

新たな時代に求められる「数学的に考える資質・能力」を身に付ける生徒の育成

— 数学の学習過程のイメージ図を基にした授業の展開を通して —

榑 隼 弥 [鹿児島大学教育学部附属中学校]

竹 下 洋 一 [鹿児島大学教育学部附属中学校]

追 立 直 也 [鹿児島大学教育学部附属中学校]

豊 留 洋 輔 [鹿児島大学教育学部附属中学校]

Fostering students to acquire the "qualities and abilities to think mathematically" required in a new era:

The development of lessons based on conceptual drawings of the learning process of mathematics

SAKAKI Junya, TAKESHITA Yoichi, OITATE Naoya and TOYODOME Yosuke

キーワード：数学的な推論、算数・数学の学習過程のイメージ図、What If Not、箱ひげ図

1 研究仮説

数学科の指導において、算数・数学の学習過程のイメージ図を基にした授業に Society5.0 で求められる資質・能力を育成する3つの活動を取り入れることで、数学的な見方や考え方を働かせ、数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合うことができる生徒を育成できる。

2 研究主題並びに仮説設定について

2.1 時代の要請から

平成20年改訂の学習指導要領では、算数科、数学科の改善の基本方針について、様々な点を挙げている。特に中学校数学科では、全国学力・学習状況調査の結果から、「数学的な表現を用いた理由の説明」が重点化された。また、平成29年3月に告示された中学校指導要領解説数学編（以下、新学習指導要領）においても、数学的活動の一層の充実を図り、目標には、「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。」という言葉が明記された。つまり、近年の数学教育に求められていることは、自らの考えを他者に論理的に説明し伝え合うことだと考える。このことについては、鹿児島県の同調査の結果からも同様のことが言え、「自分の考えをもたせ、記述させたり、説明させたりする活動を、言葉や式、図などに関連付けて学習する時間を設定することが必要である。」と指摘されている。

2.2 生徒の実態から

本校数学科では、平成25年から研究主題を「数学を活かし創造的に問題を解決していく生徒の育成」とし、研究実践を進めてきた。この6年間の研究で様々な成果を挙げる事ができたが、

創造的に考えることができた結果を他者に伝えるための力が不十分ということや新学習指導要領で求められている資質・能力を見極め授業改善をすること、教科内のカリキュラム・デザインを行い、学習過程を再考する必要があることなどの課題も残った。

これらの課題を踏まえ、これまで本校が研究して生徒が身に付けてきている創造的に考え出されたものを、平成29年度改定の新学習指導要領で求められているものへとつなげていくために、数学的活動の三つの内容（ア. 日常の事象や社会の事象から問題を見だし解決する活動、イ. 数学の事象から問題を見だし解決する活動、ウ. 数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動）を意図的に授業の中に設けた学習過程を作成していくことで数学的に考える資質・能力の育成につながり、全国的な課題の解決につながるものと考えた。

3 研究の構想について

3.1 新たな時代を豊かに生きる生徒とは

本校数学科においては、新しい時代である予測困難な社会において問題や課題を解決するために必要なデータを分析し、自らの考えを論理的に説明し伝え合うことで豊かに生きることができるとは思えないかと考えた。そこで、「新たな時代を豊かに生きる生徒」を日常や社会の事象や、数学の事象から問題を見だし、数学的表現を用いて自らの考えを論理的に説明することができる生徒と捉えることとした。

3.1.1 日常や社会の事象や、数学の事象から問題を見だしとは

新学習指導要領では、数学的な問題発見・解決の過程として、図1のように、主として日常生活や社会の事象に関わる過程と、数学の事象に関わる過程の二つの過程が示された。どちらの過程においても問題を見出す力（数学化する力）が必要となる。日常生活の事象から問題を見出すとは、目的に応じて必要な観点を持ち、その観点から事象を理想化したり抽象化したりして、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して数学の舞台にのせて考察することである。また、数学の事象から問題を見出すとは、数学的な見方・考え方を働かせ、数量や図形及びそれらの関係などに着目し、観察や操作、実験などの活動を通して、一般的に成り立ちそうな事柄を予想することである。どちらの過程においてもこれまでの経験の中での類似の事象や、これまでの学習の中で使えそうな見方・考え方を構造的に思考し、見通しを持つことが必要となる。

3.1.2 数学的表現を用いて自らの考えを論理的に説明するとは

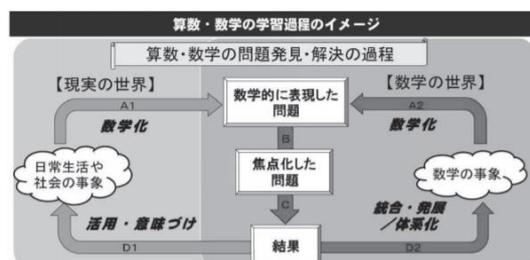


図1 算数・数学の学習過程のイメージ図

中学校数学科では、言葉や数、式、図、表、グラフなどを数学的な表現としている。それらの数学的表現を用いて自分の考えを論理的に説明するためには、どのような表現を用いれば他者は納得することができるかと考えることが必要になる。また、数学的に説明し伝え合う際に重要な働きをするのが以下に示す3つの数学的推論である。この数学的推論を用いることで論理的に説明することができると思う。

〔帰納的推論〕

特別な場合についての観察や操作、実験などの活動に基づいて、それらを含んだより一般的な結果を導き出す推論

〔類推的推論〕

似たような条件のもとでは、似たような結果が成り立つであろうと考えて、新しい命題を予想する推論

〔演繹的推論〕

前提となる命題から論理の規則に従って結論となる命題を導き出す推論

3.2 数学的に考える資質・能力を身に付ける生徒とは

新学習指導要領では、資質・能力を、ア「何を理解しているか、何ができるか」、イ「理解していること・できることをどう使うか」、ウ「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか」の三つの柱に整理された。また、数学科の目標においても、三つの柱に基づいて数学的活動を通して育成する数学的に考える資質・能力が示された。その中のイ「理解していること・できることをどう使うか」では、「数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統一的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う」と示され、ウ「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか」では、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う」と示されている。この2つの目標は、先に述べた生徒の実態から得られた課題の解決への手立てとなりうることであり、新学習指導要領の求める授業改善を行うことで、本校数学科の課題を解決できるのではないかと考える。そこで、本校数学科では、これらのことを踏まえ、育みたい生徒の姿を多くの知識・技能を使って問題を解決した後に、数学的表現を用いて、簡潔・明瞭・的確に他者へ伝え、吟味し合うことで自分の考えを見つめ直す反省的思考を生み出す生徒、また、導き出した学習問題・課題の結果から、条件を変更したり、多面的な視点で見たりすることで、新しい課題を創造できる生徒と捉え、生徒が数学的活動を通して数学的に考える資質・能力を身に付けることができるような指導の工夫を行っていきたく考えた。

3.3 数学的に考える資質・能力を身に付ける生徒を育成するためには

本校数学科では、これまで様々な問題に対して、数学的な根拠を明らかにして説明させるために、「何を使って、どのような考え方が使えそうか」や、自己への問いかけの工夫として、「ここにはないもので解決するために使えそうなものはないか」など様々な発問の工夫や手立てを行って

きた。その結果生徒は、他単元や他領域、他教科を関連付けながら問題の解決をする姿が見られた。しかし、オープンな課題に対しての考えを発表する場面が十分設定されなかったり、他者にわかりやすく解決までの過程を説明し、その内容を論理的に組み立てたりすることが十分ではない姿が見られた。また、説明を受ける側も、オープンな課題に対しての考えなので、発表者の内容を吟味したり、批判的に考察したりすることなく、単に聴いて終わりのような姿も見られた。そこで、生徒がより効果的に自らの考えを他者に伝えたり、受け手も聴く視点を持ち、発表に対して批判的思考を働かせて、よりよいものへと改善したりできるような手立てを講じることが大切ではないかと考えた。

そこで、まず解決した課題を発表する場を設定したい。その中で、単に伝えることを目的にするのではなく、伝えることで受け手をどのように動かしていくのかといった目標を設定させたり、その達成のために必要な様々なデータを論理的に組み立てさせたりしていくような学習活動の工夫を行っていく必要があると考えた。また、受け手も発表の内容を批判的思考で捉え、互いに、発表と協働的な改善を繰り返す中で数学的に考える資質・能力を身に付けていく生徒を育成したいと考えた。

4 研究の内容

4.1 カリキュラム・デザインの工夫

4.1.1 数学的に考える資質・能力を身に付けさせるための学習課題の設定の工夫

数学科の特性や数学的に考える資質・能力の育成を考えると、「教科内の特設単元を設定したデザイン」と「教科内の一つの単元におけるデザイン」を行うことにした。学習指導要領では、数学的に考える資質・能力を育成する上で数学的な見方や考え方を働かせた数学的活動を展開することが重視された。具体的には、「日常生活や社会の事象に関わる過程」と「数学の事象に関わる過程」である。そこで、この二つの過程を入れたものを1つの単元や領域でつながりを持たせて学習過程を設定させたり、各単元末の課題学習として設定したりすることにした。

4.2 「Society5.0で求められる資質・能力」を育成するための指導の工夫

4.2.1 事象を数学化したり、問題を焦点化したりするための指導の工夫

（「読み解き・対話する活動」の指導の工夫）

本校数学科では、「読み解き・対話する活動」を日常生活や社会・数学の事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目し、数学的な問題を見いだす活動と定義した。

日常生活や社会・数学の事象を数学的に表現した問題を見いだすためには、与えられた事象から数学的に解決できそうなものを読み解く必要がある。次に、その表現された問題を焦点化させる必要がある。その際に、「何を使って」、「どのような考え方で」の発問を用いることで、事象を数学化したり、問題を焦点化させたりしたい。また、数学化したり、焦点化したりする際にペアでの対話や教師との対話により自己の考えをひろげることができると考える。

4.2.2 3つの数学的な推論を促したり、批判的に考察し判断したりする指導の工夫

（「思考・吟味する活動」の指導の工夫）

本校数学科では、「思考・吟味する活動」を学習課題・問題を解決するために、数学的な推論を用いて対話したり、批判的に考察し判断したりして、吟味する活動と定義した。

3つの数学的な推論（帰納的・類推的・演繹的）を用いた対話を重視することにする。そのためにはまず、生徒がその3つの推論を理解し、伝え合う活動の際には、解決に至るまでにどの推論を用いたかを考えられるようにする。そうすることによって、伝えたいことを論理的に組み立てることができ、自然と数学的な表現を用いて説明することができると思う。また、自らの考えを他者に伝え、互いの考えを吟味することで、自らの考えをよりよくしていくことができると思う。

4.2.2 新たな問題を見いださせるための指導の工夫

（「価値を見つけ・生み出す活動」の指導の工夫）

本校数学科では、「価値を見つけ・生み出す活動」を導き出された結果から活用・意味づけさせたり、統合・発展させたりして、新たな問題を導き出す活動と定義した。

「日常生活や社会の事象に関わる過程」と「数学の事象に関わる過程」においても、数学的に表現した問題を焦点化し、解決に至るという流れは共通している。また、「日常生活や社会の事象に関わる過程」では、得られた結果を解釈したり、類似の事象に活用したりして適用範囲を広げ、「数学の事象に関わる過程」では、得られた結果を振り返り、統合的・発展的に考察したりすることが求められている。そのためには、一度解決した問題の結果から再度新たな問題を見いださせるために、『What If Not』（～でなければどうか）という発問を投げかけることで、次の問題発見を促したいと考える。

4.3 本校の学校教育目標と数学科の目標のつながりについて

本校の学校教育目標と数科学習指導要領に示されている数学科の目標を踏まえて、本校数学科の目標を設定した。そこで、本校数学科では、学校教育目標を達成するために、教科として育むべき資質・能力を三つの柱で以下のように捉え直した。

表1で知識及び技能においては、学校教育目標の「物事の本質を深く追究したり、よりよく自己を生かして協働したりするための知識・技能」を身に付けるために、「日常の事象や数学の事象を数学化し、焦点化するための知識及び技能」を身に付ける必要があると考えた。これは昨年度までの研究において、生徒自らが問題を焦点化することに課題があり、日常の事象や数学の事象を数学化することで、物事の本質を追究するための素地ができると考える。

次に、表2で思考力・判断力・表現力等については、「よりよいものをつくり上げるための必要な力」という言葉が、「簡潔・明瞭・的確に説明したりする力」という文言に繋がると考えた。数学科において、他領域を組み合わせ考察したり、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的表現を関連付けて簡潔・明瞭・的確に説明したりすることで質の高い思考を可能にし、その質の高い思考こそがよりよいものをつくり上げる事につながると考える。

最後に、表3で学びに向かう力・人間性等については、「社会に積極的に参画していく態度」という言葉が、「新たな問題を見いだす態度」という文言に繋がると考えた。これは、数学の学習過程のイメージ図でもあるように、日常や社会の事象や数学の事象を解決した後に、活用・意味づけしたり、統合・発展・体系化したりすることで、新たな問題を見いだすことにつながり、その新たな問題を見いだすことが特に日常生活や社会の事象場面においては、社会に参画していくための力になると考える。

表1 知識及び技能におけるそれぞれの目標

本校の学校教育目標	物事の本質を追究したり、自己を生かして協働したりするための知識・技能を身に付けるようにする。
数学科学習指導要領に示されている数学科の目標	数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
本校の数学科の目標	日常の事象や数学の事象を数学化し、焦点化するための知識及び技能を身に付けるようにする。

表2 思考力・判断力・表現力等におけるそれぞれの目標

本校の学校教育目標	目的に向かって知識・技能を活用し、よりよいものをつくり上げるための必要な力を養う。
数学科学習指導要領に示されている数学科の目標	数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
本校の数学科の目標	事象に応じて、他領域を組み合わせ考察したり、数学的な表現を関連付けて簡潔・明瞭・的確に説明したりする力を養う。

表3 学びに向かう力・人間性等におけるそれぞれの目標

本校の学校教育目標	自分と他者の理解を深め、よりよいものをつくり上げ、自尊感情並びに他者を大切にする感情を育み、社会に参画していく態度を養う。
数学科学習指導要領に示されている数学科の目標	数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。
本校の数学科の目標	日常の事象や数学の事象へと新たな問題を見いだす態度を養う。

5 授業実践

以下は、研究の内容を取り入れた授業実践における指導案である。

数学科学習指導案

1 単元 データの分布(2年)

2 本校数学科の目標と本時で育む資質・能力とのつながり

知識及び技能：日常の事象や数学の事象を数学化し、焦点化するための知識及び技能を身に付けるようにする。

思考力、判断力、表現力等：事象に応じて、他領域を組み合わせ考察したり、数学的な表現を関連付けて簡潔・明瞭・的確に説明したりする力を養う。

学びに向かう力、人間性等：日常の事象や数学の事象へと新たな問題を見いだす態度を養う。

本時において、「**知識及び技能**」では、既習事項を振り返らせ、四分位範囲や箱ひげ図から読み取れることなどを想起させることで、事象を数学化し、焦点化させていく。また、「**思考力、判断力、表現力等**」では、四分位数や四分位範囲、箱ひげ図から読み取れる特徴などの数学的表現を用いて、論理的に他者にわかりやすく伝えるようにさせる。そして、「**学びに向かう力、人間性等**」では、四分位範囲や箱ひげ図のよさに気づき、多様な考えを認め、学んだことが日常生活のどんな場面で活用できそうかを考察させることで、新たな問題を見いださせる。そうすることで、学校教育目標に迫ることができると考えられる。

3 本時の実際

(1) 主題 箱ひげ図とヒストグラム(4/4)

(2) 本時の目標

- ・ 複数の資料の箱ひげ図からそれぞれの傾向を比較し、読み取ることができるようにする。
- ・ 箱ひげ図が日常生活のどんな場面で活用できそうかを考察しようとする態度を養う。

(3) 本時の評価規準

- ・ 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる。
- ・ 四分位範囲や箱ひげ図について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
- ・ 箱ひげ図や四分位数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

(4) 授業設計の工夫

ア 「Society5.0 で求められる資質・能力」を育成するための指導の工夫

① 事象を数学化したり、問題を焦点化したりするための指導の工夫

問題を焦点化させるために、「何を使って」、「どのような考え方で」の発問を用いて、与えられた問題から数学的に解決できそうなものを読み解くことができるようにした。また、ペア活動や教師との対話により、自己の考えをひろげることができるようにした。

② 3つの数学的な推論を促したり、批判的に考察し判断したりする指導の工夫

他者を意識した発表をグループ活動で行わせることで受け手の批判的思考を促し、自らの考えに様々な考え方を付け加えたり、変更したりすることで、自らの考えをよりよくすることができるようにした。

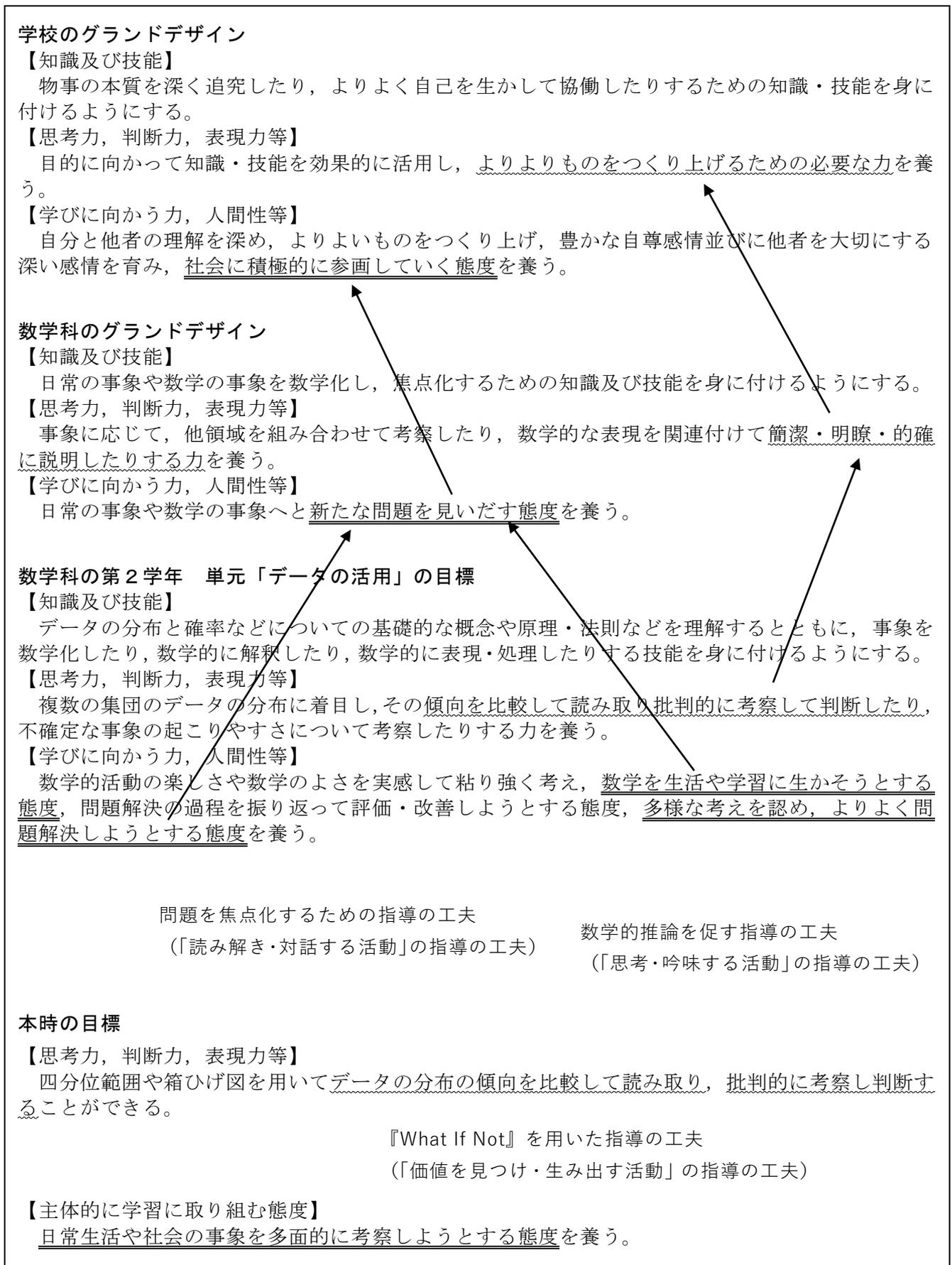
③ 新たな問題を見いださせるための指導の工夫

「What If Not?」の発問を投げかけることで、日常生活の中で箱ひげ図を用いて分析できそうなことがないか考えるなど、新たな問題を見いだせるようにした。

(5) 展開

学 習 過 程	生徒の活動・生徒の反応例	形態	指 導 上 の 留 意 点
1 数学の事象	1 前時までの内容を確認する。	一斉	1 最初の授業で、ヒストグラムだけで優勝候補を予想した時の結果を思い出させる。
2 数学的に表現された問題	2 前時までの学習から学習問題を設定する。 2.2 解決への見通しをもつ。	一斉 個 ペア	2 前時までの学習を振り返り、学習問題を設定させる。 2.2 「何を使って」「どのような考え方で」課題を解決すればよいか見通しをもたせる。
3 焦点化された問題	3.1 学習問題に取り組む。 3.2 分析の違いを共有する。	個 グループ	3.1 データを分析して、自分の考えをワークシートに書かせる。 3.2 分析したデータの傾向を読み取り、批判的に考察し判断させる。 【思考力、判断力、表現力等】の評価 ・ 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる。
4 結果	4.1 分析の結果を説明する。 4.2 新たな問題を見いだす。 4.3 本時のまとめをする。	一斉 個 ↓ 一斉 一斉	4.1 分析した結果から得られた結論が適当かなどについて検討させる。 4.2 「What If Not ?」の視点をもたせ、新たな問題を見いださせる。 【主体的に学習に取り組む態度】の評価 ・ 四分位範囲や箱ひげ図について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ・ 箱ひげ図や四分位数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。 4.3 本時の学習を振り返らせる。

(6) 資質・能力についての関連図



6 成果と課題

今年度の実践を通して、次のような成果と課題を得ることができた。

6.1 成果

- 「教科内の一つの単元におけるデザイン」において、「日常生活や社会の事象に関わる過程」の視点を取り入れた学習課題を設定し、予想や疑問を生じさせ、今まで学習してきたことを活用できるようにしたことで、単元だけではなく、領域において学年を横断して、つながりを持たせることができた。
- 「読み解き・対話する活動」において、これまでの授業でも行ってきた「何を使って」「どのような考え方で」という発問を繰り返すことで、事象を数学化することができたり、問題を焦点化することができたりすることができた。また、他領域や他教科との繋がりも意識することができるなど、考えを深めることができた。
- 「思考・吟味する活動」において、数学的な推論を意識させながら論理的に伝えることで他者を納得させることができる生徒の姿が増えた。また、批判的に考察し判断することで、結果についても多面的に吟味し、よりよい解決や結論を見いだそうとする生徒の姿が見られた。
- 「価値を見つけ・生み出す活動」において、『What If Not?』の発問を投げかけることによって、新たな視点で問題を見直すことができ、新たな問題を生み出すことができる生徒が出てきた。

6.2 課題

- 帰納的な推論、演繹的な推論、類推的な推論だけではなく、批判的に考察し判断するための手立てなどを考える必要がある。
- 今後も算数・数学の学習過程のイメージ図を通した学習課題の開発も必要だが、データの領域に関しては、「統計的な問題解決の過程」をより深く研究していく必要がある。
- 『What If Not?』の発問を投げかけることもなく、生徒自らが新たな問題を生み出すことができるような資質・能力を身に付けさせる必要がある。

【引用・参考文献】

- ・ S. I. ブラウン, M. I. ワルター, 1990年, 『いかにして問題をつくるか』, 東洋館出版社
- ・ 小島寛之, 2012年, 『数学的推論が世界を変える』, NHK出版新書
- ・ 鹿大附属中, 2013年, 自らよりよい未来を創る生徒の育成—1年次—
- ・ 鹿大附属中, 2014年, 自らよりよい未来を創る生徒の育成—2年次—
- ・ 文部科学省, 2017年, 中学校学習指導要領 解説 ～数学編～
- ・ 鹿大附属中, 2019年, 新たな時代を豊かに生きる生徒の育成—1年次—
- ・ 鹿大附属中, 2020年, 新たな時代を豊かに生きる生徒の育成—2年次—