

線形観測型非線形システムに対するオブザーバや 拡張カルマンフィルタを併用した 拡大次元自動抽出制御

高田 等* 今村 充** 八野 知博*

Augmented Automatic Choosing Control Combined with Observer or Extended Kalman Filter for Nonlinear Systems with Linear Measurement

Hitoshi TAKATA* , Mitsuru IMAMURA** and Tomohiro HACHINO*

This paper is concerned with an augmented automatic choosing control (AACC) for nonlinear systems with linear measurement. The AACC is designed by smoothly uniting a set of sectionwise LQ controls and by combining with observer or Extended Kalman filter. A constant term which arises from linearization of a given nonlinear system is treated as a coefficient of a stable zero dynamics.

Keywords: Nonlinear control, AACC, Zero-dynamics, Extended Kalman filter, Observer

1. まえがき

我々が取り扱うシステムは線形システムと非線形システムに大別される。また、実在する多くのシステムは非線形システムである。線形システムにおいてはその制御理論が確立されており、制御設計は比較的容易である。一方、非線形システムに対しては、その制御理論が確立しておらず、非線形システムを直接に取り扱い制御則を構成することは容易ではない。そのため、一般に非線形システムを制御するときには、何らかの方法で非線形システムを線形化し、線形制御理論を適用することが多い。その手法の一つとして、非線形項をテイラー展開一次近似する手法がある。しかしこれはシステムが単一の線形システムで、十分に近似

できる範囲においては極めて有効なものであるが、非線形性の強いシステムに対しては制御精度は良好とはいえない^{1)~3)}。そこで、非線形性の強いシステムの制御に適用可能なものとして拡大次元自動抽出制御法(以下 AACC と記す)がある⁴⁾。完全観測系の場合に対する手法はまず、システムの非線形性を考慮して複数の領域に分割し、各領域ごとにテイラー展開一次近似を行い区分的線形制御則群を構成する。それらに自動抽出関数を乗じ総和することで、全領域を対象とした単一フィードバック制御則を合成する手法である。また、拡大次元システムを用いることにより定数項のないシステムを構成する。次に本論文では、不完全観測系の場合に対し観測できない未知の状態変数がある場合を想定した^{5)~9)}。すなわち、観測雑音がない線形観測系に対し、オブザーバ併用の AACC を合成した。さらに、観測雑音がある線形観測系に対し、拡張カルマンフィルタ併用の AACC を合成した。最後に数値シミュレーションでこれらの有効性を検討した。

2009 年 7 月 10 日受理

* 電気電子工学専攻

** 博士前期課程電気電子工学専攻

2. 拡大次元自動抽出制御 (AACC)

2.1 問題の設定

本節では、完全観測の場合の拡大次元自動抽出制御 (AACC) を合成する。

システムが次の非線形微分方程式:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = x \end{cases} \quad x \in \mathbf{D} \quad (1)$$

で与えられる制御問題について考える。

ただし、

$\cdot = d/dt$,

$x = [x_1 \ \dots \ x_n]^T$: n 次元状態ベクトル

$u = [u_1 \ \dots \ u_r]^T$: r 次元制御ベクトル

y : 観測ベクトル

f : 連続微分可能な非線形 n 次元ベクトル値関数

g : 連続微分可能な非線形 $n \times r$ 行列値関数

$f(0) = 0, g(0) \neq 0$

である。

評価関数として二次形式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

を選ぶ。ただし、

Q : $n \times n$ 準正定値対称行列で状態を評価するための重み

R : $r \times r$ 正定値対称行列で制御信号を評価するための重み

右肩 T は転置記号、右肩 -1 は逆行列記号である

問題は、この制御問題に対し、安定なゼロダイナミクス変数 $x_{n+1} \in R$ を導入した拡大次元システムを用いて、工学上実用的な単一フィードバック制御則を合成することである。

2.2 区分線形化

一般に、非線形項の線形化がなされれば、簡単な線形制御理論を適用出来ることから取り扱いが容易となる。しかし非線形性が強い対象の場合、線形近似を行っても近似精度が上がらない場合がある。そのような場合に、対象をいくつかの領域に区分して考えることで近似精度を向上させることが可能である。まず、 $f(x)$ の非線形性を考慮して分離関数 $C_j(x)$ の列、

$$C = [C_1, \dots, C_L]^T : x \rightarrow D \subset R^L$$

を定義する。

次に領域を $M+1$ 個の小領域に分割する。各領域 D_i ごとに、 $f(x)$ を χ_i 近傍でテイラー展開一次近似を行う。

2.3 拡大次元システム

連続微分可能な L 次元分離ベクトル値関数 $C : x \rightarrow R^L$ を導入し、その値域を D とする。次に領域 D を $M+1$ 個の小領域に分割 ($D = \cup_{i=0}^M D_i$) する。(1) 式に対し、各小領域 D_i ごとに、 $\chi_0 = 0$ および $\chi_i \in C^{-1}(D_i)$ 点近傍でのテイラー展開線形化は、

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad (3)$$

ただし、

$$A_i = \partial f(\chi_i) / \partial \chi_i^T, w_i = f(\chi_i) - A_i \chi_i,$$

$$B_i = g(\chi_i)$$

である。ここで、安定なゼロダイナミクス変数 x_{n+1} を導入し、定数項 w_i に乗じて、(3) 式を次のように次元拡大する。

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + w_i x_{n+1} + B_i u \\ \dot{x}_{n+1} = -\sigma_i x_{n+1} \end{cases} \quad (4)$$

$$(x_{n+1}(0) \simeq 1, 0 < \sigma_i \ll 1)$$

すなわち (4) 式は、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ &= \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_i \mathbf{u} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\mathbf{X} = [x_1 \ \dots \ x_n \ x_{n+1}]^T$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。これを拡大次元システムと呼ぶ。

2.4 最適制御則

各領域ごとに線形近似した場合、それぞれの制御則 $u_i(\mathbf{X})$ は (6) 式により求められる。

$$u_i(\mathbf{X}) = -F_i \mathbf{X} \quad (6)$$

ただし、

$$F_i = R^{-1} \mathbf{B}_i^T P_i \quad (7)$$

であり、 P_i はリカッチ代数方程式:

$$P_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T P_i + Q - P_i \mathbf{B}_i R^{-1} \mathbf{B}_i^T P_i = 0 \quad (8)$$

の $(n+1) \times (n+1)$ 対称行列の解である。これを全領域で連続した一つの制御則に合成するため、次の自動抽出関数を導入する。

2.5 自動抽出関数

前節では各領域 D_i ごとに最適制御則 u_i を求めた。隣り合った領域同士の制御則 u_i を抽出し、つなぎ合わ

せることで、全領域の連続した制御則 $u(\mathbf{X})$ として扱う。このとき、領域が変わると同時に制御則を切り替えねばならない。そのためには、領域 $D_i = \prod_{j=1}^L [a_{ij}, b_{ij}]$ を抽出する関数が必要である。これは、抽出したい領域でほぼ1、それ以外では0となるような関数である。

$$I_{iN}(x) = \begin{cases} 1 & \text{on } D_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

しかし、(9) 式を満たすような解析関数は存在しないため、次のシグモイド型自動抽出関数で近似する。

$$I_{iN} = \prod_{j=1}^L I_{iN}(x; j) \quad (10)$$

$$I_{iN}(x; j) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(2N(C_j(x) - a_{ij})/h_j)} - \frac{1}{1 + \exp(-2N(C_j(x) - b_{ij})/h_j)} \quad (11)$$

ただし、 N は自然数、 $h_i = (b_{ij} - a_{ij})/2$ である。

自動抽出関数は、 $N \rightarrow \infty$ で理想的なものに近づくが、実際の制御分野への適用では以前の実験報告で $N = 8$ 以下でも有効であることが検証されている。

3. オブザーバ併用の AACC

本節では、不完全観測系で観測雑音が無視できる場合の、オブザーバ併用の AACC を合成する。

次の非線形システムを考える。

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = Hx \end{cases} \quad x \in \mathbf{D} \subset R^n \quad (12)$$

ただし、 $y = [y_1 \dots y_m]^T$: m 次元観測ベクトル

H : $m \times n$ 定数行列

(12) 式の制御ベクトル u と観測ベクトル y から状態推定値 $\hat{\mathbf{X}}$ を与える推定器は次式で表される。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + K(y - H\hat{x}) \\ \dot{\hat{x}}_{n+1} = -\sigma x_{n+1} \end{cases} \quad (13)$$

ただし、 K はシステム全体のオブザーバゲインで、2 節で示された自動抽出関数を用いて次式で与えられる。

$$K = \sum_{i=0}^M K_i I_{iN}(\hat{x}) \quad (14)$$

ここで、小領域ごとのオブザーバゲイン K_i は

$$K_i = S_i H^T V^{-1} \quad (15)$$

で与えられ、 S_i は次のリカッチ代数方程式の解である。

$$A_i S_i + S_i A_i^T - S_i H^T V^{-1} H S_i + W = 0 \quad (16)$$

ただし、 V と W は正定値対称行列である。

ここで得られた推定値による拡大次元自動抽出制御は

$$u(\hat{\mathbf{X}}) = \sum_{i=0}^M u_i(\hat{\mathbf{X}}) I_{iN}(\hat{x}) \quad (17)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{X}} = [\hat{x}^T, x_{n+1}]^T \quad (18)$$

である。

4. 拡張カルマンフィルタ併用の AACC

本節では不完全観測系で観測雑音が無視できない場合の、拡張カルマンフィルタ併用の AACC を合成する。

次の非線形システムを考える。

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = Hx + v \end{cases} \quad x \in \mathbf{D} \subset R^n \quad (19)$$

ただし、 v は m 次元の白色正規性雑音 $N(v: 0, \tilde{V})$ である。(19) 式の制御ベクトル u と観測ベクトル y から状態推定値 $\hat{\mathbf{X}}$ を与えるフィルタは次式で与えられる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \tilde{K}(y - H\hat{x}) \\ \dot{\hat{x}}_{n+1} = -\sigma x_{n+1} \end{cases} \quad (20)$$

ここで、 \tilde{K} は

$$\tilde{K} = \tilde{S} H^T \tilde{V}^{-1} \quad (21)$$

で与えられ、 \tilde{K} 中の \tilde{S} は

$$\dot{\tilde{S}} = \frac{\partial f}{\partial \hat{x}} \tilde{S} + \tilde{S} \frac{\partial f^T}{\partial \hat{x}} - \tilde{S} H^T \tilde{V}^{-1} H \tilde{S} \quad (22)$$

である。

ここで得られた推定値による拡大次元自動抽出制御は

$$u(\hat{\mathbf{X}}) = \sum_{i=0}^M u_i(\hat{\mathbf{X}}) I_{iN}(\hat{x}) \quad (23)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{X}} = [\hat{x}^T, x_{n+1}]^T \quad (24)$$

である。

5. 数値シミュレーション

5.1 電力系統モデル

電力系統における発電機動揺方程式を次式に示す。

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} + P_e(1 + \Delta E_{fd}) = P_{in} \quad (25)$$

$$P_e = \frac{e_l E_{fd}}{X_e} \sin(\delta)$$

ここで、 δ : 発電機の相差角、 M : 発電機回転子の慣性定数、 D : 制動係数、 P_{in} : 機械的入力、 P_e : 電気的出力、 E_{fd} : 界磁電圧、 X_e : 系統インピーダンス、 e_l : 無限大母線電圧である。状態変数として $x_1 = \delta - \hat{\delta}_0$ 、 $x_2 = \dot{\delta}$ 、制御変数として界磁電圧の増分 $u = \Delta E_{fd}$ とした。

5.2 数値の設定

数値シミュレーション実験として次の値にパラメータを設定した。

1) モデルにおける定常値

$$\begin{aligned} M &= 0.06[pu], & D &= 0.06[pu], & E_{fd} &= 1.0[pu], \\ e_l &= 1.0[pu], & X_e &= 1.0[pu], & P_{in} &= 0.8[pu], \\ \hat{\delta}_0 &= 0.9276[rad], \end{aligned}$$

$$Noise\ power = 0 \quad or \quad Noise\ power = 1.0$$

ここで *Noise power* とは白色雑音の強度を示し、パワースペクトル密度の高さを表している。

2) オブザーバの設定

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad L = 1, \quad M = 1, \quad R = 1, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$V = 1, \quad N = 8, \quad h_i = 1, \quad \sigma = 0.1$$

領域を $(-\infty, 0.31) \cup [0.31, \infty)$ に分割、展開点を $\chi_0 = 0[rad]$ 、 $\chi_1 = 3.25[rad]$ とした。

また、このときのオブザーバゲイン K_i 、 S_i 、フィードバックゲイン F_i は以下のとおりである。

$$K_0 = [0.0499 \quad 133.01 \quad 0],$$

$$K_1 = [17.05 \quad 133.13 \quad 0.083],$$

$$S_0 = \begin{bmatrix} 1336.8 & 0 & 0 \\ 0 & 133.01 & 0 \\ 0 & 0 & 5.00 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1156.0 & 17.10 & 3.21 \\ 17.10 & 133.1 & 0.125 \\ 3.21 & 0.125 & 5.00 \end{bmatrix},$$

$$F_0 = [-0.501 \quad -0.965 \quad 0],$$

$$F_1 = [-1.818 \quad -1.055 \quad -0.067].$$

3) 拡張カルマンフィルタの設定

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad L = 1, \quad M = 1, \quad R = 1, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{V} = 1, \quad N = 8, \quad h_i = 1, \quad \sigma = 0.1$$

領域を $(-\infty, 0.6) \cup [0.6, \infty)$ に分割、展開点を $\chi_0 = 0[rad]$ 、 $\chi_1 = 1.51[rad]$ とした。

また、このときの $\tilde{S}(0)$ とフィードバックゲイン F_i は以下のとおりである。

$$\tilde{S}(0) = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 50 \end{bmatrix},$$

$$F_0 = [-0.501 \quad -0.965 \quad 0],$$

$$F_1 = [-2.326 \quad -1.087 \quad 2.023].$$

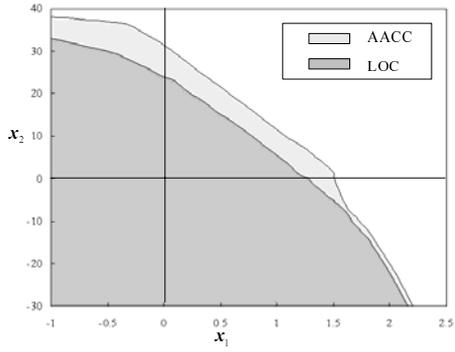
5.3 シミュレーション実験

シミュレーション結果を図-1~図-12に示す。図-1~図-8は *Noise power* = 0における結果を示しており、本手法である拡大次元自動抽出制御 (AACC) の有効性を確かめるために線形最適制御 (LOC) と比較した。ここで線形最適制御とは、システムの定常点でテイラー展開一次近似をしたもので線形最適二次形式制御を行っている。制御則は二次形式を用い、 $R = 1$ 、 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ で設定してある。

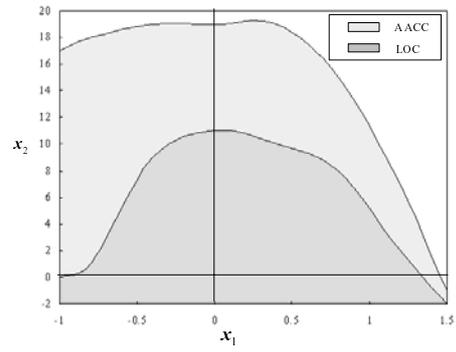
図-1~図-4はオブザーバ併用の AACC と LOC を比較した図である。図-1は安定領域の比較を示した。また、図-2~図-4は初期値 $x_1(0) = 0.5$ 、 $x_2(0) = 19$ における時間応答の比較を示す。同様に図-5~図-8は拡張カルマンフィルタ併用の AACC と LOC を比較した図である。図-5は安定領域の比較を示す。図-6~図-8は初期値 $x_1(0) = 1.3$ 、 $x_2(0) = 0$ における時間応答の比較を示す。

図-9~図-11は *Noise power* = 1.0とした場合におけるオブザーバ (OBS) と拡張カルマンフィルタ (EKF) 併用の AACC の比較を示す図である。また、図-12は \tilde{S} の時間応答を示す。

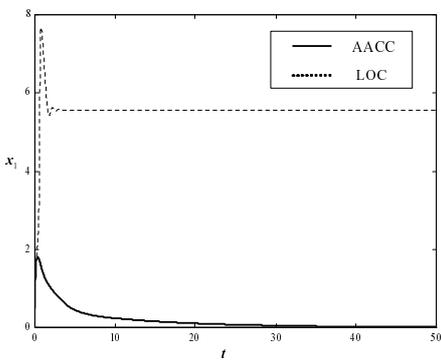
図-1よりオブザーバ併用の AACC における安定領域は LOC に比べて、第一象限と第二象限において拡大していることが確認出来た。また、図-5より拡張カルマンフィルタ併用の AACC における安定領域が大きく拡大していることが確認できた。これより本手法である拡大次元自動抽出制御法 AACC の有効性が確認できた。また、オブザーバ併用の場合と拡張カルマンフィルタ併用の場合の安定領域を比較すると、オブザーバを用いたほうが安定領域が広いことが確認できる。これより *Noise power* = 0 すなわち雑音がない、もしくは極めて小さい時にはオブザーバを用いたほうが効果的といえる。一方 *Noise power* = 0.1 の場合は図-9~図-11からオブザーバを用いると雑音



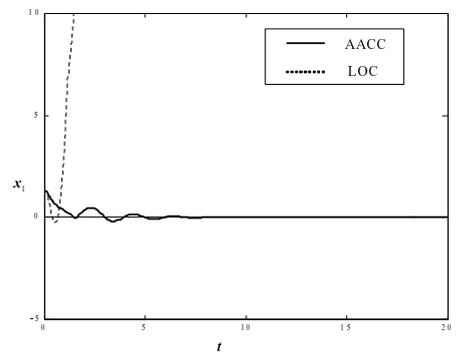
図一 オブザーバ併用の場合の安定領域



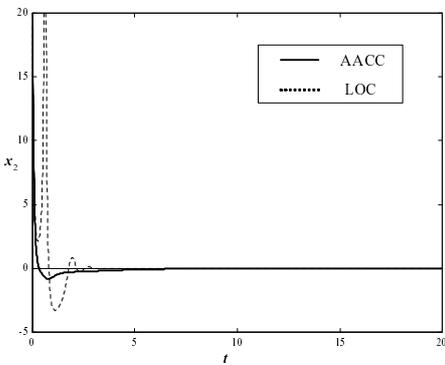
図五 拡張カルマンフィルタ併用の場合の安定領域



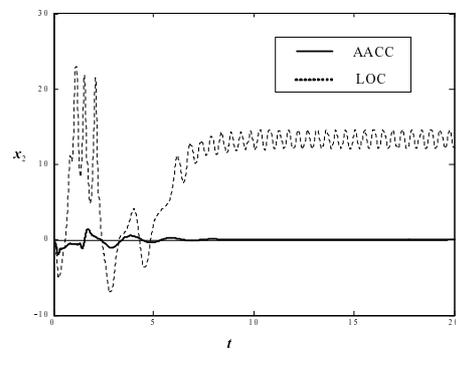
図二 状態値 x_1 の時間応答



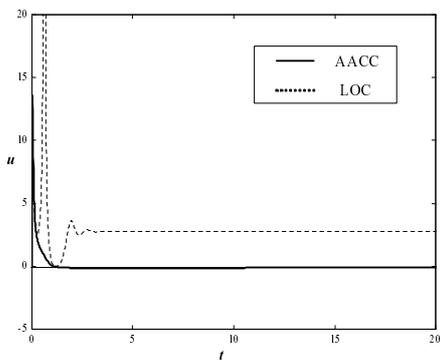
図六 状態値 x_1 の時間応答



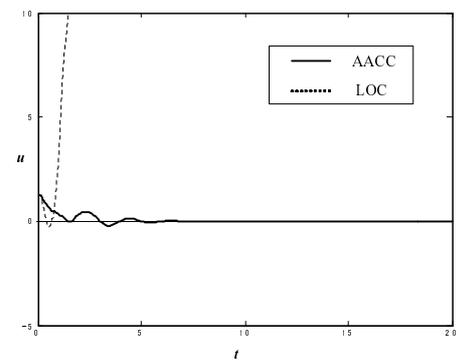
図三 状態値 x_2 の時間応答



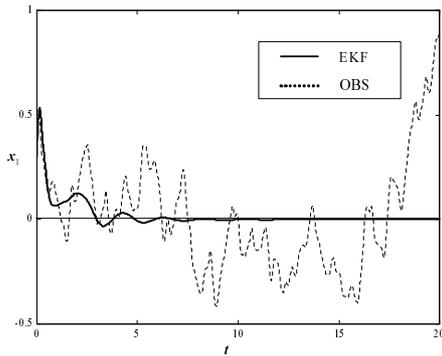
図七 状態値 x_2 の時間応答



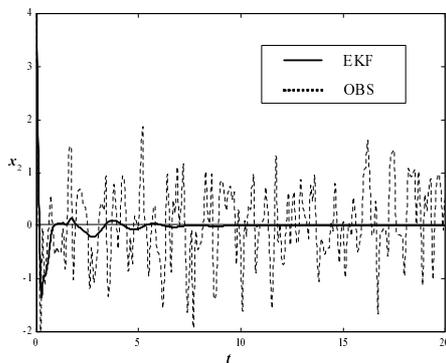
図四 状態値 u の時間応答



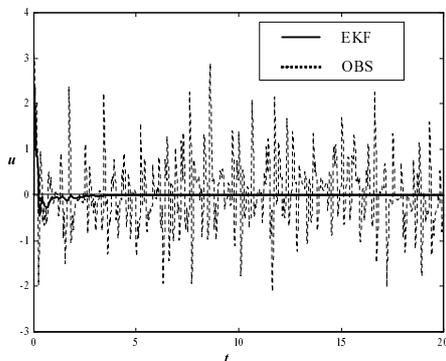
図八 u の時間応答



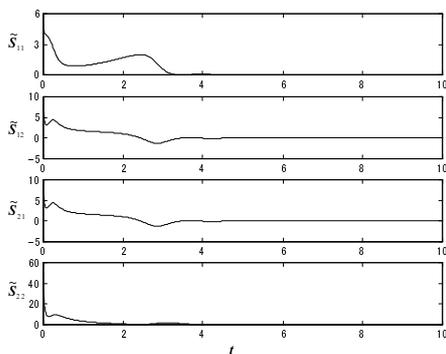
図一 9 状態値 x_1 の時間応答



図一 10 状態値 x_2 の時間応答



図一 11 状態値 u の時間応答



図一 12 \tilde{S} の時間応答

の影響を大きく受けて制御がうまく行えていないことがわかる。同じ条件の拡張カルマンフィルタを用いた場合においては制御が上手く行えており、雑音がある場合においては拡張カルマンフィルタを用いたほうが有効であると思われる。

6. あとがき

本論文においては、非線形性の強いシステムに対する制御法として、拡大次元自動抽出制御と非線形推定法を用いた制御則について考察した。第2節において、システムの状態変数が完全に観測できる場合の拡大次元自動抽出制御法 AACC について述べた。さらに、システムの状態変数が完全に観測できない場合に対応するため、第3節ではオブザーバ、第4節では拡張カルマンフィルタを用いて状態推定を行い、それにより AACC を構成した。第5節では、電力システムの運動方程式を用いた数値シミュレーションで、オブザーバと拡張カルマンフィルタのどちらを用いた場合においても旧手法である線形最適制御 LOC に比べて安定領域の拡大が確認できた。この結果より本手法の有効性が確認できた。また雑音がない場合においては、拡張カルマンフィルタに比べてオブザーバ併用の AACC の安定領域が広く、オブザーバを用いる方が効果的であることが分かった。また、雑音がある場合においては拡張カルマンフィルタを用いた方が有効であることが分かった。観測に雑音がない、もしくは無視できる程度の場合にはオブザーバを、観測に雑音が含まれる場合は拡張カルマンフィルタを併用するといったように、場合によって使い分ける必要があるだろう。

今後の課題としては、安定領域の拡大や様々なシステムに対する適用を行うために、最適な展開点や分割領域を探索する手法を検討することが挙げられる。

参考文献

- 1) A. B. R. Kumar and E. Recharts: A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems, IEEE Trans. PAS-95, No.1, pp.243-247 (1976).
- 2) B. R. Barmish: Stabilization of Uncertain Systems via Linear Control, Proc. 35th IEEE CDC, pp.3453-3458 (1996).
- 3) A. P. Sage and C. C. White: Optimum Systems Control (Second edition), Prentice-Hall,

pp.192-208 (1977).

- 4) 縄田 俊則, 高田 等: 非線形システムに対しゼロダイナミクスと GA による拡大次元自動抽出制御法の設計, 第 20 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.193-194 (2001).
- 5) 高田 等, 田中 達朗, 八野 知博: 線形観測型非線形システムに対するオブザーバ併合の拡大次元自動抽出制御, 第 21 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.9-10 (2002).
- 6) 高田 等, 深澤 英三郎, 八野 知博: オブザーバを用いた自動抽出制御の合成について, 第 22 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.87-88 (2003).
- 7) 高田 等, 田中 達朗, 八野 知博: ゼロダイナミクスによる拡大次元システムを用いた Kumar 型非線形システム制御, 第 22 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.95-96 (2003).
- 8) 高田 等, 今村 充, 八野 知博: 拡大次元自動抽出関数と推定器による非線形制御合成, 第 26 回 SICE 九州支部学術講演会, pp.15-16 (2007).
- 9) 高田 等, 今村 充, 八野 知博: 線形観測型非線形制御問題に対する拡大次元自動抽出制御と拡張カルマンフィルタによる非線形制御則合成, 第 61 回電気関係学会九州支部連合大会, 12-2A-14 (2008).