

多要因配列実験の失敗例とその処置法

上 田 通 夫*

ON THE FALSE CASE IN A MULTIFACTORIAL EXPERIMENTAL DESIGN AND ITS CONTROL

Michio UEDA

The report is rather for beginners and not for experts. False examples are sometimes more useful than successful ones. The author lays the case open and gives some explanation to the circumstances how the error occurred.

For the multiple purpose in the research the size of experiments in classical system often becomes too large as in this investigation. The multifactorial experiments were designed and the orthogonal array $L_{54}(2^1 \times 3^{25})$ was used. Seven factors, A at 6 levels, others B~G at 3, were picked up and put to the array.

But the mistake in arrangement of some factors was caused and it made theoretically clear analysis of variance impossible. The author elucidates the mechanism of the failure and shows a practical remedy for the present difficulties.

Last, he gives advice and remarks that although multifactorial orthogonal arrays are very working and of high efficiency the absolute defect in the size of experiments can in no other way be made good.

Received May 31, 1962.

前言 本論文は学術的に高度のものではないが、実験現場に於ける失敗例として、一つには来者の参考ともなり、二つにはまま無味乾燥に陥り勝ちの論文集に、若干の興味と余裕を与えるかと思ひ、書き綴ることにした。従つて、資料解析や説明を、やや初歩向きに易しく且つ詳しくするつもりである。高手の点検に資する程のものではない。

§1 実験の目的と実験計画

実験の最終目的は下のようである。

コンクリート水比と強度間の実用関係式を、現場の施工と見合つた精度で設定する。本例は途中の一実験段階である。

ところで、県産の砂はその強度に A, B 2 種ある。セメントは、JASS に従えば、強度性能に関してポルトランドセメント・早強ポルトランドセメント・高炉又はシリカセメントの 3 分類が行われている。強度式は都合 $2 \times 3 = 6$ コ必要になる。

仮りに、一式を正直に全水比 (7 水準)・スランプ (5 水準) に亘つて求めるとすれば、 $7 \times 5 = 35$ 回の実験を必要とする。これに粗骨材種類や AE 剤の有無

等を絡ませると、少くともその 8 倍程度^註の実験数になる。しかも、各々固定条件下に於けるただ 1 回一連の実験式を得るに過ぎないから、強度変動の一般性追求には不便を感じる。6 コの式は又 6 倍の手間で、一実験 3 本の供試体とし、上のような手法によれば 5,000 本以上の数となり、設備・労力の現状では、無休作業でまる 3 年を要する。そこで要因配列を工夫して、一組の計画実験から、セメント (3) × 砂 (2) = 6 本の主効果曲線を取り出そうと考えた。

1-1 要因と水準

要因と水準は第 1 表のようである。

A (水比): 求めるのは二次曲線だから 3 水準で実用上事足るが、6 水準に入れた。

B (セメント): 既述。

C (砂): 県産砂は強度に関して 2 種に分かれる。3 水準中 C_2 は B 級、 C_3 は A 級と分かっているが、 C_1 がいずれに属するかは未知。

D (砂利): この要因は本来効かない筈である。

C, D 要因の性状は省略する。

E (AE 剤種類): AE 剤間の品質差に関心がある。

F (AE 剤使用量): これを有 (適量) と無とに分け、 F_2 (無) の擬水準を入れる。AE 剤のない方が基

* 建築学教室

第1表 要因・水準

要因		水準					
		1	2	3	4	5	6
水セ砂	比 (%)	40	45	50	60	65	70
メ	メント	高須(B種)	普通ポル	早ポル			
砂		神之川	川	川			
AE 剤	種類	川内川(小)	川内川(大)	早ポル			
AE 剤	有無	Z	Z	加治木			
スラン	ンプ(cm)	無	無	ビソール			
		15	19	22			

準調査だから、そちらに重点を置く意²である。この因子も強度理論上は無効因子である。なお各 AE 剤の適量に関して予備実験が行なわれた。

G (スランプ)：強度上は働かない因子、調合に変化を持たせた。5, 10cm の硬練コンクリートは、AE 剤なしでは本県で成立しないので、水準から除いた。

上の要因・水準の抱合する意図、つまり実験の総合的狙いを簡条書に下に具体化する。本実験は、強度式の設定の外に、著作作成のコンクリート調査表に基づく、品質の追試検討をも併せ行なおうとしているので、その考慮が加わっている。

(1) (セメント)×(砂)の6コの強度式を求めること(前述)。

(2) 強度に関し、粗骨材(川砂利と碎石)・AE 剤の有無・設計スランプは影響が認められぬと実証すること。

(3) 強度及びコンクリート流動性に関し、使用 AE 剤間に品質差ありや、を検定すること。

(4) コンクリートの設計スランプに対する誤差が、設計スランプ値自身によつて左右せられない、と確認すること(軟い調合はスランプ誤差が大となる、という風なことがないように)。

以上を、一般的展望の下に把握しようというのである。

1-2 割付と特性値

第2表のとおり、叙述は事件進行の順序を追い、問題の発生や種明かしは、理解の便宜上適当の折まで伏せることがある。

実験は第2表に従い、順序を無作為化して如法に行なわれた。異常値は再試験補足されている。特性値は、スランプ誤差・品質・強度の三つで、最後のものは繰返し3。品質評点は実見によつて経験的に与え、10点満点の0.5刻みで厳密な科学的数量化ではない。一つのメドである。

§2 問題の発生・そのメカニズム

本論文主題の目的上、叙述を強度特性値に限定する。

2-1 割付の欠陥

E (AE 剤種類)×F (AE 剤有無)の組合せで、 $E_i \times F_{1,2} = 0$ となり $E_1 \times F_3 = E_1$ だけが生きるが、この結果第2表に見るように、 $A_{1,2} \times E_3$ 、 $A_{3,4} \times E_1$ 、 $A_{5,6} \times E_2$ 等、他要因に対する AE 剤種類が偏在し、直交関係が破れる。若し E 要因が有意ならば、この強度特性値の直交解析は、事実を誤る結果となる。これが第一の問題である。どうしてこのようになったか。

2-2 割付の選択

$L_{54}(2^1 \times 3^{25})$ の原型は第3表のとおりである。この中から第2表の列を採つたが、もし、E を4列に入れば、○印を附したものが生き、直交が成立する。

「第2表の割付は E×F の関係を誤っている」

[I]

一般に「X 要因の水準と、その要因の有無」という割付の際は、上の如く、X 要因の水準中「無」とカケ合う水準が全部零に帰し、水準の均等配分が消失して、残る水準の偏在が起り得る。それを避けるには、後述するような注意が要る。又は「有無」要因を捨て、X 要因の水準中に「無」を入れたらよい。第1表の E 要因中、例えば「Z」を「0」と置き換えるのである。それによつて、AE 剤の種類は一つだけ減ずるが、問題は起らない。

2-3 後処置

E 要因 (AE 剤種類) が有意ならば直交解析は誤るので、それに関する情報を必要とする。新情報を、補足実験によるか他の資料に仰ぐか、手間は不可欠で、それが「失敗」に対する補償なのである。偕て相当手続の末、本例では、AE 剤の種類による強度効果の差が

第2表 割付と特性値

実験番号	要因							スランブ (cm)		スランブ誤差 (xi-X) (cm)		空気量 (%)	品質評点	強度 F (kg/cm ²)			セメント強度 (kg/cm ²)	F / \bar{K}							
	A	B	C	D	E	F	G	設計	実際	原調合	訂正調合			2.9	3.7	2.7		8.5	7.5	8.0	8.5	453	0.68	0.71	0.72
	1,2	3	9	10	11	12	13																		
1	1	1	1	1	1	1	(0)	1	15	17.8	+2.8						7.5								
2	1	1	2	2	2	2	(0)	2	19	18.2	-0.8			8.0	323	298	312	381	0.85	0.78	0.82				
3	1	1	3	3	3	3	(A)	3	22	21.1	-0.9			8.5	340	356	332	356	0.96	1.00	0.93				
4	1	2	1	1	1	1	(0)	1	15	17.9	+2.9			7.0	370	341	322	360	1.03	0.95	0.90				
5	1	2	2	2	2	2	(0)	2	19	19.3	+0.3			8.5	295	313	304	406	0.73	0.77	0.75				
6	1	2	3	3	3	3	(A)	3	22	22.1	+0.1			8.0	410	398	416	486	0.85	0.82	0.86				
7	1	3	1	1	1	1	(0)	1	15	16.9	+1.9			8.0	295	324	325	366	0.81	0.88	0.89				
8	1	3	2	2	2	2	(0)	2	19	17.0	-2.0			7.0	332	314	360	455	0.73	0.69	0.79				
9	1	3	3	3	3	3	(A)	3	22	21.8	-0.2			8.5	435	385	404	420	1.04	0.92	0.96				
10	2	1	1	1	2	2	(0)	3	22	20.6	-1.4			8.5	271	284	306	453	0.60	0.63	0.68				
11	2	1	2	2	3	3	(A)	1	15	12.3		-2.7	3.0	7.5	322	308	339	356	0.91	0.87	0.95				
12	2	1	3	3	1	1	(0)	2	19	19.6	+0.6			9.0	408	392	390	341	1.20	1.15	1.14				
13	2	2	1	1	2	2	(0)	3	22	21.6	-0.4			6.5	298	288	330	401	0.74	0.72	0.82				
14	2	2	2	2	3	3	(A)	1	15	14.4		-0.6	3.5	8.0	291	258	310	486	0.60	0.53	0.64				
15	2	2	3	3	1	1	(0)	2	19	19.2	+0.2			8.0	439	416	409	386	1.13	1.08	1.06				
16	2	3	1	1	2	2	(0)	3	22	21.7	-0.3			8.0	337	292	334	366	0.92	0.80	0.91				
17	2	3	2	2	3	3	(A)	1	15	12.1	-2.9			7.0	340	366	368	457	0.74	0.80	0.81				
18	2	3	3	3	1	1	(0)	2	19	20.1	+1.1			8.0	309	356	348	366	0.84	0.97	0.95				
19	3	1	1	2	1	3	(A)	2	19	20.3	+1.3			3.0	9.0	203	212	211	341	0.60	0.62	0.62			
20	3	1	2	3	2	1	(0)	3	22	21.6	-0.4			8.5	282	286	262	400	0.71	0.72	0.66				
21	3	1	3	1	3	2	(0)	1	15	17.9	+2.9			7.5	265	286	290	341	0.78	0.84	0.85				
22	3	2	1	2	1	3	(A)	2	19	18.5	-0.5			8.5	288	316	300	341	0.84	0.93	0.88				
23	3	2	2	3	2	1	(0)	3	22	21.4	-0.6			6.5	256	261	282	406	0.63	0.64	0.69				
24	3	2	3	1	3	2	(0)	1	15	17.9		+2.9	2.5	7.0	357	375	346	486	0.74	0.77	0.71				
25	3	3	1	2	1	3	(A)	2	19	19.9	+0.9			8.5	333	344	329	457	0.73	0.75	0.72				
26	3	3	2	3	2	1	(0)	3	22	21.6	-0.4			8.0	276	292	282	366	0.75	0.80	0.77				
27	3	3	3	1	3	2	(0)	1	15	17.7	+2.7			8.5	242	242	243	420	0.58	0.58	0.58				
28	4	1	1	3	3	2	(0)	2	19	19.8	+0.8			8.0	240	223	190	356	0.67	0.63	0.53				
29	4	1	2	1	1	3	(A)	3	22	21.5	-0.5			2.5	9.0	230	220	250	400	0.58	0.55	0.63			
30	4	1	3	2	2	1	(0)	1	15	17.4	+2.4			6.0	191	232	193	402	0.48	0.58	0.48				
31	4	2	1	3	3	2	(0)	2	19	18.8	-0.2			7.0	199	206	204	386	0.52	0.53	0.53				
32	4	2	2	1	1	3	(A)	3	22	22.1	+0.1			2.5	9.0	246	254	280	360	0.68	0.71	0.78			
33	4	2	3	2	2	1	(0)	1	15	18.0	+3.0			7.0	175	186	210	382	0.46	0.49	0.55				
34	4	3	1	3	3	2	(0)	2	19	20.8	+1.8			7.0	240	204	230	426	0.56	0.48	0.54				
35	4	3	2	1	1	3	(A)	3	22	21.7	-0.3			2.6	8.0	271	272	243	420	0.65	0.65	0.58			
36	4	3	3	2	2	1	(0)	1	15	13.0	-2.0			8.0	204	219	203	366	0.56	0.60	0.55				
37	5	1	1	2	3	1	(0)	3	22	21.9	-0.1			8.5	144	148	129	381	0.38	0.39	0.34				
38	5	1	2	3	1	2	(0)	1	15	17.1	+2.1			8.0	169	174	157	399	0.41	0.41	0.39				
39	5	1	3	1	2	3	(A)	2	19	20.9		+1.9	3.3	8.0	192	171	183	356	0.54	0.48	0.51				
40	5	2	1	2	3	1	(0)	3	22	20.6	-1.4			6.0	196	206	197	367	0.53	0.56	0.54				
41	5	2	2	3	1	2	(0)	1	15	14.3	-0.7			8.0	181	170	174	341	0.53	0.50	0.51				
42	5	2	3	1	2	3	(A)	2	19	20.9		+1.9	4.9	8.5	219	217	204	360	0.61	0.60	0.57				
43	5	3	1	2	3	1	(0)	3	22	20.4	-1.6			8.0	220	196	234	455	0.48	0.43	0.51				
44	5	3	2	3	1	2	(0)	1	15	16.9	+1.9			8.0	204	189	198	366	0.56	0.52	0.54				
45	5	3	3	1	2	3	(A)	2	19	21.0		+2.0	2.7	7.0	284	243	293	393	0.72	0.62	0.75				
46	6	1	1	3	2	3	(A)	1	15	15.6	+0.6			2.7	7.0	198	184	155	453	0.44	0.41	0.34			
47	6	1	2	1	3	1	(0)	2	19	19.6	+0.6			8.0	138	143	141	453	0.30	0.32	0.31				
48	6	1	3	2	1	2	(0)	3	22	23.2	+1.2			8.0	147	162	159	402	0.37	0.40	0.40				
49	6	2	1	3	2	3	(A)	1	15	16.3	+1.3			3.5	8.0	170	160	180	360	0.47	0.45	0.50			
50	6	2	2	1	3	1	(0)	2	19	19.1	+0.1			8.0	139	166	149	338	0.41	0.49	0.44				
51	6	2	3	2	1	2	(0)	3	22	21.2	-0.8			7.5	138	154	136	382	0.36	0.40	0.35				
52	6	3	1	3	2	3	(A)	1	15	17.5	+2.5			2.7	8.0	241	255	196	393	0.61	0.65	0.50			
53	6	3	2	1	3	1	(0)	2	19	19.3	+0.3			8.5	159	168	152	366	0.43	0.46	0.42				
54	6	3	3	2	1	2	(0)	3	22	21.5	-0.5			8.0	170	205	194	366	0.46	0.56	0.53				

[註] 強度の — 印は欠測値の為め平均値代用。

第3表 L₅₄ (2¹ × 3²⁵)

列番 No.	1 × 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	①	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2
5	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3
6	1	1	2	②	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
7	1	1	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3
8	1	1	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
9	1	1	3	③	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	1	2	1	1	2	2	3	3	1	1	2	2	3	3	1	1	1	1	2	3	2	3	3	2	3	2
11	1	2	1	①	2	2	3	3	2	2	3	3	1	1	2	2	2	2	3	1	3	1	1	3	1	3
12	1	2	1	1	2	2	3	3	3	3	1	1	2	2	3	3	3	1	2	1	2	2	1	1	2	1
13	1	2	2	2	3	3	1	1	1	1	2	2	3	3	2	3	2	3	2	3	2	1	1	1	1	1
14	1	2	2	②	3	3	1	1	2	2	3	3	1	1	3	1	3	1	1	3	1	2	2	2	2	2
15	1	2	2	2	3	3	1	1	3	3	1	1	2	2	1	2	1	2	2	2	1	3	3	3	3	3
16	1	2	3	3	1	1	2	2	1	1	2	2	3	3	3	2	3	2	1	1	1	1	2	3	2	3
17	1	2	3	③	1	1	2	2	2	2	3	3	1	1	1	3	1	3	2	2	2	3	1	3	1	3
18	1	2	3	3	1	1	2	2	3	3	1	1	2	2	2	1	2	1	3	3	3	1	2	1	2	2
19	1	3	1	②	1	3	2	3	1	2	1	3	2	3	1	1	2	3	1	1	3	2	2	3	3	2
20	1	3	1	2	1	3	2	3	2	3	2	1	3	1	2	2	3	1	2	2	1	3	1	1	3	2
21	1	3	1	2	1	3	2	3	3	1	3	2	1	2	3	3	1	2	3	3	2	1	1	2	2	1
22	1	3	2	③	2	1	3	1	1	2	1	3	2	3	2	3	3	2	3	1	1	3	2	1	1	1
23	1	3	2	3	2	1	3	1	2	3	2	1	3	1	3	1	1	3	1	2	2	1	3	2	2	2
24	1	3	2	3	2	1	3	1	3	1	3	2	1	2	1	2	2	1	2	3	3	2	1	3	3	3
25	2	3	3	①	3	2	1	2	1	2	1	3	2	3	3	2	1	1	3	2	2	3	1	1	2	3
26	2	3	3	1	3	2	1	2	2	3	2	1	3	1	1	3	2	2	1	3	3	1	2	2	3	1
27	2	3	3	1	3	2	1	2	3	1	3	2	1	2	2	1	3	3	2	1	1	2	3	3	1	2
28	2	1	1	3	3	2	2	1	1	3	3	2	2	2	1	1	3	2	3	2	3	2	3	1	1	1
29	2	1	1	③	3	2	2	1	2	1	1	3	3	2	2	2	1	3	1	3	1	3	1	3	1	2
30	2	1	1	3	3	2	2	1	3	2	2	1	1	3	3	3	2	1	1	2	1	2	1	3	3	3
31	2	1	2	1	1	3	3	2	1	3	3	2	2	1	2	3	1	1	1	1	3	2	3	2	2	3
32	2	1	2	①	1	3	3	2	2	1	1	3	3	2	3	1	2	2	2	2	1	3	1	3	3	1
33	2	1	2	1	1	3	3	2	3	2	2	1	1	3	1	2	3	3	3	3	2	1	1	1	2	2
34	2	1	3	2	2	1	1	3	1	3	3	2	2	1	3	2	2	3	2	3	1	1	1	1	3	2
35	2	1	3	②	2	1	1	3	2	1	1	3	3	2	1	3	3	1	3	1	2	2	2	2	1	3
36	2	1	3	2	2	1	1	3	3	2	2	1	1	3	2	1	1	2	1	2	3	3	3	3	2	1
37	2	2	1	2	3	1	3	2	1	2	3	1	3	2	1	1	2	3	3	2	1	1	3	2	2	3
38	2	2	1	2	3	1	3	2	2	3	1	2	1	3	2	2	3	1	1	3	2	2	1	3	3	1
39	2	2	2	②	3	1	3	2	3	1	2	3	2	1	3	3	1	2	2	1	3	3	2	1	1	2
40	2	2	2	3	1	2	1	3	1	2	3	1	3	2	2	3	3	2	1	1	2	3	1	1	3	2
41	2	2	2	3	1	2	1	3	2	3	1	2	1	3	3	1	1	3	2	2	3	1	2	2	1	3
42	2	2	2	③	1	2	1	3	3	1	2	3	2	1	1	2	2	1	3	3	1	2	3	3	2	1
43	2	2	3	1	2	3	2	1	1	2	3	1	3	2	3	2	1	1	2	3	3	2	2	3	1	1
44	2	2	3	1	2	3	2	1	2	3	1	2	1	3	1	3	2	2	3	1	1	3	3	1	2	2
45	2	2	3	①	2	3	2	1	3	1	2	3	2	1	2	1	3	3	1	2	2	1	1	2	3	3
46	2	3	1	③	2	3	1	2	1	3	2	3	1	2	3	1	1	3	2	3	3	2	1	1	2	3
47	2	3	1	3	2	3	1	2	2	1	3	1	2	3	2	2	1	3	3	1	1	3	2	2	3	1
48	2	3	1	3	2	3	1	2	3	2	1	2	3	1	3	3	2	1	1	2	2	1	3	3	1	2
49	2	3	2	①	3	1	2	3	1	3	2	3	1	2	2	3	1	1	3	2	1	1	2	3	3	2
50	2	3	2	1	3	1	2	3	2	1	3	1	2	2	3	3	1	2	2	1	3	2	3	1	1	3
51	2	3	2	1	3	1	2	3	3	2	1	2	3	1	1	2	3	3	2	1	3	3	1	2	2	1
52	2	3	3	②	1	2	3	1	1	3	2	3	1	2	3	2	3	1	1	3	2	3	3	2	1	1
53	2	3	3	2	1	2	3	1	2	1	3	1	2	3	1	3	3	1	2	2	3	1	1	3	2	2
54	2	3	3	2	1	2	3	1	3	2	1	2	3	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	1	3	3
1	2	3(c) 群										4(d) 群														
(a)	(b)																									
群	群																									

[注] 第2表は □印を拾つた. 1⁽²⁾, 2⁽³⁾, 3⁽³⁾の交互作用は, 4, 5, 6, 7, 8に総合的に現われる.

明らかでない、と判明した。するとE要因は単に{AE剤}という一水準に帰着する。第2表F列に(A)と表示したのがその意味である。他要因との直交は成立する。

§3 解析

冒頭の如く、やや初歩向きに解析内容を示すことにする。

3-1 分散分析

F/\bar{K} 欄の数字を100倍し50を引いた値で行なう。

修正項 $C.F. = \frac{T^2}{3n} = \frac{2,576^2}{162} = 40,962$

全変動 $S_T = \sum x_i^2 - C.F. = 18^2 + 21^2 + \dots + 3^2 - 40,962 = 62,464$ (d.f. = 162 - 1 - 2 = 159)

実験変動 $S_{T'} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (\sum x_{.j})^2 - C.F. = \frac{1}{3} (61^2 + 95^2 + \dots + 5^2) - 40,962 = 60,679$ (d.f. = 53)

測定誤差 $S_e = S_T - S_{T'} = 1,785$ (d.f. = 159 - 53 = 106)

要因変動

$S_A = \frac{1}{27} \{ (\sum A_1)^2 + (\sum A_2)^2 + \dots + (\sum A_6)^2 \} - C.F. = \frac{1}{27} \{ (932)^2 + (969)^2 + \dots + (-172)^2 \} - 40,962 = 41,996$ (d.f. = 5)

$S_B = \frac{1}{54} \{ (\sum B_1)^2 + (\sum B_2)^2 + (\sum B_3)^2 \} - C.F. = \frac{1}{54} \{ (725)^2 + (888)^2 + (963)^2 \} - 40,962 = 549$ (d.f. = 2)

$S_C = 2,046$ (d.f. = 2)

$S_D = 2,107$ (d.f. = 2)

$S_F = \frac{1}{108} (\sum F_{1,2})^2 + \frac{1}{54} (\sum F_3)^2 - C.F. = \frac{1,530^2}{108} + \frac{1,046^2}{54} - 40,962 = 974$ (d.f. = 1)

$S_G = 718$ (d.f. = 2)

実験誤差 $S_{e'} = S_{T'} - \sum S_i = 60,679 - (41,996 + 549 + \dots + 718) = 12,289$ (d.f. = 53 - 14 = 39)

第4表に分散分析表を掲げる。実験誤差 e' は測定誤差 e に対して有意だからそれを基準に、B, G 変動は e' と同等なのでプールし、誤差 e' で検定する。有意水準を、通則に倣い 5, 1% としたが、この程度の実験では 10% が適当という見解もある。

第4表 強度分散分析表

要 因	S.S.	d.f.	M.S.	M.S./ e_0
A	41,996	5	8,399	26.67**
B	549	2	275	
C	2,046	2	1,023	3.25*
D	2,107	2	1,054	3.35*
F	974	1	974	3.09
G	718	2	359	
e'	12,289	39	315	
e	1785	106	17	
e_0	13,556	43	315	

3-2 水準検定

水比・砂が有意因子であることは、本実験で既定の事実だが、粗骨材は本来なら働かない因子である。どの水準間に差があるかを下のように検出する。

水準平均の差の分散 $u_m^2 = 2 \times \frac{315}{54} = 11.67$

有意水準差 $|\bar{x}_i - \bar{x}_r| = t_{\alpha}(\nu) u_m$
 $\alpha = 0.01, 0.05; \nu = 43$ として

$|\bar{x}_i - \bar{x}_r| = \begin{cases} t_{0.01}(43) \sqrt{11.67} = 2.698 \times 3.416 = 9.22 \\ t_{0.05}(43) \sqrt{11.67} = 2.018 \times 3.416 = 6.90 \end{cases}$

(1) D_2, D_3 間には下のように 5% 危険度で有意差があり、 D_1 はいずれとも差がつかない。

水 準	D_1	D_2	D_3
平 均	15.9	11.5	20.3

(2) Fの分散比もかなり大なので、有意水準を10%に下げて同様に検定すれば、

$|\bar{x}_i - \bar{x}_r| = t_{0.1}(43) \sqrt{315 \times \frac{108+54}{108 \times 54}} = 1.682 \times 2.958 = 4.98$

$F_{1,2} - F_3 = \frac{1,530}{108} - \frac{1,046}{54} = 14.2 - 19.4 = -5.2$

従つて F_3 は $F_{1,2}$ よりも強い。即ちAE剤を使用した調査は、本実験の空気量ならば、強度上有利と判定できる。或いは又 $F_{43}^1(0.1) = 2.829$ で第4表を検定してもよい。

(3) 砂は C_3 だけが他より強く、従つて C_1 はB級である。

3-3 三者交互作用

水比の水準平均を出して見ると、40, 45%の強度間に差がつかない。理論に反するが、本実験はよく管理

せられており、無作為化も十分に、水比水準内の反復数は27にもなるから、測定値を疑うことはできない。その原因を考察すると、(水比)×(セメント)×(砂)の交互作用が浮かんでくる。JASSによれば、セメント種別毎の水比強度勾配が異なるとしているが、これは、セメントと水比の間に、コンクリート強度に関する交互作用の存在を認めた形である。且つ、筆者のモルタル強度の資料では、許容水比域の端の方では、水比と砂の交互作用がある。三者交互作用存在の公算は十分であろう。原直交表で三者交互作用の分離は本来できないから、真相を突きとめる訳には行かない。ただ予想しておくに止める。

§4 セメント別・砂別コンクリート強度式

4-1 三乗効果の分離

第2表の直交割付を選んだ一つの理由は、コンクリート調合強度論のオーソドクシイに従えば、D以下の因子は働かないのであり、そのとき $A_1 \times B_1 \times C_1$ の効果が分離できる。今、一つの便宜手段を許容して、D因子の有意性を消去してみよう。碎石調合の水準平均が高いから、これを有意不明の限界迄引き下げる。具体的には、強度特性値の F/\bar{K} のナマの値を一様に0.02差引けばよい^{註3}(この値は水準検定から簡単に見出せる)。上の操作により、D以外の要因変動並びに誤差は影響を受けることがない。実験の性格は、Dの水準を平板化した外は、主効果・誤差に関して一切変化しないのである。

偕て、セメント種別・砂級別の強度を分離するが、神之川・思川の砂は共にB級なので一群とし、顕娃の砂はA級だからそのように二分処理する。

4-2 強度式

(水比)×(セメント)×(砂)の効果が分離出来ると、これを常用強度式 $F/K = aX - b$ の形にすることは、初歩的最小自乗法の問題に過ぎない。

ポルトランドセメント

$F = K(0.52X - 0.30)$ A級 (1)

$F = K(0.35X - 0.01)$ B級 (2)

早強ポルトランドセメント

$F = K(0.37X - 0)$ A級 (3)

$F = K(0.36X - 0.03)$ B級 (4)

高炉セメント

$F = K(0.64X - 0.49)$ A級 (5)

$F = K(0.40X - 0.17)$ B級 (6)

第1図に強度—水比(1/Xの形)曲線で示す。A、B級式の反復数はそれぞれ3、6で、バラツキ巾は相当に大きくなる。従つて、(1)~(6)を最終式とすることは無理である。各式各点の信頼限界巾を求めようとすれば各点は、

$\pm \frac{t_{\alpha}(\nu)}{\sqrt{n_e}} \sqrt{\frac{S_{e0}}{\nu}}$

S_{e0} : プール誤差変動

ν : その自由度

α : 危険度

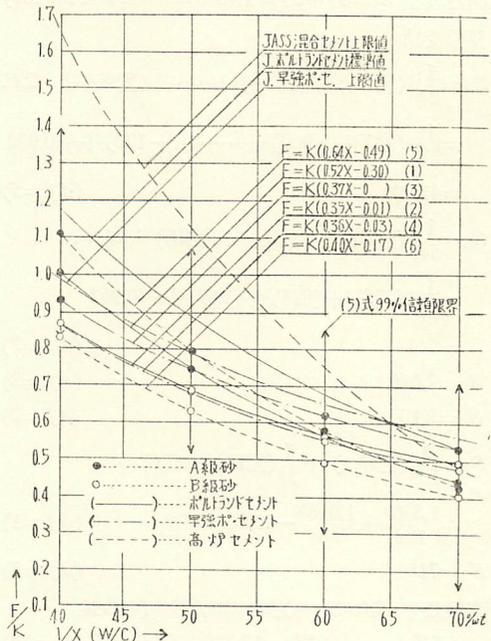
n_e : 有効反復数

$\alpha = 1\%$ とすれば

A級式に対し $\pm \frac{2.698}{100\sqrt{3}} \times \sqrt{315} = \pm 0.28$

B級式に対し $\pm \frac{2.698}{100\sqrt{6}} \times \sqrt{315} = \pm 0.20$

同じく第1図で(5)式の分を例示した。それは極めて広い巾で、これを以つてしても、コンクリート強度式の存在域の性格、及び一連くらの実験で強度式を決定することの不合理を、知ることが出来る。



第1図 コンクリート強度式

4-3 余論 1—(交互作用)

4-1 項でD因子を消去した。この手段は各要因の主効果には関与しないが、交互作用に影響する。そのうち $A \times B$, $B \times C$ の二つは D と直交するので支障な

く、 $A \times C$ のみ変化する。又 $A \times B \times C$ には D 以下の如何なる変更も影響する。そのような事情を承知の上で、多少の不正確を許し、参考迄に解析してみよう。結果を技術的知識で補えば、実用上の価値がある。主効果については $3-1$ 項の解析と D 以外は異ならないので、結果のみ示す(前の値と1だけ数字の違うのは丸メの誤差)。G要因は有意不明だから分離しない。

$$S_T' = \frac{1}{3} \sum (\sum x_{.j})^2 - C.F. = 5,9874 \quad (d.f.=53)$$

$$S_A = 41,996 \quad (d.f.=5)$$

$$S_B = 548 \quad (d.f.=2)$$

$$S_C = 2,000^{14} \quad (d.f.=1)$$

交互作用

$$\begin{aligned} S_{A \times B} &= \frac{1}{9} \{(\sum A_1 B_1)^2 + (\sum A_1 B_2)^2 + (\sum A_1 B_3)^2 + \dots \\ &\quad + (\sum A_6 B_3)^2\} - C.F. - S_A - S_B \\ &= \frac{1}{9} (289^2 + 310^2 + 315^2 + \dots + 6^2) - 37,599 \\ &\quad - 41,996 - 548 = 2,118 \quad (d.f.=5 \times 2 = 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{A \times C} &= \frac{1}{18} \{(\sum A_1 C_{1,2})^2 + (\sum A_2 C_{1,2})^2 + \dots \\ &\quad + (\sum A_6 C_{1,2})^2\} + \frac{1}{9} \{(\sum A_1 C_3)^2 + (\sum A_2 C_3)^2 + \dots \\ &\quad + (\sum A_6 C_3)^2\} - C.F. - S_A - S_C \\ &= \frac{1}{18} \{548^2 + 467^2 + \dots + (-123)^2\} \\ &\quad + \frac{1}{9} \{366^2 + 484^2 + \dots + (-67)^2\} - 37,599 \\ &\quad - 41,996 - 2,000 = 4,620 \quad (d.f.=5 \times 1 = 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{B \times C} &= \frac{1}{36} \{292^2 + 523^2 + 562^2\} + \frac{1}{18} \{397^2 + 329^2 \\ &\quad + 365^2\} - 37,599 - 548 - 2,000 = 264 \quad (d.f.=2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{A \times B \times C} &= \frac{1}{6} \{(\sum A_1 B_1 C_{1,2})^2 + (\sum A_1 B_2 C_{1,2})^2 + \dots \\ &\quad + (\sum A_6 B_3 C_{1,2})^2\} + \frac{1}{3} \{(A_1 B_1 C_3)^2 + (A_1 B_2 C_3)^2 \\ &\quad + \dots + (A_6 B_3 C_3)^2\} - C.F. - S_A - S_B - S_C \\ &\quad - S_{A \times B} - S_{A \times C} - S_{B \times C} \\ &= \frac{1}{6} \{156^2 + 231^2 + \dots + 1^2\} + \frac{1}{3} \{133^2 + 79^2 \\ &\quad + \dots + 5^2\} - 89,145 = 3,519 \quad (d.f.=10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_D &= \frac{1}{54} \{(\sum D_1)^2 + (\sum D_2)^2 + (\sum D_3)^2\} - C.F. \\ &= 38,900 - 37,599 = 1,301 \quad (d.f.=2) \end{aligned}$$

$$S_F = 975 \quad (d.f.=1)$$

$$\begin{aligned} S_{e'} &= S_T' - \sum S_i \\ &= 59,874 - (41,996 + 548 + 2,000 + 2,118 + 4,620 \end{aligned}$$

$$+ 264 + 3,519 + 1,301 + 975) = 2,533$$

$$(d.f.=53-5-2-1-10-5-2-10-2-1=15)$$

S_D は操作の結果減少し、第4表に入れると危険度10%でも有意不明となつている。

新しい分散分析表は第5表である。実験誤差 e' に

第5表 分散分析表(交互作用)

要 因	S.S.	d.f.	M.S.	M.S./ e_0
A	41,996	5	8,399	44.68**
B	548	2	274	
C	2,000	1	2,000	10.64**
A×B	2,118	10	212	
A×C	4,620	5	924	4.91**
B×C	264	2	132	
A×B×C	3,519	10	359	1.87°
D	1,301	2	651	3.46*
F	975	1	975	5.19*
e'	2,533	15	169	
e	59,874 1,785	53 106	17	
	61,659	159		
e_0	5,463	29	188	

対しB, $A \times B$, $B \times C$ は同等なので、プール誤差 e_0 を物指とする。

(1) A, Cの有意性は当然である。

(2) $A \times C$ の交互作用が顕著である。既述の如く、この要因変動に対し多少調整が加わつた末、基本性格は把握されたものと判断して、結果を採ることとする。

(3) D, F 要因効果が復活したのは、交互作用を分離して精度が上がつたからで、それは第4表と誤差分散を見較べると分かる。FもD同様 $A \times C$ とは直交しない有意因子と判明したので、 $A \times C$ の解析は不鮮明さが増した。

(4) $A \times B \times C$ は、D以下に有意因子があるので、本来分離不可能だが、敢えて強行した。有意水準を10%に下げると差が明らかになる。第5表中。印で示した。当初予想したように存在するらしい。参考資料として考慮に入れることとする。

(5) $A \times B$ は明らかでない。水比の強度勾配が、セメントによつて異なる度合は大したことでない、というのである。

4-4 余論 2—(割付)

要因Eを11列から4列に移すと、 $E \times F$ が他と直交することを2-2項で記した。

4-3項では、D、Fが共にA×Cに直交せず、この交互作用は本当は分離出来ないことをいつた。それぞれ17、19列に移すと、A×B、A×C、B×Cの何れとも直交する。しかし、もしEが4列にあると、それはA×Bの邪魔になる。A(1×2)×B(3)の交互作用を求めるには、4、5、6、7、8列を、B(3)×C(9)の 위해서는15、16列を空けておかなければならない。この点で原割付は正しい。又A(1×2)×C(9)を見出すには、10、11、12、13、14の5列を譲らなければならなかつたのである。

「原割付では、A×Cの交互作用を取り出すことが出来ない」 [II]

第2表は、[I]、[II]の二つの欠陥を持つのである。

上の2点を是正して、所期の目的を達する方法があるだろうか。A、B、Cをそのままに、D、Fを前述どおり17、19列へ、Gは殆んど常に無効と分かっている単独因子だから20列へ。Eを18に置くこととすると、E₁×F₃はBと直交せず、Eを21列以降いずれに組んでも、上のカケ合せはA或いはBと直交しない。

原割付で[I]の誤りを正し、Eを4列に入れるとA×Bの分離は不能になる。それを生かせばE水準は片寄るので、両者を同時に解決する法はない。E、Fを交互因子として組めば問題はなく、「有・無」要因の用い方にはそのような注意が必要だが、本直交表に4組の2因子交互作用は盛れないので、中味に対して容器が小さすぎたことになる。今回はEが働かないので処置できたが、原則的には誤つた実験である。

これで一切が解決したか。交互作用を一応棚上げし原配列のEを4に移す。主効果に関しておかしな点は生じない。各要因と左○印のE水準が生きているのである。

ところでEの各水準は薄くなる。本例では1/3に減じてしまう。シルシ付きのものだけで解析すると検出力が下がる。

「X要因の水準と、その要因の有無」という割付は、「無」ということの特異性の関係で、X要因の実験数を減らしてしまうのである¹⁵。

§5 結 論

5-1 本来の実験目的に関し

(1) セメント種別・砂級別毎のコンクリート強度については、(1)~(6)迄の第一次参考式を得た。その精度は不十分で将来の検討に委ねられる。

(2) セメント種別(B因子)による平均強度差が不

明ということは、それだけでは、強度式を一本化する理由にはならない。セメント水比の強度勾配がB毎に異なるか否かは、上の分析では分からないからである。第5表によると初めてそれ(A×B)は有意不明と出る。従つてJASSの強度3本建は技術的観点からの決定である。

(3) JASS 強度3式の勾配は本実験のそれと照応する。両者は矛盾しない。しかし、JASS 高炉セメントの上限値は、勾配過度でやや不適当と判断する。得られた6本の実験式は細部に亘つてなお興味を惹く点があるが、論文首題の関係上省略する。

(4) 幾分の不鮮明を許すと、砂毎の水比強度勾配は差がある。本県コンクリート強度式を砂級別により別建としたことは正しい。又、セメント別・砂別の水比強度勾配にも差ありと考える根拠がある。かくて、県下コンクリート強度に関する最大の重点は砂だと結論出来るのである。

(5) 碎石調合は25mm砂利調合より強かつた。20mm砂利調合は中間にあつて、いずれとも差は不明であり、等強度の原則は破れるが事実上無害である。

(6) AE剤を用いた調合は強かつた。空気量が平均的に標準量を下廻ることを考慮すれば、不合理ではない。

(7) 品質・スランプ誤差・調合表の検討に関しても相当の成果を上げた。論文主題との関係上詳細は割愛する。

5-2 論文主題に関し

(1) 或る要因の水準とその要因の有無という割付は、両者の交互作用が見出されるような列に入れないと、解析不能に陥る。そうした場合も、その要因自身の効果の検出力は稀薄になる。「無」は、「その要因に関し実験しなかつた」に該当する。

(2) 一つの有意な要因を、その或る水準への計測値の一樣添加によつて消去することは、目的に対する便宜手段として成立する。実験の厚みは変化しない。その要因と直交する要因効果も亦同様である。

(3) L₅₄はL₂×3³であるから、水準混合型としては多彩な解析が可能で便利だが、それにせよA×B×Cの分離は、D以下が働かず且つA、B、Cのどれかに擬水準が入らぬと、出来ない相談である。本実験当初の予想では、D以下は有意不明の筈だが、実験は予想通りにはゆかないのが常なので、あまり懇張つた割付は行うべきでない。

直交配列計画実験は、上例で見ると極めて便利である。これだけの多目的をこの程度達成するには、旧来の逐一実験法だと最低 10 倍の実験回数が必要である。とはいえ、万能ではないので、実験の大きさの絶対的不足は補えない。A×B×C が分離不能に陥ったこと、求めた強度式が存在域が広いこと等は、その事情を物語る。本研究の最終目的を 54 回の実験だけで達することは、いくらなんでも出来ぬ、というのである。

更に、実験計画法といえども単なる机上の知識だけでは駄目で、やはり経験を重ねなければ上手に使いこなせないことを、指摘しておく。水比水準を 6 も取る必要は勿論ない。

- 註 1 砂粒度 2 種・砂利と碎石・AE 剤の有無で 2³=8. これ等の組合せ結果、原則的には等強度のコンクリートを得る筈であるが、実際は実験変動も含めて相当バラック。
- 註 2 割付が正しく行われる場合、F₂ は (有) と入れるべきである。
- 註 3 資料全平均と D の各水準平均の差を、その水準内の個値に一様添加すれば、D 要因効果は完全に消失する。
- 註 4 C₃ のみ有意だから C_{1,2} は分離しない。
- 註 5 「X 要因の水準と、その使用量」と置きかえると、形式的には理窟に合う。しかし、使用中「微量」という水準をとれば、時により「無」と同様であるから、注意しないと本文の場合に陥る。