

双曲割引が2人交渉ゲームに与える影響について

王 鏡 凱¹

1. はじめに

本論文は、2人の無限繰り返し交渉ゲームについて、指数型割引関数を仮定した場合と双曲割引関数を仮定した場合の分析結果を比較することが目的である。2人の無限繰り返し交渉ゲームにおいて指数型割引率を仮定した場合、ナッシュ均衡の交渉結果は解析解として得られる。そして、交渉ゲームは1回で終わることが知られている²。しかし、ここで1つの疑問が浮かぶ。もしこの無限繰り返し交渉ゲームに参加している2人は、双曲割引の性質を持つならば、この交渉ゲームの結果は変わるだろうか。変わるなら、なぜそしてどのように変わるのかについて疑問が残る。

これまでの標準的な経済学では、合理的な個人が指数型割引関数を用いて将来価値を現在価値に計算することができると仮定されてきた。指数型割引関数の瞬間割引率は定数であり、時間の変化に影響を受けないことが特徴である。したがって指数割引の特徴を持つ個人は、過去の自分の計画と現在の自分の選択、そして、現在の自分の計画と将来の自分の選択が必ず一致するものであり、選好に関する時間非整合性の問題が起こらない、起こるはずもない。

しかし、近年の行動経済学の知見によれば、実際の人々の行動について、指数型割引関数よりも双曲割引関数の方がよく説明できるという³。双曲割引 (Hyperbolic Discounting) とは、遠い将来ほど異時点割引率が小さく、近い将来ほど異時点割引率が大きいという、衝動的な個人の異時点選好を表すものである。双曲割引の人は、過去にいくら素晴らしい計画を立てたとしても、いざ目の前に誘惑が現れるとそれに耐え切れず、もともと計画になかった行動をしてしまうものである。過去の計画に対して今の行動ではコミットができておらず、元の計画が次々と後回しにされるという意味で、個人の選好に関する時間非整合性の問題があり、「後悔」をもたらすという不幸な結果になってしまう。

以上のことを冒頭で述べた疑問に当てはめて言えば以下の通りになる。もし交渉ゲームに参加している2人は、選択に関する時間非整合性に問題があり、よく後悔してしまうような双曲割引の性

¹ 鹿児島大学准教授、本論文に関するすべてのお問い合わせは責任著者である王鏡凱にご連絡ください。E-mail: kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp

² 異なる割引因子の場合を含め、2人交渉ゲームについて一般的な考察については、McMillan (1992) を参照されたい。

³ 双曲割引に関する比較早期の文献としては、Ainslie (1975) と Laibson (1997) があげられる。また、経済学分野の双曲割引に関する詳しい説明については、Ainslie (1992), Ainslie (2001), Frederick et al. (2002), McClure et al. (2004) があげられる。双曲割引に関する経済学実験については Ariely and Wertenbroch (2002)、日本語の文献については、池田・大竹・筒井 (2005)、池田・筒井 (2006)、筒井・晝間・大竹・池田 (2007) と盛本 (2009) があげられる。

質を持つ個人ならば、この交渉ゲームの結果はどうなるだろうか。本論文はこの疑問を解明するため、双曲割引の性質を持つ2人の無限繰り返し交渉ゲームについて考察を試みる。分析の結果、本論文では、双曲割引の性質を持つ2人の無限繰り返し交渉ゲームのナッシュ均衡について、指数型割引関数の場合と似たような解析解を得ることができた。さらに、指数型割引関数よりも双曲割引関数がもたらす交渉結果の方は、より不公平なものになりやすいことが明らかになった。これは、従来の交渉ゲームでは得られなかった新たな知見であり、本論文の最大の貢献と言える。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では指数型割引関数と双曲割引関数について説明する。第3節では2人の無限繰り返し交渉ゲームについて説明する。第4節では指数型割引関数を適用して交渉ゲームを考察する。第5節では双曲割引関数を適用して交渉ゲームを考察する。最後に全体をまとめる。

2. 指数型割引関数と双曲割引関数について

ここでは指数型割引関数 $f(t)$ と双曲割引関数 $D(t)$ について説明する。一般に割引率を r として、現在価値を求めるための指数型割引関数 $f(t)$ とは、

$$f(t) = \delta^t, \quad \delta = 1/(1+r)$$

のことである。指数型割引関数の特徴は、時間 (t) の変化に関係なく、割引率 (r) は常に一定である。割引速度を表す指標として、指数割引関数 $f(t)$ の瞬間割引率は、

$$-\frac{f'(t)}{f(t)} = \log(1+r)$$

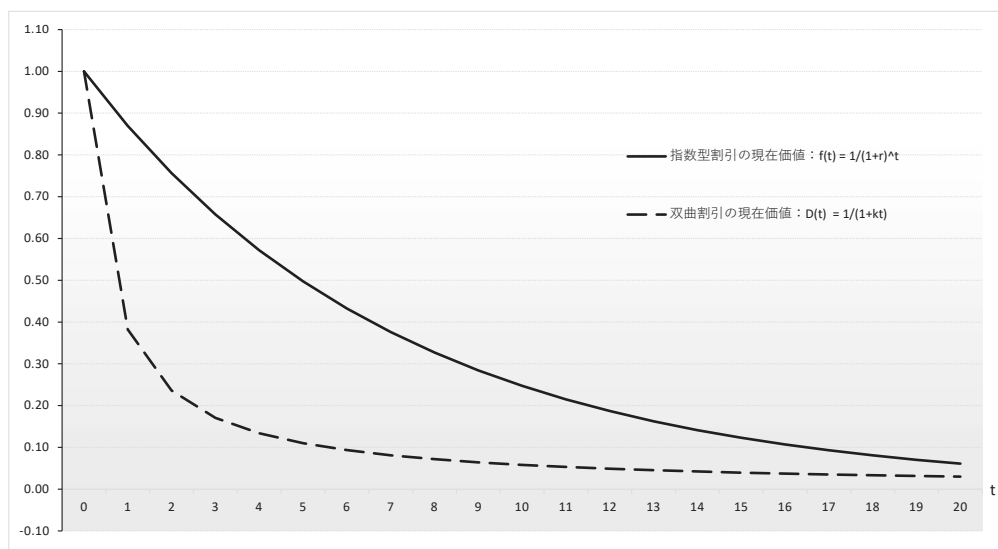
として求めることができる⁴。 $f(t)$ の瞬間割引率は定数であり、時間 (t) の変化に影響を受けないことが特徴である。したがって、指数割引関数 $f(t)$ は、時間 (t) の変化に対して常に一定の割合で減少していく、つまり、指数割引の特徴をもつ個人の異時点選好は、過去の自分の計画と現在の自分の選択、そして、現在の自分の計画と将来の自分の選択が必ず一致するものであり、選好に関する時間非整合性の問題が起こらない、起こるはずもない。

一方、双曲割引の性質をもつ個人は、遠い将来ほど異時点割引率が小さく、近い将来ほど異時点割引率が大いという、異時点選好の特徴を持つため、選好に関する時間非整合性の問題が起こりうる。代表的な双曲割引関数の1つとして、

⁴ このアイデアについては盛本（2009）を参照されたい。

$$D(t) = \frac{1}{1 + kt}$$

をあげることができる（図を参照）。



図：指数型割引関数と双曲割引関数（ $r = 15\%$, $k = 1.618$ ）

指数割引関数 $f(t)$ では割引率が r であるに対して、双曲割引関数 $D(t)$ では割引率 (r) を直接表すパラメータがなく、代わりに割引速度を調整するパラメータ $k \geq 0$ が用いられている⁵。本論文では、 k を外生パラメータとして扱い、 k が大きいほど割引関数の減少は急速になり、 k が小さいほど割引関数の減少は緩やかになる。ここでパラメータ k を所与として、割引速度を表す指標として、双曲割引関数 $D(t)$ の瞬間割引率は、

$$-\frac{D'(t)}{D(t)} = \frac{k}{1 + kt}$$

として求めることができる。 $f(t)$ とは違い、 $D(t)$ の瞬間割引率は定数ではなく、時間 (t) の減少関数となっており、時間 (t) の変化に影響を受けることが特徴である。したがって、双曲割引関数 $D(t)$ は指数割引関数 $f(t)$ とは違い、時間 (t) に関して割引速度が一定ではなく逓減するものとなっている（図を参照）。双曲割引の特徴をもつ個人は、近い将来の異時点を相対的に大きく割引く

⁵ 双曲割引関数のパラメータ k は、あくまでも個人の時間割引率を表す心理的なパラメータであり、中央銀行または政府が実施しているマイナス金利政策やゼロ金利政策 ($r \leq 0$) とは直接的な関係はない。

一方、遠い将来の異時点を相対的に小さく割り引くことにより、瞬時割引率が変化するため、選好に関する時間非整合性の問題が起こりうる。つまり、過去の自分の計画と現在の自分の選択が一致しない場合があり、そして、現在の自分の計画に将来の自分が従うとは限らないのである。ここで注意しておきたいこと、双曲割引は単に時間割引率が時間に関して逓減的であるという選好のパターンを意味するだけで、必ずしも「非合理性」を意味しないということである⁶。双曲割引は、あくまでも遠い将来の異時点選択ほど時間割引率が小さく、近い将来の異時点選択ほど時間割引率が大きくなる、という衝動的な個人の異時点選好を表すものである。

3. 2人の無限繰り返し交渉ゲームについて

ゲームは以下のように行われる。プレイヤー2人（AとB）が、サイズ1のパイの配分を巡り、交互に提案を行う無限繰り返し交渉ゲームについて考える。奇数回の交渉段階については提案者をAとする、偶数回の交渉段階については提案者をBとする。

第1回目の交渉ゲームでは、提案者がAであり、AとBそれぞれの取り分を (π_{A1}, π_{B1}) として相手Bに提案する。Bはこの提案を受け入れるか拒否するかのどちらかを選ぶ。受け入れた場合には、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは π_{A1} を、それを承諾した相手Bは π_{B1} を得ることになる。他方、Bがこの提案を拒否した場合には、ゲームは第2段階へ進む。

第2段階の交渉ゲームでは、提案者がBであり、AとBそれぞれの取り分を (π_{A2}, π_{B2}) として相手Aに提案する。Aはこの提案を受け入れるか否かを決める。受け入れた場合には、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Bは π_{B2} を、それを承諾した相手Aは π_{A2} を得ることになる。他方、Aがこの提案を拒否した場合には、ゲームは次の段階へ進む。以下同様、AとBが交互に提案する繰り返し交渉ゲームは無限回まで続くことが可能である。

もし交渉ゲームが第*i*段階に入ったならば、第*i*段階が奇数回なら提案者はAであり、偶数回ならBである。以下では*i*を奇数として議論を進める。提案者Aは、AとBそれぞれの取り分を (π_{Ai}, π_{Bi}) として相手Bに提案をする。Bはこの提案を受け入れるか否かを決める。受け入れた場合には、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは π_{Ai} を、それを承諾した相手Bは π_{Bi} を得ることになる。他方、Bがこの提案を拒否した場合には、ゲームは第(*i* + 1)段階に入り、提案者はBになる。

なお、本論文で扱うAとBが交互に提案する交渉ゲームについては、交渉段階が進むにつれて、交渉対象となるパイのサイズが1のままであることを繰り返し強調しておく。式で表すと以下の通りである。第*i*段階の提案を (π_{Ai}, π_{Bi}) として、条件式

$$\pi_{Ai} + \pi_{Bi} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

⁶ 筒井・晁間・大竹・池田（2007）を参照されたい。

が常に成り立つものとする。

以下の分析では、サブゲーム完全ナッシュ均衡（Subgame Perfect Nash Equilibrium, SPNE）をもって交渉ゲームの解とする⁷。そして、本論文の主旨を明確にするため、以下の考察では対称均衡に焦点を当て、分析を進める。非対称均衡に関しても、本論文の枠組みで同様の議論が可能であること、また、本論文の結論の妥当性は損なわれないことを付言しておく。

4. 対称均衡の SPNE：指数型割引関数の場合

ここでは、対称均衡の SPNE をバックワード・インダクション（Backward Induction）の方法を用いて見つける。そのため、A と B は共通の割引関数 $f(t)$ を所与とする。

まず、交渉ゲームが第3段階に入ったとする。第3段階の提案者はAである。提案者Aは、A と B それぞれの取り分を (π_{A3}, π_{B3}) として相手Bに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Bにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案でなければならない。そのため、Bがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは π_{A3} を、それを承諾した相手Bは $\pi_{B3} = 1 - \pi_{A3}$ を得ることになる。

次に、交渉ゲームが第2段階に逆戻りしたとする。第2段階の提案者はBである。提案者Bは、A と B それぞれの取り分を (π_{A2}, π_{B2}) として相手Aに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Aにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案である必要がある。そのため、Aがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Bは、A と B それぞれの取り分 (π_{A2}, π_{B2}) について、

$$\pi_{A2} = \delta\pi_{A3}, \pi_{B2} = 1 - \delta\pi_{A3}$$

となるようにパイを分ける合理的な提案をする。

さらに、交渉ゲームが第1段階に逆戻りしたとする。第1段階の提案者はAである。提案者Aは、A と B それぞれの取り分を (π_{A1}, π_{B1}) として相手Bに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Bにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案でなければならない。そのため、Bがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは、A と B それぞれの取り分 (π_{A1}, π_{B1}) について、

$$\pi_{A1} = 1 - \delta(1 - \delta\pi_{A3}), \pi_{B1} = \delta(1 - \delta\pi_{A3})$$

⁷ サブゲーム完全ナッシュ均衡（Subgame Perfect Nash Equilibrium, SPNE）は、サブゲーム完全均衡（Subgame Perfect Equilibrium, SPE）ともいう。

となるようにパイを分ける合理的な提案をする。そして、交渉ゲームは1回で終わる。

最後に、交渉段階が変わっても、ゲームの構造が全く変わっていないことを確認する必要がある。第3段階がもしも到達されるならば交渉者にはまったく第1段階と同じに見える、ということを確認することである。第3段階からこのゲームを眺めた場合と、第1段階からこのゲームを眺めた場合と何ら変わるところがないのである。パイのサイズは1のままであり、後ろの長さは無限回であり、参加するプレイヤーはAとBのままであるし、提案者は同じAであり、最適な提案戦略も変わっていない。どのプレイヤーの最適な提案戦略も、相手が受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案をすることである。ゲームの構造、すなわち、プレイヤーの数・戦略・パイのサイズに加え、ゲーム期限の長さも同じのままであることは明らかである。したがって、提案者Aが第1段階と第3段階での提案が同じでなければならない。つまり、

$$\pi_{A1} = \pi_{A3}, \pi_{B1} = \pi_{B3}$$

でなければならない。したがって、対称均衡のSPNEでは、 (π_{A1}, π_{B1}) が、

$$\pi_{A1} = 1 - \delta(1 - \delta\pi_{A1}), \pi_{B1} = \delta(1 - \delta\pi_{A1})$$

$$\pi_{A1} = \frac{1}{(1 + \delta)}, \pi_{B1} = \frac{\delta}{(1 + \delta)}$$

となるようなシンプルな解析解として得られる。そして、交渉ゲームは1回で終わる。

$\delta < 1$ なので、最初の提案者Aが有利である。 δ が十分0に近いとき、交渉結果はより不公平なものになり、 $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1, 0)$ に近づく。逆に、 δ が十分1に近いとき、交渉結果はより公平なものになり、 $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1/2, 1/2)$ に近づく。繰り返しになるが、非対称均衡に関しても、本論文の枠組みによって似たような解析解が得られることが可能であり、また、本論文の結論の妥当性は損なわれないことも付言しておく⁸。

5. 対称均衡のSPNE：双曲割引関数の場合

ここでは、前節のやり方にならって対称均衡のSPNEを見つけるため、バックワード・インダクション（Backward Induction）を用いる。そのため、AとBは共通の割引関数 $D(t)$ を所与とする。3段階交渉ゲームの割引関数の期間構造については、以下の条件式

⁸ AとBは異なる割引因子(δ)をもつ場合を含め、一般的な考察については McMillan (1992) を参照されたい。

$$D(2) = D(1)d$$

として表すことができる。双曲割引関数の定義により、第1段階のゲームを0時点として、 $D(0) = 1$ であり、 $D(1)$ は0時点の第1段階から第2段階までの割引因子であり、 $D(2)$ は0時点の第1段階から第3段階までの割引因子である。したがって、 d は将来の異時点（第2段階から第3段階まで）割引因子であり、すなわち第2段階から第3段階までのフォワード割引因子 (forward discount factor) である。

まず、交渉ゲームが第3段階に入ったとする。第3段階の提案者はAである。提案者Aは、AとBそれぞれの取り分を (π_{A3}, π_{B3}) として相手Bに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Bにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案でなければならない。そのため、Bがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは π_{A3} を、それを承諾した相手Bは $\pi_{B3} = 1 - \pi_{A3}$ を得ることになる。

次に、交渉ゲームが第2段階に逆戻りしたとする。第2段階の提案者はBである。提案者Bは、AとBそれぞれの取り分を (π_{A2}, π_{B2}) として相手Aに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Aにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案である必要がある。そのため、Aがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Bは、AとBそれぞれの取り分 (π_{A2}, π_{B2}) について、

$$\pi_{A2} = d\pi_{A3}, \pi_{B2} = 1 - d\pi_{A3}$$

となるようにパイを分ける合理的な提案をする。ここでは、指数関数の割引因子 δ の代わりに、双曲割引関数のフォワード割引因子 d が適用されることに注意されたい。この異時点は交渉ゲームの第2段階から第3段階までの期間を表すものであり、フォワード割引因子 d が適用される期間そのものである。

さらに、交渉ゲームが第1段階に逆戻りしたとする。第1段階の提案者はAである。提案者Aは、AとBそれぞれの取り分を (π_{A1}, π_{B1}) として相手Bに合理的な提案をする。この提案が合理的であるためには、Bにとって、受け入れる場合と拒否する場合がちょうど無差別になるような提案でなければならない。そのため、Bがこの合理的な提案を受け入れ、提案の通りにパイを分ける。すなわち、提案者Aは、AとBそれぞれの取り分 (π_{A1}, π_{B1}) について、

$$\pi_{A1} = 1 - D(1)(1 - d\pi_{A3}), \pi_{B1} = D(1)(1 - d\pi_{A3})$$

となるようにパイを分ける合理的な提案をする。ここでは、指数関数の割引因子 δ の代わりに、双曲割引関数の $D(1)$ を適用されることに注意されたい。

最後に、第4節と同じく、交渉段階が変わっても、ゲームの構造が全く変わっていないことを確

認できるので、プレイヤーの数・戦略・パイのサイズに加え、ゲーム期限の長さも同じのままであることは明らかである。したがって、提案者 A が第 1 段階と第 3 段階での提案が同じでなければならない。つまり、

$$\pi_{A1} = \pi_{A3}, \pi_{B1} = \pi_{B3}$$

でなければならない。したがって、対称均衡の SPNE では、 (π_{A1}, π_{B1}) が、

$$\pi_{A1} = 1 - D(1)(1 - d\pi_{A1}), \pi_{B1} = D(1)(1 - d\pi_{A1})$$

$$\pi_{A1} = \frac{1 - D(1)}{1 - D(2)}, \pi_{B1} = \frac{D(1) - D(2)}{1 - D(2)}$$

として導かれる。ここでは、 $D(2) = D(1)d$ を使った。さらに、双曲割引関数の $D(1)$ と $D(2)$ を代入すると、最終的に (π_{A1}, π_{B1}) は、指数割引関数と似たような解析解として、

$$\pi_{A1} = \frac{1 + 2k}{2(1 + k)}, \pi_{B1} = \frac{1}{2(1 + k)}$$

が得られる。そして、交渉ゲームは 1 回で終わる。

割引速度を調整するパラメータ $k \geq 0$ なので、 $k = 0$ 以外は最初の提案者 A が有利である。パラメータ k が十分 0 に近いとき、交渉結果はより公平なものになり、 $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1/2, 1/2)$ に近づく。逆に、パラメータ k が十分大きいとき、交渉結果はより不公平なものになり、 $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1, 0)$ に近づく。

一般的には、指数型割引関数よりも双曲割引関数をもたらす交渉結果の方は、より不公平なものになりやすい。例えば、もし $k = 1$ なら、 $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (3/4, 1/4)$ になる。これを満たす指数関数の割引因子 (δ) を求めると、

$$\frac{1}{(1 + \delta)} = \frac{3}{4} \quad \text{または、} \quad \frac{\delta}{(1 + \delta)} = \frac{1}{4}$$

より、 $\delta = 1/3$ である。これを指数関数の割引率 (r) に換算すると、 $r = 200\%$ に相当するのである。この結果は、公平な結果である $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1/2, 1/2)$ に近い結果とは言えない。仮にノーマルな範囲を $r \in (0, 1)$ とするならば、 $\delta \in (1/2, 1)$ により、指数型割引関数 $f(t)$ に基づく提案の範囲は、

$$\pi_{A1} \in \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right), \pi_{B1} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$$

となる。 $k = 1$ のとき、双曲割引関数による結果である $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (3/4, 1/4)$ に比べると、指数型割引関数の結果は、公平な結果である $(\pi_{A1}, \pi_{B1}) = (1/2, 1/2)$ に比較的に近い結果と言える。繰り返しになるが、非対称均衡に関しても、本論文の枠組みによって似たような解析解が得られることが可能であり、また、本論文の結論の妥当性は損なわれないことも付言しておく。

6. まとめ

本論文では、2人の無限繰り返し交渉ゲームについて、指数型割引関数を仮定した場合と双曲割引関数を仮定した場合の分析結果を考察した。2人の無限繰り返し交渉ゲームにおいて指数型割引率を仮定した場合、ナッシュ均衡による交渉の結果は、シンプルな解析解として得られ、そして、交渉ゲームは1回で終わることが確認できた。

また、この無限繰り返し交渉ゲームに参加している2人は、双曲割引の性質を持つならば、この交渉ゲームの結果は変わるか否かについて、本論文は考察を試みた。分析の結果、双曲割引の性質を持つ2人の無限繰り返し交渉ゲームのナッシュ均衡についても、指数型割引関数の場合と似たような解析解を得ることができた。さらに、指数型割引関数よりも双曲割引関数がもたらす交渉結果の方は、より不公平なものになりやすいことが明らかになった。これは、従来の交渉ゲームでは得られなかった新たな知見であり、本論文の最大の貢献と言える。

参考文献

- Ainslie, G. (1975), Specious Reward: A Behavioral Theory of Impulsiveness and Impulse Control, *Psychological Bulletin*, 82(4), 463–496.
- Ainslie, G. (1992), *Pioeconomics*, Cambridge University Press.
- Ainslie, G. (2001), *Breakdown of Will*, Cambridge University Press.
- (山形浩生 訳 [2006], 誘惑される意志：人はなぜ自滅的行動をするのか, NTT 出版。)
- Ariely, D. and Wertenbroch, K. (2002), Procrastination, deadlines, and performance: self-control by precommitment, *Psychological Science*, 13(3), 219–224.
- Frederick, S., G. Loewenstein, and T. O'Donoghue (2002), Time Discounting and Time Preference: A Critical Review, *Journal of Economic Literature* 40, 351–401.
- Laibson, D. (1997), Golden eggs and hyperbolic discounting, *Quarterly Journal of Economics*, 112, 443–477.
- McClure, S. M., Laibson, D., Loewenstein, G. and Cohen, J. D. (2004), Separate Neural Systems Value Immediate and Delayed Monetary Rewards, *Science*, 306, 503–507.
- McMillan, J. (1992), *Games, Strategies, and Managers*, Oxford University Press.
- (伊藤秀史, 林田修 訳 [1995], 経営戦略のゲーム理論, 有斐閣。)
- 池田新介, 大竹文雄, 筒井義郎 (2005), 時間割引率：経済実験とアンケートによる分析, ISER Discussion Paper No. 638 (Osaka University)。

池田新介, 筒井義郎 (2006), アンケート調査と経済実験による危険回避と時間割引率の解明, 証券アナリスト
ジャーナル, 44巻, 2号, 70-81。

筒井義郎, 晝間文彦, 大竹文雄, 池田新介 (2007), 上限金利規制の是非: 行動経済学的アプローチ, 現代ファイ
ナンス, 22号, 25-73。

盛本晶子 (2009), 双曲割引と消費行動—アンケート・データを用いた実証分析—, 行動経済学, 第2巻, 49-
59。