

甘木郵便局鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の 載荷破壊実験

皆川洋一・倉田勝弘*・土井義則**・足立宏和***

A LOADING TEST OF 3 BARRELS OF REINFORCED CONCRETE SHELL ROOF OF THE AMAGI POST OFFICE

Youichi MINAKAWA, Katsuhiro KURATA, Yoshinori DOI
and Hirokazu ADACHI

The Amagi post office had 3 barrels of reinforced concrete in its cylindrical shell roof. The office building was going to be rebuilt because of limited use. The barrels were sure to be designed by applying the ASCE Manual of Engineering Practice No. 31 ("Design of Cylindrical Concrete Shell Roofs"). A loading test of the shell roof was planned to examine the loading capability of the barrels.

Two valleys of the 3 barrels were sanded for level. Then, H-shape steels were loaded on the level above a central barrel. The shape steels were piled up to 9 layers, when the shell roof collapsed.

At a total load of 185 tons including the weight of sand, the steel reinforcement bars of edge beams of the central cylindrical shell yielded at the center of the beams. At a total load of 224 tons, the shell roof collapsed. The experimental elastic-plastic behavior of the roof is shown in various graphs in this paper.

The yield line theory allows us to obtain an ultimate load for barrels of 198 tons. Then, we calculated that the shell roof had an ultimate strength of about 1.5 ton/m², which was more than 4 times as large as the design load.

序

弾性解析に基づいて設計されている鉄筋コンクリート造円筒シェルの応力分布や破壊機構を明らかにするための実験的研究は過去50年にわたって行なわれてきている^{1)~10)}。単一の円筒シェルを用いてこれらの挙動を追及した加藤渉グループ²⁾⁷⁾⁸⁾や実物の円筒シェル屋根及びその模型を利用してこのシェルの実用化を図る上で問題点を検証した坪井善勝グループ⁴⁾⁶⁾の研究はこの分野の礎を構成している。実物の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根へ載荷実験から得られた応力や変位分布はENR¹⁾や谷等⁵⁾によって報告されている。

鉄筋コンクリート造円筒シェルもほかのシェルと同様、境界条件に依存して挙動が大きく変化する。縁を支持されず母線方向に長い、いわゆるロングシェルは端部を支持された梁の挙動に類似することが知られている。本岡⁹⁾は単一の円筒ロングシェルに生起する梁

の曲げ破壊型と分類される崩壊形の降伏荷重の算定式を示している。これらの結果から、多連の円筒ロングシェルの降伏荷重は梁の曲げ破壊の降伏荷重に基づいて予測することができるものと判断される。

昭和31年に建設され、30年間郵便局の屋根として利用されてきた3連の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根を用いた載荷破壊実験¹²⁾¹³⁾を行なったので、その結果を報告する。この円筒シェル屋根は巨視的に見ると、ライズとスパンの比が小さいので、載荷された鉛直荷重を主に曲げモーメントのかたちで伝達しているものと判断される。しかしながら、この屋根は3連の円筒シェルから構成されているので、端部シェルの支持効果をも無視できないものと予測される。故に、平板の崩壊形を仮定し、降伏線理論を適用して降伏荷重¹⁴⁾を検討する。このとき、円筒シェルの母線と傾きを持つ降伏面に関する降伏モーメントを評価する必要が出現する。実物の鉄筋コンクリート造円筒シェル

* 郵政省

** フジタ工業株式会社

*** 鹿児島市役所

屋根の終局時までの載荷実験の既往の報告は著者の知る範囲で存在しないようである。

本論文で利用した主な記号を付録に記載した。

1. 建物概要と実験概要

甘木郵便局は福岡県甘木市に所在し、昭和30年に熊本郵政局（現九州郵政局）によって設計され、翌年竣工された。敷地の南側に鉄筋コンクリート造2階建ラーメン構造6×2スパンの建物（以下南側建物と略記）が位置し、北側2階の3スパンの腰壁を一方の妻壁とする3連の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根が配置されていた。この郵便局の設計図書が保存されている。このシェル屋根の載荷破壊実験は昭和61年11月9～11日に行なわれた。

1.1 円筒シェル屋根の平面図・寸法・配筋

この円筒シェル屋根は曲率半径5m、半開角30°、母線方向スパン14mの円筒シェルが3つ並列した形状を持ち、巾1.7mの庇が両端の緑梁とシェルとの境界に取り付けられていた。庇の南東の端部は南側建物の腰壁と一体に打設され、鉄筋は床スラブ、及び腰壁にアンカーされていた。庇の南西の端部は柱位置で切れていた。シェル屋根を有する建物と南側建物の一部の平面を Fig. 1 に、シェル屋根を有する建物の立面を Fig. 2 に示す。シェル屋根は AA' (Fig. 1) に関して対称形であった。設計図書に記載されているシェル屋根の配筋図の一部を Fig. 3 に示す。中央の円筒シェル10個所で測定したシェルの平均モルタル厚は24.4mm、

頂部3個所のモルタルを含まない平均板厚124mm、端部4個所のモルタルを含まない平均板厚132mmであった。

1.2 材料の機械的性質

南側建物の壁体から採取した直径150mm、高さ約280mmの3本のコンクリートコアの圧縮試験を行ない、ヤング率 $E_c = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比0.21、圧

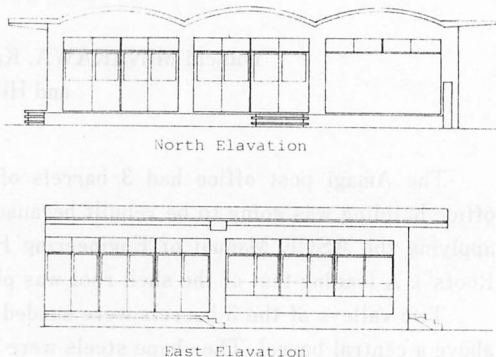


Fig. 2 South and East Elevation

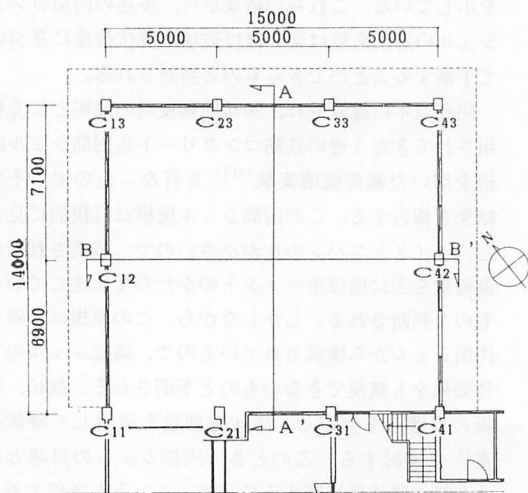
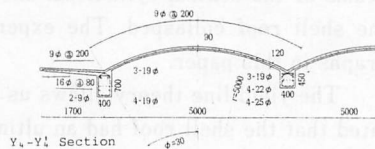


Fig. 1 Plan of Office with Barrels

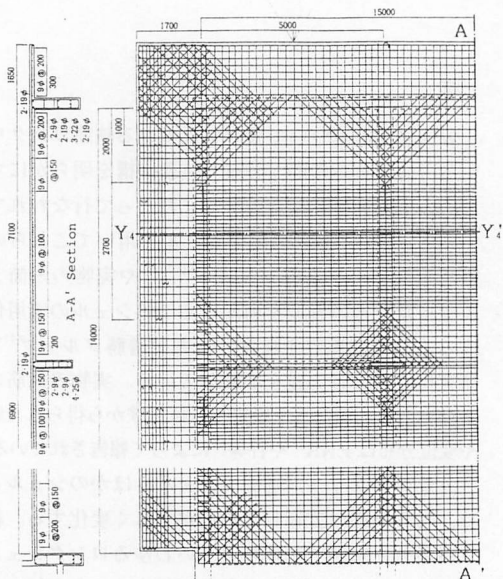


Fig. 3 Reinforcement and Sections of Barrels

縮強度 $f_c = 305 \text{ kg/cm}^2$ を得た。シェル屋根のコンクリートも同程度の材料定数を有していたものと思われる。実験終了後にシェル屋根から採取した 9ϕ , 13ϕ , 16ϕ , 19ϕ , 22ϕ , 25ϕ の鉄筋それぞれ 3 本の引張試験を行ない、降伏点強度、引張強度、ヤング率を測定した。これらの平均値を Table 1 に示す。

実験後、シェルの 6 個所でフェノールフタレインを用いたコンクリートの中性化試験を行ったが、中性比は全く観測されなかった。

Table 1 Mechanical Properties of Steel Bars

Nominal Diameter (mm)	Actual Diameter (mm)	Yield Strength (kg/m ²)	Tensile Strength (kg/m ²)
9	8.7	3,420	4,400
13	12.7	3,380	4,510
16	15.9	2,820	4,360
19	18.8	2,510	3,890
22	21.9	2,890	4,240
25	25.2	2,970	4,570

* Using actual diameter, data of yield and tensile strength were evaluated.

1. 3 試験体及び載荷方法

中央の円筒シェルの母線中央部のリブをはつり、試験体とした。この試験体には次のような方法で載荷した。3 連のシェル屋根の 2 個所の凹部に砂を敷き (Photo 1)、中央の円筒シェル上を平らにし、ここに足場板を 2 層に敷いた。1 層目は母線方向、2 層目はそれに垂直方向であった。次に、下記の要領で H 形鋼 (H-300×300×10×15) を重ね積みした。1. 長さ 6 m の H 形鋼 5 本の両端の木口をみぞ形鋼に固定したコンポーネントを組んだ。長さ 7 m の H 形鋼 5 本も同様なコンポーネントに組んだ。2. 長さ 6 m, 7 m のコンポーネントそれぞれ 3 個を 0.25 m の相互間隔で敷き並べる。これを 1 層の積載荷重とした。コンポーネントは Fig. 4 に示す Li (i = 1 ~ 6) の添字の番号順に積載した。3. 層を重ねる時、同一のコンポーネントを相互に重ねた。

屋根に設置後、各コンポーネントの木口のみぞ形鋼と H 形鋼とを接合していたボルトを緩めた。シェル屋根の変形に起因する荷重分布の変動を小さくするための配慮である。また、上下の H 形鋼のフランジのボルト穴が通じた個所に、ナットを付けずにボルトだけを差し込み荷崩れ防止とした。



Photo 1 Sanding for Level

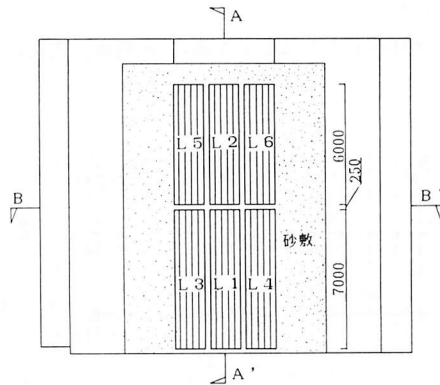


Fig. 4 Loading of H-shape Steels

1. 4 積載荷重の算定

載荷に用いた H 形鋼は山止め用のものであり、各形鋼が上記 6 m, 及び 7 m の長さを有していた訳ではない。例えば、3 m の形鋼を 2 本繋いで 6 m のものとして利用した。このため、単位長さ当りの重量は一定ではない。ここでは、H 形鋼の重量は 100 kg/m と評価した。1 層の重量は 19.5 ton となる。

砂敷きをした時の大梁中央の変位増分は 4.4 mm であった。足場板を敷いた時の変位増分は 0.3 mm であった。1 層目の H 形鋼を積載した時のこの変位増分は 1.9 mm であった。この間の荷重・変位曲線 (2-1 に示す) はほぼ線形であったものと判断されるので、砂の重量 45 ton, 及び足場板の重量 3.1 ton と算定した。

載荷荷重 45 ton, 及び 145.6 ton において、それぞれ一晚放置した。後述する荷重・変位曲線、荷重・歪曲線にこの時間経過のクリープに起因する変位、及び歪の増加が観測された。

1. 5 変位及び歪の測定

シェル屋根の変位はシェル下面の鉛直23箇所、梁間の水平方向9箇所、梁下の鉛直方向10箇所、計42箇所にて測定した。これらの点を Fig. 5 に示す。シェル下面の鉛直変位、及び梁間の水平変位は Fig. 6 に示すような単純支持梁を設置して相対量として測定した。梁下の鉛直変位は土間から束を立てて絶対量として測定した。大梁下の束及び6本の柱(C₁₂, C₄₂, C₁₃ (i = 1 ~ 4))の不同沈下は柱C₁₁, C₂₁に隣接した南側建物に設置したトランシットから観測した。終局直前に柱C₂₃, C₃₃の沈下量の最大値は1.5mmであり、大梁中央の鉛直変位の数十分の1程度であった。このため柱や土間に沈下はなかったものとして屋根の鉛直変位を算定した。

コンクリートの歪はシェル面に150箇所、大梁に6

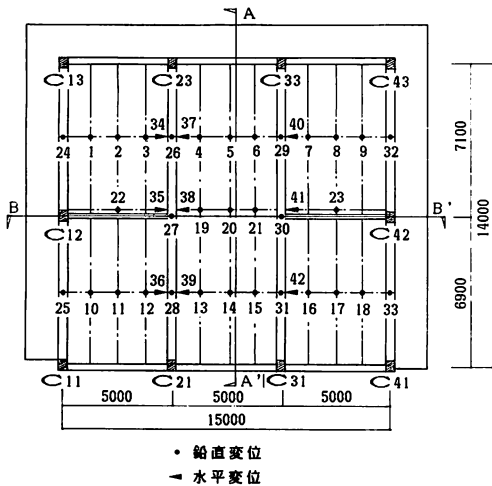


Fig. 5 Points Measuring Displacements

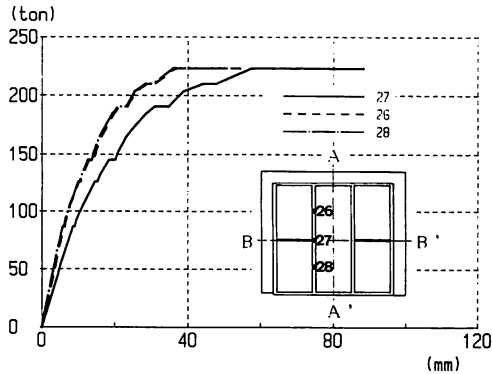


Fig. 7 Load-Displacement Curves of Beam 2

箇所、妻壁に15箇所歪ゲージを貼付して測定した。主筋の歪は16箇所にて測定した。ゲージは1ゲージ法を用い、3線平行線を利用してスイッチボックスまで結線し、温度変化に起因する平行線コードの抵抗値の変化を相殺した。

2. 実験結果の概要

この節では実験時に得られた荷重・変位曲線、荷重・歪曲線、及び亀裂図を示す。縦軸は積載荷重を表し、横軸は変位あるいは歪である。鉛直方向変位は鉛直方向を正とし、水平方向変位は各シェル縁梁間の距離が拡大する方向を正とした。歪は引張を正とした。また、Fig. 5の柱C₁₁, C₁₂, C₁₃に配置された大梁をbeam 1、柱C₂₁, C₂₃間に位置すると大梁をbeam 2とする。同様に、柱C₃₁, C₃₃, 及び柱C₄₁, C₄₂, C₄₃間に位置する大梁をそれぞれbeam 3, 及びbeam 4とする。さらに、柱C₁₂, C₄₂を結ぶ直線をBB'軸とする。

2. 1 荷重一梁鉛直方向変位曲線

2本の大梁 beam 2, 及び beam 3の梁下で得られた荷重一変位曲線をそれぞれ Figs. 7, 及び 8 に示す。大梁の変位は屋根の対称軸 AA' 軸に関してほぼ対称

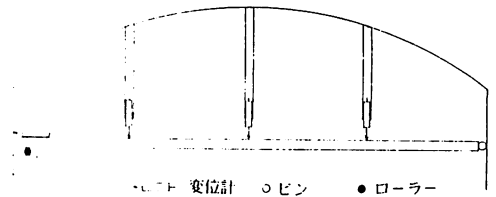


Fig. 6 Simple Beam to measure Displacements of Shells

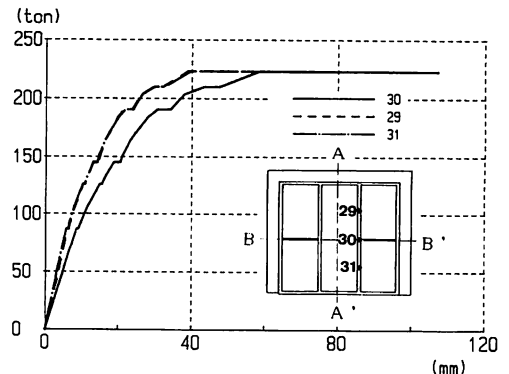


Fig. 8 Load-Displacement Curves of Beam 3

となった。さらに BB' 軸に関してもほぼ対称な変位を示した。

2. 2 荷重-円筒シェル鉛直方向変位曲線

中央の円筒シェルの母線の2等分線、すなわち BB' (or Y_3Y_3' 軸)軸上のシェル相対変位 (beam 2, 及び beam 3 を結ぶ線分から測定したシェル相対変位) を Fig. 9 に示す。同様に、中央の円筒シェルの線 Y_4Y_4' 、及び線 Y_2Y_2' 上のシェル相対変位をそれぞれ Fig. 10, Fig. 11 に示す。これらの変位図から中央の円筒シェルも AA', 及び BB' 軸に関してほぼ対称に変位している。次に、両端の円筒シェルにおいて、ふたつの軸 AA', BB' に関して対称な位置を占める4点の変位を示す。Figs. 12, 13, 14 に各図中に示した位置の荷重・鉛直方向変位曲線を示す。両端の円筒シェルは上方(負の鉛直方向)に変位し、BB' 軸の両側のシェルの方が北側より大きな変位を示す。

2. 3 荷重-水平方向変位曲線

中央の円筒シェルの3個所で得られた荷重・水平方向変位を Fig. 15 に示す。両端の円筒シェルの荷重・水平方向変位を Figs. 16, 17 に示す。BB' 軸の南側のシェルの方が北側より大きな水平方向変位を示す。

2. 4 荷重・主筋歪曲線

beam 2 の中点の梁下から9.5cm, 及び24.9cmに位置する主筋に貼付した歪ゲージの番号はそれぞれ45, 及び53であった。これらのゲージから得られた荷重・歪曲線を Fig. 18 に示す。beam 3 の中点の梁下から6.0cm, 及び11.0cmに貼付されたそれぞれ番号50, 及び54のゲージから得られた荷重・歪曲線を Fig. 19 に示す。積載荷重185 ton 程度の時、大梁の主筋が降伏した。

2. 5 亀裂図

実験終了後に描いた屋根上面、及び下面の亀裂図をそれぞれ Figs. 20, 21 に示す。これらの図は観察できた部分の亀裂である。上面の砂敷き、及び下面の足場を完全に撤去する時間が確保できなかったためである。亀裂図から短形の屋根の隅角部に三角形を残すような八角形の崩壊形を形成していることが分る。

2. 6 円筒シェル屋根の実験時の弾塑性挙動

弾性時の挙動において、中央の円筒シェル、及び大梁の鉛直変位は AA' 軸、及び BB' 軸に関してほぼ対称であった。両端の円筒シェルの鉛直変位、及び水平変位とも BB' 軸の南側が北側より大きかった。この原因はふたつ考えられる。ひとつは庇の南西の端部がどこにもアンカーされていないこと。他方は南側建物とシェル屋根の接合部に30年の間に亀裂が入っていた

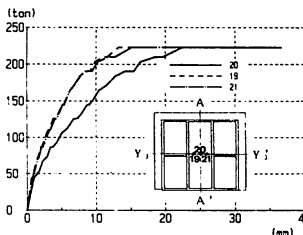


Fig. 9 Load-Displacements of Central Shell (Y_3-Y_3')

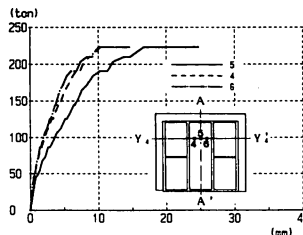


Fig. 10 Load-Displacements of Central Shell (Y_4-Y_4')

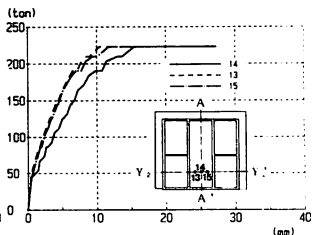


Fig. 11 Load-Displacements of Central Shell (Y_2-Y_2')

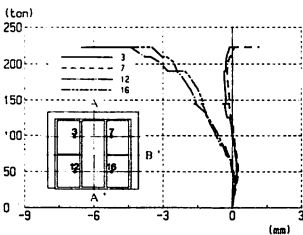


Fig. 12 Load-Displacements of Both Side Shell 1.

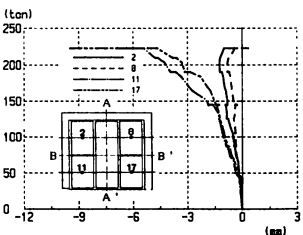


Fig. 13 Load-Displacements of Both Side Shell 2.

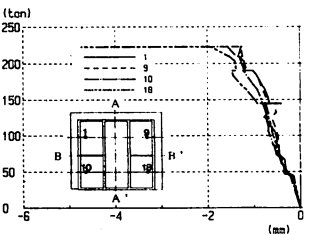


Fig. 14 Load-Displacements of Both Side Shell 3.

こと。これらは南側の円筒シェルの水平剛性を北側のそれより低下させていた。

積載荷重約185 ton 時に大梁中央部の主筋が降伏し、積載荷重 224 ton 時に屋根は崩壊した。終局時のシェル屋根を Photo 2 に示す。

2. 7 実験における中立軸の位置

積載荷重126 ton、及び171.5 ton 時の Y_3Y_3' 断面の歪を鉛直面に射影した図を Fig. 22 に示す。縦軸は大

梁下からの距離、横軸は歪量である。大梁内部の歪は主筋から、それ以外の歪はシェル面に貼付したコンクリートから得た。引張りコンクリートから得られた歪は信頼できないので省略した。歪は直線分布をしている訳ではないが、上記の積載荷重におけるシェル頂部のシェル上下面の平均歪と主筋の平均歪とを直線で結び、それぞれ実線及び破線を用いて示した。この図から終局時に中立軸は梁下から94~96cmの位置に上昇したことが分る。圧縮コンクリートの合力の中心はシェ

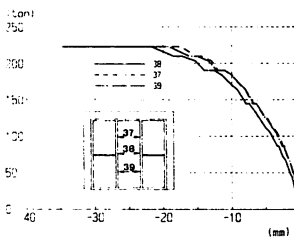


Fig. 15 Load-Horizontal Displacements of Central Shell

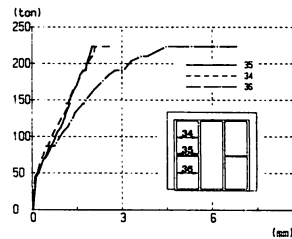


Fig. 16 Load-Horizontal Displacements of West Side Shell

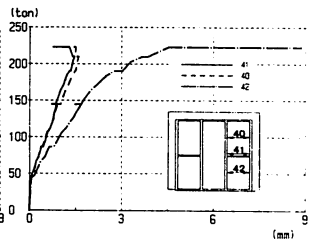


Fig. 17 Load-Horizontal Displacements of East Side Shell

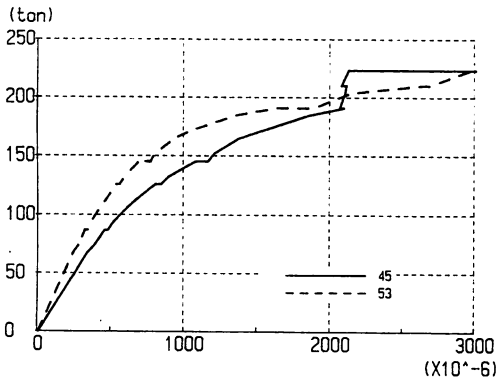


Fig. 18 Load-Strain of Reinforcement at Center of Beam 2

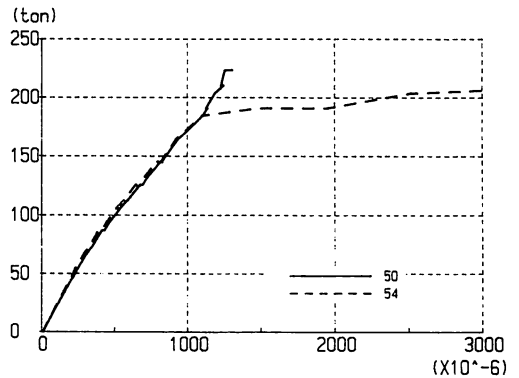


Fig. 19 Load-Strain of Reinforcement at Center of Beam 3

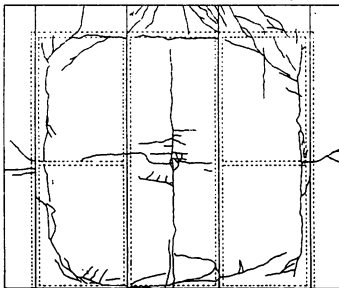


Fig. 20 Crack Pattern of Top Surface of Roof

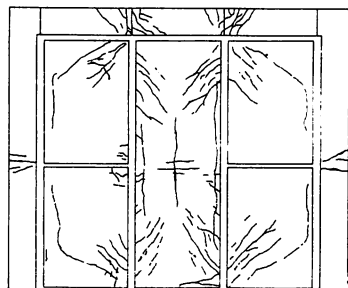


Fig. 21 Crack Pattern of Under Surface of Roof

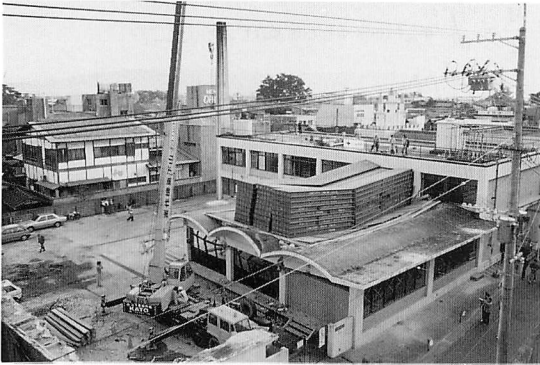


Photo 2 View at Failure

ル圧縮領域の中心にあると仮定し、大梁の鉄筋の重心の位置は下端から16.2cmにあることを考慮すると、曲線断面を有する梁としたときの応力中心間距離 j は91.3~91.8cmと算定される。鉄筋の重心からシェル頂部（板厚12cmを仮定）までの高さ d は101.8cmと評価されるので、 $j \approx 0.90 d$ となる。

3. シェル屋根の降伏荷重の算定

3連のシェル屋根であり、大梁を含めたシェルのライズはスパンと比較して小さいので、シェル屋根を平板とみなし、曲げ変形のための塑性仕事を算定して、この屋根の降伏荷重を検討する。

3.1 シェル屋根の崩壊形

屋根の崩壊は Fig. 24 に示す C, C', D, D', ..., G, G' のうち D, D' のみが δ (δ は屋根の他の寸法と比較すると微量) 下方に変位する中央円筒シェルの中心に関して左右対称形を仮定する。線分 CD と線分 CF のなす角を α ($|\alpha| < \pi/2$) とする。破線、及び一点鎖線はそれぞれ屋根の下側、及び上側引張の降伏ヒンジのライン（降伏面の水平射影）を表す。線分 CC', EE' での曲げ降伏モーメントを M_1 とする。同様に、DD', CD, DF, CF, FG での曲げ降伏モーメント、及び 2本の対称軸に関して対応する位置の線分が形成する曲げ降伏モーメントをそれぞれ M_2, M_3, M_4, M_5, M_6 とする。

3.2 降伏モーメントの算定

内力仕事を算定するため、上記曲げ降伏モーメント M_i ($i = 1 \sim 6$) を定める。モデルを簡略化するため、

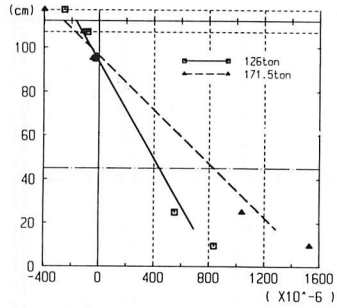


Fig. 22 Vertical Distribution of Strain at Center of Central Shell and Beam 2

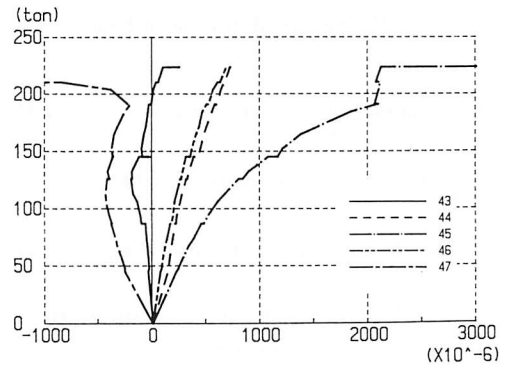


Fig. 23 Strain of Steel bars (beam2)

圧縮コンクリートに関する歪の限界値を考慮しない。また、圧縮コンクリートに含まれる鉄筋の負担する圧縮力、及びコンクリートの引張応力を無視する。

1) 平板及び梁の曲げ降伏モーメント

曲げ降伏モーメント M_3 は梁の曲げ降伏モーメントを表す次式に基いて算定する。

$$M_3 = 0.9 \times p_{t2} f'_{sy} t^2 L \quad (1-1)$$

M_6 は上式を利用して得られる FG 間のシェル板の曲げ降伏モーメントとリブ端部の梁としての曲げ降伏モーメントの和として評価した。

$$M_6 = 0.9 \times \{ p_{t2} f'_{sy} t^2 (L - a \tan \alpha) + f_{sy} A r d \} \quad (1-2)$$

2) 縁梁付き円筒シェル（シェル引張）縁梁の上端から曲げモーメントの中立軸までの距離を y_n とすると、Fig.25 に示す降伏面における母線方向の力、及び中立軸まわりのモーメントのつりあいは次式のように表される。

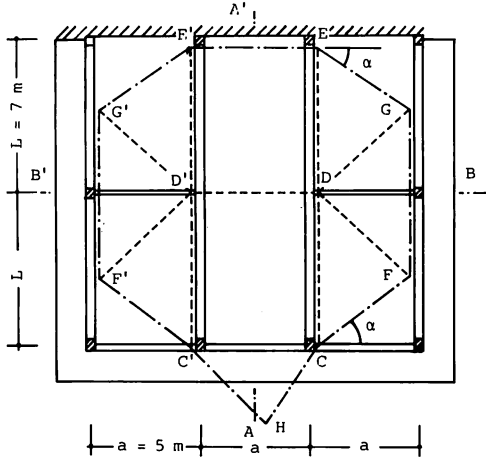


Fig. 24 Failure Mechanism of Roof

$$\int_0^{\phi_0} p_{t1} f_{sy} t r d\phi + \sum_{n_i < \phi_n} A_i f_{sy} = B(H - y_n) \sigma_{cu} \quad (2)$$

$$\frac{M_1}{2} = \int_0^{\phi_0} p_{t1} f_{sy} t \{y_n + r(\cos \phi - \cos \phi_0)\} r d\phi + \sum_{n_i < \phi_n} A_i f_{sy} (y_n - \eta_i) + \frac{1}{2} (H - y_n)^2 B \sigma_{cu} \quad (3)$$

これら2式から中立軸の位置、および曲げ降伏モーメント M_1 を定めることができる。

3) 縁梁付き円筒シェル (シェル圧縮)

曲げモーメントの中立軸までの角を ϕ_n とすると、Fig. 26 に示す降伏面における母線方向の力、及び中立軸まわりのモーメントのつりあいは次式のように表される。

$$\int_0^{\phi_n} \sigma_{cu} t r d\phi = \int_{\phi_n}^{\phi_0} p_{t1} f_{sy} t r d\phi + \sum A_i f_{sy} \quad (4)$$

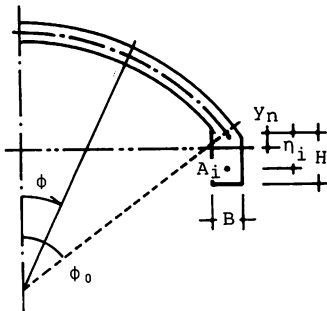


Fig. 25 Neutral Line of Shell with Beam 1

$$\frac{M}{2} = \int_0^{\phi_n} \sigma_{cu} t (\cos \phi - \cos \phi_n) r^2 d\phi + \int_{\phi_n}^{\phi_0} p_{t1} f_{sy} t (\cos \phi_n - \cos \phi) r^2 d\phi \quad (5)$$

$$+ \sum A_i f_{sy} \{r(\cos \phi_n - \cos \phi) + \eta_i\}$$

これら2式から中立軸の位置、および曲げ降伏モーメント M_2 を定めることができる。

4) 降伏面と円筒シェルの母線との為す角が α の時 円筒シェル頂部から測定した ϕ の増分 $d\phi$ に対応する降伏面上のシェル線素 (Fig. 26) は次式で表される。

$$J_s d\phi = (1 + \cos^2 \phi \tan^2 \alpha)^{1/2} d\phi \quad (6)$$

シェル頂部が圧縮領域の時、曲げモーメントの中立軸までの角を ϕ_n とすると、Fig. 27 に示す降伏面における母線方向の力、及び中立軸まわりのモーメントのつりあいは (6) 式を用いて次式のように表される。

$$\int_0^{\phi_n} \sigma_{cu} t (\cos \alpha + \sin \alpha \cos \phi) J_s r d\phi = \int_{\phi_n}^{\phi_0} f_{sy} t (p_{t1} \cos \alpha + p_{t2} \sin \alpha \cos \phi) J_s r d\phi \quad (7)$$

$$\frac{M}{2} = \int_0^{\phi_n} \sigma_{cu} t (\cos \alpha + \sin \alpha \cos \phi) (\cos \phi - \cos \phi_n) J_s r^2 d\phi + \int_{\phi_n}^{\phi_0} f_{sy} t (p_{t1} \cos \alpha + p_{t2} \sin \alpha \cos \phi) (\cos \phi_n - \cos \phi) J_s r^2 d\phi \quad (8)$$

同様に、シェル頂部が引張領域の時、つりあいはそれぞれ次式のように表される。

$$\int_0^{\phi_n} f_{sy} t (p_{t1} \cos \alpha + p_{t2} \sin \alpha \cos \phi) J_s r d\phi = \int_{\phi_n}^{\phi_0} \sigma_{cu} t (\cos \alpha + \sin \alpha \cos \phi) J_s r d\phi \quad (9)$$

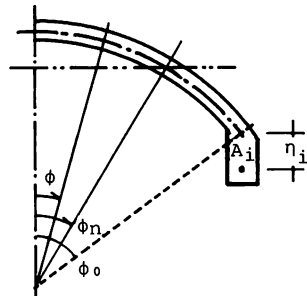


Fig. 26 Neutral Line of Shell with Beam 2

$$\frac{M}{2} = \int_0^{\phi_n} f_{sy} t (p_{11} \cos \alpha + p_{12} \sin \alpha \cos \phi) (\cos \phi - \cos \phi_n) J_s r^2 d\phi$$

$$+ \int_{\phi_n}^{\phi_0} \sigma_{cu} t (\cos \alpha + \sin \alpha \cos \phi) (\cos \phi_n - \cos \phi) J_s r^2 d\phi \quad (10)$$

しかしながら、(7)～(10)式は J_s を含むので、初等関数を用いて原始関数を表すことはできない。(6)式の J_s を近似することを試みる。 J_s は次のように変形される。

$$J_s = \frac{1}{\cos \alpha} [|1 + \sin^2 \alpha (\cos \phi - 1)|^2 + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos \phi - 1)^2]^{1/2} \quad (11)$$

故に、 $|\alpha| < \pi/2$ 、 $|\phi| < \pi/2$ に関して次式が成立する。

$$J_{\max} \geq J_s \geq J_{\min} \quad (12)$$

$$\text{ここに、} J_{\max} = 1/\cos \alpha \quad (12-a)$$

$$J_{\min} = |1 + \sin^2 \alpha (\cos \phi - 1)| / \cos \alpha \quad (12-b)$$

(7)～(10)式の J_s の代わりに(12-a, b)式の J_{\max} 、 J_{\min} を利用すれば、これらの式の積分を陽に表現できる。 J_{\min} を用いた時(7)、(8)式はそれぞれ次式のように表される。

$$[\phi_n + \tan \alpha \sin \phi_n + \sin^2 \alpha |\sin \phi_n - \phi_n + \tan^2 \alpha (\frac{1}{2} \phi_n + \frac{1}{4} \sin^2 \phi_n - \sin \phi_n)|] \sigma_{cu} / f_{sy}$$

$$= p_{11} (\phi_0 - \phi_n) + p_{12} \tan \alpha (\sin \phi_0 - \sin \phi_n) + \sin^2 \alpha [p_{11} (\sin \phi_0 - \sin \phi_n + \phi_n - \phi_0)$$

$$+ p_{12} \tan \alpha \{ \frac{1}{2} (\phi_0 - \phi_n) + \frac{1}{4} (\sin^2 \phi_0 - \sin^2 \phi_n) - \sin \phi_0 + \sin \phi_n \}] \quad (13)$$

$$M = 2f_{sy} r^2 t [|\sin \phi_n - \phi_n \cos \phi_n + \tan \alpha (\frac{1}{2} \phi_n - \frac{1}{4} \sin^2 \phi_n)| \sigma_{cu} / f_{sy}$$

$$+ \sin^2 \alpha [\frac{1}{2} \phi_n - \frac{1}{4} \sin 2\phi_n - \sin \phi_n + \phi_n \cos \phi_n + \tan \alpha \{ -\frac{1}{3} \sin^3 \phi_n$$

$$- \frac{1}{2} (1 + \cos \phi_n) (\phi_n + \frac{1}{2} \sin 2\phi_n) + (1 + \cos \phi_n) \sin \phi_n \}] \sigma_{cu} / f_{sy}$$

$$+ p_{11} \{ (\phi_0 - \phi_n) \cos \phi_n - (\sin \phi_0 - \sin \phi_n) \} + p_{12} \tan \alpha [\cos \phi_n (\sin \phi_0$$

$$- \sin \phi_n) - \frac{1}{2} (\phi_0 - \phi_n) - \frac{1}{4} (\sin 2\phi_0 - \sin 2\phi_n)] + \sin^2 \alpha p_{11} [|1 + \cos \phi_n$$

$$(\sin \phi_0 - \sin \phi_n) - (\phi_0 - \phi_n) \cos \phi_n - \frac{1}{2} (\phi_0 - \phi_n) - \frac{1}{4} (\sin 2\phi_0$$

$$- \sin 2\phi_n) \} + \sin^2 \alpha \tan \alpha p_{12} [\frac{1}{4} (1 + \cos \phi_n) \{ 2(\phi_0 - \phi_n) + (\sin 2\phi_0$$

$$- \sin 2\phi_n) - 2(\sin \phi_0 - \sin \phi_n) \} + \frac{1}{3} (\sin^3 \phi_0 - \sin^3 \phi_n)]] \quad (14)$$

ここに、下線を付した項を省略すると、 J_{\min} の代

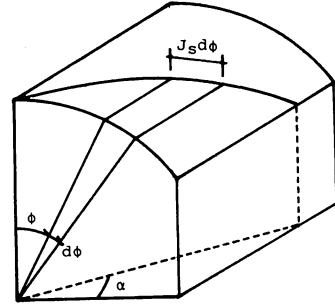


Fig. 27 Line Element

わりに J_{\max} を採用した積分表現式となる。

(7)、(8)式、あるいは(13)、(14)式を利用すれば、 M_4 を定めることができる。

同様に、(9)、(10)式から M_5 を定められる。また、これらの式から得られる降伏モーメントの精度は4-1で検討する。

3.3 仮想仕事

1) 塑性ヒンジの回転角

降伏面の水平射影 CC' 、 DD' 、 CD 、 DF 、 CF 、 FG での微小回転角をそれぞれ θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 とする。 θ_1 、 θ_2 、 θ_6 は容易に定められる。 $\theta_1 = \delta/L$ 、 $\theta_2 = 2\delta/L$ 、 $\theta_6 = \delta/a$

$$(15-1, 2, 3)$$

次に、 θ_4 を定める。崩壊形におけるベクトル \vec{FD} 、及び \vec{FG} を定め、これらの外積をつくり、 $\triangle FDG$ の法線ベクトルを定める。同様に、 $\triangle CDF$ の法線ベクトルを定める。2つの法線ベクトルから $\sin \theta_4$ を求め、 θ_4 は微量量であると仮定すると、次式を得る。

$$\theta_4 = (a^2 + L^2 \cos^2 \alpha - 2aL \sin \alpha \cos \alpha)^{1/2} \delta / (La \cos \alpha) \quad (16)$$

同様に、 θ_3 及び θ_5 も次式のように定められる。

$$\theta_3 = \delta \tan \alpha / L, \quad \theta_5 = \delta / (L \cos \alpha) \quad (17-1, 2)$$

2) 内力仕事及び外力仕事

内力仕事 W_i は曲げ降伏モーメント及び回転角を用いて、次式のように表される。

$$W_i = 2(M_1 \theta_1 + M_6 \theta_6) + M_2 \theta_2 + 4(M_3 \theta_3 + M_4 \theta_4 + M_5 \theta_5) \quad (18)$$

シェルの水平射影面当りの自重を w_d 、大梁及びリ

ブ2本の総重量をそれぞれ F_b 及び F_r と表現する。実験時の載荷領域は CC'E'E における等分布荷重を w_L とすると、実験での外力仕事 W_{exp} は次式のように表される。

$$W_{exp} = (w_L + w_d) aL + (F_b + F_r) / 2 + 2w_d (2L - a \tan \alpha) a / 3 \quad \delta \quad (19)$$

実験は中央円筒シェル之母線中央に位置したリブを撤去して行なわれた。このリブを有する甘木郵便局円筒シェル屋根本来の降伏荷重を算定する。屋根の外周縁梁内に等分布荷重が作用すると仮定し、水平射影面当りの自重及び積載荷重の和を w とすると、外力仕事 W_0 として次式を得る。

$$W_0 = [waL + (F_b + F_r) / 2 + 2w (2L - a \tan \alpha) a / 3] \quad \delta \quad (20)$$

このとき、B、B'点でのリブの塑性仕事を内力仕事へ追加しなければならない。すなわち、 M_0 に B 点の曲げ降伏モーメントを加えた新たな M_0 を用いて (18) 式の内力仕事を評価する。

4. 数値解析

4.1 降伏モーメントにおける線素の定義式の影響

降伏面と円筒シェル之母線との為す角が α であるとき、中立軸、および降伏モーメントを定める (7), (8) 式および (9), (10) 式は J_s を含むので、初等関数を用いて積分することはできない。 J_s の代わりに J_{max} , J_{min} を導入して、(7), (8) 式を近似的に (13), (14) 式へ誘導する方法を示した。これら J_{max} , J_{min} を導入して得られる近似的な降伏モーメントと (7), (10) 式を数値積分して得られる降伏モーメントとの比較を行う。 $\sigma_{cu} / f_{sy} = 0.05714$, $p_{r1} = 0.2271 \times 10^{-2}$, $p_{r2} = 0.1479 \times 10^{-2}$ として、シェル頂部が圧縮、および引張となる2ケースの降伏モーメントを算定する。

1) シェル頂部が圧縮領域の時

このときの降伏モーメント M^1 を次式のように表す。

$$M^1 = k_1 f_{sy} r^2 t \quad (21)$$

$\alpha = 1.5$ として半開角 ϕ_0 が $\pi/6 \sim \pi/2$ の4種類の円筒シェルの M^1 に対応する係数 k_1 を Table. 2 に示す。(7), (8) 式から得た M^1 を厳密解 (Strict), J_{min} および J_{max} を導入して得られる M^1 をそれぞれ近似解1 (Approximation 1) および近似解2 (Approximation 2) と表現する。これら3解は中立軸の位置を定めるとき、非線形方程式を解析しなければならない。 J_{min} あるいは J_{max} を導入した降伏面でのつりあい式

Table 2 Coefficient k_1 of Yield Moment M^1 under $\alpha = 1.5$

	$\phi_0 = \pi/6$	$\phi_0 = \pi/4$	$\phi_0 = \pi/3$	$\phi_0 = \pi/2$
Strict	0.991×10^{-3}	2.523×10^{-3}	4.358×10^{-3}	5.997×10^{-3}
Approximation 1	0.991×10^{-3}	2.522×10^{-3}	4.356×10^{-3}	5.953×10^{-3}
Approximation 2	1.001×10^{-3}	3.040×10^{-3}	6.070×10^{-3}	11.534×10^{-3}
Rough Approx.	1.001×10^{-3}	3.040×10^{-3}	6.070×10^{-3}	11.536×10^{-3}

で $\sin \phi = \phi$, $\cos \phi = 1$ を仮定すると、この非線形方程式の解析を避けることができる。これらの仮定を導入して得られる M^1 を簡略解 (Rough Approx.) と表す。

2) シェル頂部が引張領域の時

このときの降伏モーメント M^2 を次式のように表す。

$$M^2 = k_2 f_{sy} r^2 t \quad (22)$$

$\alpha = 1.5$ として半開角 ϕ_0 が前項の4種類の円筒シェルの M^2 に対応する係数 k_2 を Table. 3 に示す。Table 中で利用した記号は Table. 2 と同一である。

Table. 2 および 3 の結果において、近似解1は厳密解と良く一致する。近似解1に用いた線素 J_{min} と厳密解に用いた線素 J_2 との間には (12) 式が成立するので、同一の ϕ_n に対して (8), (10) 式から算定される近似解1の降伏モーメントは厳密解より小さくなる。ところが、中立軸までの角 ϕ_n を定める降伏面における法線方向のつりあい式においてもそれぞれの線素を利用しているので、近似解1と厳密解では ϕ_n の値にわずかの差異が生ずる。このため、Table. 3 の半開角 ϕ_0 が $\pi/4$ および $\pi/3$ の k_2 において近似解1は厳密解よりわずかに大きな係数を与えている。一方、半開角 ϕ_0 が大きくなると、近似解2や簡略解は誤差の大きい降伏モーメントを与えることが分る。また、計算例を省略するが、 α が小さくなると各近似解の精度は向上する。

Table 3 Coefficient k_2 of Yield Moment M^2 under $\alpha = 1.5$

	$\phi_0 = \pi/6$	$\phi_0 = \pi/4$	$\phi_0 = \pi/3$	$\phi_0 = \pi/2$
Strict	1.955×10^{-3}	5.933×10^{-3}	12.04×10^{-3}	21.681×10^{-3}
Approximation 1	1.955×10^{-3}	5.935×10^{-3}	12.07×10^{-3}	21.671×10^{-3}
Approximation 2	2.014×10^{-3}	6.345×10^{-3}	13.62×10^{-3}	32.048×10^{-3}
Rough Approx.	2.015×10^{-3}	6.356×10^{-3}	13.71×10^{-3}	35.411×10^{-3}

4.2 実験における降伏荷重

(18) 式で表現される内力仕事および (19) 式の外力仕事を算定し、それらを等置して実験における降伏荷重を算定する。シェル板厚 $t = 0.14 \text{ m}$, $r = 5 \text{ m}$, L

$= 7 \text{ m}$, $a = 5 \text{ m}$ ($\phi_0 = \pi/6$), $f_{sy} = 3.5 \times 10^4 \text{ t/m}^2$, $f_{sy} = 2.8 \times 10^4 \text{ t/m}^2$, $\sigma_{cu} = 2 \times 10^3 \text{ t/m}^2$, $p_{t1} = 0.227 \times 10^{-2}$, $p_{t2} = 0.314 \times 10^{-2}$ シェル自重 (射影面当り) $w_d = 0.31 \text{ t/m}^2$, $F_b = 12.4 \text{ t}$, $F_r = 2.4 \text{ t}$ を導入し, 角 α を変化させながら等分布積載荷重 w の最小値として $w = 2.83 \text{ t/m}^2$ ($\alpha = 0.21$) を得た。このとき, 積載荷重の総量は 198 ton となる。実験時に大梁中央の主筋が初めて降伏した積載荷重は 185 ton, 最大積載荷重は 224 ton であった。

もし, 両側のシェルを無視し, 中央の円筒シェルと大梁で構成される馬蹄形断面を有する両端固定梁とみなしたときの降伏荷重は 139 ton と算定される。故に, 実験時のシェル屋根において両側のシェルは 59 ton, 降伏積載荷重 198 ton の約 30% の耐力を有していたものと評価される。

4. 3 甘木郵便局円筒シェル屋根の降伏荷重

中央の円筒シェルにリブが付いていた甘木郵便局円筒シェル屋根が有していた鉛直方向降伏荷重を算定する。この屋根の崩壊形は角 α を未定係数とした Fig. 23 で表されるものと仮定すれば, 外力仕事は (20) 式で表される。内力仕事を (18) 式で評価し, α に関する最小値を算定して $w = 1.51 \text{ t/m}^2$ ($\alpha = 0$) を得た。この解析において, B 点におけるリブの降伏モーメントをも考慮した。この円筒シェル屋根の設計荷重は 0.35 t/m^2 であったものと予測されるので, 設計荷重の約 4.3 倍の降伏耐力を保有していたと算定される。

4. 4 曲線断面梁としての降伏モーメント

シェル屋根の降伏荷重を算定するために, 6 個の降伏モーメント ($M_i; i = 1 \sim 6$) を導入した。このうち M_1 を構成する降伏面での歪分布を 2-7 で検討した。2 本の大梁に配筋されている鉄筋の断面積は 86.68 cm^2 である。この歪分布から推定した応力中心間距離 j を用いると, M_1 は 222 tm と算定される。

(2), (3) 式から算定される M_1 はシェル厚を 12 cm および 14 cm とした時それぞれ 233 tm および 234 tm である。

円筒シェルに縁梁が取り付け, 縁梁側が引張となる降伏モーメントに対して, 2-7 で示した梁と同様な応力中心間距離が採れるものと思われる。

5 ま と め

甘木郵便局の 3 連円筒シェル屋根へ積載荷重を作用させる破壊実験を行ない, 検討を加え, 次の結果を得た。

- 1 周辺を支持され, 水平推力を負担する耐力のある庇を有するライズの小さい多連円筒ロングシェル屋根は鉛直荷重の下で, 終局時に平板のような崩壊形を形成する。このときの崩壊形は梁ヤリブの配置, および載荷荷重の分布の影響を受ける。
- 2 甘木郵便局の 3 連円筒シェル屋根の終局荷重は曲げモーメントのみの塑性仕事を考慮した降伏線理論を適用して得られる降伏荷重と良く一致した。
- 3 縁梁を有する円筒シェルにおいて, シェル頂部が圧縮領域となりシェル母線と垂直となる降伏面を形成するとき, 応力中心間距離 j は $0.9d$ (d : 縁梁を有する円筒シェルを曲線断面を持つ梁とみた時の有効せい) で近似できる。
- 4 甘木郵便局の 3 連円筒シェル屋根 (構造計算書は残っていないものの, ASCE コードに基づいて設計されたものと確信できる。このシェル屋根が設計される 1 年前に同じ熊本郵便局が設計した鹿屋市古江郵便局円筒シェル屋根に対する ASCE コードに基づく構造計算書は残っている。) は設計荷重の 4 倍強の鉛直方向耐力 $w = 1.5 \text{ t/m}^2$ を有していた。
- 5 降伏面がシェル母線と角 α で交わる時, 換言すれば, 円筒シェルが 2 方向曲げモーメントを受ける時, シェル中心角 ϕ の微小増分 $d\phi$ に対応する線素は (11) 式で表される。しかしながら, この線素を用いると降伏面における法線方向の応力やモーメントのつりあい式を陽に積分することはできない。
- 6 線素を (11) 式の代りに (12-b) 式を利用して近似的に定義すれば, 上記のつりあい式を初等関数の範囲で積分することができる。この時, α と ϕ の絶対値が $\pi/2$ の一般の円筒シェルにおいて, (12-b) 式の線素を用いた降伏モーメントは厳密な降伏モーメントと極めて良く一致する。

謝 辞

この実験は郵政省, フジタ工業, 鹿児島大学の関係者, 学生が各部門で重責を全うして下さったために無事遂行できました。また, 測定装置多数を融通して下さい近畿大学九州工学部の小野正行先生に深く感謝いたします。

付録 本論文で利用した主な記号

r : 円筒シェルの半径, L : 円筒シェル母線方向スパンの1/2, t : シェル板厚

σ_{cu} : コンクリート圧縮応力

f_{sy} : シェル鉄筋の降伏応力, f_{sy} : 梁, リブの鉄筋の降伏応力

p_h : 母線に垂直方向のシェル断面の単位面積当りの鉄筋比

p_b : シェル母線方向の断面の単位面積当りの鉄筋比

A_i : 梁の鉄筋断面積, A_r : リブの鉄筋断面積

B : 縁梁の幅, H : 縁梁のせい, dr : リブの有効せい

参考文献

- 1) Engineering News-Record, November 7, 1935, p.635-636.
- 2) 日置興一郎: 梁として働く鉄筋コンクリートシリンダーシャーレ, 建築学会研究報告, No.23, p. 49
- 3) 加藤渉: シャーレン(曲板)屋根の破壊実験に就いて, 建築雑誌, 昭和29年11月, p. 12~16
- 4) 坪井善勝・森央二・青木繁・加藤静夫: Saw-Tooth Shell Roof の構造と施工, 建築雑誌, 昭和29年12月, p. 4~19
- 5) 谷資信・大塚仁志・高田十治: 無窓訪績工場の連続円筒形シャーレの載荷及び水平加力試験, 建築学会研究報告, No. 31 (1), p. 207~208
- 6) 坪井善勝・青木繁・酒井康・川口衛: 水平力を受ける円筒殻の実験的研究, 建築学会論文報告集, No. 54, p. 345~348
- 7) 加藤渉・榎並昭・ほか: シャーレン(曲板)屋根の終局荷重設計法に関する実験的研究, 建築学会論文報告集, No. 54, p. 329~336
- 8) 加藤渉: 長形曲板屋根の破壊機構に関する実験的研究, 建築学会論文報告集, No. 58, p. 63~70
- 9) 本岡順二郎: 円筒形長形曲板の破壊機構に関する実験的研究, 建築学会論文報告書, No. 69, p. 377~380
- 10) 伊藤茂徳・大築和夫・小幡守: 円筒型シェルの模型実験及び有限要素法による解析について, 建築学会大会, 昭和53年, p. 1029~1030
- 11) V. Gioncu: Thin Reinforced Concrete Shells, John Wiley & Sons
- 12) 倉田勝弘・土井義則・皆川洋一・足立宏和: 甘木郵便局の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の載荷破壊実験, 建築学会中国・九州支部研究報告, 第7号1, 昭和62年3月, p. 209~212
- 13) 皆川洋一・足立宏和・倉田勝弘・土井義則: 甘木郵便局の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の載荷破壊実験, 建築学会大会, 構造II, 昭和62年10月, p. 1263~1264
- 14) 皆川洋一: 甘木郵便局の鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の降伏荷重, 建築学会大会, 昭和63年10月, p. 1325~1326
- 15) 皆川洋一, 倉田勝弘, 土井義則: 鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の破壊実験, 建築技術, No. 439, 1988年3月, p. 155~158