

# 互いの考えを分かち合い，論理を追究する算数科授業の創造

三宅 倭平 [鹿児島大学教育学部附属小学校]

柏木 康良 [鹿児島大学教育学部附属小学校]

前下 勝信 [鹿児島大学教育学部附属小学校]

Creation of math lessons to share ideas and pursue logic

MIYAKE Kohei, KASHIWAGI Kosuke and MAESHITA Katsunobu

キーワード：新たな価値、数学的に考える資質・能力、数学的な見方・考え方、系統

## 1. 研究の目的

### 1.1. 研究の背景

これから到来する Society5.0 の社会では、ドローンが荷物を届けたり，介護を行うロボットが登場したりするなど，今まで人間が行っていた作業を人工知能（AI）やロボットが代行するようになり，人々の生活はますます便利で快適なものになると考えられている。しかし，人々の暮らしがどのように変わろうとも，社会を形成していく中心は人間であり，人と人が関わり合って生活をしていくことに変わりはない。

このような社会をよりよく生きていくためには，世の中の様々な課題に対して自分なりに試行錯誤したり，多様な他者と協働したりしながらその解決につなげる「新たな価値を創り出す力」が求められている。

算数科には，学習する過程で，他者と関わり合いながら考えを出し合い，物事の本質を見極め，既存の物事を組み合わせてよりよいものにしていく力や対話や協働を通じて，納得解を生み出す力が育まれていくという変わらない特性がある。つまり，算数を学ぶことによって，これからの社会を切り拓いていくために求められている力が育まれると考える。

これらのことから本校算数科では，目指す子ども像を「これからの時代で求められる力」と「算数科だからこそ育むことができる力」を視点とし，以下のように設定した。

自ら見いだした「問い」を基に，既習の知識及び技能などを根拠として粘り強く考え，その結果，生み出された自分の考えや他者の考えを多角的に考えて関連付けたり，統合的・発展的に考えたりして，自分や他者が納得し，数学のよさを内包した考えを創り出す子ども

そして，算数科で育成すべき資質・能力を上記の「算数科で目指す子ども像」を視点とし，表1のように整理した。

【表1 目指す子ども像に迫るために育成すべき資質・能力】

新たな価値を創り出すために必要な知識及び技能	新たな価値を創り出すために必要な思考力・判断力・表現力等	新たな価値を創り出すために必要な学びに向かう力・人間性等
自分や他者が納得するための拠り所となる数量や図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能	様々な視点から多角的に考え、統合的・発展的に考察する力	数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、粘り強く問題解決していかうとする態度

表1の資質・能力を育成するためには、粘り強く問題を解決していく過程で、自分や他者が互いに納得しながら、数学のよさを内包した考えが生み出される必要があると考えた。

そこで、昨年度の研究では、本校算数科が大切にしてきた、自分にとっても他者にとっても納得感のある解決の筋道である「論理」を構築することを目指し、自他ともに納得するために必要となる「根拠」を明らかにしながら、互いの考えの共通点や差異点、その意味などを分かち合うプロセスを重視した授業を展開する必要があると考えた。そして、「互いの考えを分かち合い、論理を追究する算数科授業の創造」というテーマを設定し、「根拠が用いられる状態の明確化」や「根拠がより明確になる数学的活動の設定」を授業創造の視点として研究を進めた。その結果、次のような成果と課題が見られた。

## 【成果】

- 題材の系統性から明確にしたい根拠とそれが用いられる状態を明確にすることで子どもが根拠となる学習内容を理解し、次の学習につなげていた。
- 根拠の分析から題材設定を行い、数学的活動を設定することで、子どもが分かち合いの場で考えの根拠を明確にし、そのよさを実感していた。

## 【課題】

- よさを実感した根拠を、他の問題（他領域や発展性のある問題）に適用していかうとする姿が十分に見られない子どももいた。
- 「数と計算」領域以外の領域での基軸となる考えの明確化が必要である。

上記の課題の要因を昨年度明らかにした「根拠が用いられる状態」を基に分析してみると、他の問題（他領域や発展性のある問題）に適用していかうとする姿が十分に見られなかった要因は、根拠の有効性を自覚する段階にあるのではないかと考えた。そして、根拠の有効性を十分に自覚できなかった具体的な要因として以下の2点が考えられた。

- ・ 子どもたちが論理を構築した過程を振り返った際に「他の問題や場面でも使えるかもしれない」などと根拠の有効性を十分に自覚できるような学習内容の設定が不十分であった。
- ・ 「数と計算」領域以外の領域で基軸となる考えを明確にできていなかったため、「他の場面にも使えそう」など他領域の学習とつながりを意識できるような場を設定するための題材分析が不十分であった。

【表2 根拠が用いられる状態】

	分かち合いの場において	根拠が用いられる状態
根拠が導き出させる	↓	課題解決の際に、既習の内容を用いて解決の方法や考えを見だし、その理由となる根拠を自覚する状態
根拠の有効性に気付く		自覚した根拠が、一般性や簡潔性などからその根拠を基に解決の方法や考えを見だすことの有効性を自覚する状態
根拠を生かす		有効性を自覚した根拠を基に、類似する課題や全く異なる種類の課題に対して適用していかうとする状態

## 1.2. 研究の方向

子どもたちが，自分だけが納得したり，よさを感じたりしている根拠を基に考えを伝え合っているだけでは自己満足に終始してしまい，十分な論理は構築されない。なぜなら，論理とは前述しているとおり，自分にとっても他者にとっても納得感のある解決の筋道だからである。

そして，子どもたちが，他の問題（他領域や発展性のある問題）や場面でも，よさを実感した根拠を基に，自他ともに納得感のある論理を構築していくためには，「問題を解決する時も使えたし，説明するとみんなが自分の考えに納得してくれた」と考えの拠り所となる根拠の有効性を十分自覚し，「これからも使えるのではないかな」や「今後も使っていこう」と思うことができる学習内容を設定する必要があると考える。

そこで，研究主題を「互いの考えを分かち合い，論理を追究する算数科授業の創造」とした。その中でも，根拠の有効性を自覚する学習内容について焦点を当てていく。

## 2. 研究の内容

### 2.1. 根拠の有効性を自覚する子どもの姿

#### 2.1.1. 根拠の有効性を自覚するとは

算数科の日々の学習では，子どもたちが身に付けるべき学習内容として，主に，十進位取り記数法や乗法の交換法則などの「原理や法則」，算数の定義や作図などの「知識及び技能」，そして，これらを習得する過程で働かせていく「数学的な見方・考え方」，自分の考えを言葉や図，式，表などに表して考える「数学的表現能力」がある。

これらのことを学習内容とする算数科には，他教科に比べ系統性が強く，これまでの数量や図形と異なる新たな問題に出合った際も，既習の学習を根拠として生かしていくことによって問題を解決していくことができるという特性がある。

本研究の「根拠の有効性を自覚する」とは，子どもたちが，問題解決の際に自分だけで根拠のよさを感じることに終始するのではなく，論理を構築していく際の互いの考えを分かち合う場で，一般性や簡潔性などが含まれた根拠を基に，解決の方法や考えを見いだしていくことが，問題の解決に有効であったり，自他の納得感につながったりしていることを感じることである。

そして，「自分で問題を解決するときにも役立ったし，〇〇を根拠に自分の考えを伝えるときにも役立った」，「みんなが納得してくれた」などと根拠の有効性を自覚することが「みんなと納得しながら問題を解決することができた」という達成感や「前の学習を根拠にしながら考えていくと新しい問題も解決できそうだな」という有効性を自覚した根拠を他の問題（他領域や発展性のある問題）や場面でも生かして新たな問題を解決していこうとする姿につながると考える。

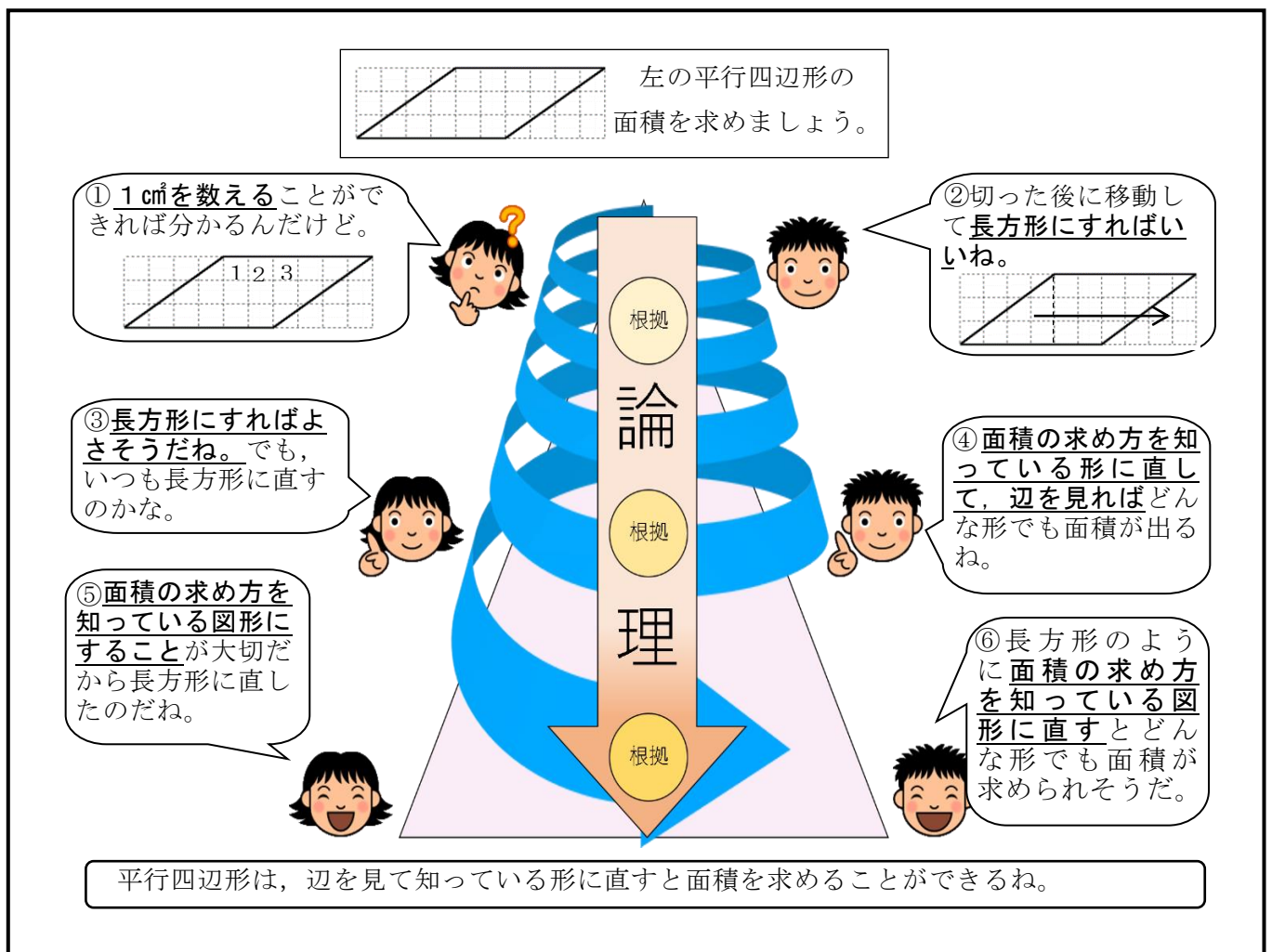
#### 2.1.2. 根拠の有効性を自覚している様相とは

第5学年「図形の面積」では，まず，平行四辺形の面積の求め方について学習する。子どもたちの中には，すでに平行四辺形の面積を求める公式を知っていたり，公式さえ覚えていけばよいと考

えたりする姿が見られる。確かに、公式には形式的に面積を求めることができるというよさがある。しかし、面積の求め方を考える際の根拠が「公式に当てはめたから」では、公式を知らない子どもとの間には納得解は生まれず十分な論理は構築されない。また、今後学習することになる三角形や台形、ひし形などの平面図形の面積を求める際は、それぞれの公式を知っていなくては面積を求めることができなくなってしまう。

一方、子どもたちが平行四辺形の面積の求め方を考える際に、「この考え方は使えたな」と問題を解決する際に根拠のよさを感じたり、互いの考えを分かち合い論理を構築する際によさを感じたりして、根拠の有効性を自覚することができたならば、公式を知らない三角形や台形、ひし形などの面積を求める場面でも平行四辺形での学習で学んだ内容を根拠に面積を求めようとする姿が見られると考える。

子どもたちは第4学年「面積」の学習において、面積とは「単位面積の幾つ分として数値化された量」であることや「正方形や長方形の面積の計算による求め方」などを理解してきている。そして、本題材では、これらを根拠としながら学習していく。平行四辺形の面積の求め方を考える場面で根拠の有効性を自覚する具体的な様相を述べる。



【図1 1単位時間で根拠の有効性を自覚する子どもの様相】

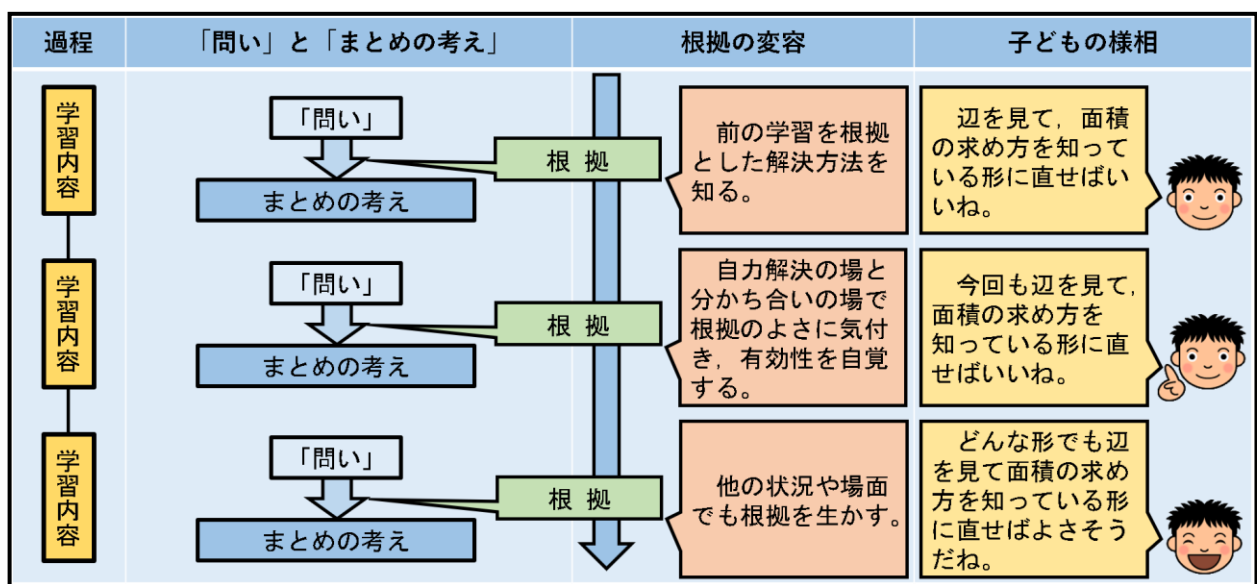
子どもたちからは，平行四辺形を等積変形して長方形にするなど，様々な考えが出されることが想定される。図1の③のような「長方形にすればよい」という形式的な答えの求め方では，「いつも長方形に直すのかな」，「なぜ，長方形に直すのかな」などと納得できない子どもがいることが想定される。また，長方形に直すことができない形の面積を求める際には，根拠が適用できなくなってしまうと考えられる。

根拠の有効性を自覚させるためには，分かち合いの場で，教師や子ども同士が「なぜ長方形に直すのか」という形式的な答えを求めた考えの根拠まで問う必要があり，そうすることで，「面積の求め方を知っている図形に直したかったから」という，より一般性のある根拠が導き出されることになる。そして，子どもたちは一単位時間の学びを振り返る活動を通して，「面積の求め方を知っている図形に直すと面積が求められた」と問題を解決する際に根拠が有効であることを感じたり，「だから長方形に直したのだね」と納得したりして，根拠の有効性を自覚することになる。

今後は，三角形や台形，ひし形の面積の求め方を考えていく。そして，一単位時間で有効性を自覚した「面積の求め方を知っている図形に直す」という根拠が，題材の振り返りを通して，「面積の求め方を知らない図形は，面積の求め方を知っている図形に直せば面積が求められる」と，より一般化され，さらに根拠の有効性を自覚することにつながる。

子どもたちは，上記のように一般性や簡潔性などが含まれた根拠を基に，解決の方法や考えを見いだしていくことが，問題の解決に有効であったり，自他の納得感につながっていることを感じたりすることを繰り返すことによって，目の前の問題を解決することだけではなく，本時の学習と既習の学習とのつながりを意識するようになる。

さらに子どもたちは，図2のように根拠が用いられる状態の変化を通して，題材のつながりや領域間のつながり，日常生活とのつながりを感じ，「既習を生かしていけば，新しい問題も解決できた」という達成感や算数を学ぶ喜びを感じることに繋がっていくことになると考える。



【図2 題材を通して根拠の有効性を自覚する子どもの様相】

## 2.2. 学びのよさを実感する学習内容の基本的な考え方

子どもたちが問題を解決する過程で根拠にするものは、これまでの学習で身に付けた知識及び技能や数学的な見方・考え方などの既習の学習内容である。このことから、既習の学習内容と本題材の学習内容、さらに、今後、発展していく学習内容との「縦のつながり」を明らかにしたり、他題材や生活とのつながりなど「横のつながり」を明らかにしたりして教師が意図的に学習内容を設定することで、子ども自身が既習の学習内容や他題材、生活などとのつながりに気付きやすくなり、身に付けた知識及び技能や数学的な見方・考え方などが様々な場面でも「使っていける」と感じることに繋がると考える。

また、子どもたちが根拠の有効性を自覚するためには、問題を解決する際に根拠のよさを感じるだけでなく、論理を構築する際にも根拠のよさを感じる必要がある。このためには、素朴で曖昧な根拠や誤概念を含んだ根拠と比較・関係付ける場が必要である。なぜなら、この場を設定することで互いの考えの共通点や差異点、その意味などを認め合いながら「なるほど」、「そうか」などと納得し、論理を構築していくことに繋がると考えるからである。

これらのことから、「縦のつながり」と「横のつながり」を明らかにし、多角的に考えることができたり、考えたことを様々な方法で表現したりしながら、多様な考えの根拠を他者と突き合わせることで学習内容を設定する必要があると考えた。「根拠の有効性を自覚すること」と昨年度設定した「新たな価値を創り出す資質・能力」の育成を視点とし、学習内容の要件を整理した。

ア 問題を解決していく過程で、これまでの学習との関連を見いだしたり、身に付けた既習の知識及び技能、数学的な見方・考え方などを、自分や他者が納得するための根拠として活用したりすることができる学習内容

イ 問題を解決していく過程で、様々な視点から多角的に考えることができ、その結果、生み出された考えを様々な方法で表現することができる学習内容

ウ 粘り強く問題解決していく過程で、数学的活動の楽しさや数学のよさ、そして、意識していなかった他領域や生活などとの関連性に気付いたり、既習を生かして考えたりするよさを子ども自身が感じることができるよう学習内容

## 3. 研究の実際

### 3.1. 実践の立場

子どもたちが、互いの考えを分かち合い、論理を追究する算数科授業で、根拠の有効性を自覚することができたか、次の視点で検証する。

- 既習の学習内容を根拠として活用しながら、多角的に考えたり、考えたことを様々な方法で表現したりしながら、考えの根拠を他者と突き合わせることで学習内容を設定することが、根拠の有効性を自覚させることに繋がるのではないか。
- 他領域や生活などとの関連を踏まえ題材を構成することで、子どもたちが意識していなかった他領域や生活などとの関連性に気付いたり、既習を生かして考えたりするよさを感じ、有効性を自覚した根拠を他の問題（他領域や発展性のある問題）に適用していこうとする姿に繋がるのではないか。

なお、実践にあたっては、第5学年題材「割合とグラフ」を取り扱う。

### 3.2. 本題材における学習内容について

#### 3.2.1. 「割合」の学習について

「3割引き」「20%OFF」などの文言は，買い物に行ったときには，ふれる機会の多い言葉である。また，教室などでは，子どもが「昨日，お菓子が○%引きで売っていたよ。」などと話をしている場面がある。このように，「割合」は日常生活で頻繁に使われており，子どもたちにとって，身近なものである。また，1年生のたし算やひき算の学習でも「○○（基準量）は△△（比較量）よりも□□個多い。」と考えるなど，「割合」の学習で大切な基準量と比較量を明確にしながら学習を進めてきている。

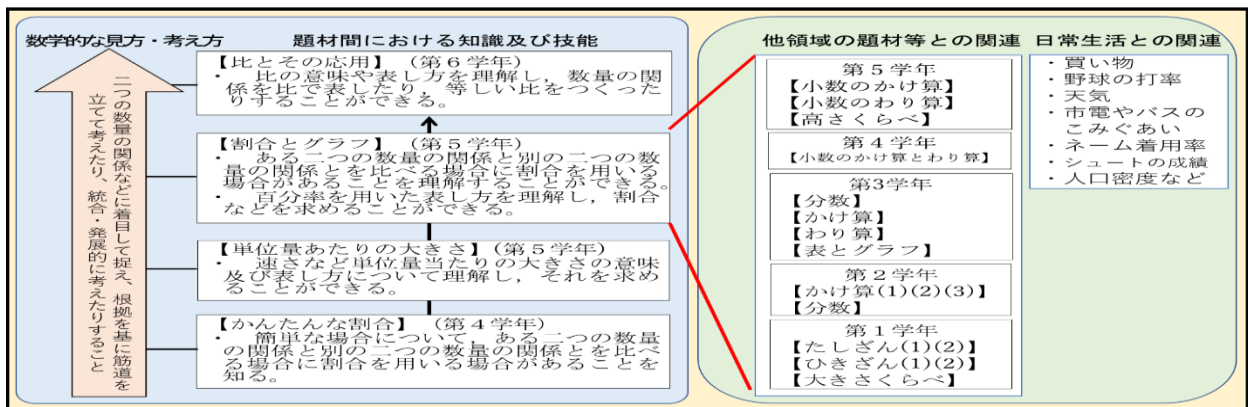
本校の子どもたちの割合の学習に関する実態を調査すると，約3割の子どもが苦手意識をもっていることが分かった。本当は1年生から親しんでいる学習であったり，何気なく使っている言葉であったりするにも関わらず，割合の学習は難しいとされる。その理由の一つに，問題場面が具体的にイメージしにくいことが考えられる。その結果何を「基準量」とし，何を「比較量」とすればよいのかを子どもが正しく捉えることができず，問題場面に出合った際は，まず演算方法を考え，問題にでてきた数値を適当に当てはめ，立式しているという実態が考えられる。

#### 3.2.2. 題材「割合とグラフ」のねらいについて

本題材では，二つの数量の関係に着目し，ある二つの数量の関係と別の数量の関係を比べる活動を通して，二つの数量のうち的一方を基準にする大きさ（基準量）を1としたとき，もう一方の数量（比較量）を割合として小数で表すことで，資料の全体と部分，あるいは，部分と部分の関係どうしを比べる場合があることを理解し，それを帯グラフや円グラフに表したり，それを読み取ったりすることができることをねらいとしている。

また，資料から基準量や比較量を見いだして関係を捉えようとする考えや，割合が小数で表される場合に考察する範囲を拡張していこうとする考え方を一層深めていこうとするものである。さらには，身の回りにある具体的な事象を比べるために粘り強く問題解決に取り組み，自分なりの「問い」を連続・発展させていこうとする態度を育てることもねらいとしている。

#### 3.2.3. 学習内容の設定について



【図3 題材「割合とグラフ」の構造図】

「割合とグラフ」の学習において、子どもたちが根拠の有効性を自覚するための学習内容を根拠の有効性を自覚する学習内容設定の手順に沿って図3のように構造化した。

まず、「縦のつながり」を確かめると、子どもたちは、2量を比較する活動を通して、「差」による比較と、「割合」を用いることを理解してきていることが分かった。さらに、数量の変化や対応の規則性に着目して、事象を理解したり、問題を解決したりしようとする考えや、既習したことを新たな場面で用いられるように拡張したりしていこうとする考え方を深めてきている。そして、ここで培う基準量や比較量を見いだして関係を捉えようとする考えや、割合が小数で表される場合に考察の対象を拡張していこうとする考え方は、第6学年の「比とその応用」という学習に発展していくことが分かった。

次に、「横のつながり」を明らかにする。1年生で学ぶ、まとめて数える数え方（倍概念）や2年生のかけ算で学習する「～の幾つ分（倍）」、さらにかけ算やわり算では、異なる2つの数量の関係に着目して、整数、小数、分数へと数を拡張し続けながらかけ算、わり算の意味の拡張を繰り返す、数量を数値化していく「数と計算」領域と関連が強いことが分かった。また、日常生活では、通学で使っている市電のこみぐあいやネーム着用率で割合が使われていることが分かった。

最後に、子どもたちが分かち合いの場で、「どんな場面でも使えそうだ」「こっちのほうがより簡単に答えを求められそうだ」など、一般性や簡潔性などから根拠の有効性を自覚することができるように、割合の場面をイメージしやすく既習の学習を生かすことができたり、日常生活とのつながりに気付いたりして、「こんな場面にも使えるのではないか」と感じる学習内容を設定していく。

上記のことを基に「割合とグラフ」の学習に以下の内容を取り入れることが根拠の有効性を自覚させることにつながると考えた。

- ア 問題場面をイメージしやすく、基準量と比較量を明確に捉えることができ、それらを二つの数量を比較する場面で自他ともに納得するための根拠として用いることができる学習内容
- イ 割合の問題場面が生活などにつながることで様々な視点から捉え、多角的に考えることができ、多様な表現方法で考えを表すことができる学習内容
- ウ 割合で比べるよさを子どもたちが感じたり、本題材の学習が既習の学習内容や日常生活とつながったりしていることに気づき、これからも「様々な場面で使っていける」と思うことができる学習内容

### 3.2.3. 題材「割合とグラフ」の目標



- 基準量を決め、それに対する比較量の大きさを表した数の意味を理解したり、それを帯グラフや円グラフに表したりすることができる。
- 資料から基準量や比較量を見だし関係を捉えようとする考えや、割合が小数で表される場合に考察の対象を拡張していこうとする考え方をを用いて、ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係との比べ方について考察し、その関係について図やグラフを使って説明することができる。
- ある二つの数量の関係と別の二つの数量を比べる活動に意欲的に取り組み、自分なりの「問い」を連続・発展させていこうとすることができる。


















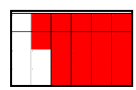

### 3.2.4. 指導計画

子どもたちが根拠の有効性を自覚するために「割合とグラフ」の学習で必要だと思われる学習内容を基に指導計画を作成した。基本的に、1単位時間にアイウの全てが含まれているが、より関連が強いと思われる内容を表3に明記した。

【表3 割合とグラフの指導計画】

小題材・時数	主な学習活動	学習内容	子どもの様相
割合 第一時	基準量も比較量も異なる図のどちらが赤い部分が多く見えるかを比べる方法について考える。	基準量と比較量が明確になる内容。 様々な表現方法で考えを表せる内容。 数学のよさを感じる内容。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・全体と部分を考えるといつも比べられるね。</li> <li>・全体を1とみればいいね。</li> <li>・小数で表すと簡単だね。</li> </ul> 
割合の問題 第六時	身の回りのいろいろな場面について、割合を使う問題に取り組む。 ・比較量 ・基準量	様々な表現方法で考えを表せる内容。 日常生活とのつながりに気付く内容。 数学のよさを感じる内容。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・今日も全体と部分を考えるといつも比べられるね。</li> <li>・日常でも使えるね。</li> <li>・これからも使えそうだな。</li> </ul> 

### 3.2.5. 本時の実際

目標	ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係を比べる場合に割合を用いることを理解することができる。	
本時の展開に当たって	分数で表すことで基準量と比較量が明確になる課題を提示する。そして、基準量を揃えることで数量の関係同士を比べることができるよさを感じさせる。その後、基準量を通分によって揃えることが面倒な図を提示し、基準量を1として捉え、小数で割合を表すよさを感じることができるような場を設定する。	
第一時	 <p>どちらが赤っぽいかな。</p> <p>ア  イ </p>	 <p>赤色のマスの数で比べた</p> <p>差分数</p> <p>分数にして比べたよ。</p>
	<p>この場合はどうなるかな。</p> <p>ウ  エ </p>	 <p>通分すればいいよ。</p>
	 <p>なるほど。全体を揃えて部分で比べようとしたんだね。</p> <p>確かに面積でもいいね。</p>	<p>全体を揃えて部分 分数 小数 面積</p> <p>小数なら通分する手間が省けるよ。そして、面積でも比べられたよ。</p>
	 <p>この場合はどっちが赤っぽいかな。</p> <p>オ  カ </p>	 <p>赤の面積はカが広そうだけど。</p>
	 <p>前の問題では使えた面積で比べて、納得がいかない〇〇さんの気持ちは分かるかな。</p>	 <p>そうか。全体の大きさが違うから違和感があったんだ。でも、小数の意味が分からないな。</p>
	 <p>全体を1とみるのが大切だね。通分しないでいいから小数は簡単に表せるね。</p>	<p>全体を1とみる 分数、小数</p> <p>全体が大きさが違うから今回は、面積では比べられないよ。</p> <p> </p> <p>分数も小数も全体を1としてみることで比べられるね。</p>
<p>全体を1として、全体の中に赤がどれくらいあるかで比べればいいね。</p>		

【図4 題材「割合とグラフ」第1時の実際】

目標	基準量によって「差」で考えた方がお得な場合と「割合」で考えた方がお得な場合があることに気づき、根拠を基に正しく判断し、説明することができる。
本時の展開に当たって	子どもたちが正しく判断することができるように、既習の学習内容を根拠として活用でき、判断することができる場を設定する。
第六時	<p>300円引きと30%引きの2種類の割引券があります。どちらの割引券を使うのがお得でしょうか。 ア 500円のチョコレート    イ 800円のペン    ウ 1200円のハンカチ</p> <p>300円引きを使った方がお得になると思うよ。</p> <p>確かに300円引きを使った方がお得な商品もあるけど…ハンカチは30%引きを使った方がお得だよ。</p> <p>値段によって使う割引券が違うってことかな。何円からお得になる券が変わるのかな。</p> <p>もし900円の商品があったとしても300円引きの方がお得だよ。1000円はどうだろう。</p> <p>1000円は300円引きと30%引きの価格が同じだね。</p> <p>お得にお買い物するためには何が大切だったのかな。</p> <p>どちらの割引券を使うか判断することが大切だね。実際の買い物でもこの考えは役に立ちそうだね。</p> <p>基にする量の大きさによって、300円引きの割引券がお得か30%引きの割引券がお得か判断すればいいね。</p>

【図5 題材「割合とグラフ」第6時の実際】

実践を通して、一般性や簡潔性などから根拠の有効性を自覚している子どもの様相が見られた。

第1時の子どもの様相	第6時の子どもの様相
<p>感想 全体と部分が分かれはいつでも比べられると思った。</p>	<p>感想 日常生活にもつかえそうな学習内容だった。もとにする量多量にかかると、前の学習が使える。</p> <p>学習場面だけでなく、日常生活場面でも生かそうとしていることが分かる。</p>

【図6 題材「割合とグラフ」の授業後の子どもの様相】

#### 4. 考察

「縦と横のつながり」を意識し、他題材や生活とのつながりに気づきやすい学習内容を設定することが、子どもたちが多角的に考えることにつながり、素朴で曖昧な根拠や誤概念を含む多様な考えを引き出すことが分かった。また、分かち合いの場で、多様な根拠を突き合わせることを通して、子どもたちが、一般性や簡潔性などから根拠の有効性を自覚することが分かった。今後は、論理を構築する振り返る場での手立てを考えるために、振り返る際に手掛かりとなる板書の仕方や発問など、教師の具体的な働きかけを明らかにする必要があると考える。

#### 参考文献

加固希支男	(2019) . 発想の源を問う	東洋館出版
文部科学省	(2018) . 小学校学習指導要領解説 算数編	日本文教出版
尾崎正彦	(2013) . まるごと割合の指導	小学館出版
算数教育研究チーム「ベクトル」	(2018) . 割合指導の3つの方略	東洋館出版
田村学	(2018) . 深い学び	東洋館出版