

室内気流分布解析のためのSIMPLE法による差分スキームと境界条件

莊 達民, 赤坂 裕, 黒木莊一郎

(受理 平成 3 年 5 月 31 日)

FINITE DIFFERENCE SCHEME AND BOUNDARY CONDITION OF "SIMPLE" METHOD FOR A NUMERICAL ANALYSIS OF INDOOR AIR DISTRIBUTION

Damin ZHUANG, Hiroshi AKASAKA, and Soichiro KUROKI

In the previous report, the authors solved an attic air distribution using vorticity method. However, vorticity method can't be expanded to three dimensional problems. Since an indoor air distribution should be analyzed by three dimensional models from the practical point of view, "SIMPLE" method is introduced here to directly solve the Navier-Stokes equations. Although the principal conception of "SIMPLE" method is the same as that of "MAC" method, it is verified that the "SIMPLE" method has several advantages such as the simplicities in the finite difference equation and in the boundary conditions.

1. 緒 言

すでに著者らは渦度法¹⁾によって Navier-Stokes (以下N-S方程式と言う) 方程式を解いた。渦度法は運動方程式の回転を取って圧力項を消去し、渦度方程式と流れ関数方程式を基礎方程式として、これを差分近似して解く方法である。渦度法は2次元の場合、基礎方程式が比較的簡単な形になるので、N-S方程式を解く有力な方法であるといえる²⁾³⁾。しかし、3次元では流れ関数が存在しないため、渦度法を簡単に3次元に拡張することはできない。通常の問題は3次元であるから、本質的に2次元に制限されているこの方法は、大きな制約を受けていることになる。一方、N-S方程式を直接解法で扱う場合、渦度法のような3次元に拡張した際の不都合は生じない。また、境界条件は速度で与えられるから、流入、流出の条件等にたいしても容易に設定できる。本報告ではN-S方程式を直接解法で解析し室内気流分布の予測を試みることにする。直接解法で室内気流分布を予測するには一般にMAC法による流れの解析が行われている⁴⁾。一方、SIMPLE法(圧力結合方程式の半陰解法)⁵⁾の差分スキームの原理はMAC法と同じであるが、差分表現の形、境界条件の決め方など幾つかの魅力有している。そこで

ここではSIMPLE法による差分スキームと境界条件を示し、簡単な計算例で確認した。

2. 差分方程式

2.1 基礎方程式

定常、等温、二次元流れについて、SIMPLE法の差分近似法を説明する。図1に示す座標系に対して無次元化した連続の式、運動方程式、 k 、 ϵ 方程式¹⁾は次のように書くことができる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (uu - \Theta \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (uv - \Theta \frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\Theta \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\Theta \frac{\partial v}{\partial x}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (vu - \Theta \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (vv - \Theta \frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\Theta \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (\Theta \frac{\partial v}{\partial y}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (uk - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (vk - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y}) = \Theta^\circ |2 [(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial v}{\partial y})^2] + (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})^2 - \sigma_3 k^2 / \Theta^\circ \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (u\epsilon - \Delta \frac{\partial \epsilon}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v\epsilon - \Delta \frac{\partial \epsilon}{\partial y}) = \sigma_1 \sigma_3 k |2 [(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial v}{\partial y})^2] + (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})^2 - \sigma_2 \epsilon^2 / k \quad (5)$$

$$\Theta^\circ = \sigma_3 k^2 / \epsilon \quad (6)$$

$$\Theta = 1/R_e + \Theta^\circ \quad (7)$$

$$\Gamma = 1/R_e + \Theta^\circ / \sigma_k \quad (8)$$

$$\Delta = 1/R_e + \Theta^\circ / \sigma_4 \quad (9)$$

ただし

u = 無次元x方向の速度

v = 無次元y方向の速度

p = 無次元圧力項

k = 乱流エネルギー

ε = 乱流エネルギーの粘性消散率

Θ[°] = 乱流動粘性係数

Θ = 有効乱流動粘性係数

Γ = kに対する有効乱流動粘性係数

Δ = εに対する有効乱流動粘性係数

R_e = 無次元 Reynolds 数

使用した σ₁, σ_k等の諸係数をまとめて表1に示す。

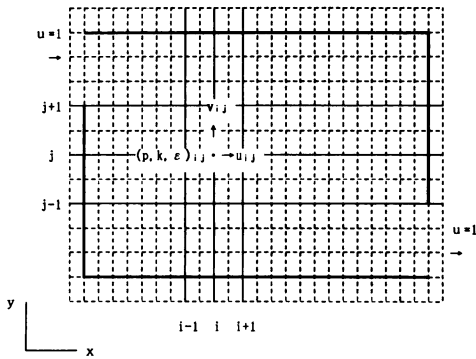


図1 座標系、室内空間形状およびuとvに対するずらし配置

表1 係数値

σ ₁	σ ₂	σ ₃	σ ₄	σ _k
1.44	1.92	0.09	1.3	1.0

表2 種々の計算法に対する関数A | P |

計算法	A P の式
中心差分法	1.0.5 P
風上法	1
ハイブリッジ法	{0.1-0.5 P }
ベキ乗法	{0. (1-0.1 P) ⁵ }
指数法	P / EXP P -1

2. 2 基礎方程式の差分近似式

式(2)~(5)の左辺に対流項と拡散項をまとめたのは直接 Patankar の全流束概念を利用するためで、離散化

法が簡略化される。例えばJ_x, J_yを全流束として次のように定義される⁵⁾。

$$J_x = u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (10)$$

$$J_y = v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (11)$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad (12)$$

ただしφは計算される変数、Γはφに対応する係数、Sは式(2), (3), (4), (5)右辺のすべての項を代表する。Sはコントロール・ボリューム全域で定数としている。図2の二次元場のコントロール・ボリューム全域について式(10), (11), (12)を積分した後結合すると、φに対する二次元離散化方程式の最終形は以下のように書ける。

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (13)$$

ただし

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \langle -F_e, 0 \rangle \quad (14.1)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \langle F_w, 0 \rangle \quad (14.2)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \langle -F_n, 0 \rangle \quad (14.3)$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \langle F_s, 0 \rangle \quad (14.4)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \quad (14.5)$$

$$b = S_C \quad (14.6)$$

式(14)のDは拡散コンダクタンス、Fは対流の強さ、Pはペクレ数 (F/D)、⟨ ⟩は最小値を取ること、S_P, S_CはSを2. 2. 5に示す方法により分けたものである。また、D, Fはそれぞれ次のように定義される。

$$D_e = \Gamma_e dy/dx_E \quad (15.1)$$

$$D_w = \Gamma_w dy/dx_W \quad (15.2)$$

$$D_n = \Gamma_n dx/dy_N \quad (15.3)$$

$$D_s = \Gamma_s dx/dy_S \quad (15.4)$$

$$F_e = u_e dy \quad (16.1)$$

$$F_w = u_w dy \quad (16.2)$$

$$F_n = v_n dx \quad (16.3)$$

$$F_s = v_s dx \quad (16.4)$$

関数A(|P|)の形は採用する計算法に対応して表2の通りである。式(13)~(16)を利用して式(2)~(5)の左辺の全流束項を直ちに求めることができる。ただしu, v, pなどをずらして配列したため、F, D, P, Sの値を取る時、対応する位置の値を取らなければならない。一方、これらの式の右の項がコントロール・ボリューム内で一定として積分し差分近似式を簡単に求めることができる。以下は主に各方程式の右辺の差分近似式とコントロール・ボリュームのとり方を示す。

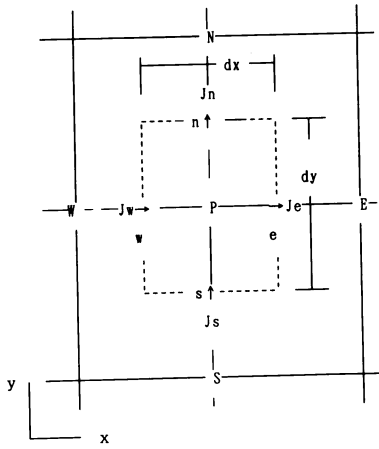


図2 二次元場のコントロール・ボリューム

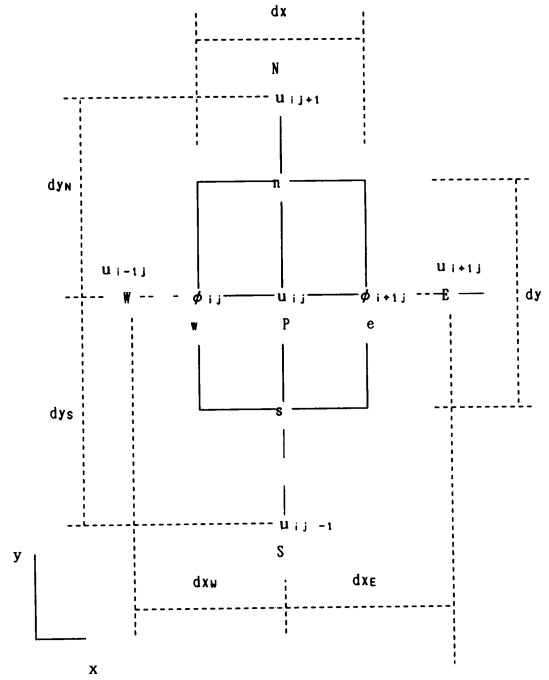


図3 u方程式のコントロール・ボリューム ($\phi = p, k, \epsilon$)

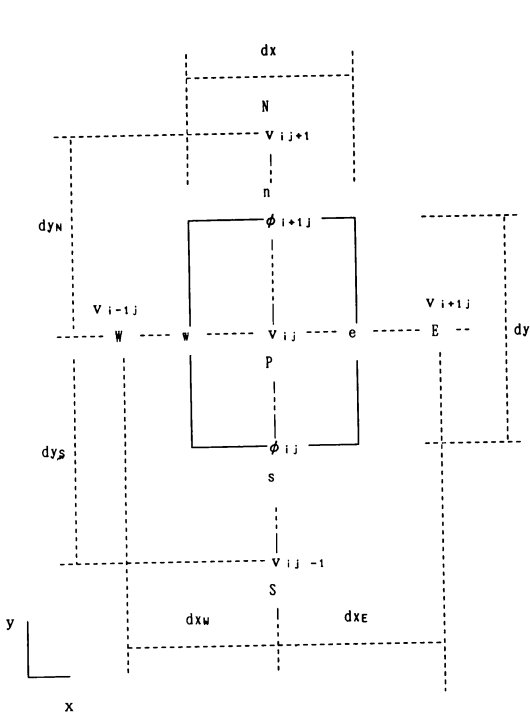


図4 v方程式のコントロール・ボリューム ($\phi = p, k, \epsilon$)

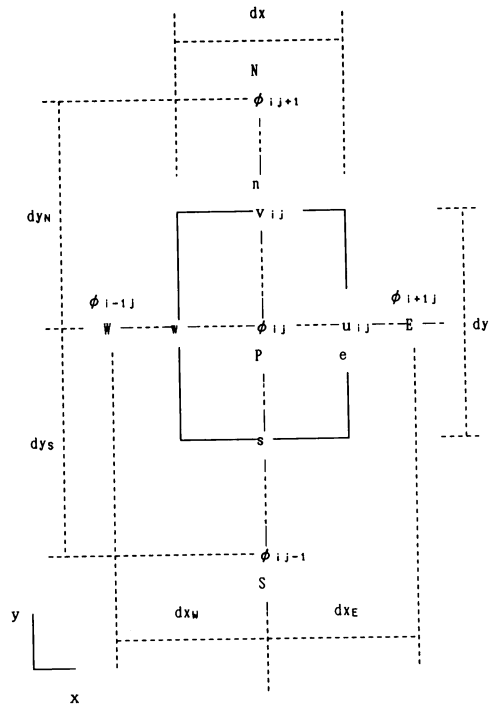


図5 k, ε方程式のコントロール・ボリューム ($\phi = p, k, \epsilon$)

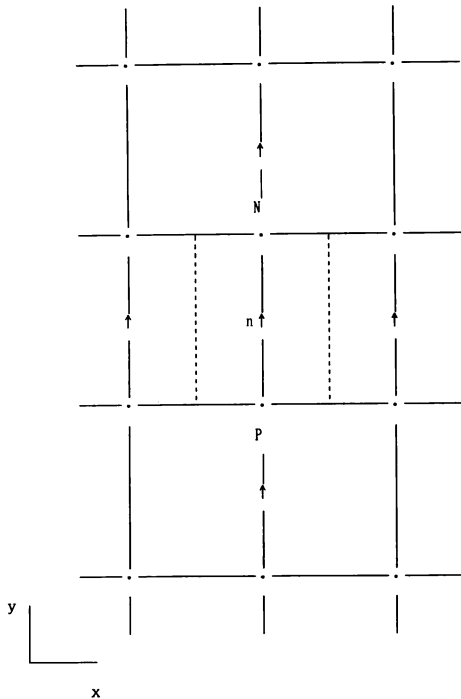


図6 uに対するコントロール・ボリューム (→はuの位置, ・はp, k, εの位置)

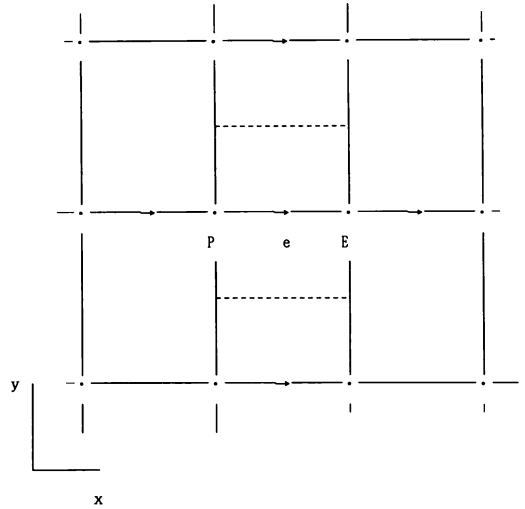


図7 vに対するコントロール・ボリューム (↑はvの位置, ・はp, k, εの位置)

2. 2. 1 u方程式の差分近似式

式(2)はu方程式と呼ばれる。u方程式のコントロール・ボリュームを図3に示す。式(2)右辺の第一項圧力pをコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_e^e \int_s^s -(\partial p / \partial x) DXDY = (p_{ij} - p_{i+1j}) dy \quad (17)$$

式(2)右辺の第二項をコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_e^e \int_s^s \partial / \partial x (\Theta \partial u / \partial x) DXDY = (\Theta \partial u / \partial x)_w^e dy \quad (18.1)$$

$\partial u / \partial x$ を中心差分で解けば次のようになる。

$$(\Theta \partial u / \partial x)_w^e dy = \Theta_e (u_{i+1j} - u_{ij}) dy / dx_E - \Theta_w (u_{ij} - u_{i-1j}) dy / dx_w \quad (18.2)$$

式(2)右辺の第三項は第二項と形が同じだから、直接次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \int_e^e \int_s^s \partial / \partial y (\Theta \partial v / \partial x) DXDY &= (\Theta \partial v / \partial x)_s^e dx \\ &= \Theta_n dx (v_{i+1j} - v_{ij}) / dx - \Theta_s dx (v_{i+1j-1} - v_{ij-1}) / dx \\ &= \Theta_n dx / dy_N (v_{i+1j} - v_{ij}) dy_N / dx - \Theta_s dx / dy_S (v_{i+1j-1} - v_{ij-1}) dy_S / dx \quad (19) \end{aligned}$$

式(19)に dy_N , dy_S を導入する目的は、表3の係数の定

義のように同一の係数をつくるためである。このような手法の採用によって計算が簡単になる。

2. 2. 2 v方程式の差分近似式

式(3)はv方程式と呼ばれる。v方程式のコントロール・ボリュームを図4に示す。式(3)の右辺の全ての項の形は式(2)と同じであるからそれぞれ次のように書くことができる。

$$\int_e^e \int_s^s -(\partial p / \partial y) DXDY = (p_{ij} - p_{ij+1}) dx \quad (20)$$

$$\int_w^w \int_s^s \partial / \partial x (\Theta \partial u / \partial y) DXDY = (\Theta \partial u / \partial y)_w^e dy$$

$$= \Theta_e (u_{ij+1} - u_{ij}) dy / dy - \Theta_w (u_{i-1j+1} - u_{i-1j}) dy / dy$$

$$= \Theta_e dy / dx_E (u_{ij+1} - u_{ij}) dx_E / dy - \Theta_w dy / dx_w (u_{i-1j+1} - u_{i-1j}) dx_w / dy \quad (21)$$

$$\int_e^e \int_s^s \partial / \partial y (\Theta \partial v / \partial y) DXDY = (\Theta \partial v / \partial y)_s^e dx$$

$$= \Theta_n dx (v_{ij+1} - v_{ij}) / dy_N - \Theta_s dx (v_{ij} - v_{ij-1}) / dy_S \quad (22)$$

2. 2. 3 k方程式の差分近似式

式(4)はk方程式と呼ばれる。k方程式のコントロール・ボリュームを図5に示す。式(4)の右辺の第一項をコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_{\omega}^{\omega'} \int_{\sigma}^{\sigma'} \Theta^{\circ} |2[(\partial u / \partial x)^2 + (\partial v / \partial y)^2] + (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)^2| DDXDY$$

$$= \Theta^{\circ} \int_{\omega}^{\omega'} dx dy (2(A_1^2 + A_2^2) + A_3^2) \quad (22.1)$$

$$A_1 = (u_{ij} - u_{i-1j}) / dx \quad (22.2)$$

$$A_2 = (v_{ij} - v_{i-1j}) / dy \quad (22.3)$$

$$A_3 = (u_{ij+1} - u_{ij-1} + u_{i-1j+1} - u_{i-1j-1}) / (2(dy_N + dy_S)) + (v_{i+1j} - v_{i-1j} + v_{i+1j-1} - v_{i-1j-1}) / (2(dx_E + dx_W)) \quad (22.4)$$

記号A₁, A₂, A₃は式(5)の積分結果にも使用される。式(4)の右辺の第二項をコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_{\omega}^{\omega'} \int_{\sigma}^{\sigma'} -\sigma_3 k^2 / \Theta^{\circ} DDXDY = -\sigma_3 k^2_{ij} / \Theta^{\circ} \int_{\omega}^{\omega'} dx dy \quad (22.5)$$

2. 2. 4 ε方程式の差分近似式

式(5)はε方程式と呼ばれる。ε方程式のコントロール・ボリュームを図5に示す。式(5)の右辺の項をコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_{\omega}^{\omega'} \int_{\sigma}^{\sigma'} \sigma_1 \sigma_3 k |2[(\partial u / \partial x)^2 + (\partial v / \partial y)^2] + (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)^2| DDXDY$$

$$= \sigma_1 \sigma_3 k_{ij} dx dy (2(A_1^2 + A_2^2) + A_3^2) \quad (23.1)$$

式(5)の右の第二項をコントロール・ボリューム内で積分すると次のようになる。

$$\int_{\omega}^{\omega'} \int_{\sigma}^{\sigma'} -\sigma_2 \epsilon^2 / k DDXDY = -\sigma_2 \epsilon^2_{ij} / k_{ij} dx dy \quad (23.2)$$

2. 2. 5 SをS_PとS_Cを分類する方針

- (a) 同じ項を合併 たとえば式(18.2)の中にu_{ij}項があるとu_{ij}項の係数はS_Pに属する。
- (b) 計算の安定性 たとえば式(22.5), (23.2)をS_Cに入れるとS_Cの中に負の値が生じる。これらの式に表れる変数kとεおよびその係数はすべて正の値であるから、繰り返し計算の途中でS_Cの絶対値が大きくなった場合、本来正の値でなければならない左辺のkとεが負の値になってしまうことがあり、これが計算の不安定の原因になる。したがってこれらの項はS_Pに属さなければならない。

以上の原則でS_P, S_Cを分ける。各方程式のF_E, D_E,

S_P, S_C等を表3, 4に示す。

2. 3 圧力Pの差分方程式

圧力場が既知ならば、式(13)でu方程式を解くことができる。圧力補正方程式を誘導するために図5のe点とn点に注目しそのコントロール・ボリュームをかくと図6, 7になる。u, vの界面は点e(または点n)と隣接するu(またはv)の位置との中間に存在する。主格子点Pのまわりの通常のコントロール・ボリュームに関してはPとE点(またはPとN)には圧力が配置されている。圧力差p_P-p_E(またはp_P-p_N)は速度u(またはv)に対するコントロール・ボリュームに作用する力を計算するのに用いることができる。この場合u, v方程式の離散化方程式は次のように書ける。

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b + dy(p_P - p_E) \quad (24)$$

$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + b + dx(p_P - p_N) \quad (25)$$

しかし、正確な圧力場が使われなにかぎり、得られる速度場は連続の式を満足しないことになる。式(13)で得られる速度場は推測した圧力p*に基づいて得られる不完全な速度場である。これをu*, v*で示すことにする。そうすると、u, v方程式の離散化方程式は次のように書ける。

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + dy(p_P^* - p_E^*) \quad (26)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + dx(p_P^* - p_N^*) \quad (27)$$

2. 3. 1 圧力補正と速度補正

圧力補正と速度補正により、推測した圧力場から得られた速度場がしだいに連続の式を満たすように収束する。p', u', v'を圧力補正值と速度補正值とし、正確な圧力, 速度が次式から得られるとしよう。

$$p = p' + p'' \quad (28)$$

$$u = u' + u'' \quad (29)$$

$$v = v' + v'' \quad (30)$$

式(24), (25)からそれぞれ式(26), (27)を引くと、補正值で表示した運動式は次のようになる。

$$a_e u_e' = \sum a_{nb} u_{nb}' + b + dy(p_P' - p_E') \quad (31)$$

$$a_n v_n' = \sum a_{nb} v_{nb}' + b + dx(p_P' - p_N') \quad (32)$$

式中のbは質量発生項といわれる。計算上、式(31), (32)の中の項 $\sum a_{nb} u_{nb}' + b$ と $\sum a_{nb} v_{nb}' + b$ を無視することにする。これらの項を省略することは計算結果にほとんど影響しない。式(31), (32)は次のようになる。

$$u_e' = dy / a_e (p_P' - p_E') \quad (33)$$

$$v_n' = dx / a_n (p_P' - p_N') \quad (34)$$

表3 係数 F_e, D_w 等の定義

方程式名	符号	表示式	符号	表示式
x方向の運動方程式	F_e	$0.5(u_{ij} + u_{i+1j}) dy$	D_e	$\Theta_e dy/dx_E$
	F_w	$0.5(u_{ij} + u_{i-1j}) dy$	D_w	$\Theta_w dy/dx_W$
	F_n	$0.5(v_{ij} + v_{i+1j}) dx$	D_n	$\Theta_n dx/dy_N$
	F_s	$0.5(v_{ij-1} + v_{i+1j-1}) dx$	D_s	$\Theta_s dx/dy_S$
	S_p	$-(D_e + D_w)$		
	S_c	$D_e u_{i+1j} + D_w u_{i-1j} + dy(p_{ij} - p_{i+1j}) + D_n(v_{i+1j} - v_{ij}) dy_N/dx - D_s(v_{i+1j-1} - v_{ij-1}) dy_S/dx$		
y方向の運動方程式	F_e	$0.5(u_{ij} + u_{ij+1}) dy$	D_e	$\Theta_e dy/dx_E$
	F_w	$0.5(u_{i-1j} + u_{i-1j+1}) dy$	D_w	$\Theta_w dy/dx_W$
	F_n	$0.5(v_{ij} + v_{ij+1}) dx$	D_n	$\Theta_n dx/dy_N$
	F_s	$0.5(v_{ij} + v_{ij-1}) dx$	D_s	$\Theta_s dx/dy_S$
	S_p	$-(D_n + D_s)$		
	S_c	$D_n v_{ij+1} + D_s v_{ij-1} + dx(p_{ij} - p_{ij+1}) + D_e(u_{ij+1} - u_{ij}) dx_E/dy - D_w(u_{i-1j+1} - u_{i-1j}) dx_W/dy$		
乱流エネルギーに対する輸送方程式(k方程式)	F_e	$u_{ij} dy$	D_e	$\Gamma_e dy/dx_E$
	F_w	$u_{i-1j} dy$	D_w	$\Gamma_w dy/dx_W$
	F_n	$v_{ij} dx$	D_n	$\Gamma_n dx/dy_N$
	F_s	$v_{ij-1} dx$	D_s	$\Gamma_s dx/dy_S$
	S_p	$-\sigma_3(k/\Theta^0)_{ij} dx dy$		
	S_c	$(2(A_1^2 + A_2^2) + A_3^2) dx dy \Theta^0_{ij}$ $A_1 = (u_{ij} - u_{i-1j})/dx$ $A_2 = (v_{ij} - v_{ij-1})/dy$ $A_3 = (u_{ij+1} + u_{i-1j+1} - u_{ij-1} - u_{i-1j-1}) / (2(dy_N + dy_S)) + (v_{i+1j} + v_{i+1j-1} - v_{i-1j} - v_{i-1j-1}) / (2(dx_E + dx_W))$		
粘性消散に対する輸送方程式(ϵ 方程式)	F_e	$u_{ij} dy$	D_e	$\Delta_e dy/dx_E$
	F_w	$u_{i-1j} dy$	D_w	$\Delta_w dy/dx_W$
	F_n	$v_{ij} dx$	D_n	$\Delta_n dx/dy_N$
	F_s	$v_{ij-1} dx$	D_s	$\Delta_s dx/dy_S$
	S_p	$-\sigma_2(\epsilon/k)_{ij} dx dy$		
	S_c	$\sigma_1 \sigma_3 (2(A_1^2 + A_2^2) + A_3^2) dx dy k_{ij}$ $A_1 = (u_{ij} - u_{i-1j})/dx$ $A_2 = (v_{ij} - v_{ij-1})/dy$ $A_3 = (u_{ij+1} + u_{i-1j+1} - u_{ij-1} - u_{i-1j-1}) / (2(dy_N + dy_S)) + (v_{i+1j} + v_{i+1j-1} - v_{i-1j} - v_{i-1j-1}) / (2(dx_E + dx_W))$		

表4 係数 a_e 等の定義

方程式名	符号	表示式	注釈
圧力修正方程式	a_e	$1/(a_E + a_W + a_N + a_S)_e$	u方程式で計算
	a_w	$1/(a_E + a_W + a_N + a_S)_w$	u方程式で計算
	a_n	$1/(a_E + a_W + a_N + a_S)_n$	v方程式で計算
	a_s	$1/(a_E + a_W + a_N + a_S)_s$	v方程式で計算

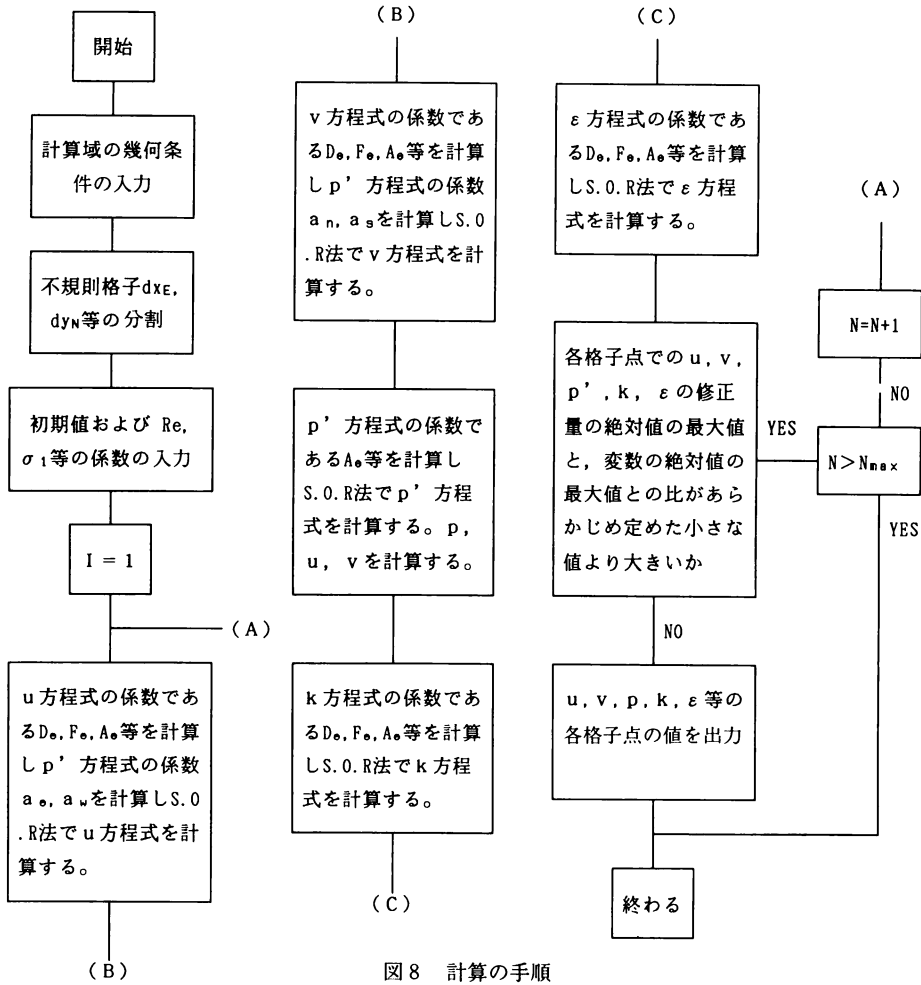


図8 計算の手順

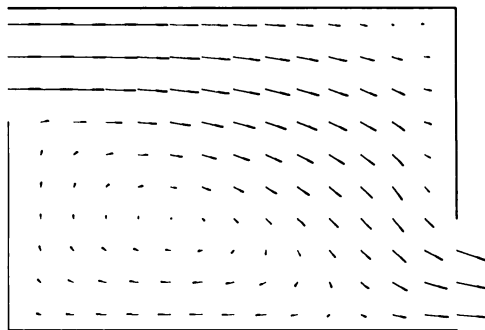


図9 速度ベクトル図

式(33), (34)を離散化後の連続の式(1)に代入すると, 次のような圧力補正式の離散化式が得られる。

$$ap'p' = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (35)$$

$$\text{ただし } a_E = (dy)^2/a_e \quad (35.1)$$

$$a_W = (dy)^2/a_w \quad (35.2)$$

$$a_N = (dx)^2/a_n \quad (35.3)$$

$$a_S = (dx)^2/a_s \quad (35.4)$$

$$b = (u^*_w - u^*_e)dy + (v^*_s - v^*_n)dx \quad (35.5)$$

3. 境界条件と初期値

固体壁上でno-slip境界を仮定すると u, v, k, ϵ ともに0となる。圧力補正式は速度を補正する役割を持つが, 境界上の速度が分かるので圧力の境界条件は不要である。

一方, 図1の格子分割で分かるように u, v, p, k, ϵ は, ずらして配置されているため境界値が直接計算域に入らない。しかし次のような工夫によって境界値を直接計算域に入れることができる。この方法は計算の速度を上げるばかりでなく, 従来の境界の外に仮想格子をとり格子上的仮想値が境界に接するセルの内側の値に等しいとする方法より計算が安定する。具体的な方法を下記に示す。

(1) u と v の境界値の決め方

図1の室内形状の境界を左, 右, 上, 下に分けるとする。左右境界上には u の格子点が設置されており, 上下境界上には v の格子点が設置されている。これらの境界上の値が直接計算域に入る。一方, 上下境界上の u と左右境界上の v は格子間隔の半分だけずれている。これらの境界値を計算域に結合する時, コントロール・ボリュームの半分を使えば境界値を計算域に入れることができる。

(2) k と ϵ の境界値の決め方

k と ϵ の境界は格子間隔の半分だけずれている。これらの境界値を計算域に結合する時, コントロール・ボリュームの半分を使えば境界値を計算域に入れることができる。

図1の室内換気口に対して入口の速度 $u=1.0, k=0.05, \epsilon=0.009$ を与え, 出口の値を線形外挿または既知値として与える。

4. 計算の手順

図8は計算の手順である。一回めの計算の時圧力場 p^* は $p^*=0$ とする。式(13)で u, v 方程式を解くが $p=p^*$ として得られる速度成分が u^*, v^* である。式(35)

で圧力補正式を求め, 式(33), (34)で速度補正值を計算し, さらに式(28), (29), (30)で真の u, v, p を計算する。以上が k, ϵ 方程式, 一回めの計算手順である。補正された圧力 p を新しく推測した圧力 p^* として二回目の計算を行い, 収束解が得られるまで全手続きを繰り返す。

速度補正式(33), (34)を誘導する時 $\sum a_{nb}u'_{nb}$ のような項を省略した。このやり方に根本的な問題がないことは収束したと見なされる最後の回の反復計算における操作に注目するとよく分かる。すなわち, それまでのすべての反復計算の結果としてある圧力場が得られている。これを p^* として用い, u^*, v^* を求める。そしてこの速度場から圧力補正式のための質量発生項 b を計算する。これが最後の反復計算となるから, すべてのコントロール・ボリュームにおいて b の値は実際上ゼロとなる。結局, すべての格子点において $p'=0$ となるのが式(35)を満たす解であり, この段階で正しい速度, 圧力が得られる。簡単な計算例を図9に示す。

5. まとめ

以上の解法の特徴を要約すると下記の通りである。

- 1) Patankarの全流束差分結果を運動方程式, k, ϵ 式の離散化式に結合すると, 離散化差分式が簡易化される。
- 2) 速度補正式の多くの項が省略可能なため, 圧力補正式の計算が簡単になる。
- 3) 圧力に対する境界条件が不要である。
- 4) 境界値が直接計算域に入るように工夫すると, 境界に接するセルの外側にだけ初期値を与えればよい。本報では定常, 等温, 二次元流れについて説明したが, 同じ方法は非等温, 三次元にも応用できる。

参考文献

- 1) 荘達民・赤坂・黒木: 小屋裏気流分布の数値解析. 鹿児島大学工学部研究報告 第32号 平成2年9月29日
- 2) 山口克人: 室内空気分布に関する基礎的研究. 大阪大学博士学位論文, 1979
- 3) Z.Damin, K.Tsuji, I.Fukuhara: Numerical Solution of Navire-Stokes Equations for Push-Pull Flow, ASHRAE Annual Meeting, Technical Papers 3256, 1989
- 4) 野村・松尾他: 室内空気分布の数値解法に関する

研究. 3, 日本建築学会論文報告集, 第238号昭和50年12月

- 5) Suhas V.Patankar: NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW, 水谷. 香月共訳 森北出版株式会社