

チェビシェフ多項式同定による Extremum Seeking 制御の改善

高田 等* 堀之内 優正** 八野 知博*

Improvement of Extremum Seeking Control via Chebyshev Polynomial Identification

Hitoshi TAKATA*, Yusei HORINOUCI** and Tomohiro HACHINO*

In this paper we consider a modification of standard type extremum seeking control for nonlinear adaptive control systems. This method modifies amount of control by adding accelerator based on Chebyshev polynomial identification. The proposed approach is applied to Monod model of bioreactor. Simulation results show that this enables its operation to reach the maximum point swiftly.

Keywords: Nonlinear control, Extremum seeking control, Chebyshev polynomial identification

1. まえがき

現在、我々の周りには様々なシステムが存在している。システムは、線形システムと非線形システムに大別されるが、現在使われている多くのシステムは非線形システムである。これをパラメータが変動するような不確定環境状況の下で制御を行うものとして適応制御がある。ただし、適応制御の主流は、運転点が既知であるか、基準軌道や規範モデルが与えられることが多い。これに対し、最適運転点が未知で、オンラインで探索しつつ運転する適応制御の一つとして、Extremum Seeking 制御がある。この制御法の適用例として、化学や生物の攪拌プロセス、自動車エンジンの発火点角度制御器、ガス炉燃焼プロセスなど多岐にわたる。本報告では、チェビシェフ多項式同定を基にした標準型 Extremum Seeking 制御の改善型について考察した。

すなわち、本手法は、一定のサンプリング時間毎にデータ収集し、評価関数式をチェビシェフ多項式で同定を行う。次に、その最大値である最適点と標準型 Extremum Seeking 制御法による値との差の二乗誤差を最小にする補正量を求める。この補正量を、標準型 Extremum Seeking 制御のフィードバック部に付加する加速器を導入した。本手法を、連続攪拌器生成物最大化問題の数値モデルの一つである Monod model に適用したシミュレーション実験を行った。その結果、標準型 Extremum Seeking 制御に比べ最適運転点移行時間の短縮がなされ、本手法の有効性を確認した。

2. 標準型 Extremum Seeking 制御

2.1 概要

標準型 Extremum Seeking 制御は、非線形問題として生成物反応器の運転の最適化に適用されている。^{1),2)} 本節は、標準型 Extremum Seeking 制御について述べる。

2008 年 8 月 20 日受理

* 電気電子工学科

** 博士前期課程電気電子工学専攻

2.2 問題設定

制御対象 (プラント) として未知パラメータを含む次の1入力1出力の非線形システムを考える。

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \alpha(t), u(t)) \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) \quad (2)$$

ただし、 t : 時刻、 $x \in R^2$: 状態ベクトル、 $u \in R$: 入力、 $y \in R$: 出力、 f と h : 未知の非線形関数、 $\alpha \in R$: 未知パラメータ。

評価関数は (1) 式の平衡点状態 $\{z: f(z, \alpha, u) = 0\}$ に対し

$$J(u) = h(z, u) \quad (3)$$

で与えられる。

図 - 1 は標準型 Extremum Seeking 制御の構成図を示す。ただし、 $k > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\omega_l \leq \omega_h$ である。

ここで制御量は、

$$u(t) = \hat{u}(t) + \beta \sin \omega t \quad (4)$$

である。強制振動項 $\beta \sin \omega t$ は、 f や h のシステム変化の場合にも、常に $J(u) \leq J(u^*)$ となる最適値 u^* へ制御量 u を移行するための常時監視機構である。 $s/(s + \omega_h)$ は高域フィルタで、 y の直流成分を消去する。次に、 $\{s/(s + \omega_h)\} \cdot y$ に含まれる $\sin \omega t$ の項に、 $\beta \sin \omega t$ が乗じられると直流成分 ξ が発生し、これを低域フィルタ $\omega_l/(s + \omega_l)$ で抽出する。積分器 k/s によって、 $\hat{u} = (k/s)\xi$ の傾きが決定され、 \hat{u} が最適値 u^* の方向へ移動する。

標準型 Extremum Seeking 制御は構造が簡単で実用的であるが、制御量 u の最適値 u^* への移行に時間がかかる。これを短縮するためチェビシエフ多項式同定を用いた Extremum Seeking 制御を考える。

3. チェビシエフ多項式同定

3.1 領域変換

制御領域を $D = [u_{min}, u_{max}] \subset R$ とする。規格化関数

$$\eta(u) = \frac{(u - m)}{p} \quad (5)$$

を導入し、チェビシエフ多項式による近似は基準領域 $D_0 = [-1, 1]$ で定義されるため、同定する前に制御領域 D を D_0 へ変換する。ここで、制御量 $u_k (k = 1, 2, \dots)$ の最大値 u_{max} と最小値 u_{min} から領域を $D = [m -$

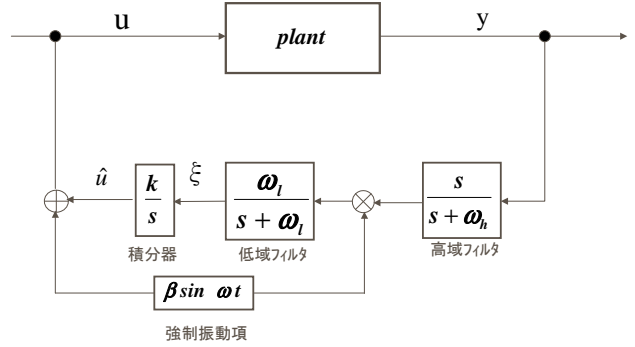


図 - 1 標準型 Extremum Seeking 制御の構成

$p, m + p]$ と定める。ただし、

$$\eta : D \rightarrow D_0$$

$$m = (u_{max} + u_{min})/2$$

$$p = (u_{max} - u_{min})/2$$

である。ここで、次のチェビシエフ多項式を導入する。

$$\Phi_r(u) = \cos(r \cdot \cos^{-1} \eta(u)) \quad (6)$$

$$(r = 0, 1, 2, \dots)$$

すなわち、チェビシエフ多項式は

$$\Phi_0(u) = 1$$

$$\Phi_1(u) = \eta(u)$$

$$\Phi_2(u) = 2\eta^2(u) - 1$$

$$\Phi_3(u) = 4\eta^3(u) - 3\eta(u)$$

$$\Phi_4(u) = 8\eta^4(u) - 8\eta^2(u) + 1$$

$$\Phi_5(u) = 16\eta^5(u) - 20\eta^3(u) + 5\eta(u)$$

⋮

$$\Phi_{i+2}(u) = 2\eta\phi_{i+1}(u) - \phi_i(u)$$

と定義されている。

3.2 同定手法

評価関数をチェビシエフ多項式表現する。

$$\begin{aligned} J(u) &= \Phi(u_k)^T C + \omega_2 \\ &= C_0 + C_1\phi_1(u_k) + C_2\phi_2(u_k) + \dots \\ &+ C_N\phi_N(u_k) + \omega_2 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} y &= J(u_k) + \omega_1 \\ &= \Phi(u_k)^T C + \omega \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} C &= [C_0, C_1, C_2, \dots, C_N]^T \\ \Phi(u) &= [1, \phi_1(u_k), \phi_2(u_k), \dots, \phi_N(u_k)]^T \\ \omega &= \omega_1 + \omega_2 \\ \omega_1, \omega_2 &= \text{error} \end{aligned}$$

N はチェビシエフ展開次数, T は転置を表す。

次に、二乗誤差の式

$$\sum_{k=k_i(\text{start})}^{k_i} (J(u_k) - \Phi(u_k)^T C)^2 \quad (8)$$

に対し、最小二乗法を用いて係数を

$$\begin{aligned} \hat{C} &= \left[\sum_{k=k_i(\text{start})}^{k_i} \Phi(u_k) \Phi(u_k)^T \right]^{-1} \\ &\quad \times \left[\sum_{k=k_i(\text{start})}^{k_i} \Phi(u_k) J(u_k) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

と定める。

このとき (7) 式の評価関数が

$$\begin{aligned} \hat{J}(u) &= \Phi^T(u) \hat{C} \\ &= \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \phi_1(u_k) + \hat{C}_2 \phi_2(u_k) + \dots \\ &\quad + \hat{C}_N \phi_N(u_k) \quad (10) \end{aligned}$$

と近似される。

4. RLS 法

評価関数をチェビシエフ多項式の線形結合で近似表現をし、係数 C を求める時、逆行列演算を行わなければならないため、小規模な計算機システムでは実装化が難しい場合がある。そこで逐次最小二乗法 (Recursive least-squares method, RLS 法) を導入する。

まず、(9) 式を次に示す。

$$\begin{aligned} \hat{C}(N) &= \left[\sum_{k=1}^N \Phi(u_k) \Phi(u_k)^T \right]^{-1} \\ &\quad \times \left[\sum_{k=1}^N \Phi(u_k) J(u_k) \right] \end{aligned}$$

次に行列 $P(N)$ を

$$P(N) = \left[\sum_{k=1}^N \Phi(k) \Phi(k)^T \right]^{-1} \quad (11)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} P^{-1}(N) &= \sum_{k=1}^{N-1} \Phi(k) \Phi(k)^T + \Phi(N) \Phi(N)^T \\ &= P^{-1}(N-1) + \Phi(N) \Phi(N)^T \quad (12) \end{aligned}$$

が得られる。この $P(N)$ を用いて、最初の式は次のようになる。

$$\hat{C}(N) = \hat{C}(N-1) + P(N) \phi(N) \{ J(N) - \phi(N)^T \hat{C}(N-1) \} \quad (13)$$

(12)、(13) 式が RLS 法であるが、(13) 式中の $P(N)$ をオンラインで計算することは困難である。そこで、逆行列補題を用いて (13) 式をオンライン計算が可能な形式に変形する。ここで、逆行列補題とは、ある正則行列 A に対して次式が成立することをいう。

$$(A + BC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} B (I + CA^{-1} B)^{-1} CA^{-1} \quad (14)$$

ここで、 B 、 C は適切な次元の行列である。

(12) 式に逆行列補題を適用すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} P(N) &= \{ P^{-1}(N-1) + \phi(N) \phi(N)^T \}^{-1} \\ &= P(N-1) - \frac{P(N-1) \phi(N) \phi(N)^T P(N-1)}{1 + \phi(N)^T P(N-1) \phi(N)} \quad (15) \end{aligned}$$

さらに、(13) 式の右辺第 2 項に含まれる $P(N) \phi(N)$ は、(15) 式を用いると次のように変形できる。

$$P(N) \phi(N) = \frac{P(N-1) \phi(N)}{1 + \phi(N)^T P(N-1) \phi(N)} \quad (16)$$

(16) 式を (13) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} \hat{C}(N) &= \\ \hat{C}(N-1) &+ \frac{P(N-1) \phi(N)}{1 + \phi(N)^T P(N-1) \phi(N)} \epsilon(N) \quad (17) \end{aligned}$$

ただし、

$$\epsilon(N) = J(N) - \phi(N)^T \hat{C}(N-1) \quad (18)$$

このようにして導出された (15)、(17)、(18) 式が RLS 法である。

5. チェビシエフ多項式同定による Extremum Seeking 制御の改善

5.1 概要

標準型 Extremum Seeking 制御は最大運転点に到達するのに時間を要する。チェビシエフ多項式同定による加速器を追加して、最大運転点移行時間を短縮することが目的である。加速器を付加するためにデータ収集とチェビシエフ多項式同定を繰り返し行う。

5.2 \hat{u} と y のデータ収集

サンプリング時間を Δ とし、 $y_k = y(k\Delta)$ および $u_k = u(k\Delta)$ と記す。追加補正項の計算を時刻 $t = k_i\Delta$ ($i = 1, 2, 3$) に、周期 $T = k_i - k_{i-1}$ で行う。その評価式同定のためのデータ収集初期時刻を $k_{i(start)}\Delta$ とする。一般に制御が進み定常運転点状態へ近づけば x が平衡点 z へ近づくことから評価値 $J(u_k)$ を出力値 y_k で近似する。収集データは $\{y_k, u_k : k = k_{i(start)}, \dots, k_i\}$ である。

5.3 チェビシエフ多項式同定

チェビシエフ多項式同定を行うために、制御領域を $D = [u_{min}, u_{max}] \subset R$ から $\eta(u) = (u - m)/p$ とすることにより、基準領域 $D_0 = [-1, 1]$ へ変換する。ただし $m = (u_{max} + u_{min})/2$, $p = (u_{max} - u_{min})/2$ とする。ここでチェビシエフ多項式 $\phi_r(u) = \cos(r \cdot \cos^{-1} \eta(u))$ を導入する。評価関数をチェビシエフ多項式展開し、上記収集データを用いた RLS 法で係数 $\{\hat{C}_r : r = 0, \dots, N\}$ を求める。

特に多項式次数が $N = 2$ の場合、評価関数は

$$\hat{J}(u) = \hat{C}_0 + \hat{C}_1(u - m)/p + \hat{C}_2(2(u - m)^2/p^2 - 1) \quad (19)$$

で、その最大点は

$$u^* = m - \frac{p\hat{C}_1}{4\hat{C}_2} \quad (20)$$

となる。

よって、この時の $J(u^*) = y^*$ は

$$y^* = \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \frac{u^* - m}{p} + \hat{C}_2 \left(\frac{2(u^* - m)^2}{p^2} - 1 \right) \quad (21)$$

である。図 - 2 に、チェビシエフ多項式同定を用いた加速器を付加した図を示す。

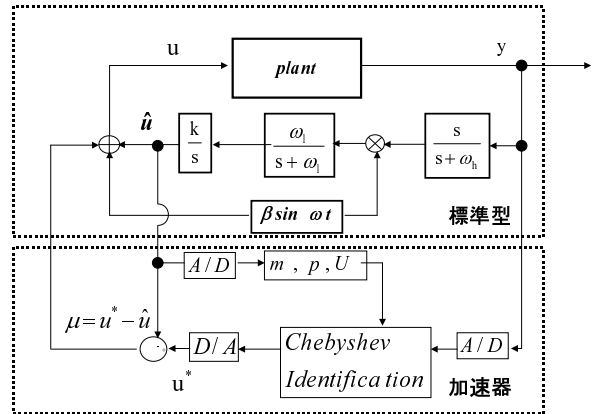


図 - 2 加速器を付加した Extremum Seeking 制御の構成

6. 数値シミュレーション

6.1 制御対象

連続攪拌生成物反応器内の生物生産最大化問題を考える。次で記述される非線形システムを対象とする。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x, \alpha, u) = x_1 \left(\frac{x_2}{(\alpha + x_2)} - u \right) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x, \alpha, u) = u(1 - x_2) - \frac{x_1 x_2}{(\alpha + x_2)} \\ y &= h(x, u) = x_1 \cdot u + \nu \end{aligned}$$

ただし、 x_1 : 生物濃度, x_2 : 基質濃度, u : 希釈率, α : 飽和定数, y : 生物生産率である。

シミュレーション実験として次のように設定した。

$a = 0.03$, $\omega = 0.08$, $\omega_h = 0.15$, $\omega_l = 0.02$, $\omega_c = 0.5$, $k = 5$, 初期値 $u(0) = 0.6$, ノイズなしの時 $\nu = 0$, ノイズありの時 $\nu \neq 0$ (白色雑音強度 0.05)。

また、未知パラメータ α は $0 \leq t < 500, 900 \leq t < 1500$ のときに $\alpha = 0.02$, $500 \leq t < 900$ のときに $\alpha = 0.1$ と設定する。

$\alpha = 0.02$ の最適運転点状態は、 $u^* = 0.860$, $J(u^*) = 0.754$ である。 $\alpha = 0.1$ の最適運転点状態は、 $u^* = 0.698$, $J(u^*) = 0.537$ である。

サンプリングタイムは $\Delta = 0.06[\text{sec}]$, チェビシエフ多項式同定周期は $\tau_i = \tau_{i-1} + 3[\text{sec}]$ ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\tau_0 = 0$)。

6.2 シミュレーション結果

シミュレーション結果を図 - 3 ~ 図 - 9 に示す。図中の本手法は、加速器付き Extremum Seeking 制御、

標準型は標準型 Extremum Seeking 制御法でのシミュレーション結果を示している。

6.3 シミュレーション結果の考察

図 - 3、図 - 4 は、ノイズなし $\nu = 0$ の時の制御量 u と出力 y において標準型手法と本手法の比較を表している。

図 - 3 において、標準型手法は 500 秒までに最適運転点へ移行する事ができないのに対して、本手法は約 400 秒で最適運転点へ到達している。次に、500 秒での最適運転点の変化に対しても本手法は標準型手法に比べて約 100 秒早く到達している。また、900 秒での立ち上がりときは、標準型手法では時間内に最適運転点へ移行する事ができなかったが、本手法は約 1300 秒で到達している。

図 - 4 においても図 - 3 と同様に本手法が最適運転点への移行が早いことが分かる。

図 - 5 の ξ は、最適運転点への移行のための微係数値であるが、500 秒や 900 秒以降のシステムの変化に対して、標準型よりも素早く反応している事が分かる。

図 - 6 は、加速器 μ の補正項の時間変化を表している。最適運転点の変化に合わせて補正をしている様子が分かる。

図 - 7 は、本手法と標準型手法の予測値と真値との絶対値誤差を表しているが、本手法の方が誤差が少ない事が確認された。

図 - 8、図 - 9 は、ノイズあり $\nu \neq 0$ の時の制御量 u と出力 y に対する、標準型手法と本手法の比較を示している。

図 - 8 は、ノイズの影響で本手法の波形が、多少歪んでいるが、500 秒での立下り、0 秒と 900 秒での立ち上がりを見ると、標準型手法より最適運転点移行時間が短縮されているのが分かる。

図 - 9 も、ノイズの影響で波形が歪んでいるが、本手法のほうが最適運転点移行時間が短縮されているのが分かる。

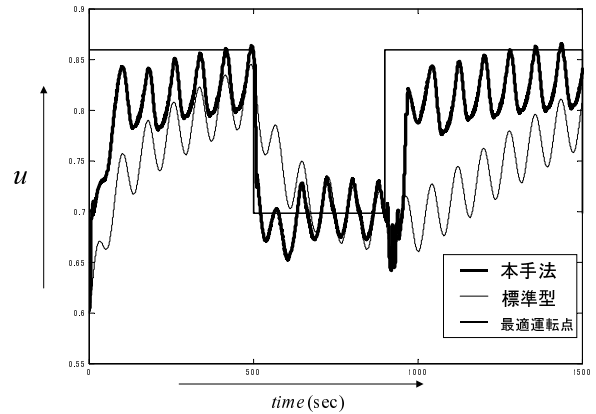


図 - 3 制御量 u の値

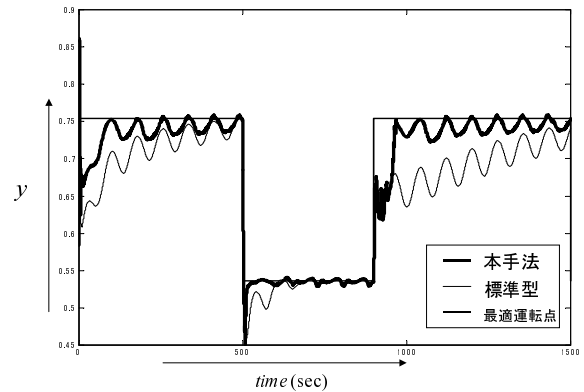


図 - 4 出力 y の値

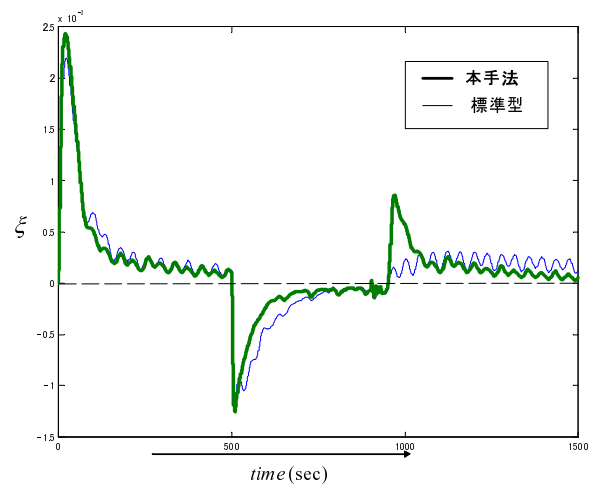


図 - 5 ξ の比較

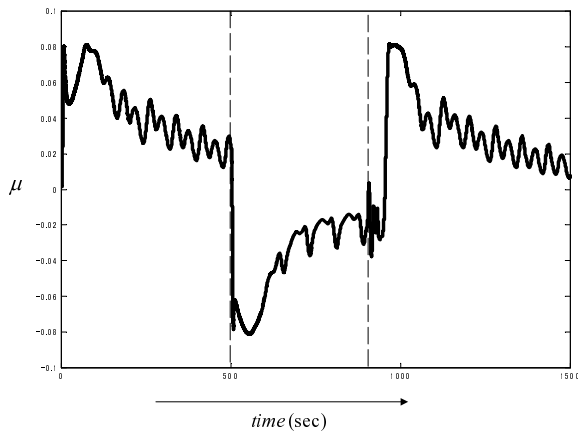


図 - 6 加速器 μ の値

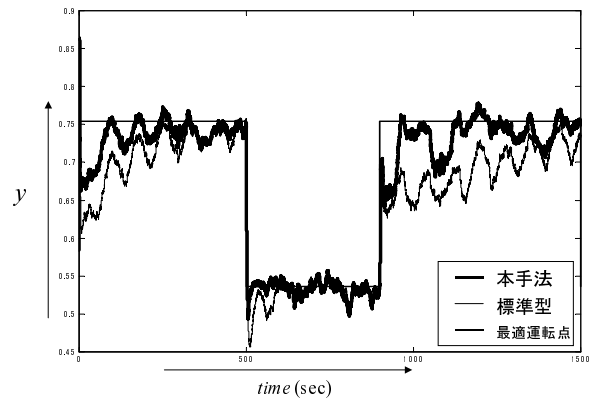


図 - 9 ノイズがある場合の出力 y の値

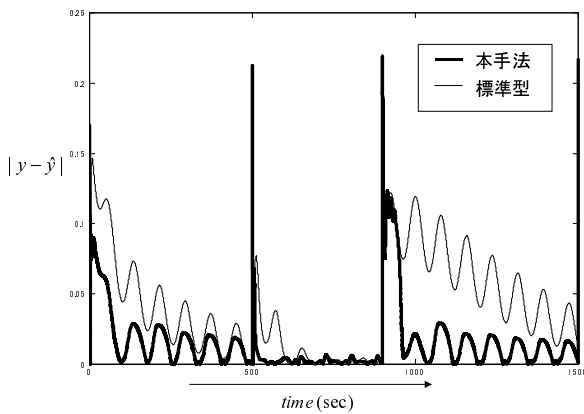


図 - 7 絶対値誤差の比較

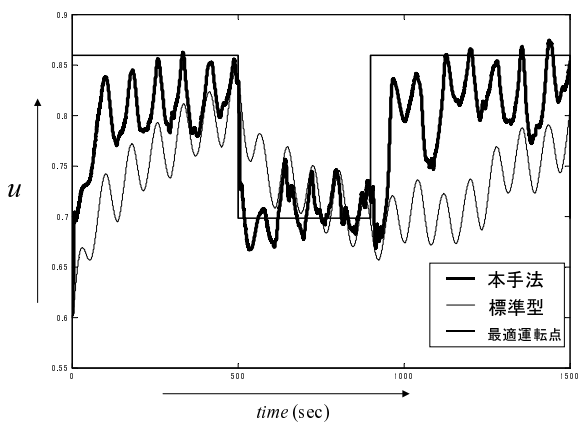


図 - 8 ノイズがある場合の制御量 u の値

7. おわりに

本報告では、チェビシェフ多項式同定を用いた標準型 Extremum Seeking 制御法について考察した。非線形システムに対して未知の最適運転点を探索し迅速に移行するために、標準型 Extremum Seeking 制御にチェビシェフ多項式同定を用いた加速器を導入した。加速器は、 A/D 、チェビシェフ多項式同定、 D/A から成り立っている。その結果、最適運転点への移行時間の短縮が可能となった。シミュレーション結果より、本手法は、標準型 Extremum Seeking 制御法より最適運転点への移行時間が大幅に短縮されていることを確認した。今後の課題として、ノイズに対する収束性、様々なシステムに対する適用、各パラメータの検討があげられる。

参考文献

- 1) K. B. Ariyur and M. Krstić, Real Time Optimization by Extremum Seeking Control, John Wiley & Sons INC. Publication, pp.99-117 (2003).
- 2) H-H. Wang, M. Krstić and G. Bastin, Optimizing Bioreactors by Extremum Seeking, *Int. J. Adapt Control Signal Process*, Vol.13, pp.651-669 (1999).
- 3) 堀之内 優正、チェビシェフ多項式を用いた Extremum Seeking 制御法、卒業論文、鹿児島大学工学部電気電子工学科、(2006).
- 4) 野波 健蔵、MATLAB による制御理論の基礎、東京電機大学出版局 (1998).
- 5) 高谷 邦夫、Matlab の総合応用、森北出版 (2002).
- 6) 相良 節夫、基礎自動制御、森北出版 (1978).