトンが幾何学について言及し

ているとき、それは数学的な意味でのみ幾何学に言及していたわけではないということも同時に考えなければならない。

2. ドゥルーズが「第四章」で行っているのは、結局、19世紀の解析学についてのいくつかの哲学的な言説の中に含まれていた、「理念」に関するある主張を、ドゥルーズなりの一貫性のもとで取り出すことであったと考えられる。ドゥルーズが数学に言及するのはそのためであるし、そのため以外ではない。したがって、ここでの議論をもとに、現代の数学および科学〈について〉何事かを積極的に述べることは、やるべきではない（やることは不可能ではないが、やれば必ず誤りになることは明らかである[三二]）。それはドゥルーズの行っている論述を曲解するだけではなく、数学と科学をも曲解し、ひいてはそのように曲解するものとして哲学を曲解することになる。

3. 実際、この〈みえる〉こと（もちろん視覚像としてみえるわけではない）、哲学的なエレメントについて、パラドックス抜きに言及することは不可能であるように思われる。カントの弁証論が示しているのはまさにこのことであり、だからこそドゥルーズが指摘するとおり理念は「問題的」であるのだ。そのような問題的な理念を〈みる〉ためには、そしてみるだけではなく、十分に限定された仕方で概念化し論述するためには、それなりの〈仕掛け〉が必要である。その仕掛けとして、19世紀の解析学の哲学を援用してきたことが、十分効果的であったかどうかは議論が分かれるところであるだろう。実際、文系と理系がこれだけ明確に分かれてしまった文化圏において、その有効性はかなりのところ疑わしいというのが現実的であろう。

ドゥルーズの『差異と反復』の第四章の理解を、ドゥルーズ自身にそくしたしかたでさらに進めるためには、ドゥルーズが言及している事例の分析から、ドゥルーズがみているものを〈ともにみる〉しかないように思われる（この〈みえ〉のことを晩年の『哲学とは何か』においてドゥルーズは「出来事」と呼ぶことになるが、それはまた別の話）。そして、それについて行われた論述が、その事柄それ自体〈について〉述べられたものではないということを理解する必要がある。つまり、数学的事実をとおして〈みられた〉ことを、数学的に証明すること、あるいは数学的に正しさを基礎づけることはできないということを理解することである。同じことではあるが、それについて哲学のなかで語られたことは、しばしば数学的には〈誤っている〉あるいは意味が不明となるのである（繰り返すが、数学的な極限も数学的な微分も、それ自身は理念などではない）。

研究をこれ以上に進めるためには、その上で、この〈みえる〉という出来事についての論述を脱色するべきであるとわたしは考える。つまり、事例そのものからいったん切り離して考えることのできる仕方で、概念を創造することが必要であると考える。このとき、その概念の措定が適切であるかどうか十分に議論されなければならないだろう。しかし、その議論を行うためには、少なくとも、議論を行う人間が、ドゥルーズ自身が提示している事例を事柄そのものとしても正確に理解していることが必要である。そうでなければ、議論は空中で分解されてしまうだろう。その段階を経ることで、初めて、ドゥルーズの提示している事例から離れて、そこで措定された概念の一貫性について評価することが可能にな

る。実際、ドゥルーズの行おうとしている「理念」についての論述は、ドゥルーズが行っているような「微分」についてだけ言えるようなことではないとわたしはは考える。それが選ばれたのは、プラトンがイデアを〈みる〉ために三角形を選んだのと同じような理由なのであって、必然的にそれでなければならないという理由はないだろう。以上のような手順を経なければ、『差異と反復』の第四章から、何事か有意義なことを引き出すことは不可能であるようにわたしには思われるのだ。

19、20世紀を経て哲学が大衆化され、一般教養となるにつれて明らかになってきたのは、哲学の正しさが科学の正しさに対して、その本性を異にするということである[三三]。そして、混乱が起こるのはいつも、哲学の正しさを、科学の正しさによって補強し、保証し、基礎付け、とって変えようとするときである。有意味で真である命題と哲学の概念を比較してみても、それらが参照するものは、哲学と科学では本質的に異なっている[三四]。数学において有意味で真である命題は、それが存在するなら、数学内のモデルによって証明されるか、あるいはすでに証明された定理あるいは公理から論理的に演繹された場合のみである。科学においては数学よりもさらに複雑ではあるが、少なくとも物理的実在性に依拠しているか[三五]、数学的な推論に依拠していなければならない。言い換えれば、その命題は、その命題を充足する対象を持たなければならない。それに対して、哲学の概念は、そのような意味では対象をもたない。ドゥルーズが指摘するとおり、理念は、感覚可能でもないし、概念的に（あるいは規則によって）把握可能なものでもないからである。そのようなものについて、われわれはどのようにしたら語ることができるのだろうか。

この問題に答えるためには、そもそも哲学的概念とは何であり、また何でないのか、という問題に正面から答える必要がある。ここでその問題に答えることはできないが、『哲学とは何か』におけるドゥルーズとガタリの哲学編においてこそ、この答えは用意されることになるとだけ述べておきたい。「理念とは問題であり、それは十全に限定された微分の比であって、すなわち多様体であると同時に、それに対応した特異点の存在と割り振りである」という哲学的概念の結合に、本当の意味で哲学的な意味を認めるためには、「哲学にとって概念とは何か」という基礎的な問題を解決しなければならない。そして、その問題の解決は、科学や数学には決して還元されえない哲学の可能性を開くものとなるように思われるのだ。

注

一 読者としては、ドゥルーズを読む可能性のある文系出身者を想定しているので、高校数学程度の知識を仮定する。しかし、後で述べるように、ドゥルーズが参照している数学の事例は、大学3年生程度の数学の知識であるので、そこにいたるすべてを完全に説明し尽くすことは、文量上できない。したがって、筆者が最低限必要であると判断した説明に限定するが、その際にも、基本的な説明に多くページをとられてしまった感がいなめない。

二 ロトマンは20世紀の数理哲学者であるが、その主著の出版が一九三八年であるにもかかわらず、その主たる考察対象は解析学と（位相、微分）幾何学である。このことは、ほぼ同じときに数理哲学を著したカヴァイエスの『公理的方法と形式主義』（J. Cavaillès, Méthode *axiomatique et formalisme*, Hermann, 1981（1938の再版））と比較したとき、その違いは明白であるだろう。カヴァイエスのこの著書は、明らかに、ゲーデルの不完全性定理の発表と、その前後のヒルベルト学派の対応が主たる考察対象になっている。

三 あるとすると、連続性というところにあるのかもしれないが、ドゥルーズの考えている理念的な連続性と、解析学における実数の完備体における連続性が〈同じ〉であるということを保証しているものは何もない。ただ、ドゥルーズが解析学の連続性に、哲学的な連続性を〈みた〉ということをその理由にあげることができるぐらいであろう。しかし、〈みた〉ということは、少なくとも現状において、何らかの正しさを保証するものにはならない。

四 以下ドゥルーズの引用文の後につける数字は、先の数字が原著 G. Deleuze, *Différence et répétition*, P.U.F.（1968）2003のページ数、後の数字が邦訳（G. ドゥルーズ（財津理訳）『差異と反復』、河出書房新社、（1992）1994）のページ数である。また、引用中の傍点による強調は、すべて引用者による。

五 Cf. 高木貞治、『解析概論』、岩波書店、1981、p. 5-6.

六 有理数とは、任意の自然数の順序のついた組<a, b>によって表現される一つの数である。例えばとして。自然数は、有理数の中に分母が1である数として内包され、かつ自然数上で可能であった四則演算はすべて無理数上に拡大されている。

七 R. Dedkind, « Continuity and Irrational Numbers », 1872,（W. Ewald, *From Kant to Hilbert*, Oxford University Press, 2005, p. 770-773）. デーデキント（河野伊三郎訳）、「連続性と無理数」（『数について』所収）、岩波書店、1977.

八 完備性の公理（completeness axiom）とは、マックレーンに従えば、「存在すべきであるすべての実数が、[実際に]存在していることを保証するものである。例えば無理数$\sqrt{2}$は、1, 1.4, 1.41, 1.414, …なる（$\sqrt{2}$に近似する）有理数の集合の上限として（実数の中に）存在しているはずである」（S. Mac Lane, *Mathematics : Form and Function*, Springer-Verlaf New York, 1986, p. 103. S. マックレーン（彌永昌吉他訳）、『数学―その形式と機能』、森北出版株式会社、1997, p. 135）ということである。

九 マックレーンの以下のような注意が印象的である。「これらの構成はいずれも算術的である。というのもそれらはいずれも実数を有理数の算術から作り上げているからである。しかしそれらの構成は、純粋に算術的であるとはいえない。なぜなら、それらのどれも集合論をその内部で利用しているからである―例えばデデキント切断全体の集合においては、切断自身が一つの集合であり、またコーシー列の同値類（これも集合）全体の集合であるといった仕方で―。むしろ実数で表される大きさの尺度には、一方では幾何学的理解が、他方では集合と算術の両方が必要になるというべきだろう」（S. Mac Lane, *Ibid*, p. 106. 邦訳p. 139.）。幾何学、集合論、算術、この三つのアイデアが完備順序体である実数を構成しているのである。

一〇 以下の微分計算の理解は、S. マックレーン（前掲書）によるが、以下のものも参照している。高木貞治、前掲書、およびS. ラング（松坂和夫他訳）、『解析入門』、岩波書店、（1978）1999.

一一 アルキメデス律とは「aとbが正ならば、na > bとなる自然数nが存在する」ということである。

一二 ここでは片側連続のことしか言及していないが、一変数の場合、本来ならば両連続、つまりaに対して数直線上の右から近づいてくる右極限と左か

ら近づいてくる左極限とが一致することにも言及する必要がある。

一三 具体的には、以下の性質である。1．関数fが上下に有界であること、2．関数fが最大値をもつこと、3．関数fが最小値をもつこと、4．関数fが中間値をもつこと、5．関数がfそれの定義域で一様連続pであること、6．ロルの定理、7．平均値の定理である。

一四 しかし、これを〈解釈〉と考えるまさにドゥルーズによる解釈には異論がある。

一五 ドゥルーズは以下のように言及している。「充足理由の幾何学、すなわちリーマン型の微分幾何学」（DR210/250）、「「多様体」という語のリーマン的な使用において」（236/278）.

一六 G. Riemann, « Foundation of Geometry », 1868,（W. Ewald, *ibid*, p. 654)（リーマン他、矢野健太郎訳、『リーマン幾何学とその応用』、共立出版株式会社、1971、p. 5.).

一七 この「内在的」の意味は、そのような図形の中で動くことのできる存在を考えればわかりやすい。たとえば、局面も球面も、その上にいる存在にとっては、前後左右にしか進めないという意味で二次元であり、紐も円周もその上にいる存在にとっては、前か後ろしか進めないという意味で、一次元である。

一八 位相という概念は、点とその近くのもの（近傍）が定義されていることを意味する。したがって、同位相写像とは、そのような位相を保存する写像のことである。位相を保存するということは、連続しているものは連続しているままにするなら変形してもよいということでもある（これを連続変換という）。そして、位相が保存される（すなわち連続変換である）ものを同形と考える幾何学が位相幾何学である。

一九 重なりを持つことは不可欠であるが、この意味は後で説明する。

二〇 逆写像とは、ここでは写像φを逆方向に実行したものと考えてよいだろう。

二一 ドゥルーズが特異点に関して引用するロトマンも、多様体について多く言及しているが、その言及の仕方は、かなりのところ正確であり、ドゥルーズと同じような仕方ではその概念を使っていない。ちなみに、ロトマンは多様体のことを正確にヴァリエテとのみ述べている。例えば、このような記述がみられる。A. Lautman, *Essai sur l'unité des mathématiques*, Union générale d· Éditions, 1977, p. 91.「この多様体が繰り広げられるところのすべての空間から独立している、この多様体の内的な特性を研究する微分幾何学のリーマンとコーシーによる構成が、どのようにして、普遍的な内容あるいは特権的な何らかの座標へのすべての参照を削除するのかを思い出す必要はほとんどないだろう。ガウスの『曲面論講義』（*Disquisitiones circa superficies curvas*）は、二次元の実曲面を研究し、この曲面に結び付けられた観測者、その結果その観測者は、曲面をその曲面に外的な空間の位置によって考えることはできないのだが、その観点からこの曲面の計量を定義する。リーマンの観点は、前の章で述べたように、n次元を持つds^2の事例において、ガウスの「面」の観点を一般化する。距離、極率、計量の観念は、そこでは、内的な意味をもっており、したがって、それらは、多様体から出発することなく、徐々に定義される。空間と多様体の区別は、消え去る」。

二二 しかし、ドゥルーズの記述をみる限りにおいては、やはり可微分多様体と複素多様体を考えているように思われるのだが（そうでないと解析接続や特異点の話にはつながらない）、これはもっとも定義の緩やかな位相多様体に比べると、何らかの制限をそれに加えたものであると考えられる。したがって、ここでの「ゆるい」というのは、数学的な意味ではなく、単に数学的な多様体から何らかの性質を一部分だけ抽象化しているというぐらいの意味である。

二三 ドゥルーズは、理念の比（連結）を弁証法的（問答法的）なものであると考えるが、これとよく似た発想をロトマンにも見出すことができる。ドゥルーズはボルダス＝ドゥ・ムーランを介して理念のプラトン的な解釈を行うが、ロトマンは、プラトンのイデア数の発想から直接的にプラトン的な理念の弁証法的な解釈を行っている。

二四　しかし、これらについて、これまでと同様に述べていくことは、量の関係上できない。ある程度、説明抜きに数学の概念（あるいは定理）を使うことを許されたい。

二五　偏微分を使って、どのようにコーシー・リーマン方程式が導かれるのかを記述することはそれほど難しくはないが、紙数の関係上省略する。

二六　ちなみに、$\sum_{n=0}^{\infty}$とは、この記号の後の項のｎに0から順に整数を∞まで代入した物を、全部足す（総和）ということを短縮した記号表記である。

二七　なぜ、このようになるのかは、微分の定義式と中間値の定理とを用いて説明できる。

二八　二八　複素関数においては、収束半径が最近の特異点までの距離とされた正則な領域においては、このテイラー展開のｎ階の微分係数がすべて存在することがグルサの定理によって保証されている。したがって、実数関数の場合には、テイラー展開は、それが微分可能な階までしか項が存在しないが、複素関数のテイラー展開は、つねにすべての項が存在していることになる。収束半径が最近の特異点まで距離となることは、コーシーの積分公式（$f(a)=\frac{1}{2\pi i}\oint_c \frac{f(z)}{z-a}dz$）とグルサの公式（$f^{(n)}(a)=\frac{n!}{2\pi i}\oint_c \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}}dz$）とによって、説明することができる。

二九　ロトマンは、ここで、コーシーとリーマンの大域的な構想（コーシー・リーマン方程式）と、ワイエルシュトラウスの局所的な構想（解析接続）とを対比させて議論している。A. Lautman, *Ibid*, p. 32-33.「コーシーとリーマンのアイデアにしたがった解析関数の構想は、大域的な構想であり、あるいは少なくとも領域的な構想である。…リーマンの大域的な構想は、ワイエルシュトラウスの局所的な構想に対立する。解析関数は、ワイエルシュトラウスにとっては本質的に、点z_0の周りの「収束円」内で収束する、数値係数のべき級数によって、複素数z_0の周りで定義される。「解析接続」の方法は、そのようにして、近似的に、関数が以下の仕方で「解析的」といわれるすべての領域を構成することを可能にする」。

三〇　高木貞治、前掲書、p.216.「今同様に、z_0とｚとを結ぶ通路に関係なく、$\int_{z_0}^{z} f(z)dz$が一定であることを（この場限り）かりに積分可能ということにしてみよう。然らばCauchyの定理（定理51）は、複素変数の函数$f(z)$が微分可能ならば、積分可能であることを示し、Moreraの定理（定理56）は、$f(z)$が積分可能ならば、微分可能なることを示すものである。この意味において、複素数の世界では、微分可能も積分可能も同意語である。驚嘆すべき朗らかさ！ CauchyおよびそれにGaussが先立って虚数積分に触れてから約百年を経て、われわれはこの玲瓏なる境地に達しえたのである」。

三一　ただ、puissanceの解釈について、確かに彼らによって引用されている箇所に関しては、「連続性の濃度」と考えるべきであるが、別の箇所では冪と考えられる箇所も出てくる。ただ、そうであればなおのこと、彼らが言うとおり、ドゥルーズが数学用語を混乱して用いていることは確かなことになる。冪と濃度をお話として一つのテーマの中で語ることは可能であったとしても、それらは事柄として（あるいはそれによって指定されている操作として）全く別物でしかない。

三二　しかし、現代の数学と科学に、ドゥルーズと似たようなものを〈みる〉ことだけならば可能であるし、それについて論述することも可能であると考えられる。ただし、それは数学や科学〈について〉何事か正しく新たな知見を付け加えているのでもなければ、それを正確に記述しているのでもない。その違いを踏まえなければ、そのような行いは不毛なものとなる運命を免れないだろう。もちろん、そのような〈みえる〉ことを哲学者が論述し、その論述に喚起された科学者が何事か新しい事柄を生み出すという極めて幸運な偶然をアプリオリに否定するだけの根拠もない。しかし。そのような幸運なサイクルにおいてさえ、やはり哲学者が論述した〈みえる〉ことと、それに喚起されて生み出された数学的あるいは科学的事実とは異なる

本性をもっていると考えなければならない。

三三　科学史として興味が引かれるのは、そのように真理性の本性を異にする二つの言説の錯綜から、なぜ近代科学のような巨大な知の体系が生み出されてきたのかということである。おそらく、歴史的にみれば、哲学がなくても数学がなくても近代科学は生まれなかったはずである。その二つの言説がどのように相互に機能したのか、未だ十分に明らかになっていない。

三四　ここでいう哲学には、科学認識論を含まない形而上学に限定している。科学認識論は正当に哲学ではあるが、形而上学ではない。

三五　物理的実在性がそもそも何であるのかというのは、明らかに、科学認識論哲学の正当な問いである。しかし、その問いを正確に理解するためには、かなりのところ、物理学についての正確で専門的な知識が必要である。そして、その問いは、認識論の問いであったとしても形而上学の問いではない。なぜなら、その問いは、具体的な問題として物理学の中で、直接的に対象について考え、検証することができるからである。