

## 木材強度試験体（割裂・横引張・部分横圧縮）応力の数値的解析

大 草 克 己

### The Numerical Analysis of the Elastic Stress on the Strength-Test Specimens (Cleavage, Lateral Tension, Partial Lateral Compression) of Wood

Katsumi OKUSA

#### 目 次

はしがき

#### I 直交異方二次元弾性問題の解法

- 1 既往の解析的研究概観
- 2 有限要素法による二次元弾性応力解析のプログラム
- 3 解の精度

#### II 割裂試験体

- 1 試験体中央断面の応力
- 2 切欠円弧底の集中応力ー差分解との比較および試験体の長さの影響
- 3 切欠円弧周縁の応力

#### III 横引張試験体

- 1 複割裂型試験体
- 2 JIS試験体の境界条件
- 3 JIS試験体中央平行部の応力および変位
- 4 JIS型試験体の円弧半径および中央平行部分の長さ
- 5 応力・変位分布と示性数との関係ー新しい木取法の提案

#### VI 部分横圧縮試験体

- 1 加圧鋼板端縁近傍の応力
- 2 中央部加圧と材端部加圧
- 3 示性数と応力分布
- 4 試験体の長さともかけのヤング率

要 約

参 考 文 献

付 録（プログラム・ソースリスト）

### はしがき

一般に材料の強度試験によって、その力学的特性を知り、これを構造設計等の資料とするためには、試験体内部における応力状態が明確であることが望ましい。しかるに、木材の強度試験では、問題を弾性の範囲に限定しても、標準または規格試験体のなかに、応力状態がはなはだ不明瞭なものがある。

この研究は、そのような数種の木材強度試験体について、有限要素法による弾性応力の数値解析を行ったものであり、試験結果の解釈および適用に有用な資料を提供し、さらにはより合理的な試験方法の開発に寄与することを目的としたものである。

この研究に関して有益なご助言をいただいた九州大学農学部 松本勲教授、堤寿一助教授、応用力学研究所 北島一徳教授、工学部 大平博一教授、牧野稔教授に心から感謝の意を表する。

なおこの研究における計算は、九州大学大型計算機センターFACOM 230-60および鹿児島大学電子計算機室FACOM 230-45Sによって行ったものである。

## 1. 直交異方二次元弾性問題の解法

### 1. 既往の解析的研究概観

木材は、その巨視的な組織構造から、樹幹軸をZ軸とする円柱対称異方体 *cylindrically anisotropic material* とみなして、円柱異方理論<sup>1,2)</sup>を適用することが、特に小径木から採られた木材ではより妥当であると考えられるが、この線に沿った研究はきわめて乏しい(円形異方理論を適用して丸太の圧裂応力を解析した報告<sup>3)</sup>がある)。しかし、樹幹軸から十分離れたところで、その部分での年輪半径に比べて木口面寸法があまり大きくないブロックを対象とする場合には、木材を繊維方向(L)、放射方向(R)および年輪の接線方向(T)にそれぞれ垂直で、互い直交する3つの弾性対称面をもつ、直交異方体 *orthotropic material* とみなすことが出来る。

異方弾性理論はVoigt<sup>4)</sup>によって体系化され、直交異方弾性体では、その対称軸に関する3コのヤング率、3コのポアソン比および3コのせん断弾性係数、合計9コの独立な弾性定数を知れば、その弾性的挙動は完全に記述することが出来る。木材がこのような直交異方弾性体であり、しかも均質連続体である(木材は特有な年輪構造を有し、細胞組織からなるので、微視的にはきわめて不均質な非連続体であるが、数コ以上の年輪を含む寸法を単位に平均的な応力、ひずみをとるなら均質連続体としての取扱いが可能である)と云う仮定の下に、多数の樹種について、弾性定数に関する資料が集積され、異方弾性理論の適用が検討された。<sup>5,6,7,8,9,10,11)</sup> それ等の結果は、応力の一定限界内で木材を直交異方線形弾性体として取り扱うことの十分な妥当性を実証している。

次章以降でとり上げる強度試験体の応力分布は、厳密には3次元的であるが、簡単のため近似的に2次元問題として取扱う。直交異方体の弾性対称面内で、 $xy$ 座標軸を弾性主軸に一致させてとれば、平面応力状態の場合(平面歪状態に関しては、等方弾性体の場合と同じく(1)および(2)式の係数を変えるだけで以下の取扱いは全く同様である)応力 $\sigma$ 、 $\tau$ とひずみ $\epsilon$ 、 $\gamma$ の関係は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E_x} \sigma_x - \frac{\mu_{yx}}{E_y} \sigma_y \\ \epsilon_y &= -\frac{\mu_{xy}}{E_x} \sigma_x + \frac{1}{E_y} \sigma_y \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{xy}} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

となる。ここで  $E$  はヤング率,  $\mu$  はポアソン比,  $G$  はせん断弾性係数であり,  $\mu_{XY}/E_X = \mu_{YX}/E_Y$  の関係がある。

$A_{IRY}$  の応力関数を  $\phi$  とすると,  $\phi$  は次の微分方程式に従う。

$$(k_1^2 \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) (k_2^2 \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1^2 k_2^2 &= E_X / E_Y \\ k_1^2 + k_2^2 &= E_X / G_{XY} - 2\mu_{XY} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(2) 式の一般解は,

$$z_1 = x + ik_1 y, \quad z_2 = x + ik_2 y, \quad i = \sqrt{-1}^{12)}$$

の任意な解析関数を  $f_1, f_2$  として次のように書くことが出来る。

$$\phi = f_1(z_1) + f_2(z_2) + \text{compl. conj.} \quad \dots\dots\dots (4)$$

したがって, 与えられた境界条件を満足するように関数  $f_1, f_2$  の形を具体的に定め得たならば, (5) 式から応力成分が定まるので問題は解決する。

$$\sigma_x = \partial^2 \phi / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 \phi / \partial x^2, \quad \tau_{xy} = -\partial^2 \phi / \partial x \partial y \quad \dots (5)$$

このようなすじ道にそって, 各種の境界条件に対する厳密な解析解が GREEN<sup>13)</sup>, 大久保<sup>14)</sup>, 池田<sup>15)</sup>, SMITH<sup>16)</sup>, 大森<sup>17)</sup>, CONWAY<sup>18)</sup>, 樋口<sup>12)</sup>, 大河平<sup>19)</sup>, MAKI<sup>20)</sup> らによって与えられた。このうち, 大久保と CONWAY は, 弾性定数の間に, いわゆる WOLF の条件<sup>21)</sup> を仮定しているのので, 一般性に欠けるが, MAKI がしめしているように, 簡単に変数変換を行えばその解を殆どそのまま一般の直交異方体に利用することが出来る。また樋口の研究は, 直交異方二次元弾性論の広範な境界値問題に対してきわめて一般的な解法を与えている。これら多数の優れた研究によって, 異方弾性体が荷重を受けたとき内部に生ずる応力および変形に関する問題はかなりの程度まで解明されたが, そこで対象としているものはもっぱら無限領域, 半無限領域, 無限長の帯状領域および長方形領域に限られており, 形状および荷重または固定の条件が少しく複雑になれば, 厳密な解析解を得ることはなおきわめて困難である。

大河平<sup>22,23,24)</sup> は (2) 式を差分方程式で置きかえ, 多元の連立一次代数方程式を解く, いわゆる差分法を応用して, 木材割裂試験体応力の数値解析を行なった。木材を対象としての差分法による数値解析は, 増田の合板の曲げ問題<sup>25)</sup>, 座屈<sup>26,27)</sup> に関する研究などがある。有限要素法は, 差分法と同じく, 微分方程式の近似解を数値的に解く手法であり, この工学への導入は, 1956 年 TURNER<sup>28)</sup> らの論文をもって始まるとされておる。元来構造解析の手法として開発されたものであるが, その方法の基礎となる概念は極めて広く, 高速, 大型の電子計算機の発達に伴い工学, 理学一般の非常に広範な問題に応用されている。<sup>29,33,34,35)</sup> しかるに木材力学の分野では, MAKI<sup>30)</sup> の長方形板を対象に, 主として小容量計算機への応用を目的とした研究, 杉山<sup>31)</sup> の繊維板部分圧縮の解析, 辻野<sup>32)</sup> の円孔を有する長方形板圧縮の弾塑性解析などをみるに過ぎない。

## 2. 有限要素法による二次元弾性応力解析のプログラム

二次元弾性応力の数値的解析手法としての有限要素法は, 差分法に比べて, 境界条件の処理が容

易であること、また応力傾斜の緩急に応じて要素の大きさを自由にええ得るなどの利点がある外に、一般的に汎用性の大きいプログラムを容易に組み得るので、よりコンピューター向きの計算手法と云える。この研究で用いたプログラムのソースリストは付録に示してあるが、これは ZIENKIEWICZ<sup>34)</sup>の作成したものを骨子に、いくつかの点を改変したものである。

連続体の応力を要素法で解析するには、先ず構造全体を有限個の節点で連結する要素に分割する。ここではそれぞれの頂点に節点を有する三角形要素と長方形要素（長方形要素では各辺を座標軸  $x$ ,  $y$  に平行にとる）を併用し、要素内任意点での  $x$  方向変位  $u$ ,  $y$  方向変位  $v$  に対して、三角形要素では(6)式、長方形要素では(7)式の変位関数を適用した。何れも隣接要素間での連続条件を満足するものである。

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \\ v &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

(6), (7)式をマトリックス表示で次のように書く。

$$\left\{ \begin{array}{c} u \\ v \end{array} \right\} = [q] \alpha \quad \left. \begin{array}{c} \alpha = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \dots\dots\dots]^T \end{array} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

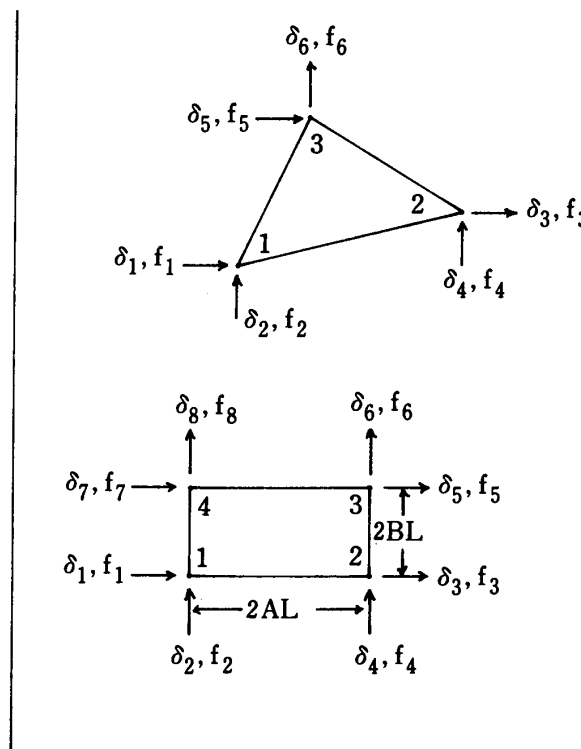


Fig. 1

Fig. 1 のようにある 1 つの要素について、要素内節点番号を 1, 2, 3 または 4 と右まわりにつけ、節点の座標を  $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots\dots\dots$ , 節点変位  $\delta_e$  を

$$\delta_e = [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \cdots]^\mathrm{T} = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ \cdots]^\mathrm{T} \quad \cdots(9)$$

とすると(8)式より

$$\delta_e = [Q] \alpha \quad \cdots(10)$$

[Q] の成分は節点座標で表わされる。

(10)式より,

$$\alpha = [Q]^{-1} \delta_e$$

したがって(8)式は

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [q][Q]^{-1} \delta_e \quad \cdots(11)$$

[q] の成分は  $x, y$  を含み, ひずみ  $\epsilon$  は(11)式から

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix} = [BA] \delta_e \quad \cdots(12)$$

となる。

応力  $\sigma$  は(1)式を応力成分について解き

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \epsilon$$

さらに(12)式を用いると

$$\sigma = [D][BA] \delta_e = [DBA] \delta_e \quad \cdots(13)$$

(13)式は要素の応力と節点変位との関係式であり, 付録のソースリストでは, SUB(1)の内部文番号 ISN=18~24で三角形要素の[BA]の各成分が, ISN=25で[DBA]が計算される。長方形要素では[BA]に変数  $x, y$  が含まれるので長方形中央での値を[DBA4]として, 同じくSUB(1)のISN=39~62で計算される。[D]はMAINのISN=157~161で定まり, ここで

$$E1=E_x, E2=E_y, G=G_{xy}, P12=\mu_{xy},$$

$$Q = 1 / (1 - \mu_{xy} \mu_{yx}) = 1 / (1 - \mu^2_{xy} E_y / E_x)$$

である。さらに  $x, y$  軸が弾性主軸となす角を  $ANG^{(0)} = THETA \text{ (rad)}$  しており, これが 0 でない場合には ISN=164~174で[D]の座標変換を行なう。

Fig(1)の  $f_1, f_2, f_3, \cdots$  はいわゆる等価節点力であり, 実際の連続体で隣接する要素間では, その辺に沿って分布する応力によって力が伝達されるのであるが, 要素法ではそれを節点に作用する等価な集中力におきかえる。この節点力

$$f_e = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \cdots]^\mathrm{T}$$

と節点変位の関係は次のようにして定まる。

今各節点に任意な仮想変位  $\bar{\delta}_e$  を与え, この仮想変位に対する仮想ひずみを  $\bar{\epsilon}$ , 内力仕事を  $W_{in}$ , 外力仕事を  $W_{ex}$  とすると, (12) および (13) 式を用いて

$$W_{in} = \int_e \bar{\epsilon}^T \sigma dv = \int_e ([BA] \bar{\delta}_e)^T [D] [BA] \delta_e dv = \bar{\delta}_e^T \int_e [BA]^T [D] [BA] dv \delta_e$$

$$W_{ex} = \bar{\delta}_e^T f_e$$

となり、つり合の状態では仮想変位の原理から  $W_{in} = W_{ex}$  でなければならないから

$$\left. \begin{aligned} f_e &= [CK]_e \delta_e \dots\dots\dots \\ [CK]_e &= \int_e [BA]^T [D] [BA] dv \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

の関係を得る。この  $[CK]_e$  が要素剛性マトリックスであって、積分は要素の体積全体について行なう。もし厚さ ( $t$ ) が一定であれば

$$[CK]_e = t \int_e [BA]^T [D] [BA] dA$$

となり、さらに三角形要素では  $[BA]$  に変数  $x, y$  が含まれないので、 $A$  を要素面積として

$$[CK]_e = [BA]^T [DBA] t A \dots\dots\dots(15)$$

となり、SUB(1)の ISN = 25~29 で計算される。

長方形要素では

$$[CK]_e = t \int_{-AL}^{AL} \int_{-BL}^{BL} [BA]^T [D] [BA] dx dy \dots\dots(16)$$

で  $[CK]_e$  の各成分を計算すると SUB(1)の ISN = 64~99 となる。(16)式の AL, BLは長方形の辺長の1/2であり、その図心に原点をとった局所座標についての積分である。SUB(1)での THは板の厚さ  $t$  であり、ISN = 29の 0.5Z は三角形要素の面積に等しい。

このようにして各要素の  $[CK]_e$  が計算されるとこれを板全体について重ね合わせる。MAINの ISN = 204~~~219~~<sup>220</sup> でこの重ね合わせが行なわれ、板全体についての剛性マトリックスは ISN = 218 の  $[ST]$  につくられる。ただし要素法での解の精度を高めるためには、要素分割をこまかく、したがって節点総数を相当に大きくとる必要があるので、このプログラムでは対角化分割法を採用し、各分割ブロック内に含まれる節点数を30以下としておる。前記の  $[ST]$  は、このブロックごとに計算されるものである。(対角化分割は構造全体を直列に連続するブロックに分けるのであるが、この方法で連立方程式を解く場合、各ブロックに含まれる節点数を等しく分割すると、乗除算の回数は  $N^3/m^2$  に比例する。ただし  $N$  は節点総数、 $m$  はブロックの数である。したがって可能な限り  $m$  を大きくして1ブロック内の節点数を少なくすることが有利である)

構造全体についての剛性マトリックス  $[CK]$  と、全節点の変位ベクトル  $\delta$  とから、全体についての剛性方程式 (17) が立てられる。

$$[CK] \delta = F \dots\dots\dots(17)$$

ここで  $F$  は、節点に作用する外力ベクトルである。荷重が板の周辺にのみ作用する場合は、内部の節点に対応する  $F_i$  はもちろん 0 である。 $F$  (荷重条件のことなる場合を同時に解き得るために、プログラムでは荷重条件数だけの列数をもつマトリックス  $[F]$  になっている) に所定の値を与えることは、ISN = 221~232 で行なわれる。境界条件として変位  $\delta_i$  が規定される場合には、(17)式の対応する  $F_i$  に  $\delta_i$  を入れ、 $[CK]$  の対応する行の成分のうち対角成分のみ 1.0 でおきかえ、他

はすべて0にする。ISN = 234~249 および 283~303 でこれが行なわれる。

(17)式が完成すれば

$$\delta = [CK]^{-1} F \dots\dots\dots(18)$$

として節点変位が定まるが、前述のように対角化分割方式をとっているので、第1ブロックから最後のブロックへの前進消去がISN=337~346で、逆の後退代入がISN = 362~380で行なわれ、ISN = 357 および 378 の [RS] に $\delta$ が求まる。

ISN = 397~414 では、上に計算された $\delta$ を用いて、

$$R = F - [CK] \delta \dots\dots\dots(19)$$

で残差ベクトル $R$ を計算している。この $R$ を(18)式の $F$ におきかえ

$$\left. \begin{aligned} \Delta \delta &= [CK]^{-1} R \dots\dots\dots \\ \delta' &= \delta + \Delta \delta \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (20)$$

によって解を修正すると云う繰返しを行なう。繰返し回数ITが、所定のITNになれば修正されたその $\delta$ を用い、以前にSUB(1)で(MAINではISN = 203でCALLしている)各要素ごとに計算してFile(8)に記録してある応力マトリックス[DBA]を読みとり、(13)式によって必要な要素の応力を計算、印刷(ISN = 450~474)し、さらに必要な節点の変位を印刷(ISN=477~~~494~~<sup>499</sup>)して終了する。なおISN = 376のGRTには、補正項 $\Delta \delta$ のうち絶対値最大のものが各ITごとに求められ、ISN = 431のSRRには、最終の $\delta$ による残差平方平均が計算されるので計算誤差が知れる。

必要な入力データはISN = 4~40で読みこまれるが、ここで使われている記号について説明する。NPROBは解くべき問題の数、THは板の厚さ、MTLKは性質の異なる材料の種類数、IDEGSは座標軸と弾性主軸とのなす角(ANGLE)が異なる板の種類数、NELEMは全要素数、NPOINは全節点数、NPARTは対角化分割のブロック数、NBOUNは変位が規定される節点の数、NCONCは荷重が作用する節点の数、NBKは異なる支持条件の数、LDKは異なる荷重条件の数、IPARTはy方向の寸法を部分的に変化させる時の区分数、NSCALEはy方向への伸長又は縮小比の種類数、ITNは解を補正するための繰返し数、EE1はEx、EE2はEy、EEGはGxy、EPR12は $\mu_{xy}$ 、Xは節点のx座標、Yは節点のy座標、IFIRST、ILASTなどは、ISN = 138~142におけるように、区分的にy方向の寸法を変えたいとき、その区分での最初の節点番号が、IFIRST、最後の番号がILAST、寸法変更後のIFIRSTのyの値がYS、変更前の元のyの値がYS1、その区分における寸法変化倍率がYKKである。NOD(LK, J)はLK番要素の節点(通)番号で、NOD(LK, 5)には、その要素の応力の計算、印刷の要否に応じて1または0を入れる。またNOD(LK, 4) = 0なら三角形要素、≠ 0なら長方形要素となる。

NSTARTは対角化分割の各ブロックに含まれる最初の要素番号、NENDは最後の要素番号、NFIRSTは最初の節点番号、NLASTは最後の節点番号、NFは変位が与えられる節点の番号、NBXは0または1に応じて、そのNFでのx方向の変位が自由または所与、NBYは同じくy方向の変位が自由なら0、所与なら1、VBXYはNFのx方向またはy方向の与えられる変位、NLは荷重が与えられる節点の番号、VLXYはNLに作用するx方向またはy方向の荷重、NDPRTは1または0でその節点変位の印刷の要否を表わし、IROWには1から始まる連続番号が入る。

SUBROUTINEについて、SUB(1)は前述のように、要素の応力マトリックス[DBA]、剛性マトリックス[CK]の計算、SUB(2)はGAUSS-JORDAN改良法<sup>36) p.239</sup>による逆行列の計算、SUB(3)はマトリックス[A]の成分のうち絶対値最大の成分を、SUB(4)は[C]=[A][B]、

SUB (5) は  $[C] = [A][B]^T$ , SUB (6) は  $[C] = [A]^T[B]$ , SUB (7) は  $[C] = [A] - [B]$ , SUB (8) は  $[C] = [A] + [B]$ , SUB (9) は  $[B] = [A]$  をそれぞれ計算するルーチンである。

### 3. 解の精度

有限要素法による解の精度を一般的に論ずることは、数学的にかなり困難な問題のようである。<sup>37)</sup> ただ、前節で述べた要素内の変位関数として、このプログラムにおけるように conforming な、すなわち隣接する要素境界上で連続な関数をとれば、分割をこまかくしていった極限において厳密解(理論解)に収束することは知られている。<sup>34)</sup> ここでは、理論解が簡単に求まる 1, 2 の場合について、要素法による解を理論解と比較してみることにする。

(第1例)  $x=0, y=0, x=100, y=100$  の直線で囲まれる等方体 ( $E=500, G=250, \mu=0.25$ ) の正方形板に、原点を固定し、 $y=0$  で  $v=0$ ,  $y=100$  で  $v=0.2$  の  $y$  方向一様変位を与えると、当然に、

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0, \sigma_y = 1.0, u = -0.5 \times 10^{-3}x, v = 0.2 \times 10^{-2}y$$

となる。 $10 \times 10 = 100$  の正方形要素に分割し、前節の  $ITN = 5$  として計算した結果から、各 IT に対する 残差平方平均 (SRR), 解の補正項の最大値  $|\Delta\delta|_{\max}$ , 変位の誤差 (計算値と正確値の差の絶対値) の平均  $ERR(\delta) = \sum |(u \text{ and } v)_{\text{cal.}} - (u \text{ and } v)_{\text{exact}}| / (\text{節点変位の自由度総数})$  を示すと Table 1 のようになる。これは FACOM 45S, 単精度 (1 コの実数型データは 32 bit) で計算したものであるが、 $IT \geq 2$  で既に誤差は振動するのがみられる。複雑な実際の問題では、要素法自体の精度を考え合わせて、 $ITN = 1$  とすれば一般に十分である。第1表には  $IT = 0$  および  $IT = 4$  の結果について、応力の誤差の平均  $ERR(\sigma) = \sum |(\sigma_x, \sigma_y \text{ and } \tau_y)_{\text{cal.}} - (\sigma_x, \sigma_y \text{ and } \tau_{xy})_{\text{exact}}| / (\text{要素数} \times 3)$  も同時に示してある。

Table 1

IT	SRR	$\Delta\delta$	$ERR(\delta)$	$ERR(\sigma)$
0	$0.20195 \times 10^{-2}$		$2.80 \times 10^{-5}$	$0.94 \times 10^{-5}$
1	$0.18754 \times 10^{-3}$	$0.11693 \times 10^{-4}$	$0.87 \times 10^{-5}$	
2	$0.21284 \times 10^{-3}$	$0.61898 \times 10^{-6}$	$0.85 \times 10^{-5}$	
3	$0.18220 \times 10^{-3}$	$0.15379 \times 10^{-5}$	$0.91 \times 10^{-5}$	
4	$0.18477 \times 10^{-3}$	$0.35092 \times 10^{-6}$	$0.90 \times 10^{-5}$	$0.33 \times 10^{-5}$

(第2例) Fig. 2 のように半径  $r$  の円板 (等方体) が、1 つの直径の両端で中心に向う集中荷重  $P$  を受ける時の応力は、周知のように (21) 式で定まる。

$$\left. \begin{aligned} s &= (x^2/r^2 + (1 + y^2/r^2)) \\ d &= (x^2/r^2 + (1 - y^2/r^2)) \\ \sigma_x &= (1 - 2x^2/r^2 + ((1 + y/r)/s + (1 - y/r)/d))P/\pi r \\ \sigma_y &= (1 - 2((1 + y^3/r^3)/s + (1 - y^3/r^3)/d))P/\pi r \\ \tau_{xy} &= 2x((1 - y/r)^2/d - (1 + y/r)/s)P/\pi r \end{aligned} \right\} \dots(21)$$



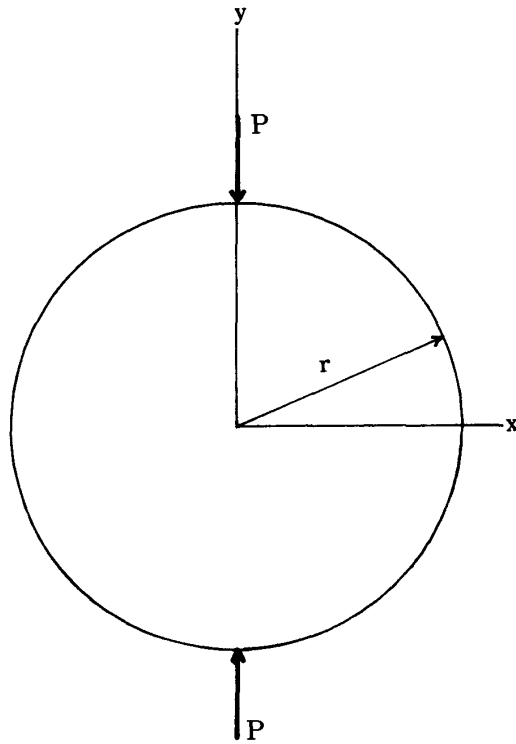


Fig. 2

対称の関係から四分円について解析すれば十分であり、Fig. 3のように要素分割(要素数 = 95, 節点数 = 99)を行って計算した結果から、 $y = 0.05r$ , および  $0.55r$  の水平断面上の  $\sigma_y$  をFig. 5に、 $x = 0.05r$  の垂直断面上の  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  をFig. 6-1 および Fig. 6-2 に示す。

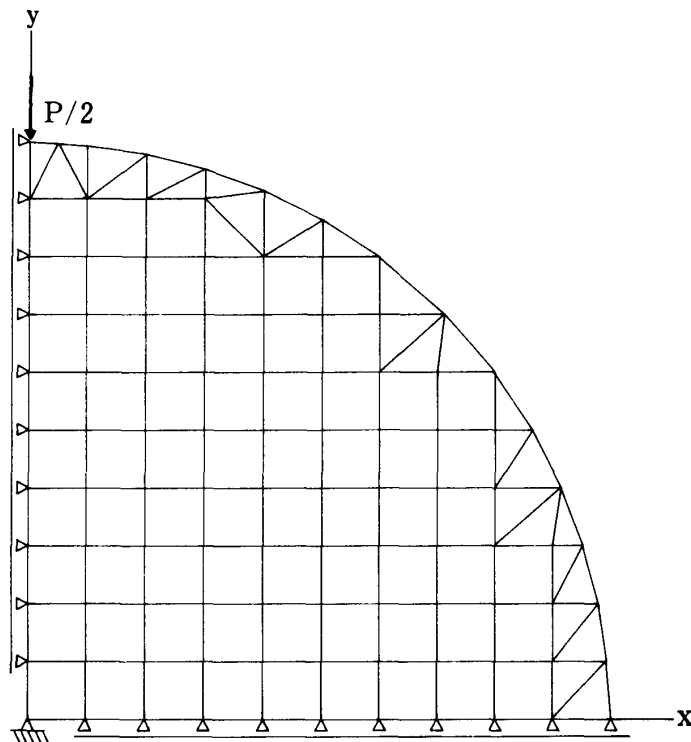


Fig. 3

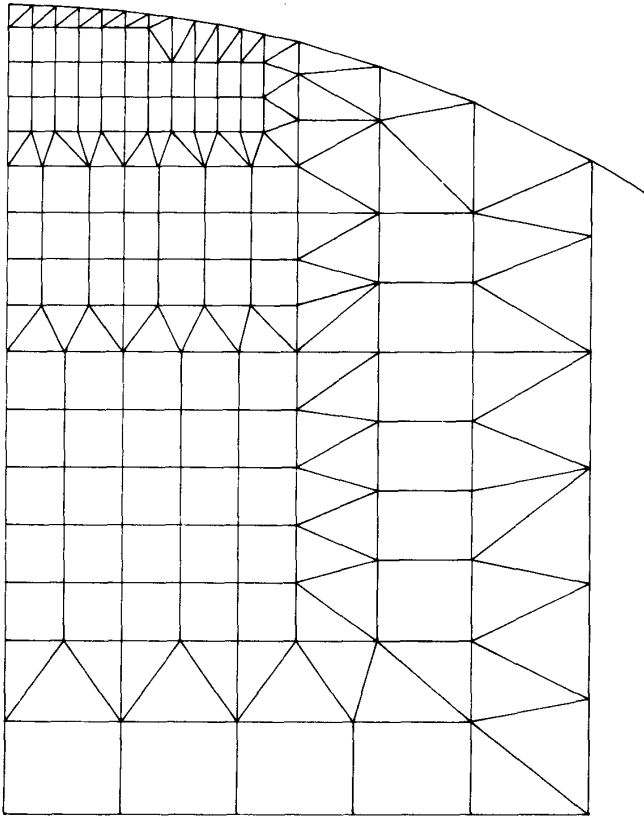


Fig. 4

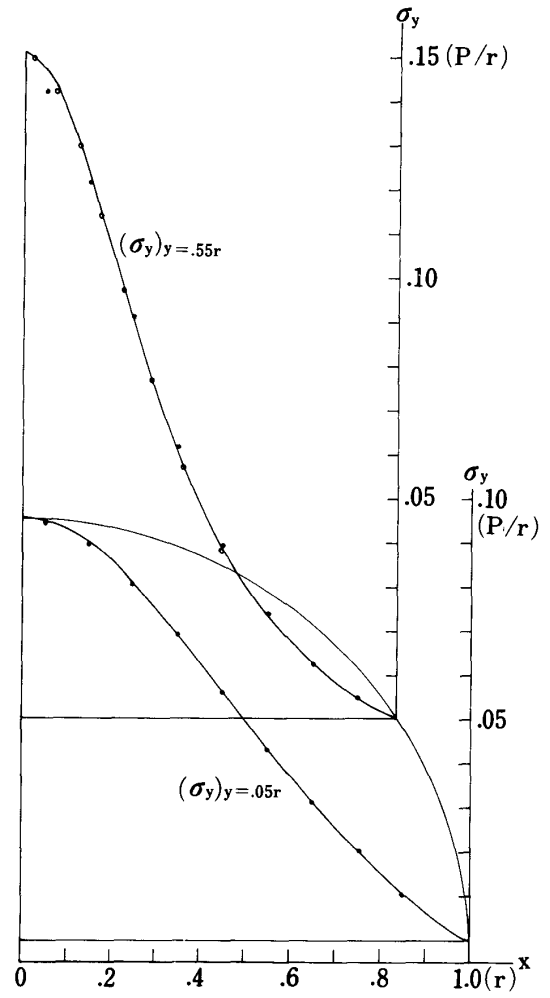


Fig. 5

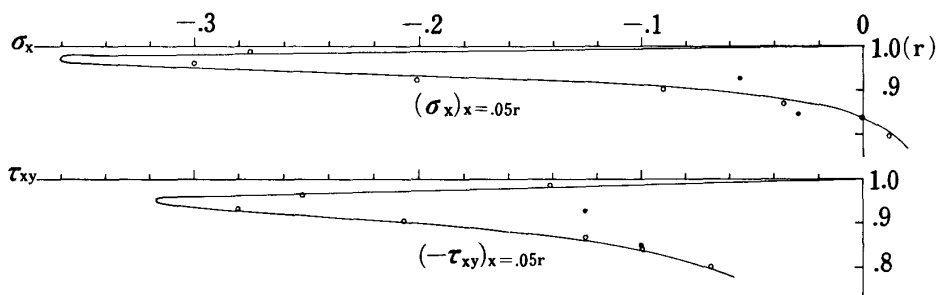


Fig. 6-2

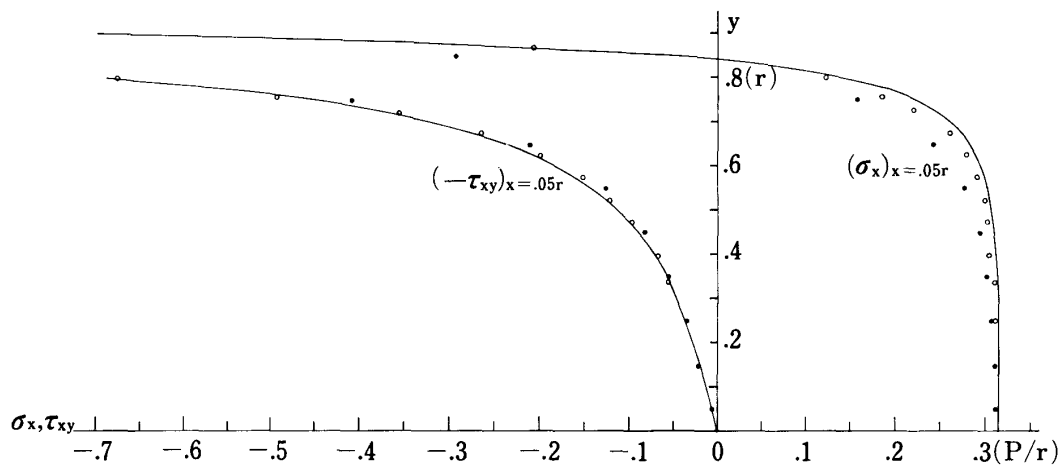


Fig. 6-1

実線は何れも (21) 式による理論値であり、●印がこの分割による要素法の結果である。Fig. 5 の  $\sigma_y$  は  $x = 0.05r$ ,  $y = 0.55r$  の点を除いて理論値と計算値はよく一致しているが、Fig. 6 の  $\sigma_x$  は  $y > 0.5r$  で、 $\tau_{xy}$  は  $y > 0.8r$  の範囲で両者の差が著しい。これは、この範囲で応力勾配が非常に大であるにもかかわらず、Fig. 3 の要素分割ではそれを考慮していないことによるもので当然に予想されることである。したがって Fig. 3 の  $0 < x < 0.5r$ ,  $0.3r < y < r$  の範囲を Fig. 4 のようにさらにこまかく分割 (要素数 = 247, 節点数 = 212) して計算した。その結果を同じく Fig. 5, Fig. 6 の○印で示す。このようにすると、Fig. 6-2 にみられるように応力が急変する  $0.8r < y < 1.0r$  の区間でも理論値との一致はかなり良くなることが判る。

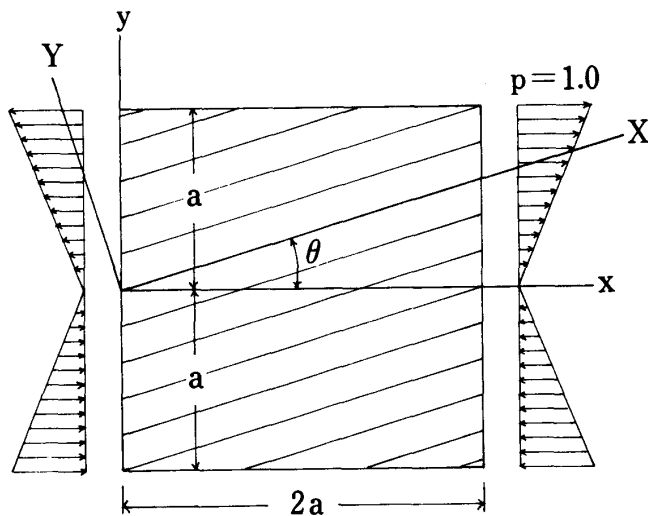


Fig. 7

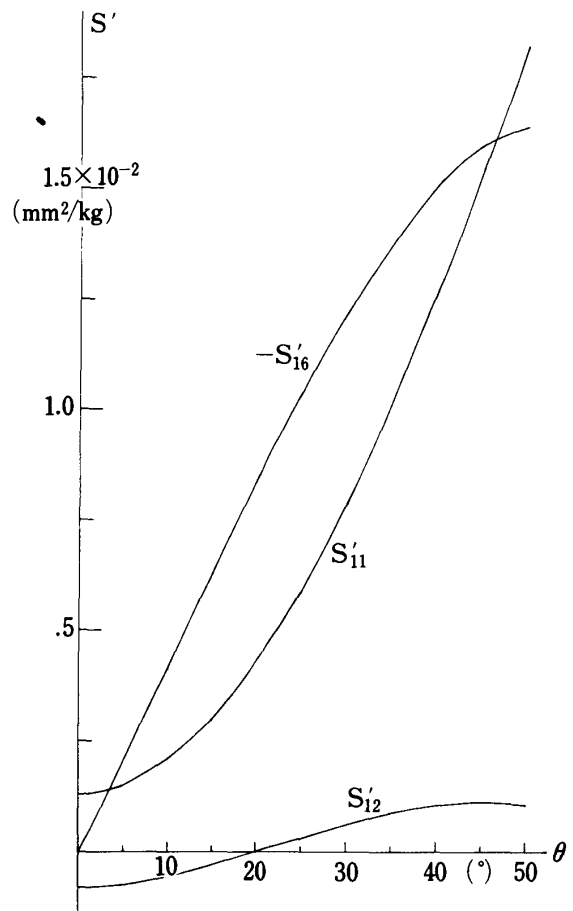


Fig. 8

Table 2

y	exact	isotropic	orthotropic			
			$\theta=0^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=45^\circ$
45	.9000	.9004 (1.004)	.9074 (1.008)	.8895 (0.988)	.8628 (0.959)	.8475 (0.942)
35	.7000	.7003	.7014	.6976	.6844	.6726 (0.961)
25	.5000	.5002	.4995	.4995	.4924	.4858 (0.972)
15	.3000	.3001	.2996	.3002	.2961	.2925 (0.975)
5	.1000	.1000	.0999	.1002	.0988	.0975 (0.975)
-5	-.1000	-.1000	-.0999	-.1002	-.2989	-.0975
-15	-.3000	-.3001	-.2996	-.3002	-.4962	-.2926
-25	-.5000	-.5002	-.4995	-.4995	-.4924	-.4859
-35	-.7000	-.7003	-.7014	-.6976	-.6845	-.6727
-45	-.9000	-.9004	-.9072	-.8895	-.8628	-.8475

(第3例) Fig. 7 に示すように、直交異方板 ( $a = 50$ ,  $E_x = 750$ ,  $E_y = 30$ ,  $G_{xy} = 35$ ,  $\mu_{xy} = 0.6$ ) が単純曲げに相当する分布力を受ける場合について、 $10 \times 10 = 100$  要素 (正方形) に等分割して計算した結果から  $(\sigma_x)_{x=50}$  の値を Table 2 に示す。  $\theta$  は  $x$  軸が弾性対称軸  $X$  となす角であり、( ) 内の数値は計算値の正確値に対する比である。一般に要素法による近似値は過小な値を与えるとされているがここでもその傾向がみられる。等方体より異方体が、また異方体では  $\theta$  が大きくなるにしたがって誤差が大きくなっているが、これは次の理由による。

この問題での応力は

$$\sigma_x = y/a, \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$

固定条件は

$$x = 0, \quad y = 0 \quad : \quad u = 0, \quad v = 0$$

$$x = 0, \quad y = 2a \quad : \quad v = 0$$

としたので、任意な点の変位は次のようになる。<sup>38) p.47</sup>

$$\left. \begin{aligned} u &= (S'_{11}(2x-l)y + S'_{16}y^2)/2a \dots\dots\dots \\ v &= (S'_{12}y^2 + S'_{11}(l-x)x)/2a \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (22)$$

ただし、 $S'_{11}$ ,  $S'_{12}$ ,  $S'_{16}$  などは elastic compliance であって、次式で定まる。<sup>38) p.12~13</sup>

$$\left. \begin{aligned} S'_{11} &= \frac{1}{E_x} \cos^4 \theta - \frac{2\mu_{xy}}{E_x} \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_y} \sin^4 \theta + \frac{1}{G_{xy}} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ S'_{12} &= \left( \frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta - \frac{\mu_{xy}}{E_x} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) - \frac{1}{G_{xy}} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ S'_{16} &= -\frac{2}{E_x} \cos^3 \theta \sin \theta - \frac{2\mu_{xy}}{E_x} (\cos^3 \theta \sin \theta - \cos \theta \sin^3 \theta) + \frac{2}{E_y} \cos \theta \sin^3 \theta \\ &\quad + \frac{1}{G_{xy}} (\cos^3 \theta \sin \theta - \cos \theta \sin^3 \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (23)$$

等方体では、 $S'_{11} = 1/E = 1/500 = 0.2 \times 10^{-2}$ 、 $-S'_{12} = \mu/E = 0.25/500 = 0.05 \times 10^{-2}$ を用いており、 $S'_{16} = 0$ である。異方体の compliance を (23) 式によって計算すると Fig. 8 のようになり、この範囲では特に  $S'_{16}$  が  $\theta$  の増加と共に著しく大きい値をとる。(22) 式の実際の変位に対して、長方形要素ではその変位関数を (7) 式の形にとっておるので、(7) 式に含まれない  $y^2$  の項の係数が大きくなるに従って仮定と実際の変位パターンの乖離は大きくなる。

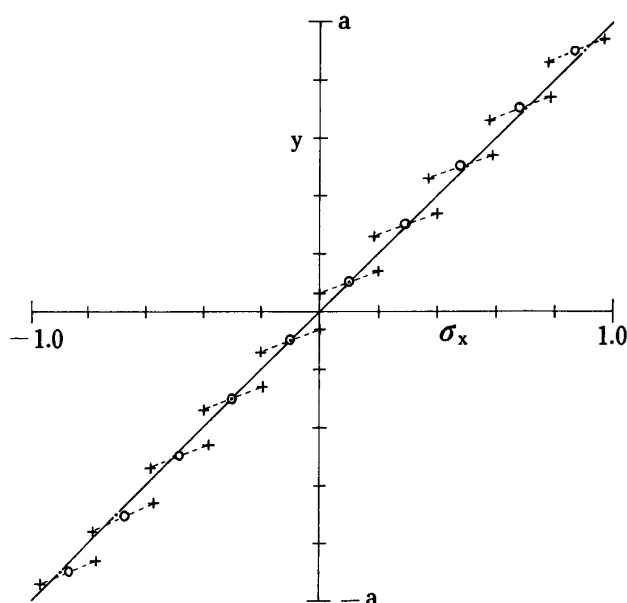


Fig. 9

Fig. 9 は同じ単純曲げの問題で、板全体を  $(10 \times 10) \times 2 = 200$  の三角形要素に分割したとき (等方体) の  $\sigma_x$  を示すものであって、+印が個々の三角形要素の応力をその図心の位置で示したものである。これは正確値 (直線) のまわりに振動的に分散している。そこで隣接する三角形要素の平均値を、隣接する辺の中央の値としてとる (○印) と正確値とよく一致する。しかし、同図の・印は Table 2 (長方形要素による値) の等方体の値を示すものであるが、これは正確値と殆ど完全に一致していることがみられる。このプログラムでの三角形要素と長方形要素を比較すると、長方形要素の方がその自由度が大きいことから一般に高い精度を与える。したがって II 以降の計算で三角形要素は、任意な曲線境界に適合せしめる場合と、例 2 に示されるように、要素の大きさを部分的に任意な様式で変化させたい場合、その部分に限って使用することにした。

Fig. 10 は、Fig. 7 で  $\theta = 45^\circ$  の場合につき、要素 (長方形) 分割 ( $n \times m$  個の要素に分割、 $n$ 、 $m$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向に並ぶ要素数) の仕方を変え、最上縁に並んでいる要素の  $\sigma_x$  について、計算値  $\sigma_{cal}$  と正確値  $\sigma_{ext}$  の比を示したものである。 $\theta = 45^\circ$  の場合でも、要素数を  $20 \times 20 = 400$  (分割 d) 程度にとれば、正確値に対する誤差を 4% 以内におさえることが出来る。また、応力傾斜のある方向にのみ要素間隔を密にしても (e を b または a と比較して) 精度はかならずしも向上しないことが知れる。

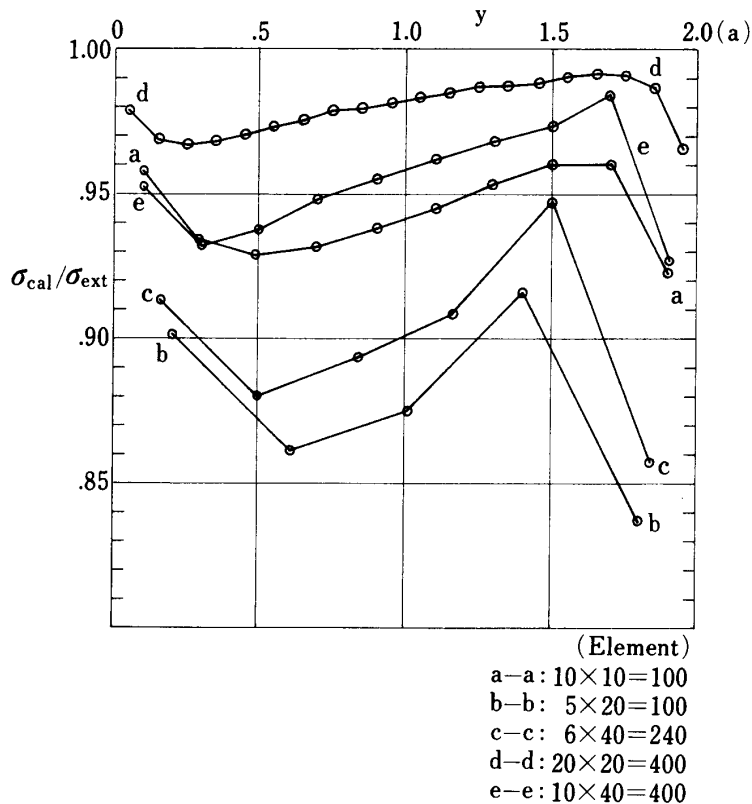


Fig. 10

## II 割裂試験体

### 1. 試験体中央断面の応力

割裂は繊維に平行な面に沿うて生じる連続的引張破断で、他の一般構造材料にはみられない木材特有の性質である。日本工業規格 JIS Z 2115 では次のようにして木材の割裂抵抗  $f$  を試験するように定めている。試験体の形状は Fig. 11 に示すもので、 $2b = 30\text{mm}$ 、 $l_0 = 4b$ 、 $r = b/2$ 、 $c = b/4$ 、したがって  $l = 48.75\text{mm}$ 、E 点に荷重  $P$  を作用させて最大荷重  $P_0$  を測定し、次式で  $f$  を求める。

$$f = P_0 / a \text{ (kg/cm)} \quad \dots\dots\dots(24)$$

上式の  $a$  は試験体の厚さで 20~30mm とする。

Fig. 11 の OABCD の部分を要素数=405、節点数=417 に分割し

$$x = 0, \quad y = 0 \quad : \quad u = v = 0$$

$$x = 0, \quad 0 < y < l \quad : \quad u = 0$$

$$P = 10.0 \text{ (kg/mm)}$$

という条件を与えて前章のプログラムで応力を計算した。

$E = 500(\text{kg/mm}^2)$ 、 $G = 200(\text{kg/mm}^2)$ 、 $\mu = 0.25$  の等方体 (等方体では (2) 式の  $k_1^2 = k_2^2 = 1$  となるので境界条件が力を与えられれば応力分布は弾性定数に無関係に定まる。しかし、境界条件として変位が規定され、反力が力のつり合条件のみで定まらない問題の場合には、等方体でも応力状態は弾性定数に依存する。以下等方体と言う場合はこの定数値をもつものとする。) についての結果から、試験体の中央対称断面に沿う  $\sigma_x$  ( $y$  軸上に節点を有する要素の図心位置で応力を計算しているから、厳密には  $x = 0.25(\text{mm})$  の断面) の分布を図示すると Fig. 12-1 の曲線 aa となる。曲線 bb は  $0 < y < 42$  の 範

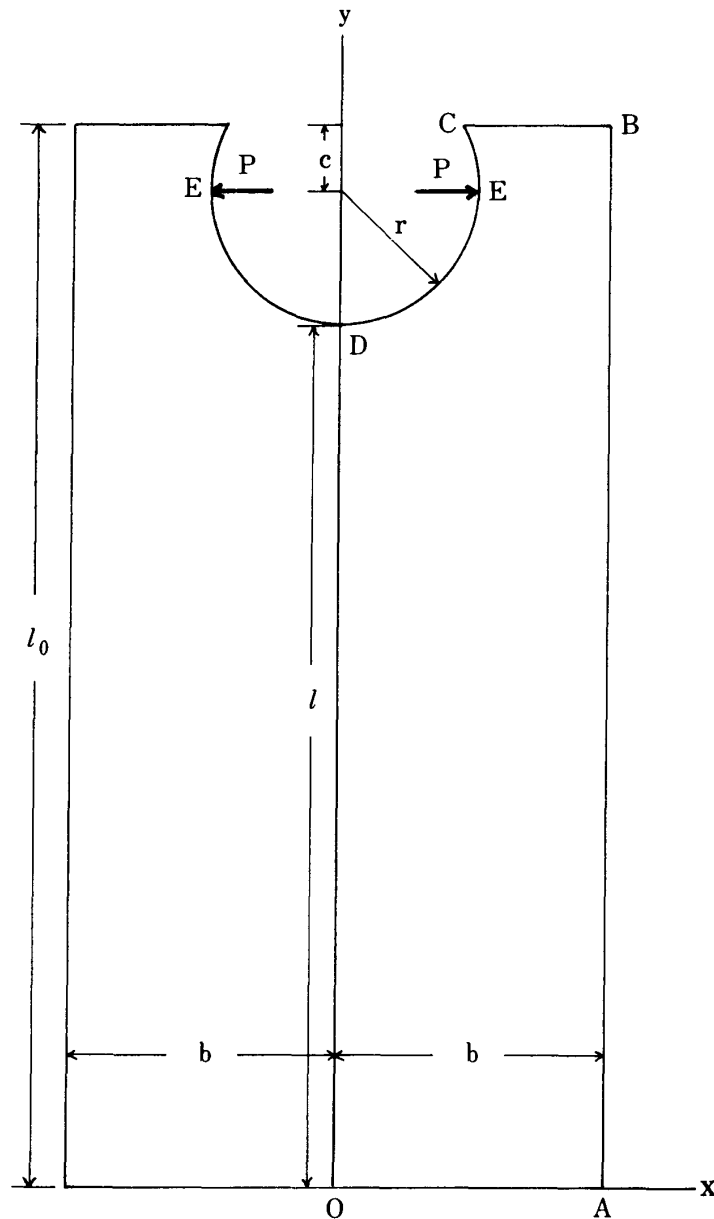


Fig. 11

図を、応力の縮尺を拡大して示したものである。(曲線 cc および○印、△印については後述する。) 予想されるように  $y = l = 48.75$  の点(切欠円弧の底, Fig. 11 の D 点)で引張応力は最大となり,  $y = 39.5$  の点で応力は引張から圧縮に移行する。D 点の最大引張応力を、境界に近い 3 点の値から LAGRANGE の補間公式<sup>39) p.67</sup> で外挿すると  $\sigma_x = 5.31 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$  となる ( $P = 10 \text{ kg/mm}$  に対して)。この D 点は木材の割裂がこの点から生起するであろうと想定されている点である。

日本における最も主要な構造材の一つであるスギの弾性定数を、木材工業ハンドブック<sup>40) p.174</sup> でみると Table 3-1 のとおりであり、3 つの弾性対称面すなわち LT (板目) 面, LR (柁目) 面, RT (木口) 面について  $E_x, E_y, G_{xy}, \mu_{xy}, k_1, k_2, A, B$  を求めると Table 3-2 のようになる。 $k_1, k_2$  は (3) 式で定められるものであり、 $A, B$  は (2) 式を

$$k_1^2 k_2^2 \partial^4 \phi / \partial x^4 + (k_1^2 + k_2^2) \partial^4 \phi / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 \phi / \partial y^4 = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

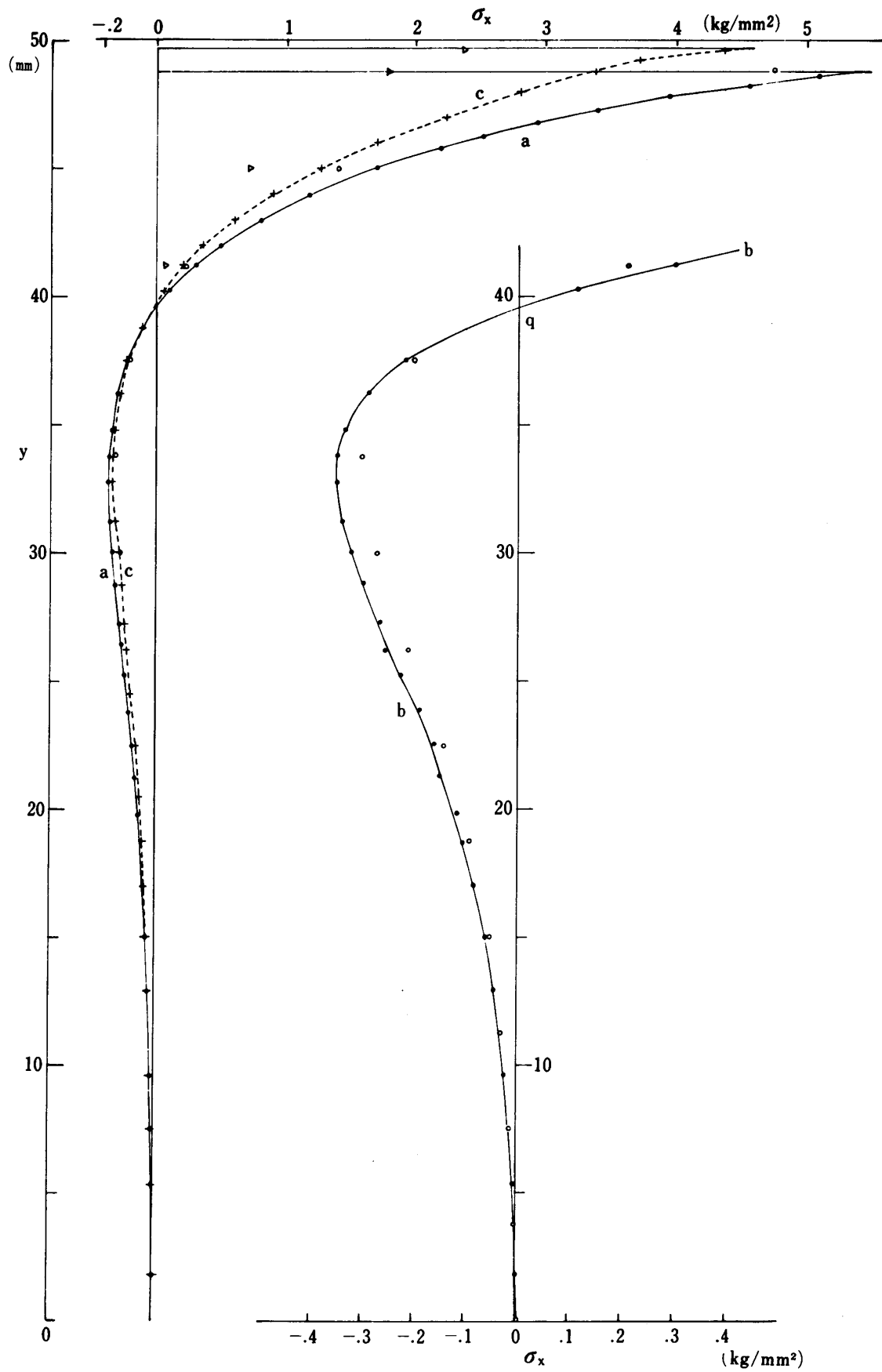


Fig. 12-1



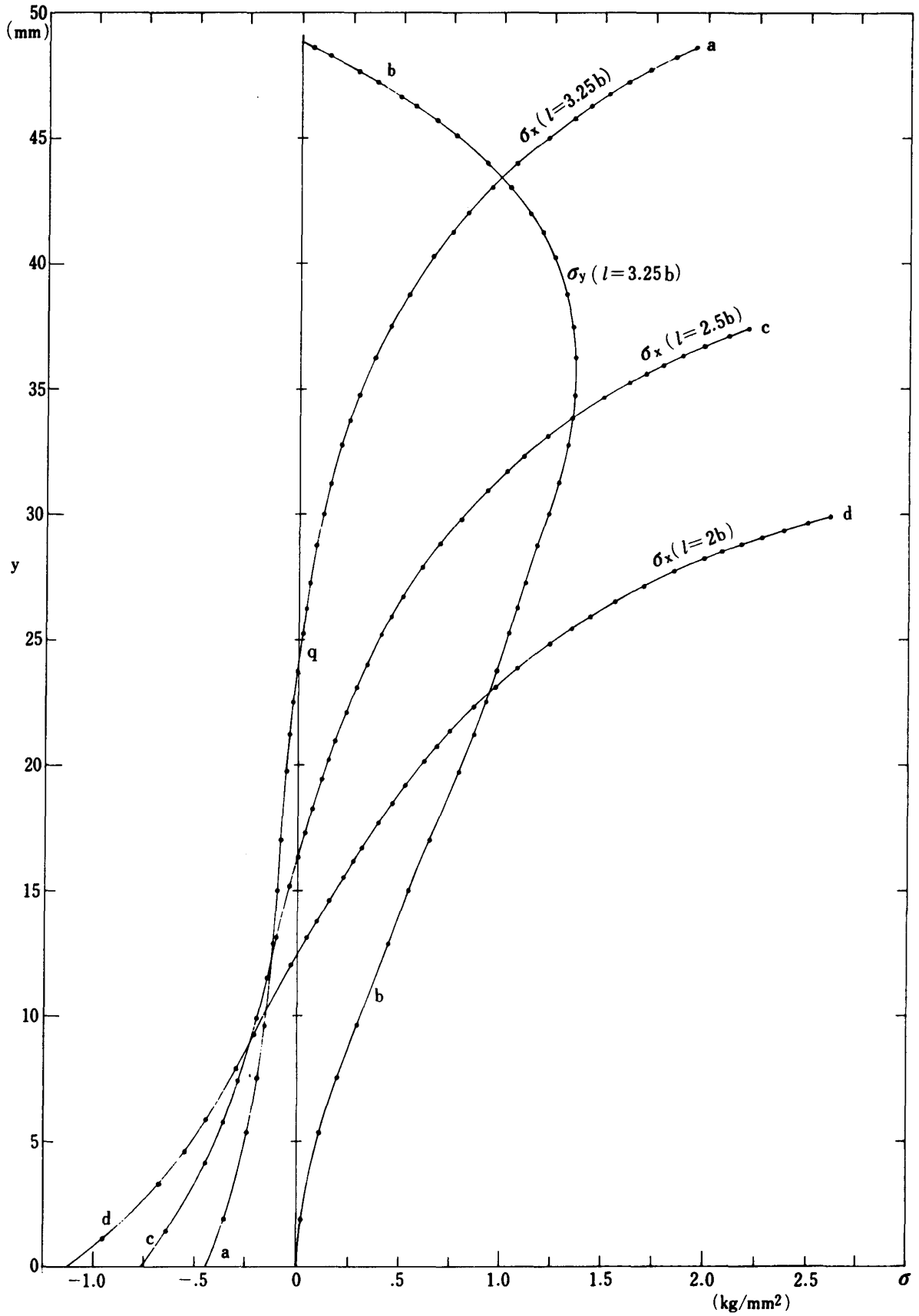


Fig. 12-2

と書いたときの係数

$$k_1^2 k_2^2 = E_X/E_Y = B, \quad k_1^2 + k_2^2 = E_X/G_{XY} - 2\mu_{XY} = A \quad \dots\dots\dots(26)$$

であって、いずれも直交異方平面問題での板の示性数であり、等方体では  $k_1 = k_2 = 1$ ,  $A = 2$ ,  $B = 1$  となるべき数値である。

Table 3-1

$E_L$	$E_R$	$E_T$	$G_{LR}$	$G_{LT}$	$G_{RT}$	$\mu_{LR}$	$\mu_{LT}$	$\mu_{RT}$
$\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$ 750	60 "	30 "	65 "	35 "	1.5 "	0.40	0.60	0.90

Table 3-2

PLANE	X	Y	$E_X$	$E_Y$	$G_{XY}$	$\mu_{XY}$	$k_1$	$k_2$	A	B
L T	①	T	30	750	35	0.024	0.869	0.230	0.809	0.04
	②	L	750	30	35	0.60	4.35	1.15	20.2	25.0
L R	③	R	60	750	65	0.032	0.868	0.327	0.859	0.08
	④	L	750	60	65	0.40	3.06	1.16	10.7	12.5
R T	⑤	T	30	60	1.5	0.45	4.37	0.161	19.1	0.50
	⑥	R	60	30	1.5	0.90	6.21	0.229	38.2	2.00

$$k_1^2 k_2^2 = B = E_X/E_Y$$

$$k_1^2 + k_2^2 = A = E_X/G_{XY} - 2\mu_{XY}$$

日本産<sup>40)</sup>P174 および外国産<sup>44)</sup>P.294~296 主要樹種について、平面応力問題の示性数  $k_1$ ,  $k_2$  を Fig. 13-1 に、A, B を Fig. 13-2 に示す。何れも○印は LR 面、●印は LT 面、+印は RT 面に関するものであるが、 $k_1, k_2$  では E の大きい方を x 軸に、A, B では逆に E の小さい方を x 軸にとった場合のもので、x, y を交換した時の値を ( ' ) をつけて表わすと  $k_1' = 1/k_2$ ,  $k_2' = 1/k_1$ ,  $A' = A/B$ ,  $B' = 1/B$  の関係がある。

Fig. 11 で x 軸を T 軸、y 軸を L 軸と一致させ、表 3-2 の弾性定数を用い、前記と同じ要素分割で計算した結果から、同じく中央断面の  $\sigma_x$  の分布を示すと Fig. 12-2 の曲線 aa となる。

Fig. 12-1 の等方体の応力分布と比較すると、切欠き円弧底(D点)での集中応力値はかなり小さく、同じく内部の3点から境界上の応力を外挿すると  $\sigma_x = 1.97(\text{kg/mm}^2)$  となった。

また引張応力から圧縮応力に移行する点 (Fig. 12-1, -2 の q 点) の y は 24.5 となり、等方体ではこの点が D 点からおおよそ  $l/5$  の位置であるのに対して、スギ LT 面については約  $l/2$  まで下方に移動している。また q 点以下の圧縮応力が、等方体では  $y = 33$  附近で極値をとり、その後は漸減して  $y < l/3$  では  $\sigma_x$  はほとんど無視出来る程に小さくなる。それに対してスギ LT では引張から圧縮への移行以後  $y = 0$  まで圧縮応力は漸増している。

佐々木ら<sup>41)</sup> はカバ心材 ( $E_L = 1650(\text{kg/mm}^2)$ ,  $E_T = 75$ ,  $G_{LT} = 94$ ,  $\mu_{LT} = 0.50$ ,  $A = 0.753$ ,  $B =$

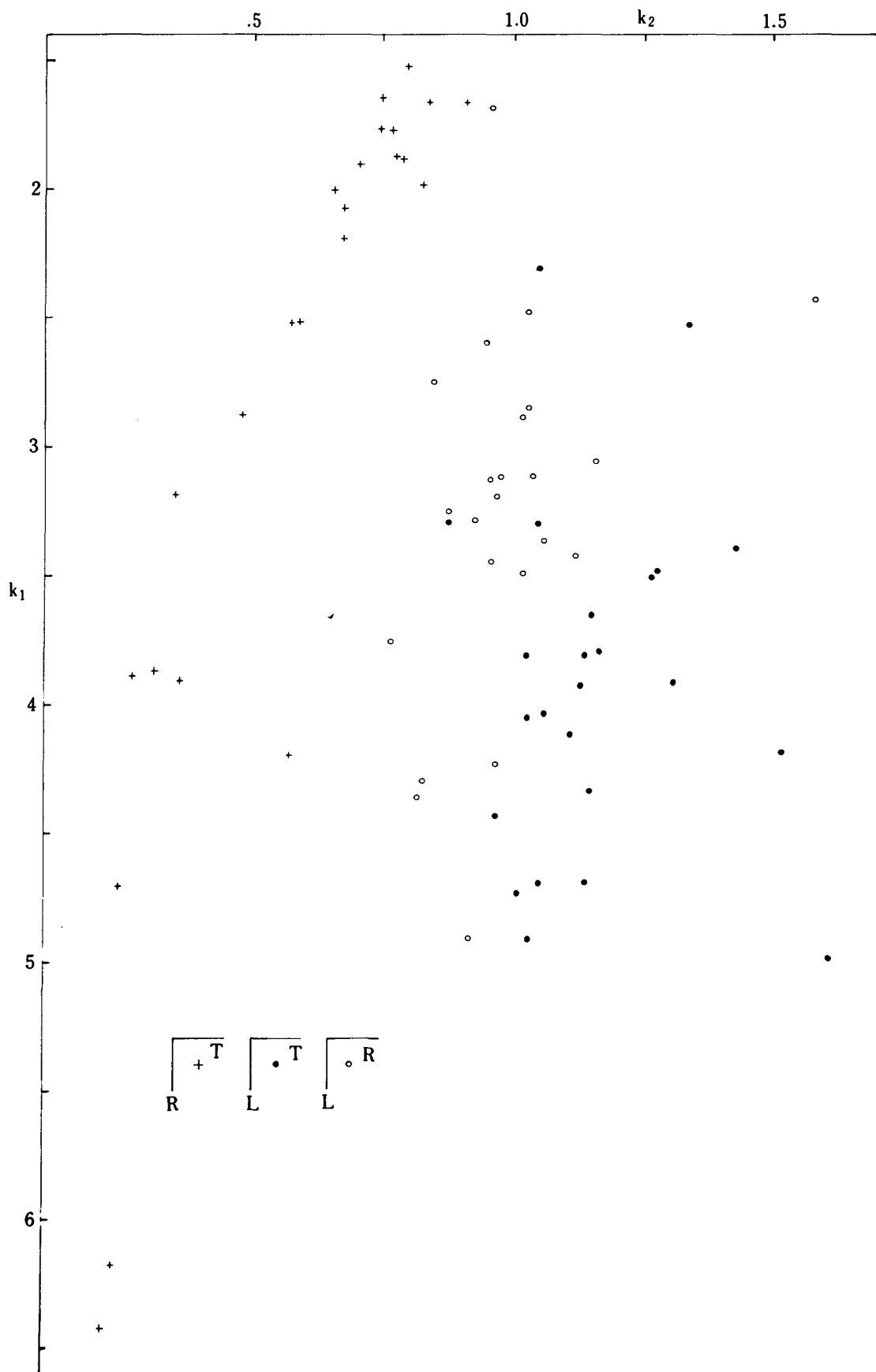


Fig. 13-1

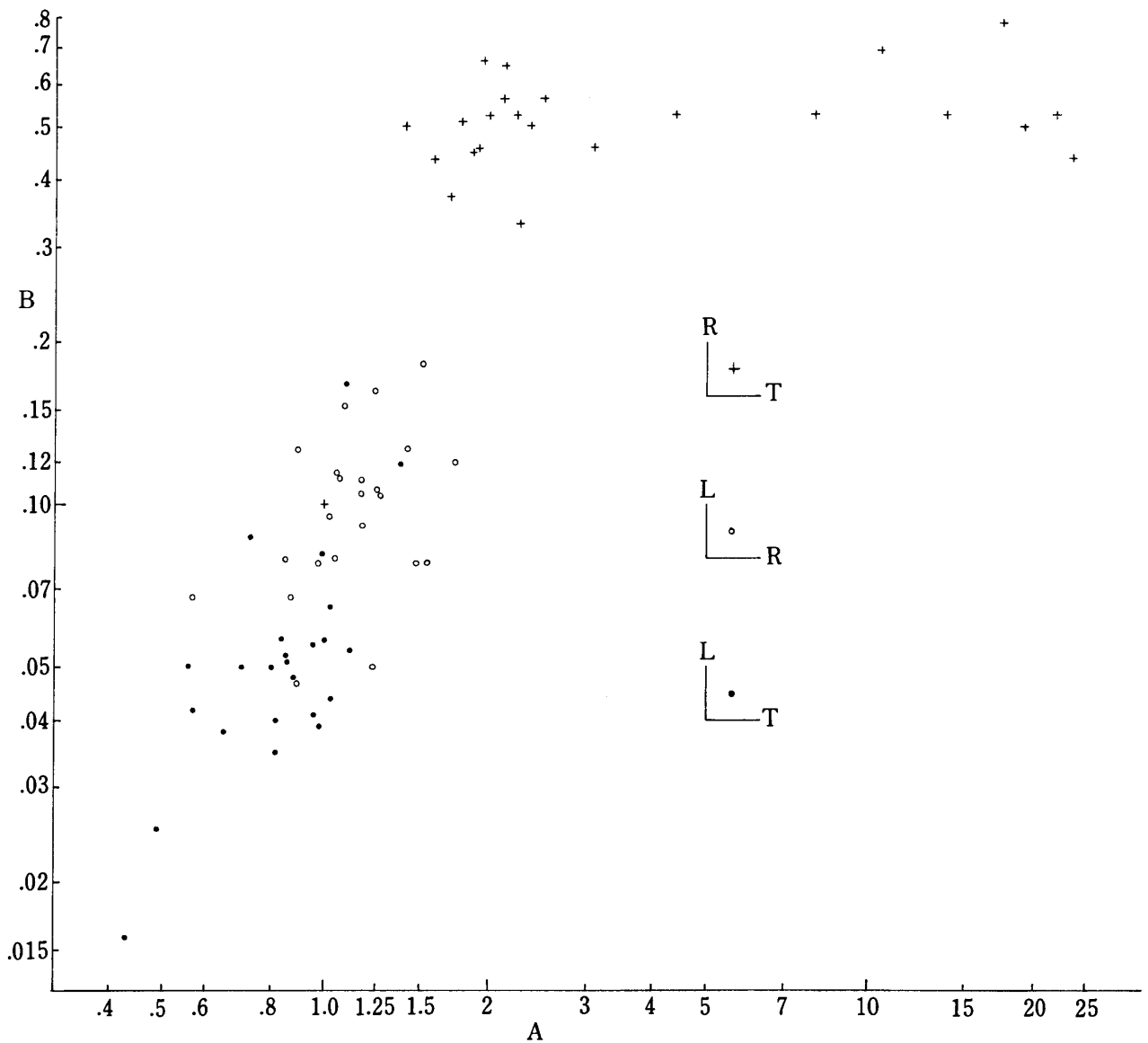


Fig. 13-2

0.045)のJIS型割裂試験体について、光弾性実験法（凍結サンドイッチ法）による応力解析を、また KEYLWERTH (1944/45)<sup>42)</sup> p.680 は中央断面に沿うひずみの測定を行なっている。それらの結果は、 $y=0$ の端面まで圧縮応力がかなり大きい値を有することについては、この要素法による結果と同様な傾向であるが、応力が圧縮から引張に移行するq点の円弧底からの距離はおよそ $l/2$ で、むしろ等方体の場合に近い。応力分布は示性数A、Bの値に左右され、樹種、材質が異なればそれに対応して $\sigma_x$ の分布も変化するが、後述する差分法による計算結果は、A、Bの値がこの程度の範囲で変化してもq点の位置は常に切欠円弧底から $(0.45 \sim 0.5)l$ の位置にあることを示しており、この点に関しては要素法の結果と一致する。なお KOLLMANN<sup>42)</sup> の引用によると KEYLWERTH は、中央断面で測定したx方向のひずみ $\varepsilon$ から、単純に $\sigma = E\varepsilon$ としているが、中央断面での $\sigma_y$ は要素法による計算結果から Fig. 12-2 の曲線bb のようになるので、単軸応力状態を仮定して算定される応力値は過小（相対誤差で最大10%程度）な値を与えることになる。

## 2. 切欠円弧底の集中応力——差分法との比較および試験体の長さの影響

大河平は JIS<sup>22)</sup>、ASTM、フランス規格<sup>23)</sup> および U<sub>GRENOVIC</sub><sup>24)</sup> の割裂試験体について差分法による応力の数値解析を行った。前章で触れたように差分法は問題とする領域を差分格子で分割し、領域内の各格子点について (25) の微分方程式を差分代数方程式で近似し、関数値 ( $\phi$ ) 未知の格子点数に等しい数の多元連立一次方程式を解き、さらに (5) 式の右辺を差分商で置き換え、各格子点の応力を近似的に求める方法である。大河平は Fig. 11 の JIS 試験体について<sup>22)</sup>、OABCD の領域を、正方差分格子間隔  $h = b/4$  で分割し、54 元の連立方程式を解くことによって応力を求めた。その結果を一括して付表に示しているが、この表の数値は、応力をすべて  $\sigma = kP/b$  の形に記したときの  $k$  の値である。また切欠円弧底 (Fig. 11 の D 点) に生ずる  $\sigma_x$  の最大値をさらに、 $\sigma_{\max} = KP/b$  とおきこの  $K$  (形状係数と称している) の値を、示性数  $A$ ,  $B$  をパラメータとして、文献<sup>22)</sup> の Table 3 に表示している。<sup>22)</sup> p.38 それによると等方体 ( $A=2.0$ ,  $B=1.0$ ) では  $K=7.132$  である。前節要素法で解析したスギ LT では、 $A=0.809$ ,  $B=0.04$  であるから、同表から補間すると  $K=3.353$  となる。前節で行った要素法の計算では  $P=10.0$  としており、また  $b$  は 15 であるから、等方体に対して  $\sigma_{\max} = 7.132 \times 10/15 = 4.75$ , またスギ LT に対しては  $\sigma_{\max} = 3.353 \times 10/15 = 2.24$  となる。前節要素法の結果は、等方体で  $\sigma_{\max} = 5.31$ , スギ LT で  $\sigma_{\max} = 1.97$  であったから、差分法による解は要素法に比し、等方体では 11% 過小、スギ LT では 12% 過大と云う結果になる。

文献<sup>22)</sup> の付表について検討してみるに、例えば、 $x=0$  の断面で  $\int_0^l \sigma_x dy$  ( $l=13h=48.75$ ) は  $\int_0^l kP/b dy = P/b \int_0^l k dy$  で、これはつり合いの関係から当然  $P$  に等しく、したがって  $\int_0^l k dy$  は  $b=15.0$  でなければならない。付表 II-1 ~ 14 の ( $\sigma_x$ ) $_{x=0}$ 、すなわち第 1 列の値から、SIMPSON

則で  $y=0$  から  $l$  までの数値積分を行なうと、 $\int_0^l k dy$  の値は

$$14.25, 12.70, 13.70, 11.07, 12.24, 13.90, 12.24, 12.15, \\ 13.53, 11.72, 11.61, 14.08, 13.37, 15.40$$

となり、15.0 との差は (-16 ~ +3) % になる。付表 II-2 は等方体の場合であるが、これについてさらに、 $x=h$ , すなわち第 2 列の値を用いて同じく定積分を求めると (この場合、円弧境界上の点 ( $x=h$ ,  $y=y_1=13h+(2-\sqrt{3})h$ ) の値は、内部の 3 点から補間して  $k=3.756$  を用いた)  $\int_0^{y_1} k dy = 6.93$  となるが、これも理論上 15.0 に等しくなるべき数値である。

要素数=405 (節点数=417) に分割した要素法の結果は、前節で述べたように、等方体での ( $\sigma_x$ ) $_{x=0.25}$  の値を Fig. 12-1 の実線 aa で示した。また同図の点線 cc は ( $\sigma_x$ ) $_{x=h=3.75}$  の値であって、断面全体についての積分  $\int \sigma_x dy$  を求めてみると、aa では 9.98, cc では 10.09 となる。また、Fig. 12-2 の曲線 aa はスギ LT での ( $\sigma_x$ ) $_{x=0.25}$  であるが、同じくこの積分値は 10.01 となる。これらは何れも  $P=10.0$  に等しくなるべき数値であってほとんど完全に一致している。Fig. 12-1 の実線 aa および bb に沿う ○ 印、点線 cc に沿う △ 印は文献<sup>22)</sup> 付表 II-2 の値をプロットしたもので差分法とここでの解との差を示すものである。差分法の積分値が、理論値と一致しない理由については、格子密度の粗さ、外点関数値の近似 (境界条件の適合) の精度などが考えられるが、何れにしろ文献<sup>22)</sup> の差分法は、つり合い条件を満していないという点において不十分である。

無欠点小試片木材の試験方法は、アメリカでは ASTM D143 に、イギリスでは BS 373 に規定されており、割裂の試験体は Fig. 11 に示されている JIS のそれと全く同じ型のものであるが、JIS では  $l=3.25b$  であるのに対し、ASTM および BS では  $l=3b$  と定めている。この種の試験体で

が変化することによって切欠円弧底の集中応力値が何のように変るかをみるために、 $l = 2b, 2.5b, 3b, 3.5b, 4b, 5b, 6b$  となるように Fig. 11 の OD 部分の寸法を変化させ、スギ LT の場合について計算した。その結果から切欠円弧底およびその点から内部に数 mm の範囲について  $\sigma_x$  の分布状態を Fig. 14 の ● 印で示す。同図の ○ 印はホホ LT ( $A=1.306, B=0.0733$ ) について、差分法<sup>23)</sup>で計算された円弧底の  $\sigma_x$  である。なお Fig. 12-2 に  $l=3.25b=48.75\text{mm}$  についての aa 曲線の外に、 $l=2.5b=37.5\text{mm}$ ,  $l=2b=30\text{mm}$  の試験体中央断面の  $\sigma_x$  をその全長にわたり、曲線 cc および dd で示した。これらの図から  $l/b < 4$  の範囲では、 $l/b$  の減少と共に円弧底の集中応力値は増大し、また  $y$  方向での応力勾配も大きくなる。したがって  $l/b = 3.25$  の JIS 試験体と  $l/b = 3.0$  の ASTM または BS 試験体とでは、同一材質であっても、割裂抵抗値は、後者によるものが前者より小さい値を示すことが予想される。 $l/b > 5$  となると試験体の長さの影響は殆ど無視出来る程度になる。また Fig. 14 の + 印は等方体についての結果であり、この場合には  $l/b = 2 \sim 3.25$  の範囲で、集中応力値の差は僅に 0.5% である。一般に示性数  $A, B$  の値が小さくなる程長さの影響は  $l/b$  の大きい範囲に及ぶが、Fig. 13-2 に示される主要木材の LR 面、LT 面に関する  $A, B$  の値の分布範囲からして、縦断面割裂の試験体では、 $l/b > 5$  にとれば、試験体の長さの差に対する補正を必要としない比較値を得ることが出来ると考えられる。

### 3. 切欠円弧周縁の応力

Fig. 15 に切欠円弧周縁およびその近傍における要素分割を示す。周縁上にその一辺を有する要素の主応力 ( $\sigma_1$ : 周縁の接線方向に作用する垂直応力) の大きさを、その図心を通る法線 (外向きを引張とする) の長さで表わす。同図の ● 印は等方体、○ 印はスギ LT 面のものである。木材では、等方体と違って  $\sigma_{1\max}$  が  $\theta \cong 65^\circ$  附近に表われている。

Fig. 16 には同じく周縁要素での  $\sigma_x$  (繊維に直角方向の垂直応力) を ● 印、 $\tau_{xy}$  (繊維に平行方向のせん断応力) を ○ 印で示す。横引張応力は  $\theta = 0$  で最大、 $\theta$  の増加と共に減少するが、 $\tau_{xy}$  は  $\theta$  の増加と共に増大する。

木材の繊維に平行なせん断強さは繊維に垂直な引張強さ (横引張強さ) とほぼ同じオーダーで縦圧縮又は縦引張強さに比しきわめて小さく、さらにまた横引張とせん断の組み合わせは、 $S_{TIEDA}$ <sup>43)</sup> からも指摘しているように、破かいに対してきわめて不利な条件となるので、JIS 型の割裂試験では切欠円弧底から、すなわち試験体の中央対称面に沿う割裂より、 $\theta \cong 0$  の点で亀裂が発生する可能性が大きい。佐々木ら<sup>41)</sup> もこのことを指摘し、カバ材での実際の割裂破壊が大部分  $\theta = 50^\circ$  の点で生じたと報告している。フランス規格および NÖRDINGER, SCHWANCKL, UGRENOVIC らの試験体<sup>44)</sup> P.331 は JIS 型のものより更に複雑な形をなしているが、それらでは中央対称断面での割裂破断が充分期待出来る。

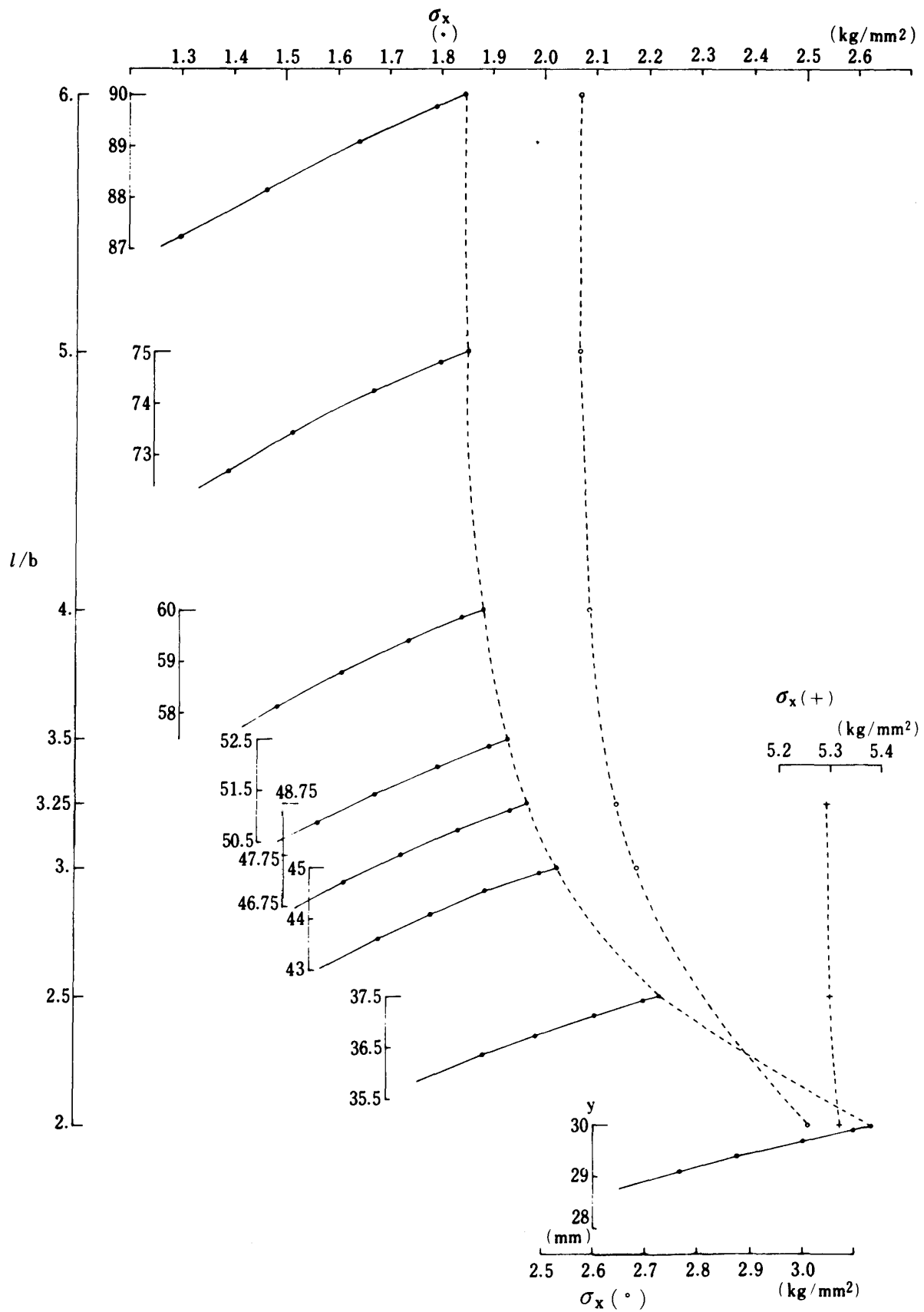


Fig. 14

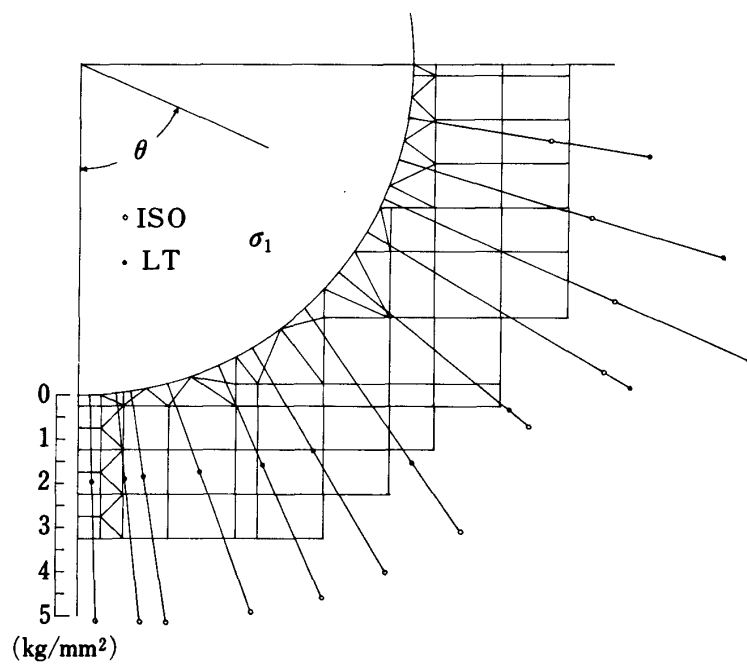


Fig. 15

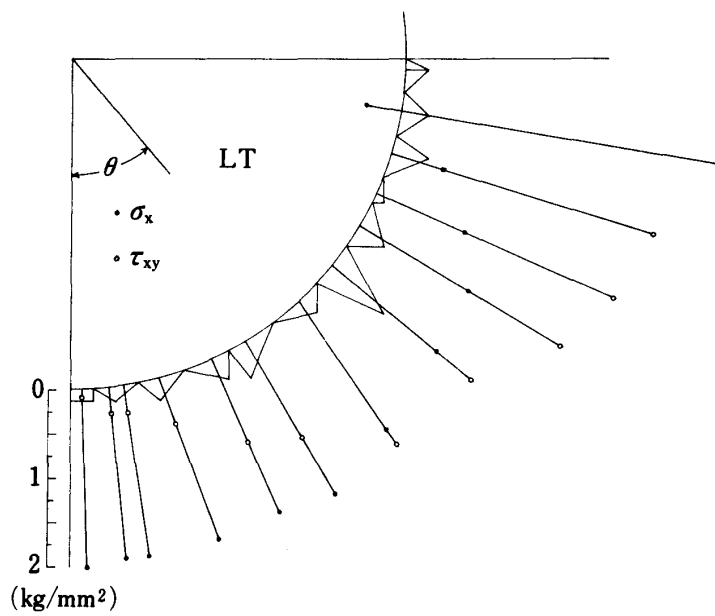


Fig. 16



### III 横引張試験体

#### 1. 複割裂型試験体

ASTM D 143 では、木材の横引張試験体を Fig. 17 の形とし、寸法は  $b = 1\text{ in}$ ,  $d = r = b/2$ ,  $c = b/4$ ,  $l = 2.5 b$ ,  $a$  (厚さ)  $= 2\text{ in}$  にとり、 $y$  軸を  $L$  軸と一致させ、 $E$  点に荷重  $P$  を作用させて最大荷重  $P_0$  を測定する。横引張強さ  $\sigma_t$  は次式で計算する。

$$\sigma_t = P_0 / A, \quad A = 2 d \times a \quad \dots\dots\dots(26)$$

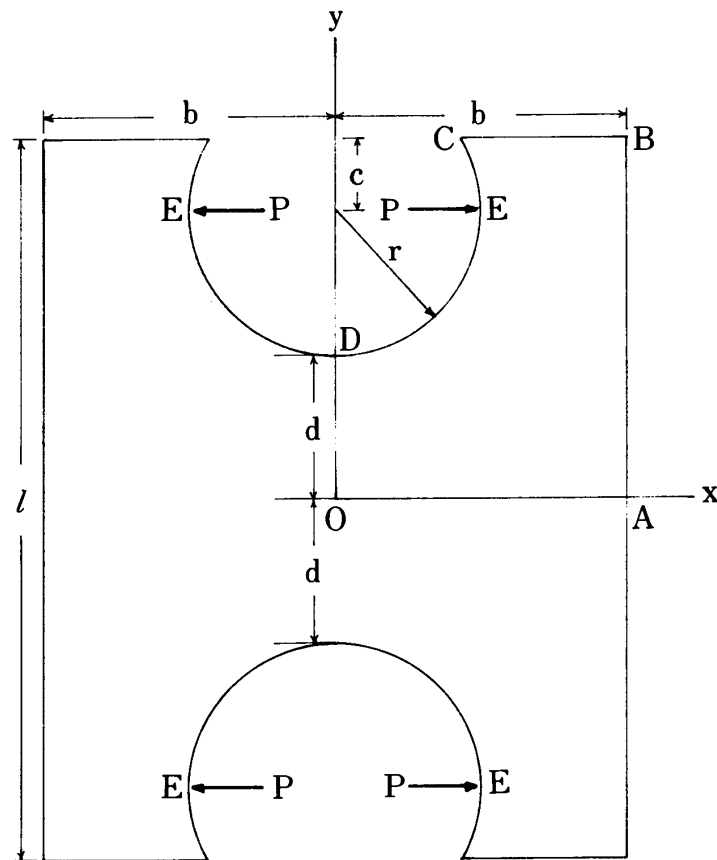


Fig. 17

日本での木材試験方法は、1954年の改正までは、建築規格 JES 3107 に規定されていたが、この旧規格による横引張試験は、Fig. 17 と同型であった。ただし  $b = 15\text{ mm}$ ,  $d = b$ ,  $a = 30\text{ mm}$  であるから引張断面の長さが ASTM のその 2 倍である。

この型の引張試験体は Fig. 11 の割裂試験体を上下方向に 2 コ接続した形であるので複割裂型 (double cleavage type, DC型) 試験体と呼ぶ。

Fig. 17 で座標軸を図のようにとり、対称の関係から ABCDO の部分について

$$x = 0, \quad 0 \leq y \leq d \quad : \quad u = 0$$

$$0 \leq x \leq b, \quad y = 0 \quad : \quad v = 0$$

の変位および  $E$  点に作用する  $x$  方向の集中荷重  $P$  を与えて要素法による応力計算を行った。スギ LT 面に対応するよう  $x$  軸を  $T$  軸、 $y$  軸を  $L$  軸として計算し、OD 面に生ずる横引張応力  $\sigma_x$  を、平均

応力  $\bar{\sigma} = P/d$  に対する比  $\sigma_x/\bar{\sigma}$  で表わし、これを Fig. 18 に示す。この図で曲線 aa は ASTM 試験体、bb は JES 試験体のものである。また Fig. 19 は等方体についての結果であり、同じく曲線 aa は ASTM、曲線 bb は JES 試験体に関するものである。CORKER and COLEMAN (1930)<sup>44)</sup>p.331 は ASTM 試験体（等方体）について、光弾性実験の結果から中央断面の引張応力を求めており、その値を Fig. 19 の+印で示した。試験体中心での値と外周での値の差が、光弾性の結果は要素法による計算結果よりかなり小さいが、これは光弾性の実験および解析の精度の不足によるものと推測する。

Fig. 20 には、ASTM試験体の切欠円弧周縁に沿う要素の応力  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  をスギLTの場合について示した。

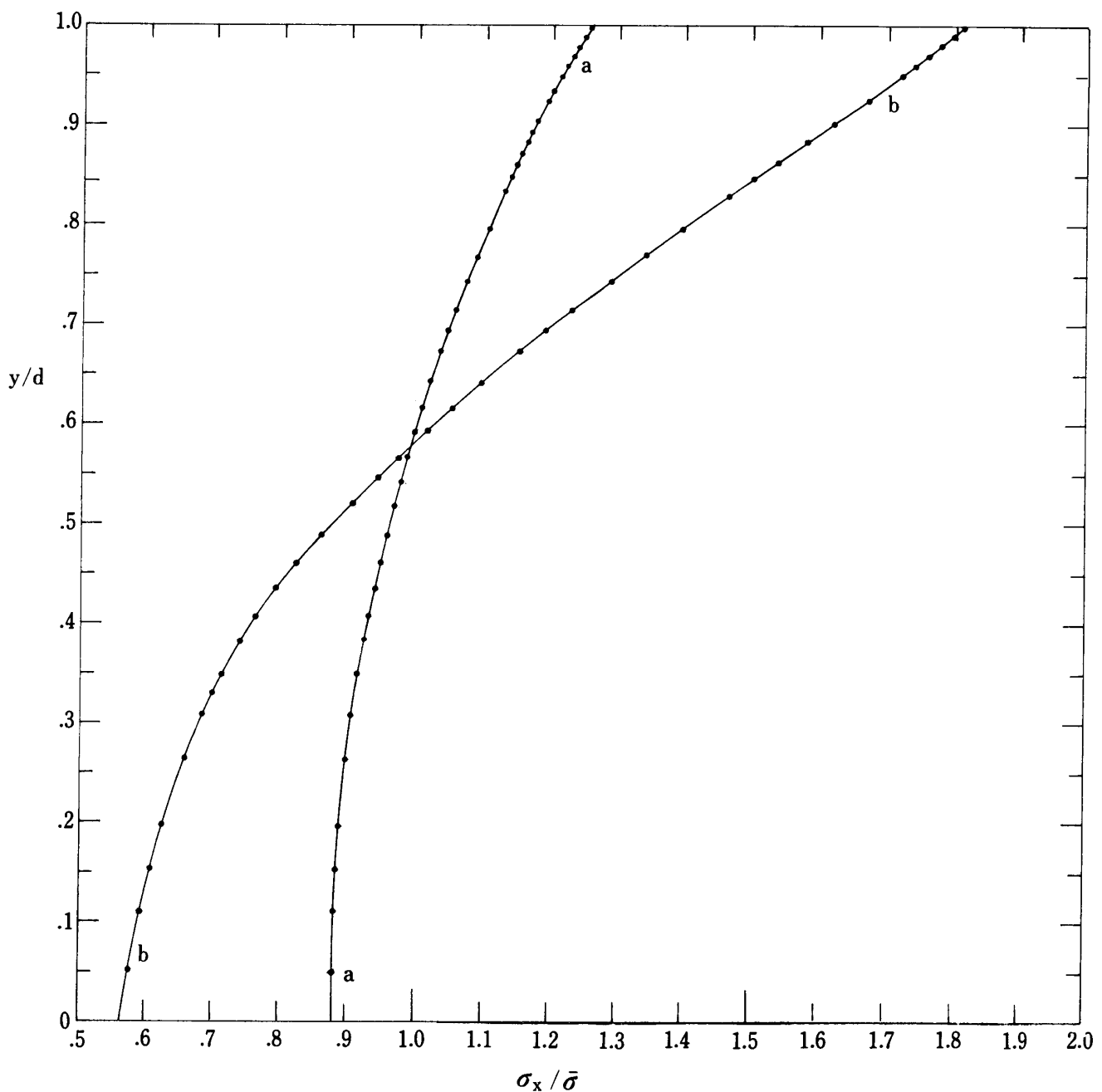


Fig. 18

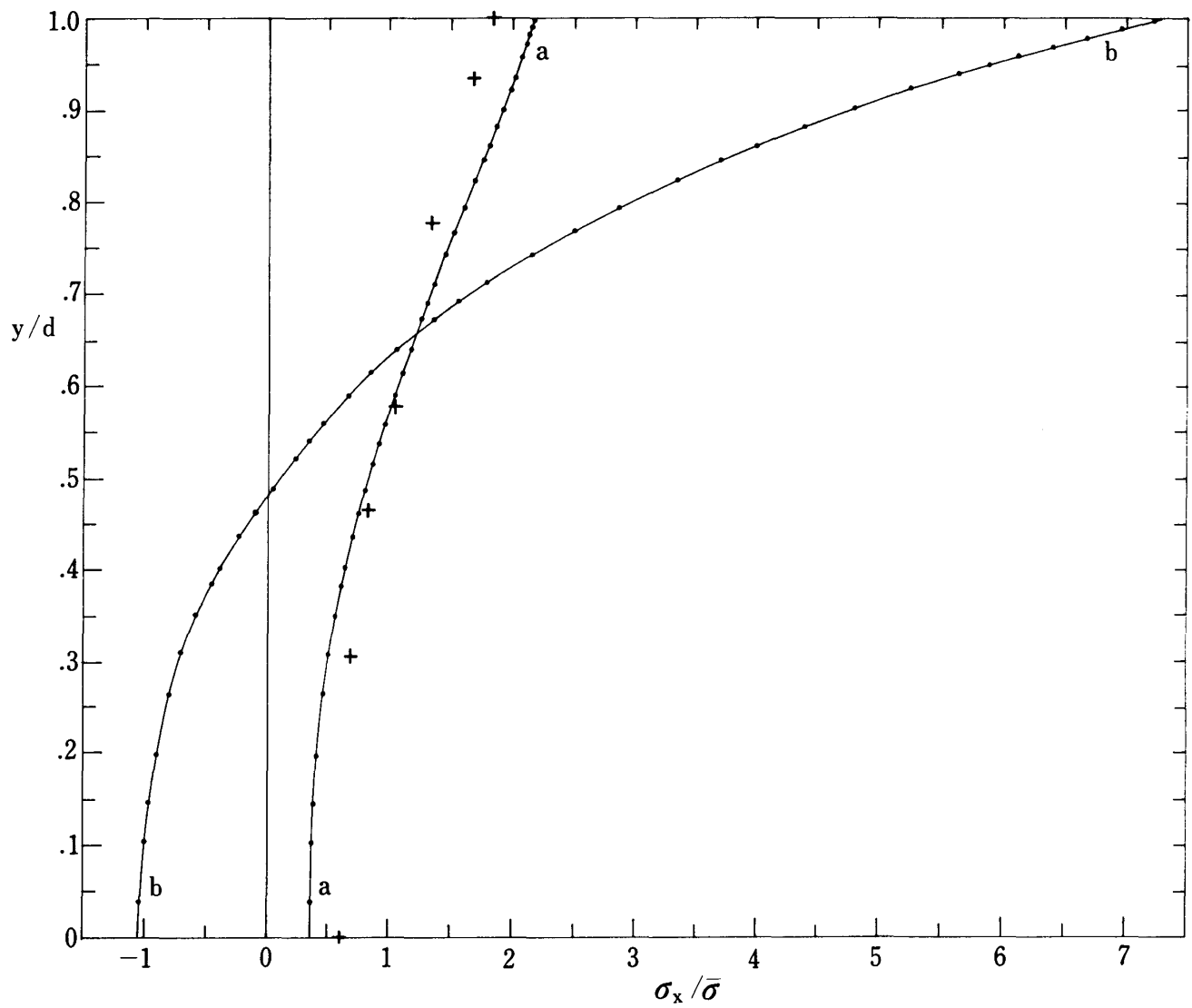


Fig. 19

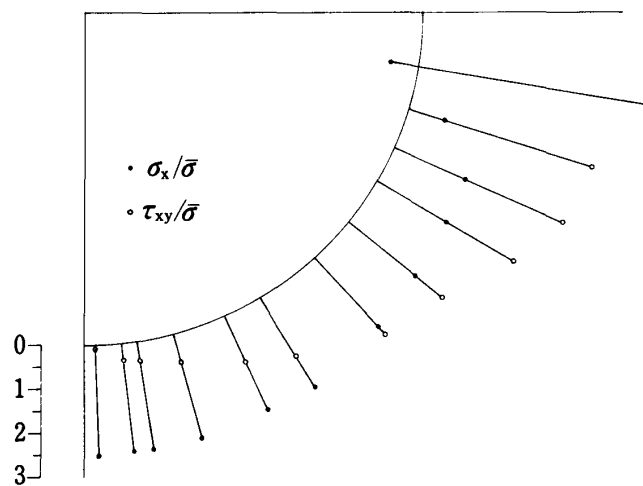


Fig. 20

Fig. 18 および Fig. 19 から明らかなように、この DC 型の試験体は単軸、一様引張の条件とは著しく異なり、中央最小断面における引張応力は、中心部で最小、周縁部で最大となる。その差はスギ LT についての計算では、平均応力に対し、ASTM の場合 38%，JES では 123% にも及んでいる。また等方体ではこの差がさらに大きく ASTM で 170%，JES で 820% になっている。さらにまた Fig. 20 の切欠円弧周縁の応力は、前章の割裂試験体の場合と同様に  $\theta = 30 \sim 60^\circ$  の範囲において、 $\sigma_x$  がまだ十分に大きく、 $\tau_{xy}$  が  $\sigma_x$  と同等またはそれ以上に増大して来るので、破断は  $\theta = 0^\circ$  の中央断面に沿わない可能性が大きい。

沢田<sup>45)</sup>は、この DC 型試験体による結果は木材の正しい横引張強さを表わすものではなく、また横引張ひずみの測定も不可能であることを批判して、現行の JIS 型試験体の採用を提唱し、ニセアカシア材での実験結果から、(26) 式で算定された DC 型の  $\sigma_t$  は現行 JIS 型の僅かに 40% であることを示した。また KEYLWERTH (1944/45)<sup>44)</sup> p.333 は、DC 型での値と一様断面試片 (prismatic specimen) での値の比は Oak : 0.29, Beech : 0.29, Ash : 0.27, Walnut : 0.28, Lime : 0.39, Alder : 0.35, Spruce : 0.45, Larch : 0.40, Pine : 0.51 であったと報じている。

弾性応力の解析から、材料の破かい強さに直結する論断はなし得るものではないが、Fig. 18~20 の応力分布状態をみれば、DC 型試験体での  $\sigma_t$  は、木材の真の横引張強さより相当に低い値を与えるであろうことは容易に推測される。

## 2. JIS 試験体の境界条件

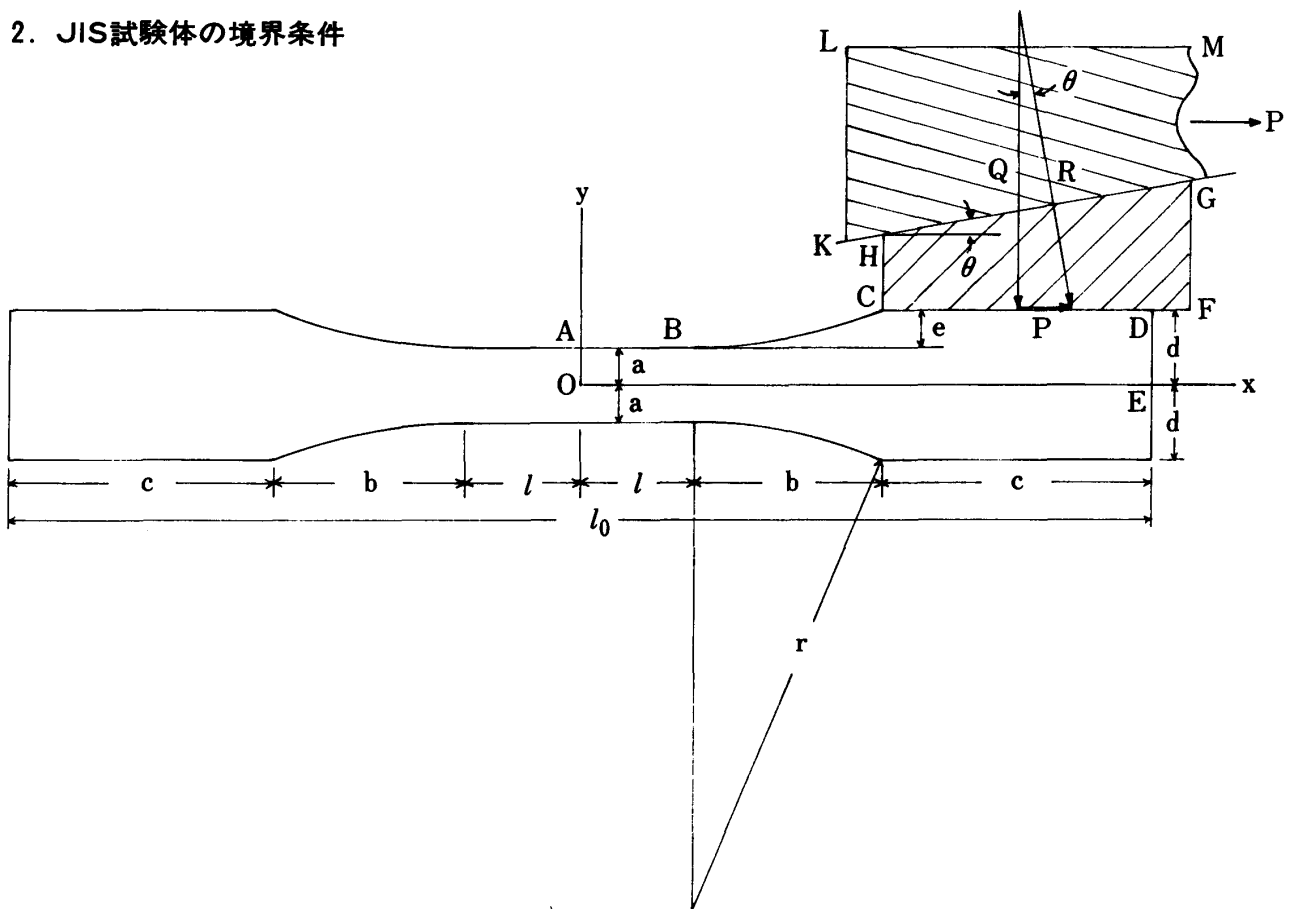


Fig.

日本における木材強度試験方法は、旧規定 JES の内容を訂正して 1954 年 JIS A に、その後 57 年 JIS Z に分類項目が変更され、さらに 63 年の内容改正を経て現在に至っている。現行の JIS Z 2112 によれば、木材の横引張試験体の形状は Fig. 21 に示されるとおりであり、その寸法は中央の断面一定の平行部分の長さ  $2l=30\text{mm}$ 、巾  $2a=10\text{mm}$ 、BC は B 点での接線が直線 AB に一致する円弧であって、その半径  $r=65\text{mm}$ 、 $b=25\text{mm}$ 、したがって  $e=5\text{mm}$ 、摺み部分の長さ  $c=35\text{mm}$ 、巾  $2d=20\text{mm}$ 、全長  $l_0=150\text{mm}$ 、厚さ  $t=20\sim30\text{mm}$  と規定されている。荷重はブロック KLMG から楔 CHGF を通じて試験体に伝えられ、平行部分に設定される標点間距離の延びと荷重の関係を測定する。図の  $x$ - $y$  面は木口面に一致させ、荷重方向 ( $x$  軸) は目的に応じて T, R またはこれと  $45^\circ$  をなす方向にとる。

$x$  軸が T または R 軸と一致する場合には、力および変形はいずれも  $x$ ,  $y$  両軸に対称となるので四分の一すなわち OEDCA の部分を解析すればよい。ただしそのときの境界条件は、O 点を固定、OA ( $x=0$ ) で  $u=0$ 、OE ( $y=0$ ) で  $v=0$  とし、CD に関しては次のように考える。試験体が荷重を受けて変形した後も CD は  $x$  軸に平行な直線であり、CD に平行な力  $P$  (引張荷重の  $1/2$ ) と垂直な力  $Q$  とのなす角は、GH 間に摩擦がないと仮定すれば、 $\tan\theta = P/Q$  となる。ただし  $\theta$  は楔の角度で通常  $10^\circ$  程度のものを使用する。したがって CD の変位条件は  $v=v_0 (<0)$  で一定となるが  $u$  は楔と試験体との接触の条件により、実際には非常に複雑な状態になることが予想される。し

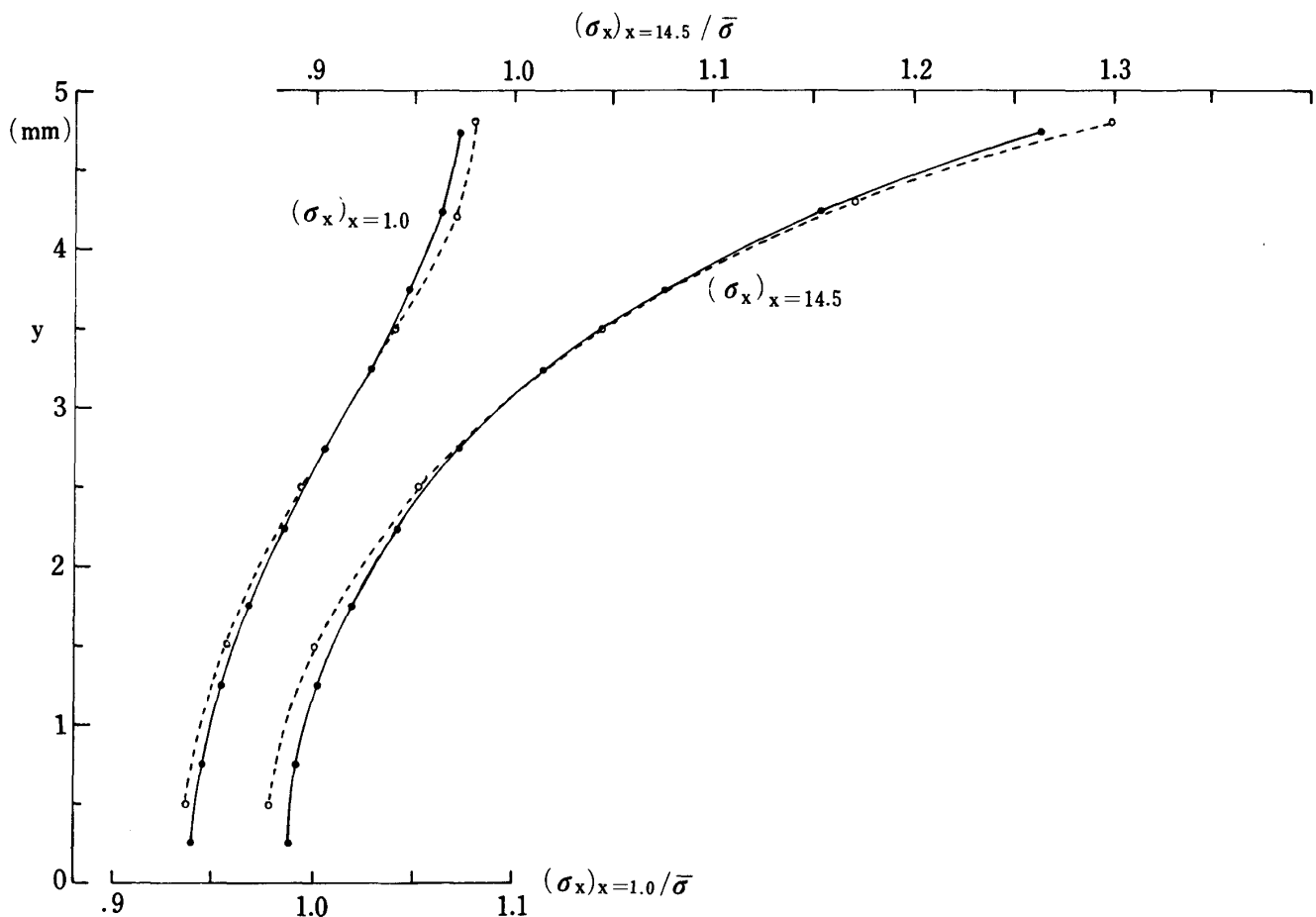


Fig. 22

かしここでは中央平行部分での応力を問題としたいので、簡単のために CD 上各点の  $u = u_0 (> 0, \text{一定})$  と仮定する。任意な  $u_0$  に対して  $v_0$  の値は、きわめて粗い第一近似として次式で与える。式中の記号は Fig. 21 に示されているものである。

$$v_0 = -(a \cdot d/c \cdot E_y \cdot \tan \theta + a \cdot \mu_{xy}/E_x) / ((l+b)/E_x + a \cdot e/c \cdot G_{xy}) u_0 \cdots (27)$$

$x$  軸を R,  $y$  軸を T 方向にとると、弾性定数は Table 3-2 の第 6 行の値となり、 $\theta = 10^\circ$  としたとき上式右辺の係数の値は 0.303 となる。

上述の境界条件の下で計算した結果から、 $x = 1.0\text{mm}$  および  $x = 14.5\text{mm}$  の垂直断面上の引張応力  $\sigma_x$  を示すと Fig. 22 の点線となる。この図で  $y = 0$  は試験体の長軸上の点であり、 $y = 5$  は境界 AB 上の点である。 $\sigma_x$  は、平均応力  $\bar{\sigma} = P/d$  に対する比で示されている。Fig. 21 の CD に対する変位条件としてこのように  $u = u_0$ ,  $v = v_0 = -0.30 u_0$  を与えたとき、CD 面 ( $y = 10$ ,  $x = 40 \sim 75$ ) すなわち摺み部分の接触応力をみると、 $\sigma_y$  は Fig. 23 の実線 bb,  $\tau_{xy}$  は同図の点線 aa で示される状態であった。いずれも  $\bar{\sigma}$  に対する比の値で示されている。これから  $Q = \int_{40}^{75} \sigma_y dx = 12.96$ ,  $P = \int_{40}^{75} \tau_{xy} dx = 1.318$ , したがって  $\theta = \arctan (P/Q) = \arctan 0.1017 \div 6^\circ$  となる。 $\theta = 10^\circ$  と云う条件に対して  $v_0/u_0 = -0.30$  は過大な推定と云うことになる。なお中央断面での  $\sigma_x$  から計算される  $\int_0^5 \sigma_x dy = 5 \bar{\sigma} = 1.341$  に対して、前記の P は 98.3% に相当しているが、摺み部分はかなり粗い要素分割であったことと、接触面の応力は外挿によって求められるものであるから、この程度の不一致は止むを得ないものである。

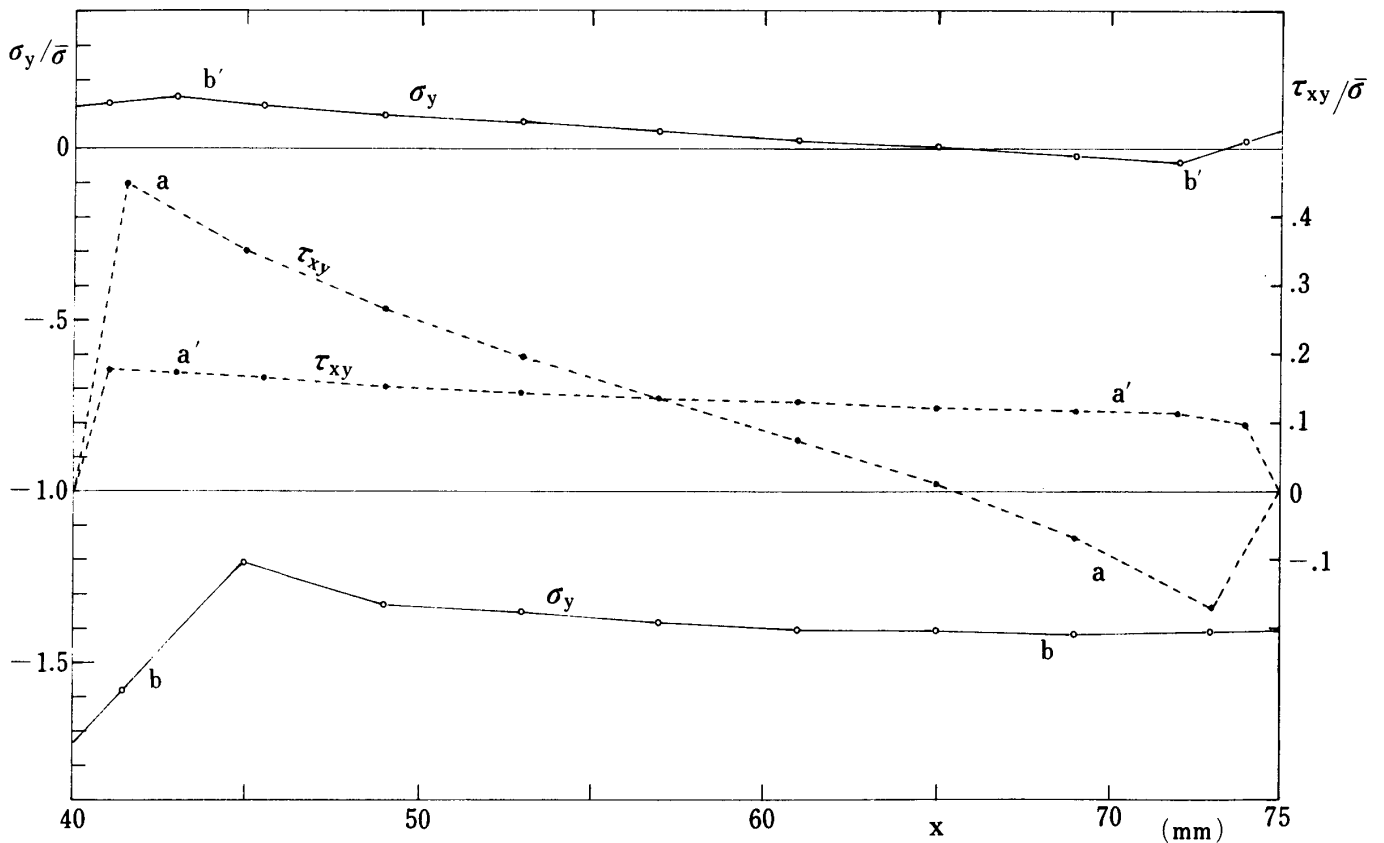


Fig. 23

次に CD 面の  $y$  方向変位を  $v_0 = -0.015 u_0$  とかなり小さく与えた場合、CD 面の接触応力は Fig. 23 の a'a', b'b' となった。 $\sigma_y$  は大部分引張応力となり、 $\tau_{xy}$  もその分布のパターンが前回のものとかなり異なっている。しかし試験体の中央平行部  $x=1\text{mm}$  および  $x=14.5\text{mm}$  断面の  $\sigma_x$  は Fig. 22 の実線の値となり、前記の点線の値と比較してその差はきわめて僅少である。要素分割が同一でなかったため、その影響も加わっているが、要するに CD 面の境界条件として  $u = u_0$ ,  $v = v_0 = -(\text{const}) \times u_0$  としたとき、この定数に特に極端な値をとらない限り、中央平行部の  $\sigma_x$  の分布には殆ど影響はないとみなしてよい。

#### 4. JIS 試験体中央平行部の応力および変位

複割裂型試験体を廃して現行の JIS 試験体に改正した大きな理由は、前にも触れたように、前者では一様引張条件を期待し難いと云う点にあった。現行の JIS 試験体中央平行部での引張応力  $\sigma_x$  の分布が何の程度の均一性を有するか、スギ RT 断面について計算した結果を Fig. 24 および Fig. 25 に示す。Fig. 24 は T 方向引張り ( $x = T$ ,  $y = R$ ), Fig. 25 は R 方向引張り ( $x = R$ ,  $y = T$ ) である。いずれも試験体中央からの距離  $x = 1.0, 3.0, \dots, 14.5\text{mm}$  の各断面における  $\sigma_x$  を、平均応力  $\bar{\sigma}$  に対する比で表わしている。これによると試験体中心軸 ( $x$  軸) 上で応力は最小、外側に向かって次第に大きく、その傾向は  $x$  が大きくなると共に顕著になり、 $x = 14.5\text{mm}$  断面外側点での最大応力は T 方向引張で平均応力の 1.18 倍、R 方向引張では 1.33 倍を示している。Fig. 21 の B 点すなわち直線から円弧に移行する点の近傍では、複割裂型 ASTM 試験体の切欠円弧底のそれにほぼ匹敵す

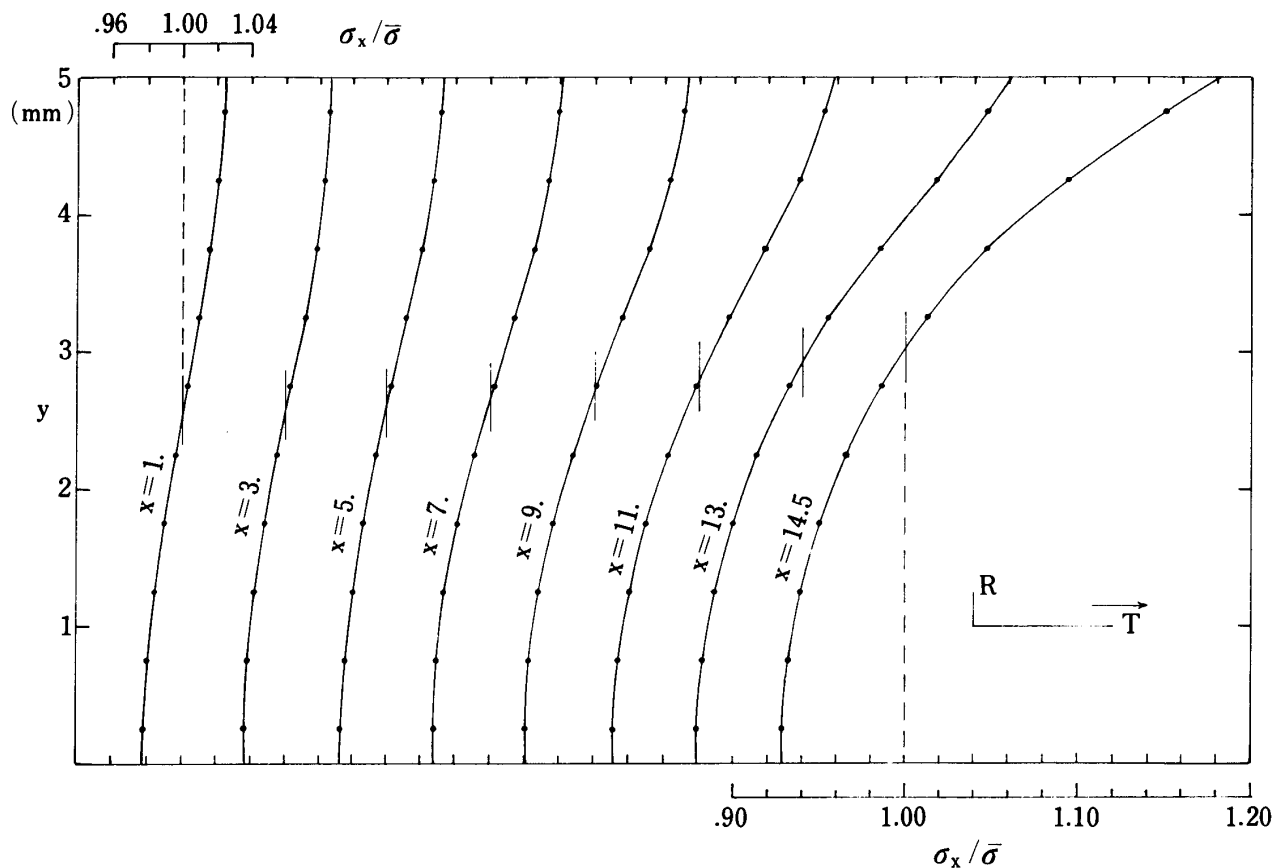


Fig. 24

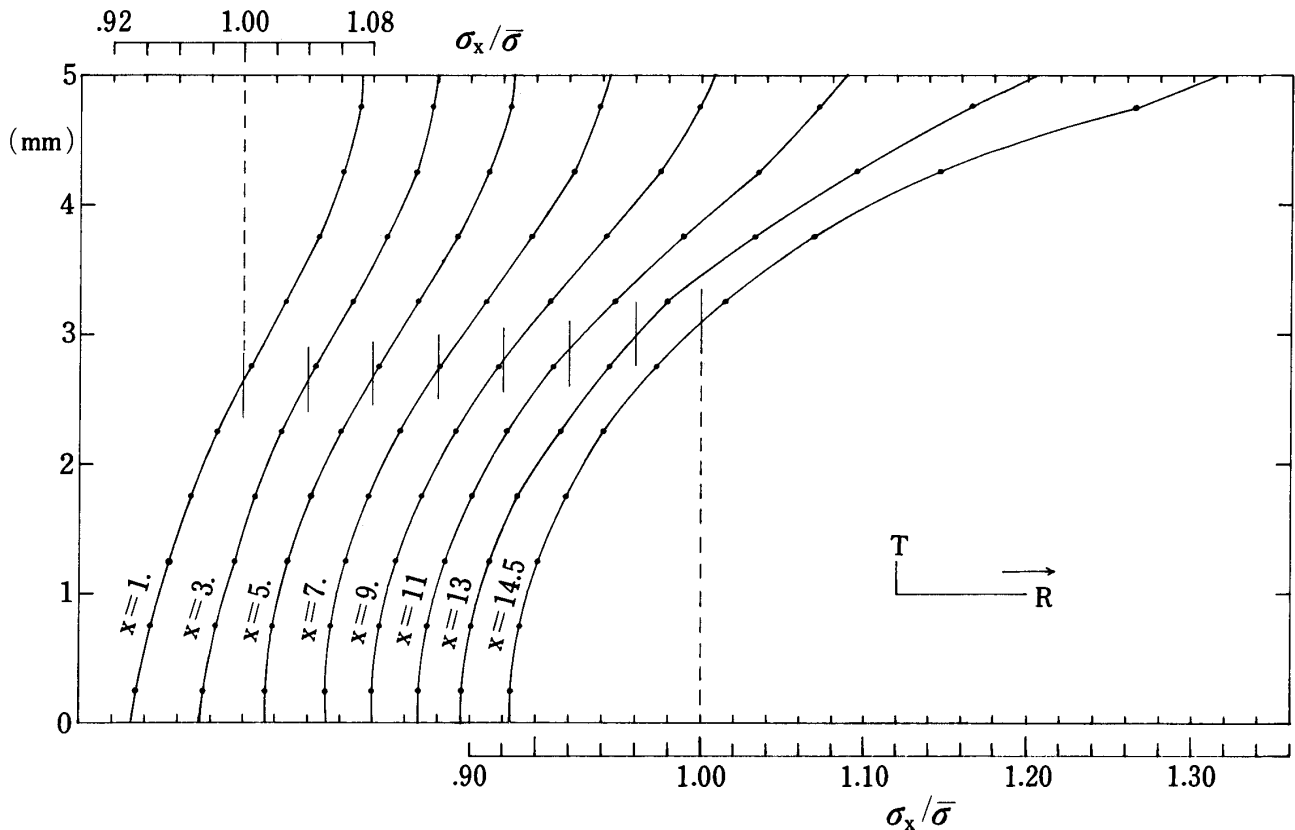


Fig. 25

るような相当に大きな応力集中が生ずるので、JIS 試験体でもこの点からの破断が中央平行部での破断に先行する可能性がある。

次に中央平行部の変位についてみると、Fig. 21 の AB 上にある節点 ( $y = 5$ ) の  $x$  方向の変位は Fig. 26 の実線で、また  $x$  軸上の節点 ( $y = 0$ ) の変位は同図の点線のようにになる。これらはいずれも平行部分が完全に一様引張状態にあると仮定したときの変位すなわち  $\bar{u} = x\bar{\sigma}/E_x$  に対する比の値で示してあり、●印は  $R$  方向引張、○印は  $T$  方向引張の場合を表わす。いま標点間距離 (gage length) を 20mm として中央平行部の伸びを測定し、その結果から、一様引張状態を仮定して  $E_x$  を算定したとすれば、標点を  $x$  軸上にとったとき  $E_T$  で約 3%， $E_R$  で約 7% 過大に、また標点を AB 線上にとったとき  $E_T$  で約 4%， $E_R$  で約 10% 過小な値を得ることになる。

#### 4. JIS 型試験体の円弧半径および中央平行部分の長さ

JIS 引張試験体は、フィレットを有する段違い棒の形であって、等方体材料については詳細なデータが求められている。<sup>46)</sup>P.632~639, <sup>47)</sup>P.57~76 この形の棒に十分遠くにある両端面から一様な引張応力を作用させたとき最大応力は、Fig. 21 の B 点に相当する位置から中心角  $15^\circ$  程度 C 点の方によった境界上の点に生ずるとされており、応力集中率は形状因子  $d/a$  および  $r/a$  に支配される。

Fig. 21 において段違い量  $e = 5 \text{ mm}$  のままで  $r$  を 12.5, 25, …, 425mm したがって  $b = 10, 15, \dots, 65 \text{ mm}$  に変えて計算し、 $(\sigma_x)_{y=5}/\bar{\sigma}$  の値を  $x = 1, 3, \dots, 14.5 \text{ mm}$  についてプロットすると、 $T$  方向引張りでは Fig. 27,  $R$  方向引張りでは Fig. 28 となる。円弧半径  $r$  したがって  $b$  を大きくと



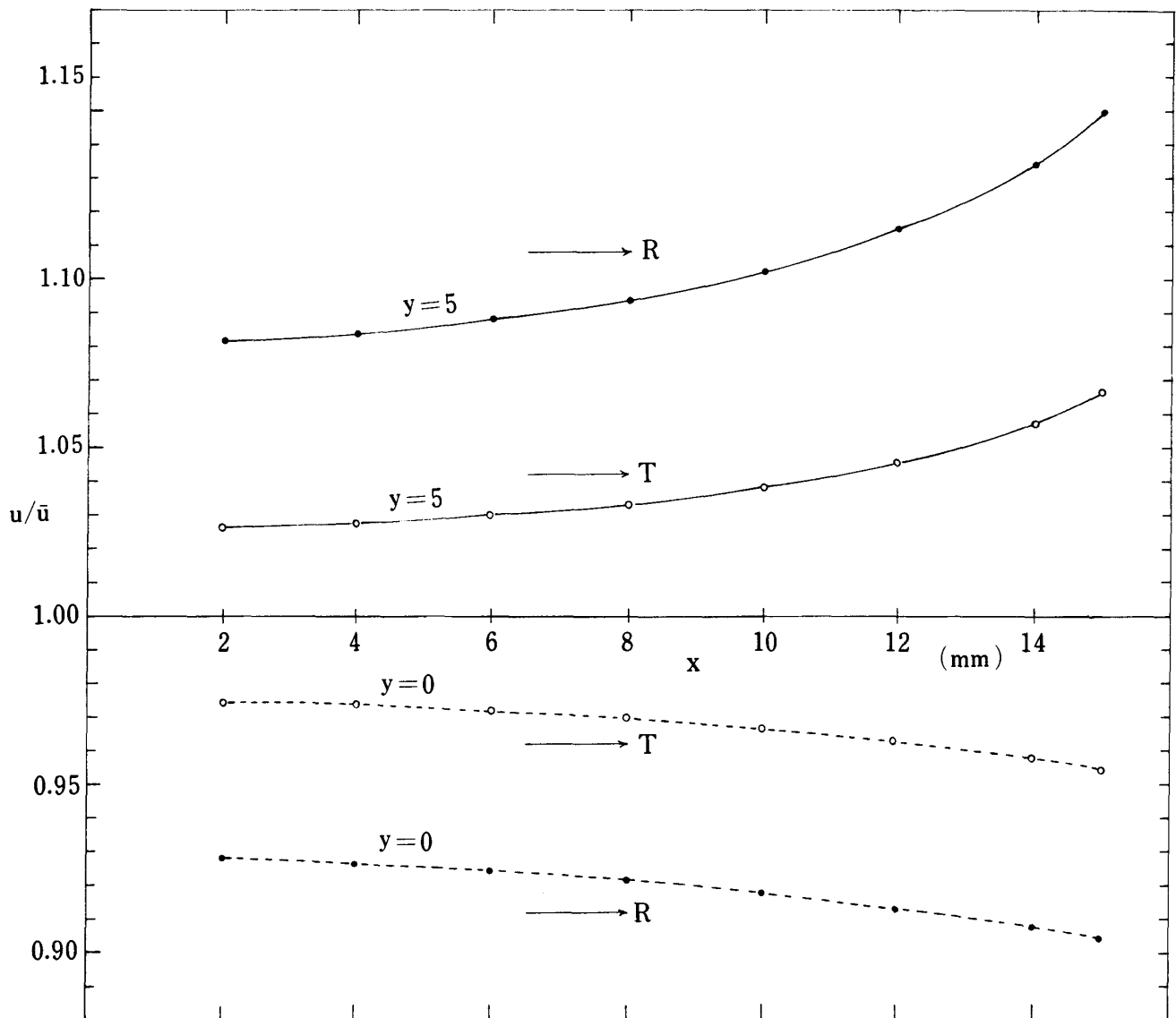


Fig. 26

れば当然応力集中は小さくなり，中央部分での応力分布の均一性も改善されるが，中央20mmの区間すなわち  $x=10\text{mm}$  断面での応力の不均一性 ( $\sigma_{x \max} / \bar{\sigma}$  で示す) を5%以内におさえるためには，T方向引張りでは  $b=30\text{mm}$  ( $r=92.5\text{mm}$ ) とすればよいが，R方向引張りでは  $b=60\text{mm}$  ( $r=362.5\text{mm}$ ) 程度にとる必要がある。

ヤング率，ポアソン比などの弾性定数および比例限応力の決定のみを目的とする場合には，中央平行部分20mm程度の区間での応力したがって変位の均一性が確保されればよい。いま  $r$  その他の寸法はJISのままとし，中央平行部分の長さ  $l$  を変えて計算した結果から  $(u)_{y=0} / \bar{u}$ ， $(u)_{y=5} / \bar{u}$  を示すと，T方向引張りでは Fig. 29，R方向引張りでは Fig. 30 となる。 $\bar{u}$  は一様引張り条件での対応する点の変位である。この図の点線は  $l=15\text{mm}$  のままで  $r$  を  $92.5\text{mm}$  ( $b=30\text{mm}$ )， $r=125$  ( $b=35$ )， $r=205$  ( $b=45$ )， $r=425$  ( $b=65$ ) と変えたとき，同じく中央平行部分での  $(u)_{y=0} / \bar{u}$ ， $(u)_{y=5} / \bar{u}$  の値を示すものである。いま中央に区間長20mmの標点を設けて伸びを測定し，一様引

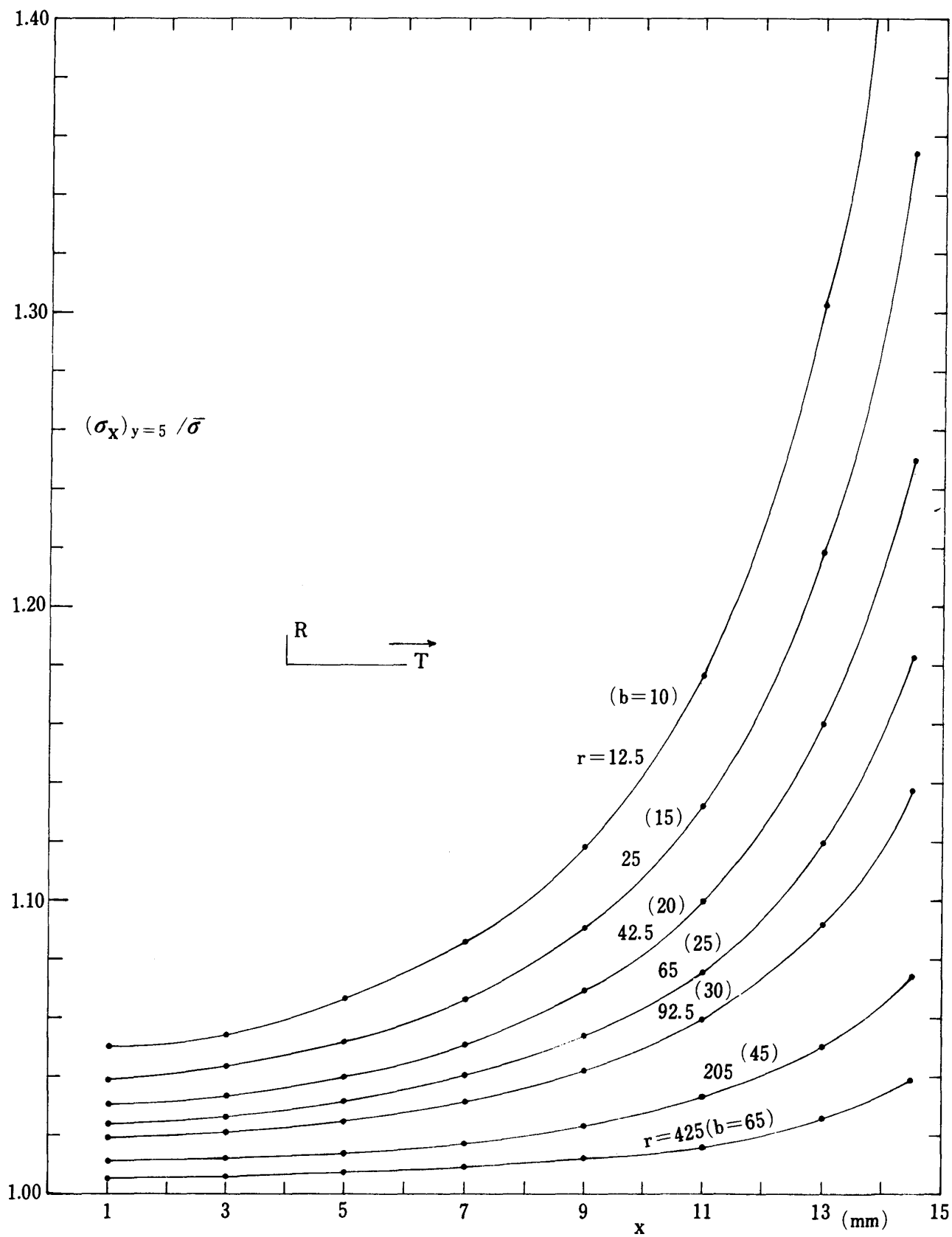


Fig. 27

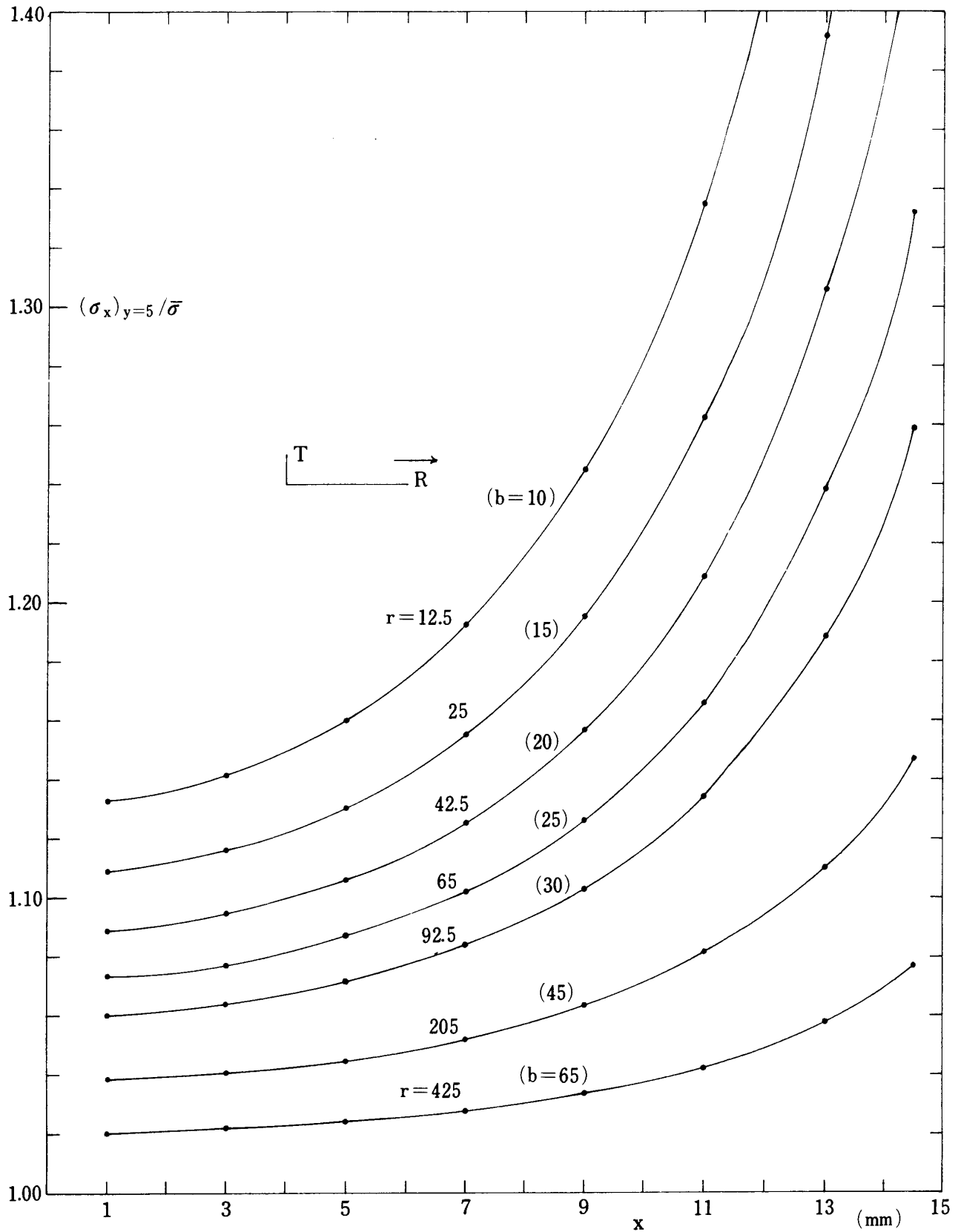


Fig. 28

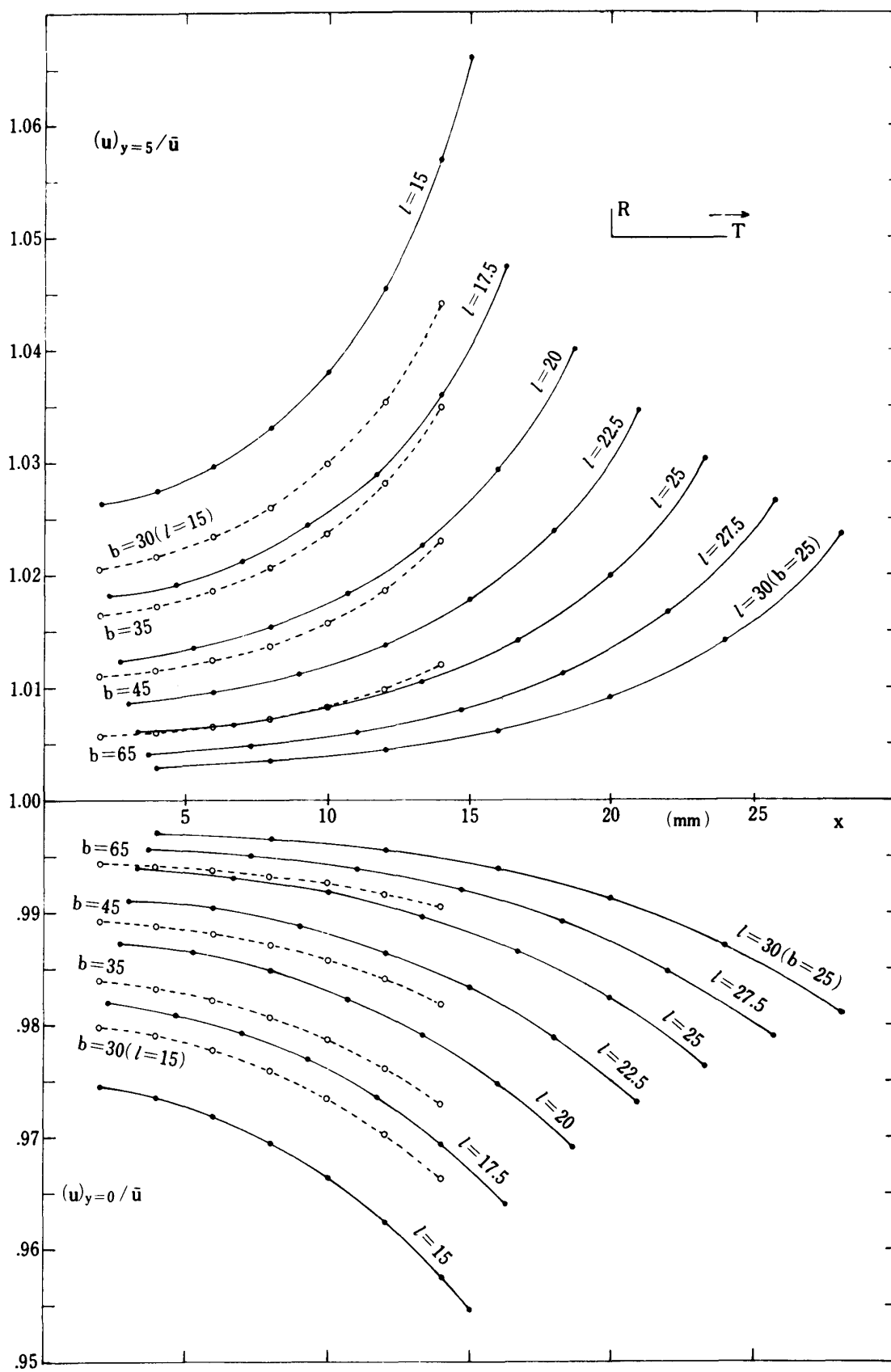


Fig. 29

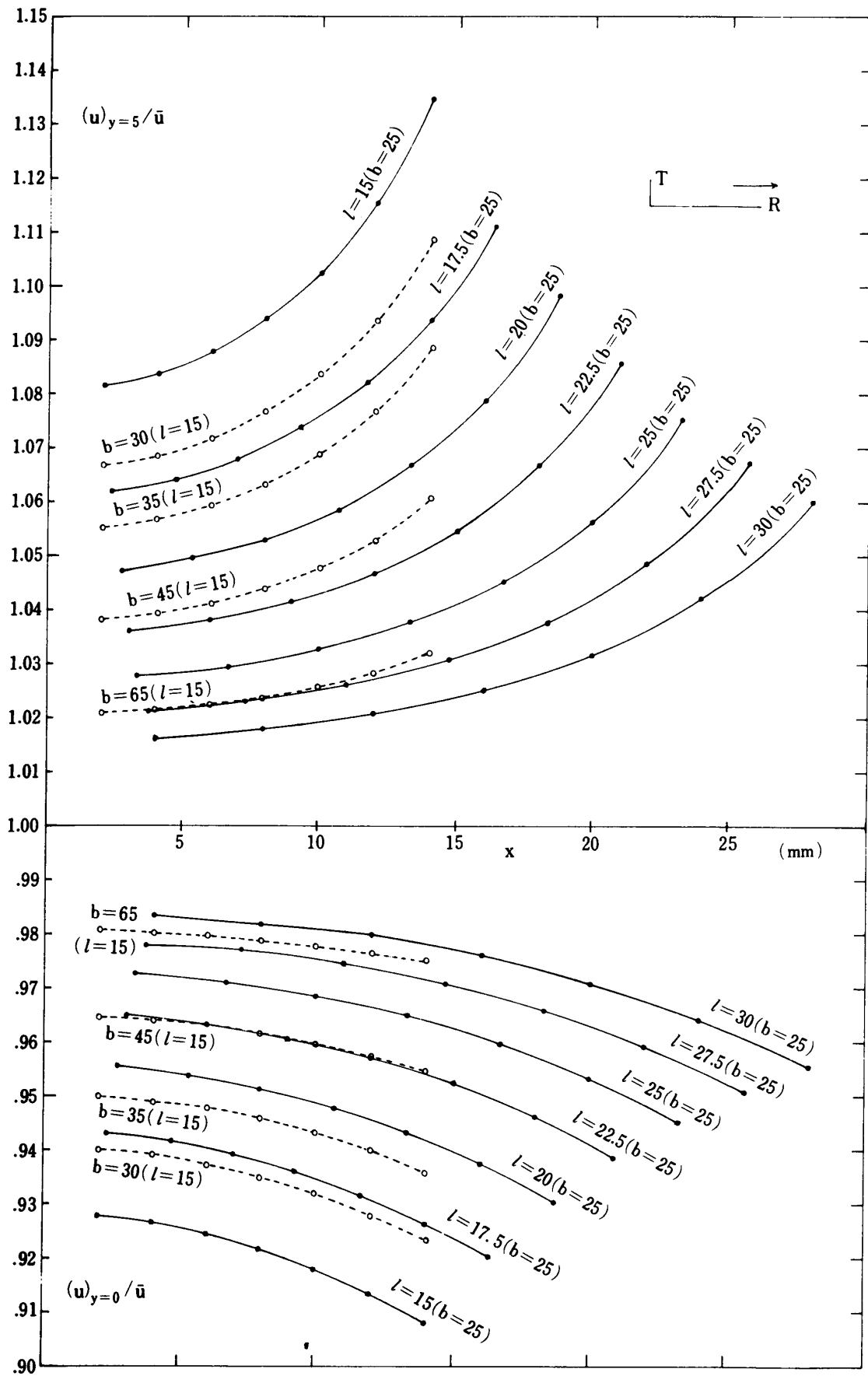


Fig. 30

張りの仮定に対する誤差を $\pm 2.5\%$ の範囲におさえるためには, Fig. 29, 30の $x=10\text{mm}$ に対する値から T方向引張りでは $l > 18\text{mm}$ , R方向引張りでは $l > 27.5\text{mm}$ にとればよい。そのとき試片の全長 $l_0$ はそれぞれ $156\text{mm}$ および $175\text{mm}$ となる。同じ条件を $l=15\text{mm}$ のままで $r$ を変えることによって満足させるためには, T方向引張りでは $r=125\text{mm}$ ( $b=35\text{mm}$ ), R方向引張りでは $r=425\text{mm}$ ( $b=65\text{mm}$ )とする必要があり, 全長 $l_0$ はそれぞれ $170\text{mm}$ および $230\text{mm}$ となる。直径の余り大きくない木材の丸太から横引張試験体をとるときは屢々試片全長 $l_0$ についての制約を受ける。このような制約を出来るだけ免れて, 試験体中央のある一定区間に一様引張りの状態を出現させるためには, 円弧半径 $r$ を大きくするより平行部分の長さ $l$ を大きくとる方が有利である。

### 5. 応力・変位分布と示性数の関係—新しい木取法の提案

Fig. 24~30 にみられるように同じ横引張試験体において R 方向に荷重を加える場合は, T 方向荷重の場合に比べて応力集中度が大きく, 中央平行部分での応力または変位の不均一度も大きい。摺

Table 4

	$E_X$ kg/mm <sup>2</sup>	$E_Y$ kg/mm <sup>2</sup>	$G_{XY}$ kg/mm <sup>2</sup>	$\mu_{XY}$	A	B	$\alpha$ %	$\beta$ %
①	36	900	60	0.025	0.550	0.04	0.81	0.00
②	30	750	35	0.024	0.809	0.04	1.19	0.00
③	60	750	65	0.032	0.859	0.08	1.31	0.00
④	88	880	80	0.040	1.02	0.10	1.55	0.00
⑤	33	825	30	0.025	1.05	0.04	1.63	0.01
⑥	40	100	21	0.32	1.26	0.40	1.78	0.04
⑦	80	800	50	0.040	1.52	0.10	2.41	0.02
⑧	80	100	34	0.40	1.55	0.80	2.18	0.10
⑨	500	500	200	0.25	2.00	1.00	3.04	0.11
⑩	100	80	28	0.50	2.57	1.25	3.66	0.07
⑪	100	40	17	0.80	4.28	2.50	6.18	0.14
⑫	40	100	5.8	0.32	6.26	0.40	9.96	1.02
⑬	80	100	9.2	0.40	7.90	0.80	12.5	1.59
⑭	100	80	7.4	0.50	12.5	1.25	19.2	3.70
⑮	50	50	2.5	0.60	18.8	1.00	27.2	7.15
⑯	50	25	2.5	0.60	18.8	2.00	27.5	7.11
⑰	30	60	1.5	0.45	19.1	0.50	25.5	7.17
⑱	750	30	35	0.60	20.2	25	31.3	6.07
⑲	40	100	1.9	0.32	20.4	0.40	28.2	7.67
⑳	100	40	4.4	0.80	21.1	2.50	30.8	8.71
㉑	80	100	3.1	0.40	25.0	0.80	33.4	10.2
㉒	60	30	1.5	0.90	38.2	2.00	44.7	18.4
㉓	50	100	1.25	0.60	38.8	0.50	48.7	18.8
㉔	50	50	1.25	0.60	38.8	1.00	47.6	18.1
㉕	100	80	2.0	0.50	49.0	1.25	56.5	23.3
㉖	100	40	1.2	0.80	81.7	2.5	84.3	41.1
(L1)	750	30	35	0.60	20.2	25.0	2.43	0.01
(L2)	750	60	65	0.40	10.7	12.5	1.27	0.00

み部分での境界条件は変位を規定されるがⅢ-2に述べたように、所与の変位条件の差異は中央平行部分の応力分布に大きな影響を与えないので、この応力状態は専ら示性数A, Bに依存すると考えてよい。

JIS 横引張試験体が Table 4 に示すような弾性定数を有し、したがって示性数 A, B が同表第6, 7列のような各種の値をもつ場合について応力および変位を計算した。その結果から  $x=14.5\text{mm}$  の断面で

$$100(\sigma_{x\max} - \sigma_{x\min})/\bar{\sigma} = \alpha(\%) \cdots \cdots (28)$$

を、また  $x=10\text{mm}$  の断面で

$$100(u_{\max} - u_{\min})/\bar{u} = \beta(\%) \cdots \cdots (29)$$

を求めて Table 4 の第8, 9列に示した。計算した範囲内では、応力、変位ともに最大値は  $y=5\text{mm}$  の点に、最小値は  $y=0\text{mm}$  の点に生じておる。 $\alpha$  は応力の不均一度を示し、その値の大きいものは円弧部から直線部への移行部分に現われる集中応力度が大きく、この部分での破断の可能性がある、また  $\beta$  は変位の不均一度を示し、弾性定数、比例限などの測定において、その値の大きいもの程大きな誤差を伴うことになる。

JIS 試験体は Fig. 21 の  $x-y$  面を木口面(RT面)にとるように規定しておるから、T軸を  $x$  軸とした場合には柁目面(LR面)の引張破断が生ずる。このような試験体を T(LR)R と云う記号で表わす。同様に R 軸を  $x$  軸にとった場合は R(LT)T と記す。すなわち( )内の記号で破断面を、外側の2つの記号で  $x-y$  面を表わし、しかも左外側の記号で引張りの方向を示すものとする。このような表記に従うと Table 4 の ②, ③, ⑰, ⑱および㉒はスギの定数 (Table 3-2) を用いての

$$\textcircled{2} = \text{T (LR) L}$$

$$\textcircled{3} = \text{R (LT) L}$$

$$\textcircled{17} = \text{T (LR) R}$$

$$\textcircled{18} = \text{L (RT) T}$$

$$\textcircled{22} = \text{R (LT) T}$$

であることがわかる。このなかで⑱は縦方向の引張りになり、また Table 4 の⑨は等方体の場合である。上記の②と⑰は同じく柁目面の引張破断を試験するものであるが、②では  $y$  軸を L 軸に、したがって  $x-y$  面は板目面であるのに対し、⑰では  $y$  軸が R で、 $x-y$  面は木口面になるから現行 JIS の木取と一致する。③と㉒についても同様な関係にある。ところで Table 4 から JIS にしたがう⑰と㉒では  $\alpha, \beta$  の値が (26%, 7.2%), (45%, 18%) であるのに対して②と③ではそれぞれ (1.2%, 0%), (1.3%, 0%) ときわめて小さく、中央平行部分での一様引張りの条件は完全に実現している。Table 4 の各番号の点を示性数 A-B 座標面にプロットすると Fig. 31-1 に示すそれぞれの位置にくる。主要樹種の示性数 A, B は Fig. 13-2 に示してあるが、その図の木口面に関する数値(+印)を Fig. 31-1 に移すと、それらは殆ど⑥⑱㉒⑧で囲まれる範囲に入る。この数値は木口面で、T を  $x$  軸、R を  $y$  軸にとった場合のものであり、 $xy$  を交換して R を  $x$  軸、T を  $y$  軸にとると A, B を表わす点は Fig. 30-1 の▲印となり⑩②⑤⑥⑪で囲まれる範囲に入る。

Table 4 をみると、 $\alpha$  および  $\beta$  は B には殆ど無関係で、もっぱら A に依存していることが判る。いま A に対する  $\alpha$  および  $\beta$  の関係を見るために、両対数目盛でプロットすると Fig. 31-2 となり、 $\log A \sim \log \alpha$ ,  $\log A \sim \log \beta$  の間にはかなり明瞭な直線関係があり、A の値が2倍になるとそれに伴って  $\alpha$  は約2倍、 $\beta$  は約4倍になるという関係がみられる。

示性数 A は  $E_x/G_{xy}$  で定義される数値であるから、引張方向のヤング率  $E_x$  に比較して  $x-y$  面のせ

$$E_x/G_{xy} - 2\mu_{xy}$$

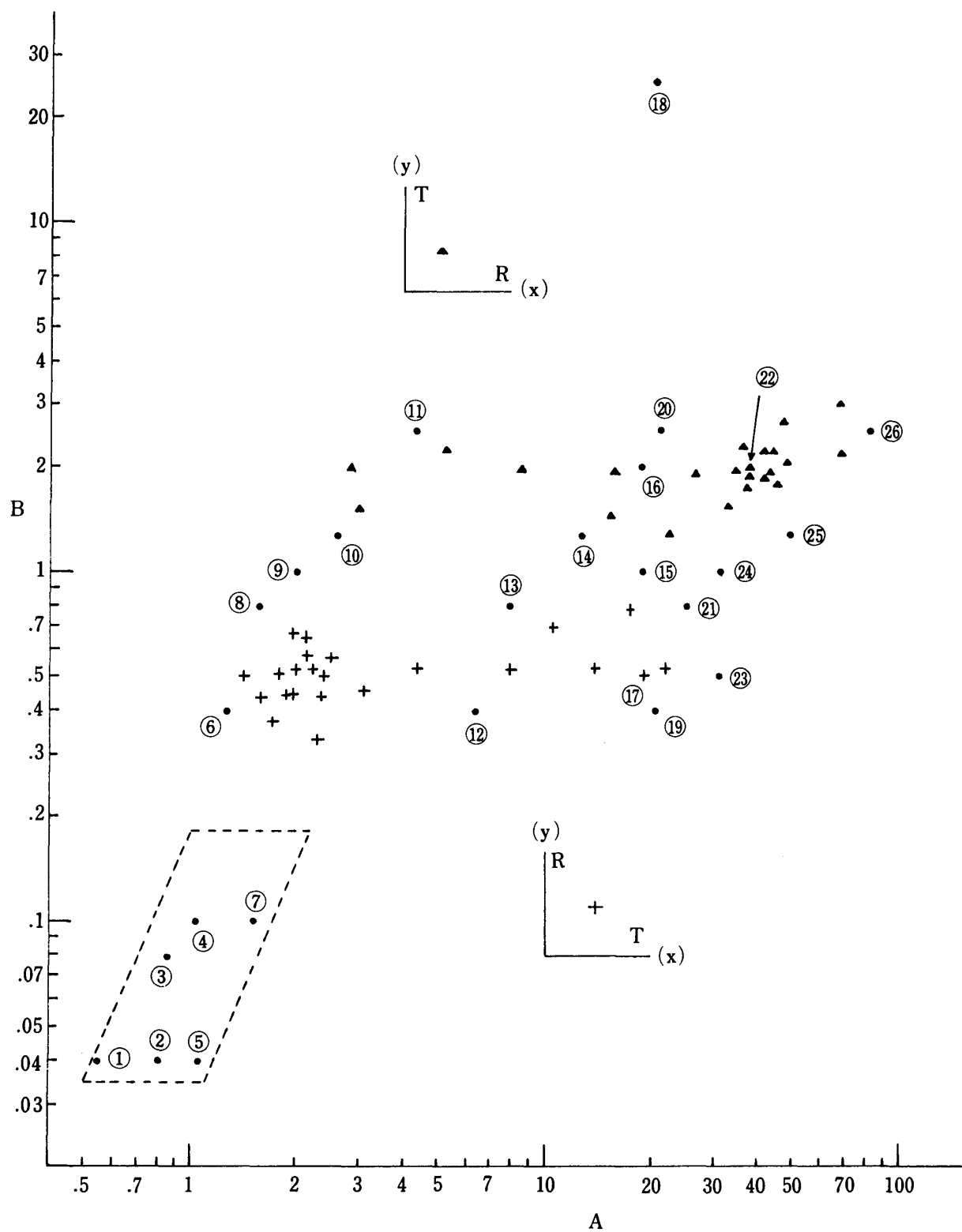


Fig. 31-1



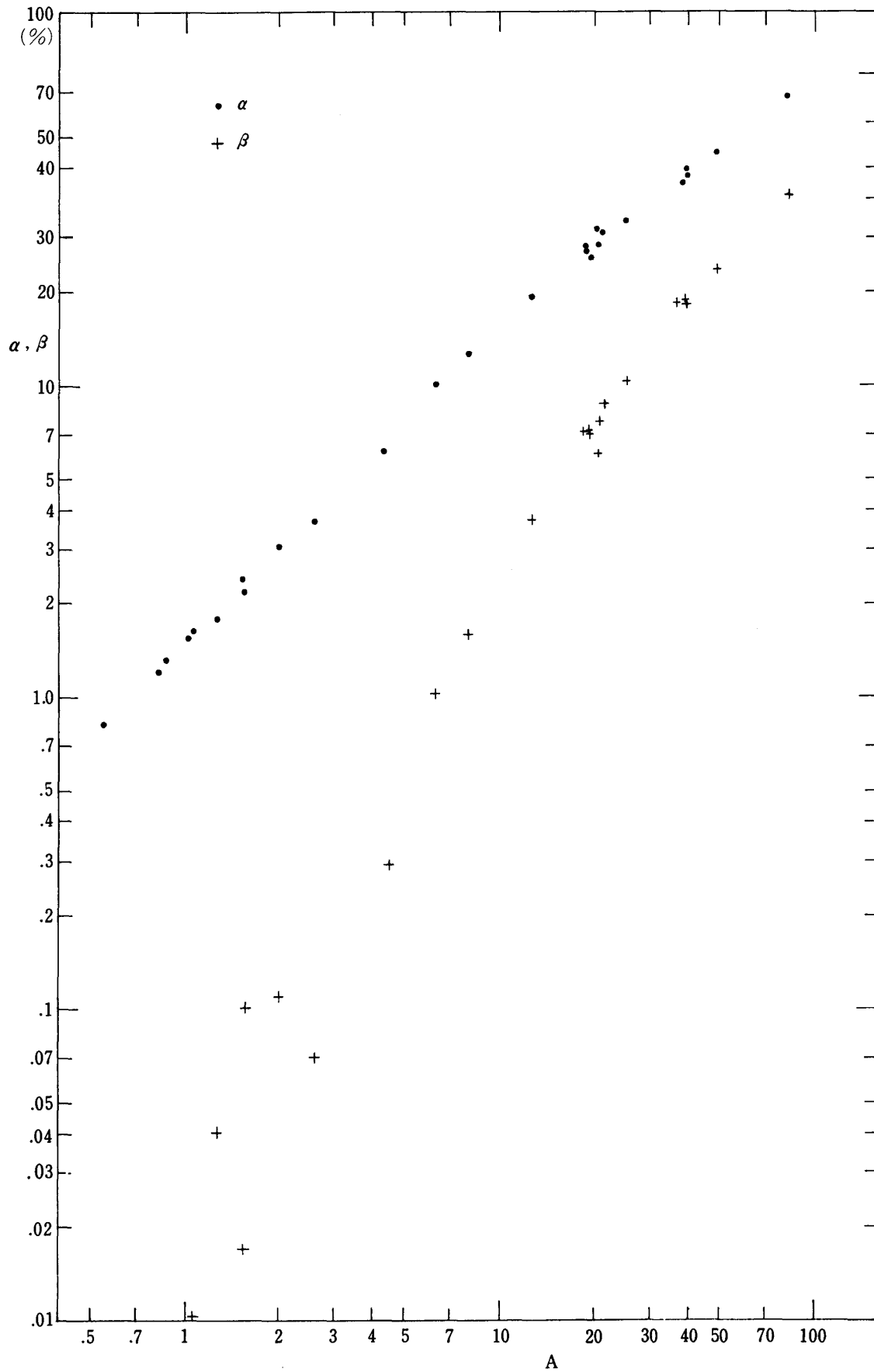


Fig 31-2



を定める。 $P_p$  および  $P_s$  は比例限度および縮みが辺長の 5% に達したときの荷重であり、 $A$  は加圧板の接触面積である。寸法は  $a = 20 \sim 40\text{mm}$ ,  $l \geq 3a$ ,  $t = 10\text{mm}$ ,  $d = 1.5a$  とし、図の  $x$  軸を繊維方向、 $y$  軸を T, R または  $TR45^\circ$  方向、したがって加圧面を柱目面、板目面または追柱面にとる。

一般の圧縮試験は、その高さが断面辺長の 2 ～ 4 倍の柱体を用い、両端面の全面に中心軸荷重を作用させるから、摩擦などの影響を免れない端面の近傍を除いては、一様な単軸圧縮の応力状態になるが、この部分圧縮試験は、木構造における柱からの荷重を受ける土台に使用される角材の場合に相当し、試験体内部の応力分布は単純ではない。

Fig. 32 において  $a = 30\text{mm}$ ,  $l = 3a$  したがって  $b = a$  として、OACB 部分を長方形要素 (要素数 = 576) に分割し、次の境界条件で計算した。

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq l/2, y = 0 & : v = 0 \\ x = 0, 0 \leq y \leq a & : u = 0 \\ 0 \leq x \leq a/2, y = a & : v = -v_0 (\text{const}) \end{aligned}$$

その結果から  $y = 0.5, 12.5, 20.0, 26.5, 29.8\text{mm}$  の各水平断面上の  $\sigma_y$  を Fig. 33 に示す。実線はスギの L, T 軸を  $x, y$  軸に一致させたものであり、点線は等方体の場合である。いずれも任意な水平断面について  $\sum \sigma_y \Delta x = P$  から全荷重を、さらに  $p = 2P/a$  として平均接触圧力  $P$  を定め、 $\sigma_y/P$  の値を図示している。予想されるとおり加圧鋼板の隅角 (Fig. 32 の E 点) に接する附近で非常に大きな応力集中を示し、下方に進むに従って漸次広い範囲に力が分散して行くことがみられる。

直線縁を有する半無限板がこの状態の部分圧縮を有するときは、異方体、等方体を問わず接触圧力は次式で与えられる。<sup>12)p.25</sup>

$$P_y = P / \pi \sqrt{(a/2)^2 - x^2} \dots \dots \dots (31)$$

Fig. 33 の + 印は (31) 式の値であり、 $x = a/2 = 15$  では  $P_y = \infty$  となる。(31) 式は剛体面との接触圧力で、 $(\sigma_y)_{y=30}$  にあたるものであり、しかも半無限板についてのものであるが、木材の部分圧縮試験体のような有限寸法の長方形領域の場合でも、加圧鋼板の端縁での弾性接触圧力は同じく無限大になる。

Fig. 34 は Fig. 32 の BE 面の垂直変位  $v_0 = 0.3\text{mm} (= 0.01a)$  としたときの EC 面 (余長部) の変位  $v$  を示したものである。LT はスギの LT 試片、ISO は等方体の場合を示す。試験体中央部分に同一の変位を与えたとき、余長部がこれに順応して変位する傾向は、スギ LT 材の方が等方体より強く、等方体の場合には端部  $x = 38 \sim 45\text{mm}$  で上向きの変位が生じている。Fig. 33 の  $\sigma_y$  は、等方体の端部で引張りになっているが、この変位状態に対応するものである (ただしここで採用した境界条件は、 $y = 0$  で  $v = 0$  であるが、実際の部分圧縮試験では試験体底面に引張反力は生じないから端部附近の底面は支台面から離れて浮き上がることになる)。Fig. 34 の右下の図は  $x = 15.0 \sim 15.5\text{mm}$  の範囲の変位をさらに拡大して示したものであり、曲線  $aa$  は、加圧鋼板の隅角部に  $r = 1.5\text{mm}$  の丸身をつけたとき、その境界線を図の縮尺に合わせ示したものである。ドイツ規格 DIN 52185 では、加圧鋼板の隅角部に半径  $1.5\text{mm}$  の丸身をつけるように規定しているが、全く丸身をつけないときの弾性変位曲線と比較して明らかなように、DIN は理論的弾性応力無限大を免れようとしたものである。

解析に用いたプログラムは要素の応力が有限であることを前提にしている。しかし、I - 3 において、外周上の点に集中荷重を受ける円板の応力を計算した例では (この場合荷重点では理論的弾性応力は無限大になる) Fig. 5, 6 にみられるように、要素を十分細かくとれば、荷重点の極く近傍を除いて、応力の計算値は理論値とかなりな精度でよく一致する。いま Fig. 32 の  $x = 14 \sim 16\text{mm}$ ,

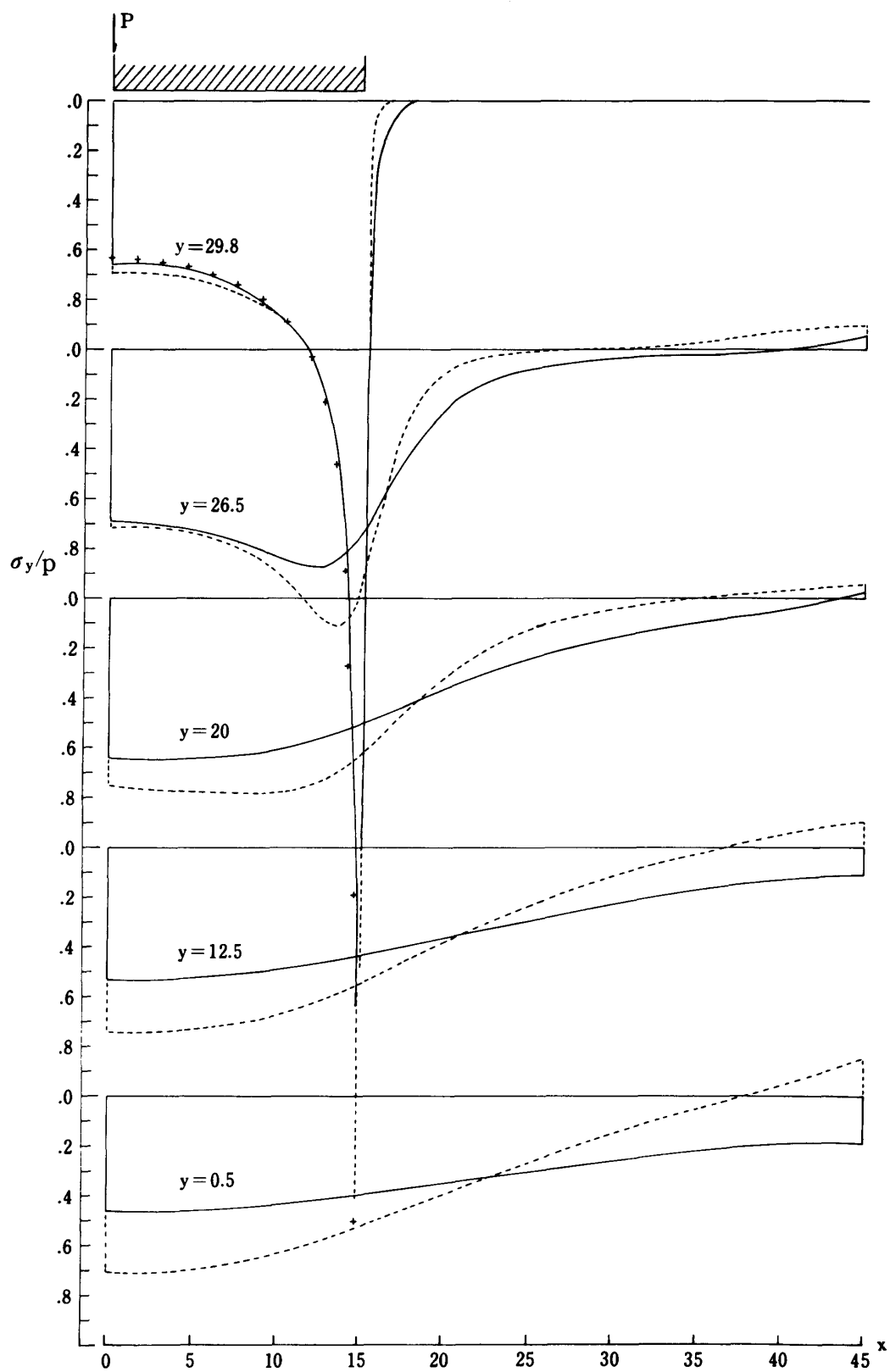


Fig. 33

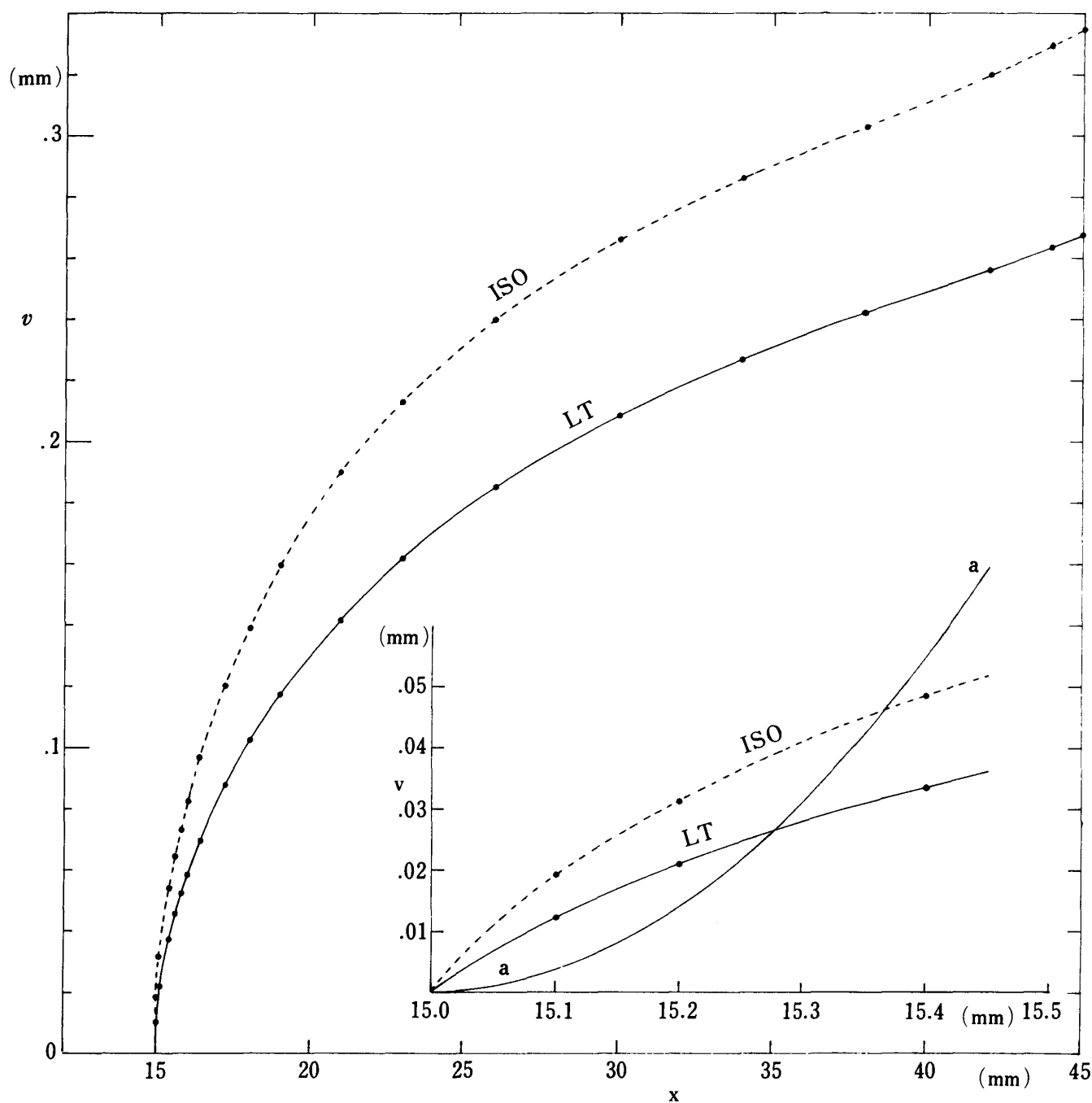


Fig. 34

$y = 26 \sim 30 \text{ mm}$ の範囲（この範囲が $14 \times 7 = 98$ の要素に分割してある）について $\sigma_y, \tau_{xy}$ および $\sigma_x$ の分布を示すと Fig. 35, 36, 37 のようになる。 $x = 15, y = 30$ の点 (Fig. 32 のE点) で応力無限大を想像させる分布図になっている。なお $\sigma_y, \sigma_x$ ともにこの範囲ではいずれも圧縮応力であり、 $\tau_{xy}$ は $x$ が14から16に進むとき-から+に符号を変える。

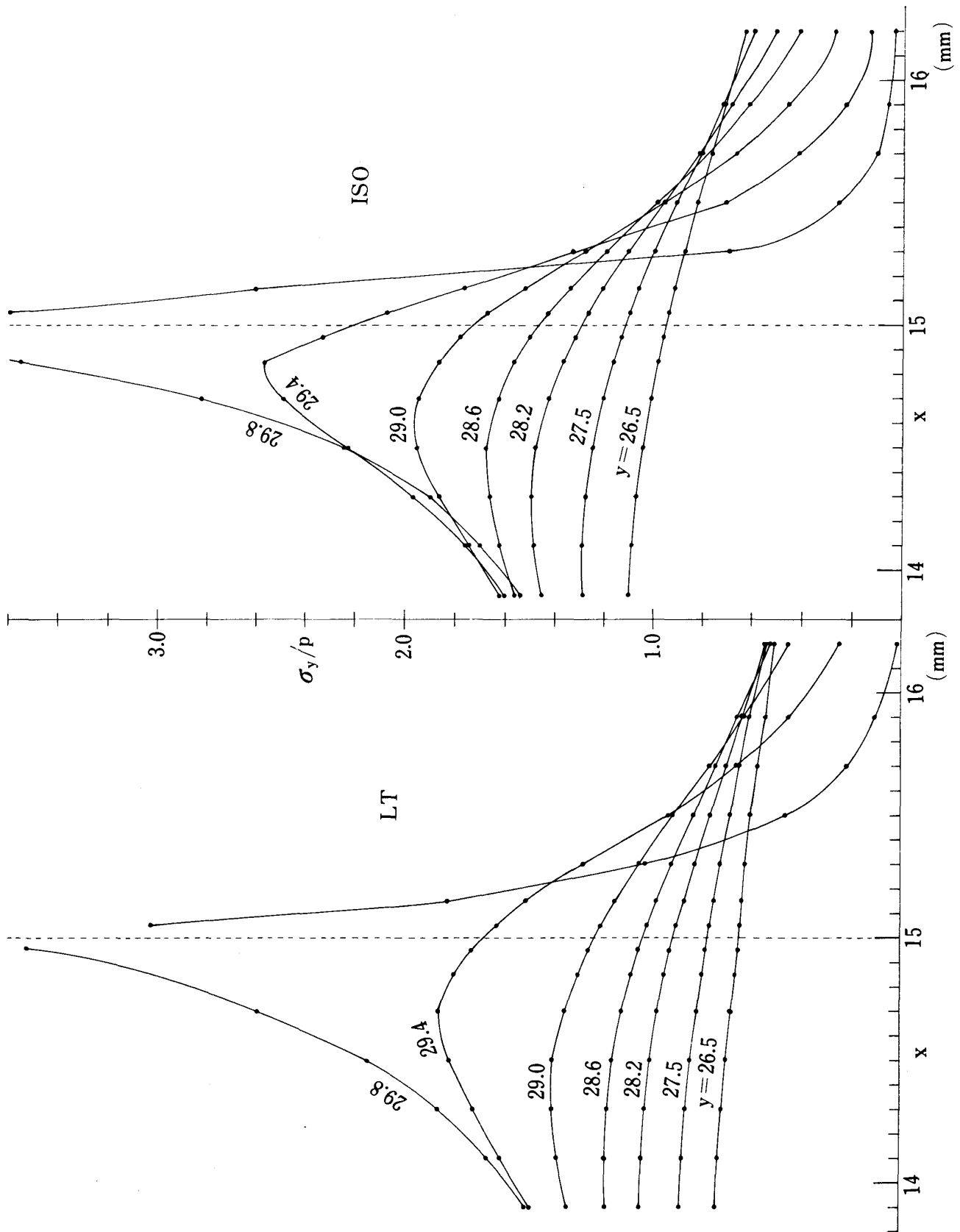


Fig. 35

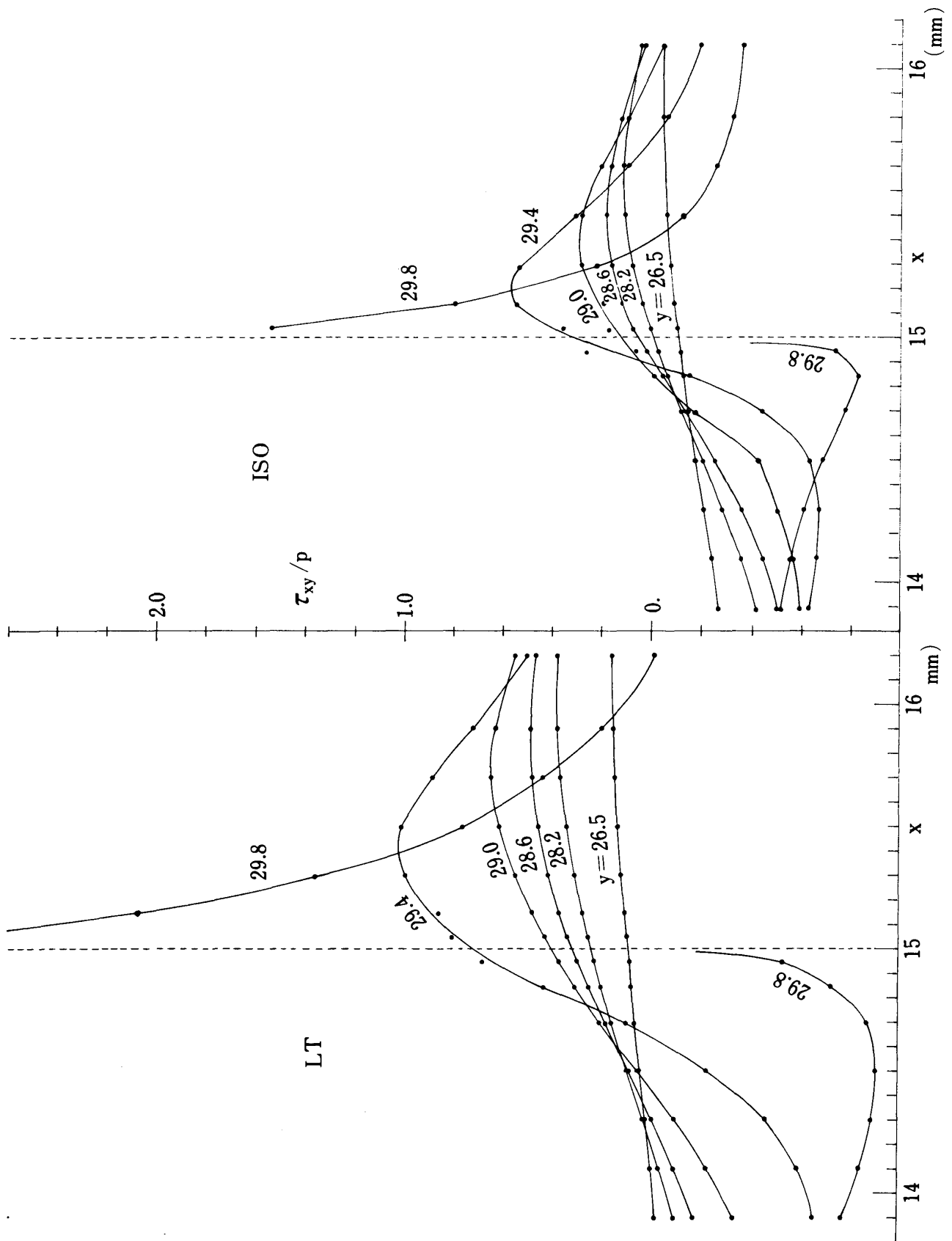


Fig. 36

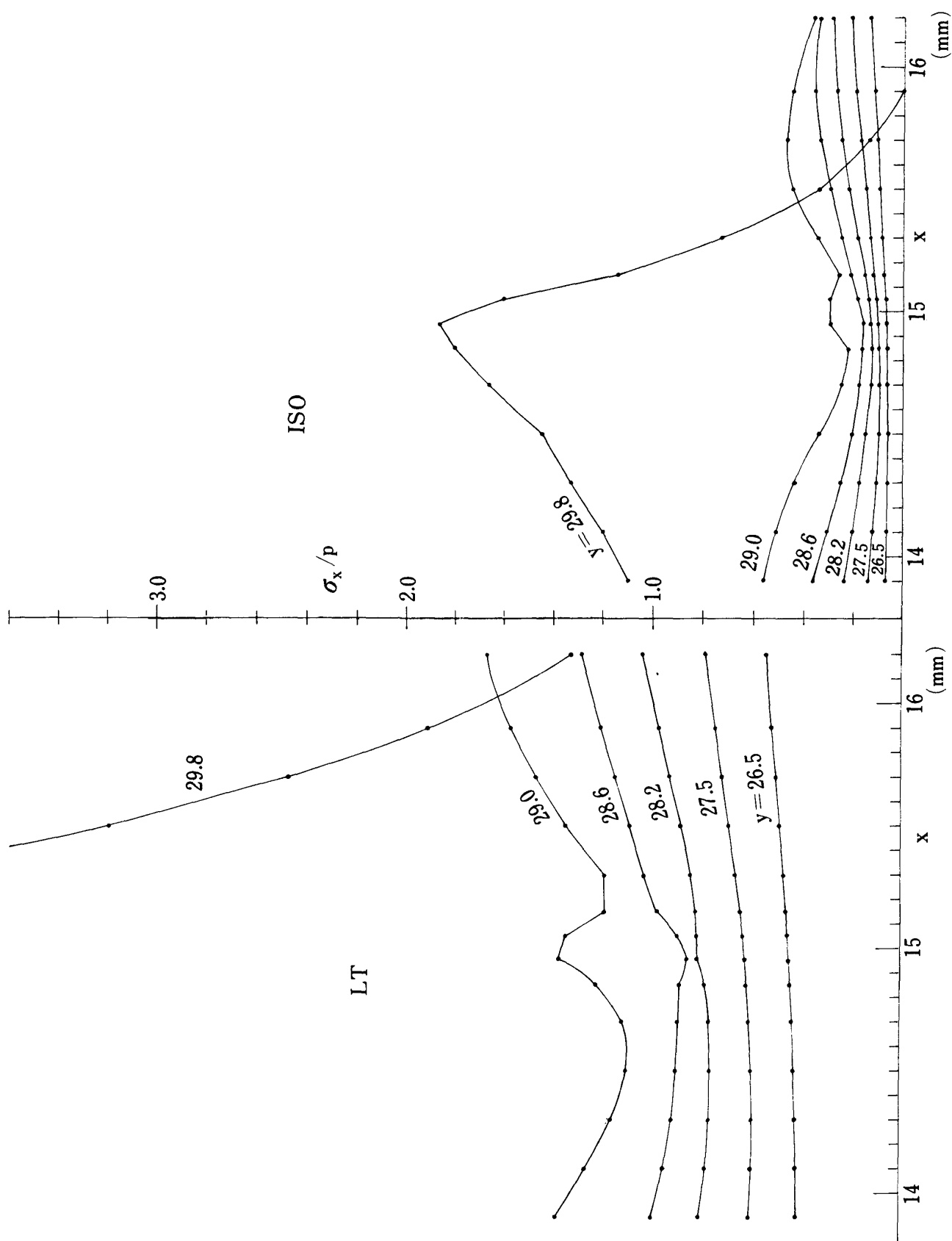


Fig. 37



(31)式の関係から、加圧鋼板が剛体のときには、荷重  $P$  がどんなに小さくても有限な値である限り  $E$  点の応力は無限大になる。木材の弾性係数特に繊維に直角方向のヤング率は、焼き入れした鋼のヤング率に比べて1/100以下であるから、加圧鋼板は相対的にはほぼ完全な剛体とみなされ、鋼板の隅角が全く丸身のない幾何学的な直角である場合、非常に小さな荷重でも非常に大きな応力が生ずることになる。したがって JIS による部分圧縮試験では、荷重を加えはじめると同時に、この点が弾性限度を超えて降伏することが予想される。

木材が組み合わせ応力に対し、どのような条件に従って降伏するかは、理論的にもまた実験的にも十分解明されていない。辻野<sup>32)</sup>は円孔を有する木材の板が一樣圧縮を受ける場合について、HILLの降伏条件を用いて弾塑性解析を行なっている。HILLの条件は、等方体についての MISESの条件を異方体に拡張したものであって、直交異方体の主軸を座標軸に一致させるとき、平面応力場に対しては次式で表わされる。<sup>48)P.317 49)P.89</sup>

$$(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H+F)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \cdots \cdots (32)$$

ここで  $G, H, F$  は異方性パラメータと呼ばれ、 $x, y, z$  軸方向の引張(または圧縮)の降伏応力を  $F_x, F_y, F_z$  とし、さらに  $z$  軸まわりのせん断降伏応力を  $T_{xy}$  とすると

$$G+H = 1/F_x^2, \quad H+F = 1/F_y^2$$

$$2H = 1/F_x^2 + 1/F_y^2 - 1/F_z^2, \quad 2N = 1/T_{xy}^2$$

で定義される。<sup>49)P.315, 50)P.58</sup> したがって (32) 式は

$$\sigma_x^2/F_x^2 - \sigma_x\sigma_y(1/F_x^2 + 1/F_y^2 - 1/F_z^2) + \sigma_y^2/F_y^2 + \tau_{xy}^2/T_{xy}^2 = 1 \cdots (33)$$

と書かれ、この式でもし  $F_x = F_y = F_z = F, T_{xy} = \frac{1}{\sqrt{3}}F$  であるなら

$$\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 = F^2 \cdots \cdots (34)$$

となって MISESの式に一致する。辻野はさらに、塑性ひずみ増分と応力の間に REUSSの方程式が成立ち、また塑性ひずみは、木材においても体積変化を伴わないものと仮定し、ナラの  $L, R, LR45^\circ$  方向圧縮試験体の軸方向および巾方向の塑性ひずみ増分の比を測定することによって必要なパラメータを定めている。

NORRIS<sup>50)</sup>は直交異方体である木材に対し  $x, y, z$  方向にそれぞれ異なる間隔で均質な板が並列する構造モデルを考え、板自体は MISESの条件に従うものとし、その構造全体に対応する木材の降伏条件に次式を与えている。

$$\sigma_x^2/F_x^2 - \sigma_x\sigma_y/F_xF_y + \sigma_y^2/F_y^2 + \tau_{xy}^2/T_{xy}^2 = 1 \cdots \cdots (35)$$

きわめて不均質な多孔体である木材に HILLの条件を適用することの可否についてはなお吟味を要するものと考えられるし、また NORRISのモデルは、実際の木材にそれを当てはめるには余りに単純過ぎる。

部分圧縮試験において、加圧鋼板の端縁に接する点の近くでは、Fig. 35, 36, 37 に示されるような複雑な組み合わせ応力状態にある。等方体について (34) の MISESの降伏条件式から

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}/p = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}/p = F/p = f \cdots \cdots (36)$$

の  $f$  の値を各要素図心の位置について求め、等圧線の形で示すと Fig. 38 の実線のようになる((36)式の  $\sigma_1, \sigma_2$  は主応力)。この図で、たとえば  $f=2.0$  の等圧線で囲まれる範囲は、この材料の単軸圧縮降伏応力が  $F$  であるとき、平均接触圧力  $p$  が  $F/2$  になればすべて降伏する範囲であることを示す。しかし  $f=2.0$  で囲まれる範囲内には  $f$  の値が  $2.0$  よりさらに大きい部分が含まれるので、 $p$  が  $F/2$

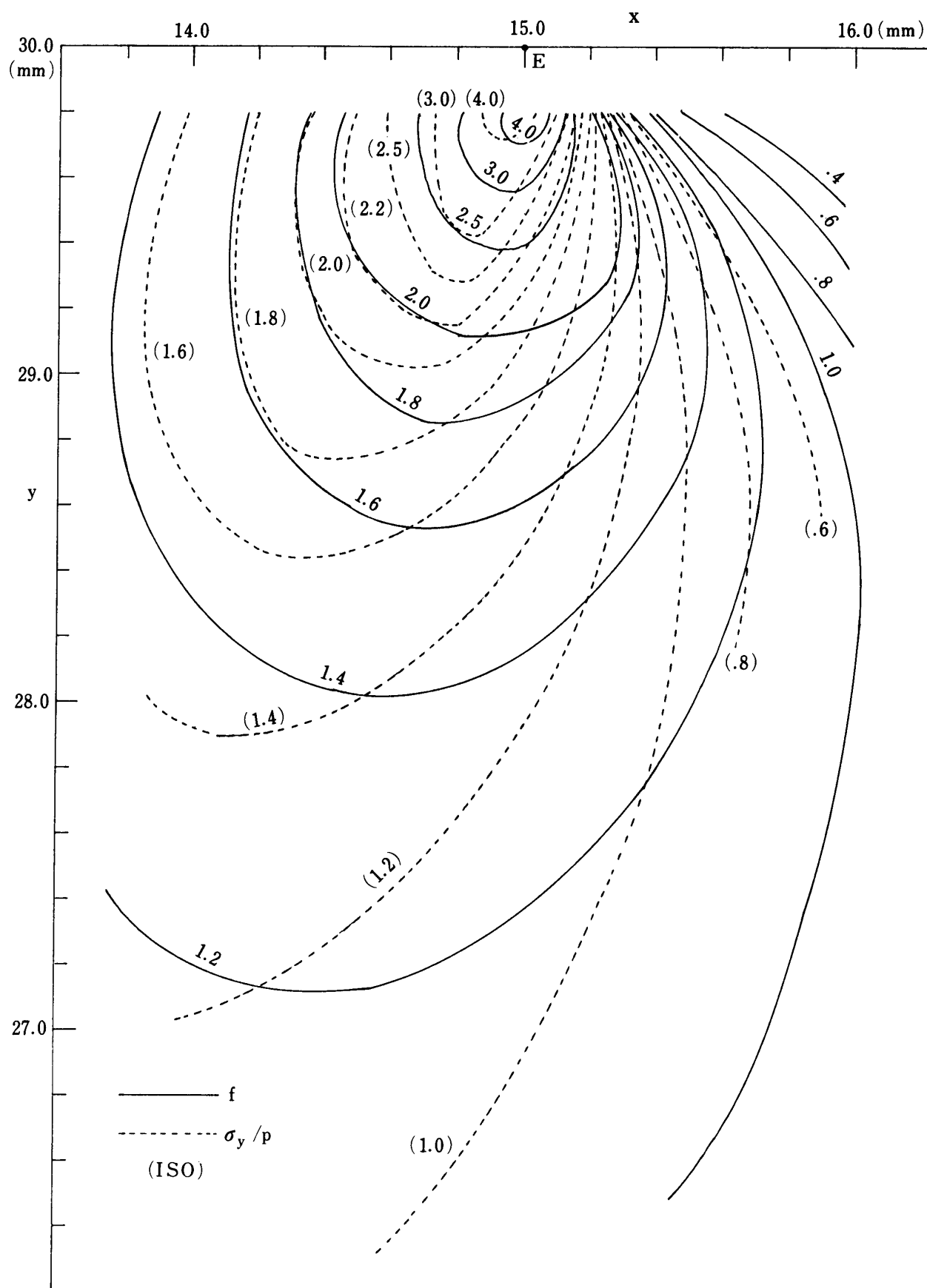


Fig. 38

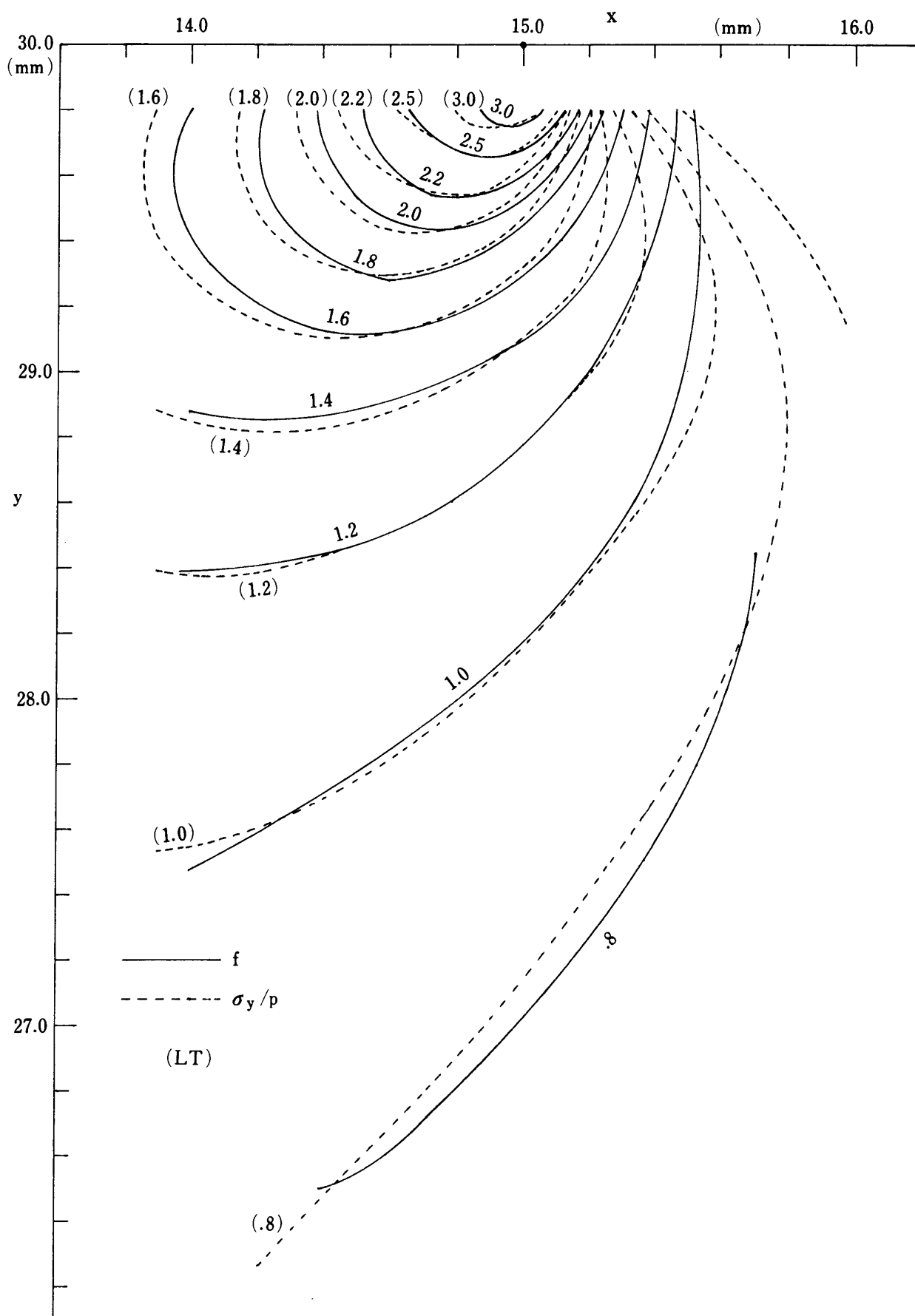


Fig. 39

に達する以前にその部分が降伏して応力の再配分すなわち平均化が行なわれる。したがって Fig. 38 の等圧線は、その大きさの順序に従って実際の降伏が進行することを示すものではなく、この図からは、たとえば  $P = F/2$  になったとき、少くとも  $f$  が 2.0 以下の範囲は依然として降伏しない範囲であると読みとる。

木材については、前述のとおり、降伏条件に関する究明が甚だ不十分であるが、(35) 式は NORRIS の実験結果とかなりよく一致しているので、実験式的意味においてこの式を考えることにする（なお (35) 式と (33) 式は第 2 項の係数のみが異なる）。木材工業ハンドブック<sup>40)</sup>p.175 からスギの圧縮比例限をとると  $FL = F_x = 2.30 \text{ kg/mm}^2$ ,  $FT = F_y = 0.07 \text{ kg/mm}^2$  である。木材のせん断応力-歪曲線に関する資料は極めて乏しいが、MUNTHER<sup>51)</sup> が行なった Two-plate Compression Shear による結果、山井<sup>11)</sup> の ASTM 方式による実験結果等を参照すると、針葉樹材の縦断面せん断について、せん断比例限応力は破かい強度のおよそ 3/4 程度と推定することが出来る。スギの柾目面せん断に対する強さは、同じハンドブックから  $0.65 \text{ kg/mm}^2$  であるので、 $T_{LT} = T_{xy} = 0.65 \times 0.75 \div 0.50 \text{ kg/mm}^2$  となる。(35) 式から

$$\sqrt{\sigma_x^2 (F_y/F_x)^2 - \sigma_x \sigma_y (F_y/F_x) + \sigma_y^2 + \tau_{xy}^2 (F_y/T_{xy})^2} / P = F_y / P = f \dots\dots\dots (37)$$

とおき、各要素の応力を用いて上式の  $f$  を計算して図示したものが Fig. 39 である。この図では、例えば平均接触圧力  $P$  がスギの  $T$  方向単軸圧縮比例限応力  $0.07 \text{ kg/mm}^2$  に達しても  $f < 1.0$  の範囲は弾性域内にあることを示している。

部分横圧縮試験において、加圧鋼板の縁に接する点 (E 点) の近傍は、非常に小さな荷重で降伏あるいは弾性破損を生ずることは確かであるが、それはきわめて局所的な現象である。たとえば平均接触圧力  $P$  が  $y$  方向の単軸圧縮降伏応力  $F_y$  の 1/5 としたとき弾性破損を生ずる範囲は、Fig. 39 から E 点のまわり  $0.1 \sim 0.2 \text{ mm}$  に過ぎない。また  $P = F_y / 2$  になったときでも  $0.5 \sim 0.6 \text{ mm}$  の範囲を超えないことが知れる。また Fig. 38, 39 に描かれている点線は、 $\sigma_y / P$  の等圧線である。等方体 (Fig. 38) では実線と点線がかなり異なった曲線になるが、スギ LT 試片 (Fig. 39) については殆ど差がない。このことは、木材の降伏が (35) 式にしたがうとしたとき、木材特に針葉樹材では  $F_y$  (繊維に垂直方向の圧縮比例限) が  $F_x$  (繊維方向圧縮比例限) および  $T_{xy}$  (縦断面の繊維方向せん断比例限) に比べて極めて小さいために、 $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  が  $\sigma_y$  と同じオーダーなら (37) 式は  $f \div \sigma_y / P$  となることから当然の帰結である。したがって木材の部分横圧縮での比例限などを考察するには、単独に  $\sigma_y$  のみに着目すれば十分である。

## 2. 中央部加圧と材端部加圧

木材の部分横圧縮の試験は、いずれの規格においてもすべて試験体の中央部を加圧するように定めている。しかし木構造においては Fig. 40 の (B) のように、材端部に部分圧縮荷重が作用する部材も多く用いられる。日本建築学会・木構造設計基準で、繊維に直角方向の圧縮に対しては、(A) 材中間部を加圧される場合、(B) 材端部を加圧される場合、(C) 全面を加圧される場合に分類して、それぞれに許容応力度を定めている。<sup>52)</sup>p.22

Fig. 40 の (B) で、図のように座標軸を定め、 $a = h = 30 \text{ mm}$ ,  $l = 5a = 150 \text{ mm}$  とし

$$x = 0, \quad y = 0 \quad : \quad u = v = 0$$

$$0 < x \leq l, \quad y = 0 \quad : \quad v = 0$$

$$0 \leq x \leq a, \quad y = h \quad : \quad v = -v_0$$

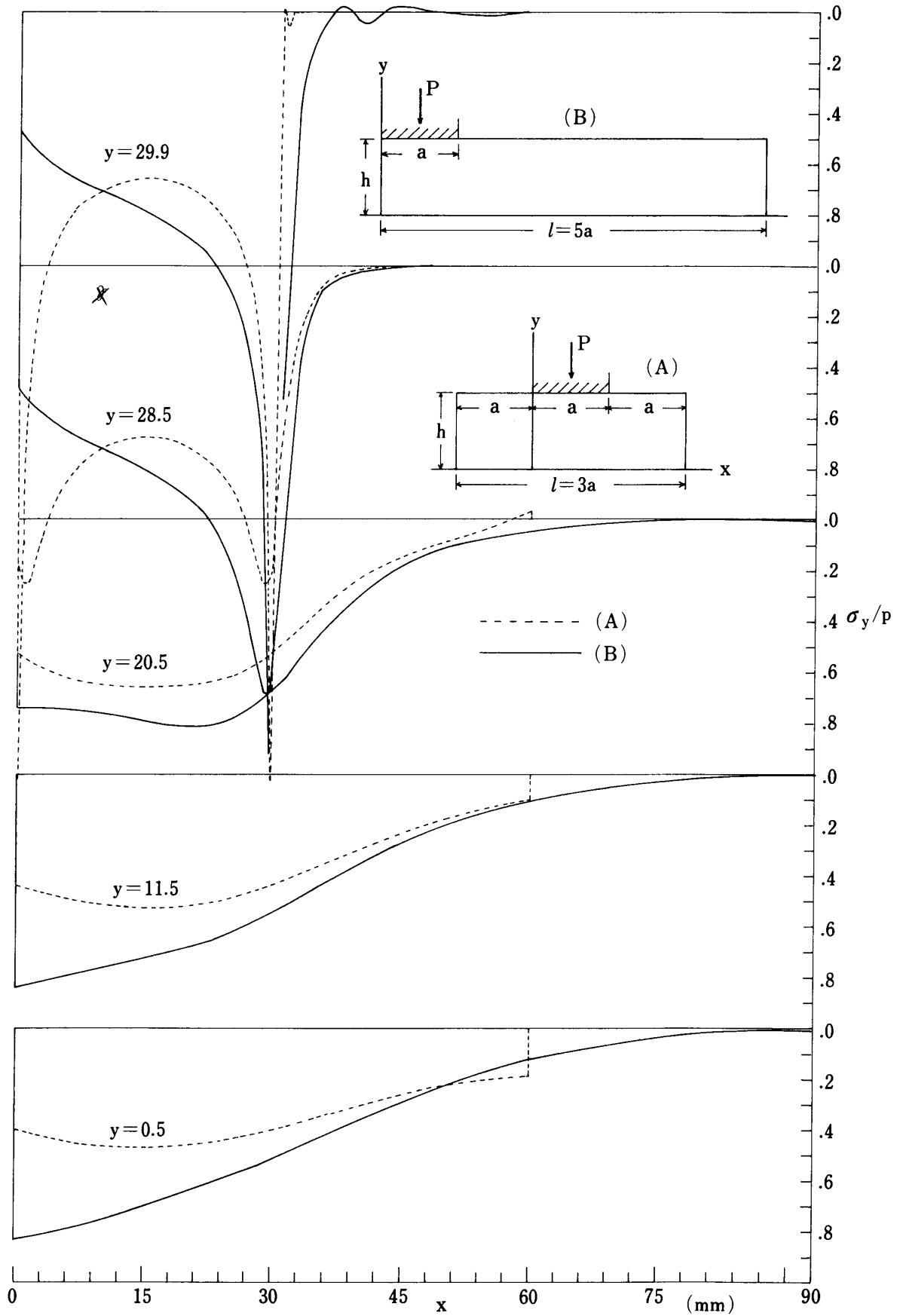


Fig. 40

の境界条件を与えて応力を計算した。スギLT面 ( $x=L$ ,  $y=T$ ) についての結果から  $y=0.5, 11.5, 20.5, 28.5, 29.9\text{mm}$  の各水平断面上の  $\sigma_y/p$  を示すと Fig. 40 の実線のようにになる。同図の点線は中央部加圧(A)の場合で、前節に述べたものと同一である。(A)では図の位置に  $y$  軸をとっているの  
で応力の分布は  $x=15$  に対して左右対称であり、また(B)の  $x>90$  での応力は非常に小さいので  $x=0\sim90$  の範囲についてのみ図に示した。

Fig. 40 をみると、材端部加圧(B)の場合、加圧板の内側端縁では前節で述べたと同様著しい応力集中を生じているが、外側端縁での  $\sigma_y$  は小さく、 $y$  軸に沿って下方に進むとき  $\sigma_y$  が増大していく。

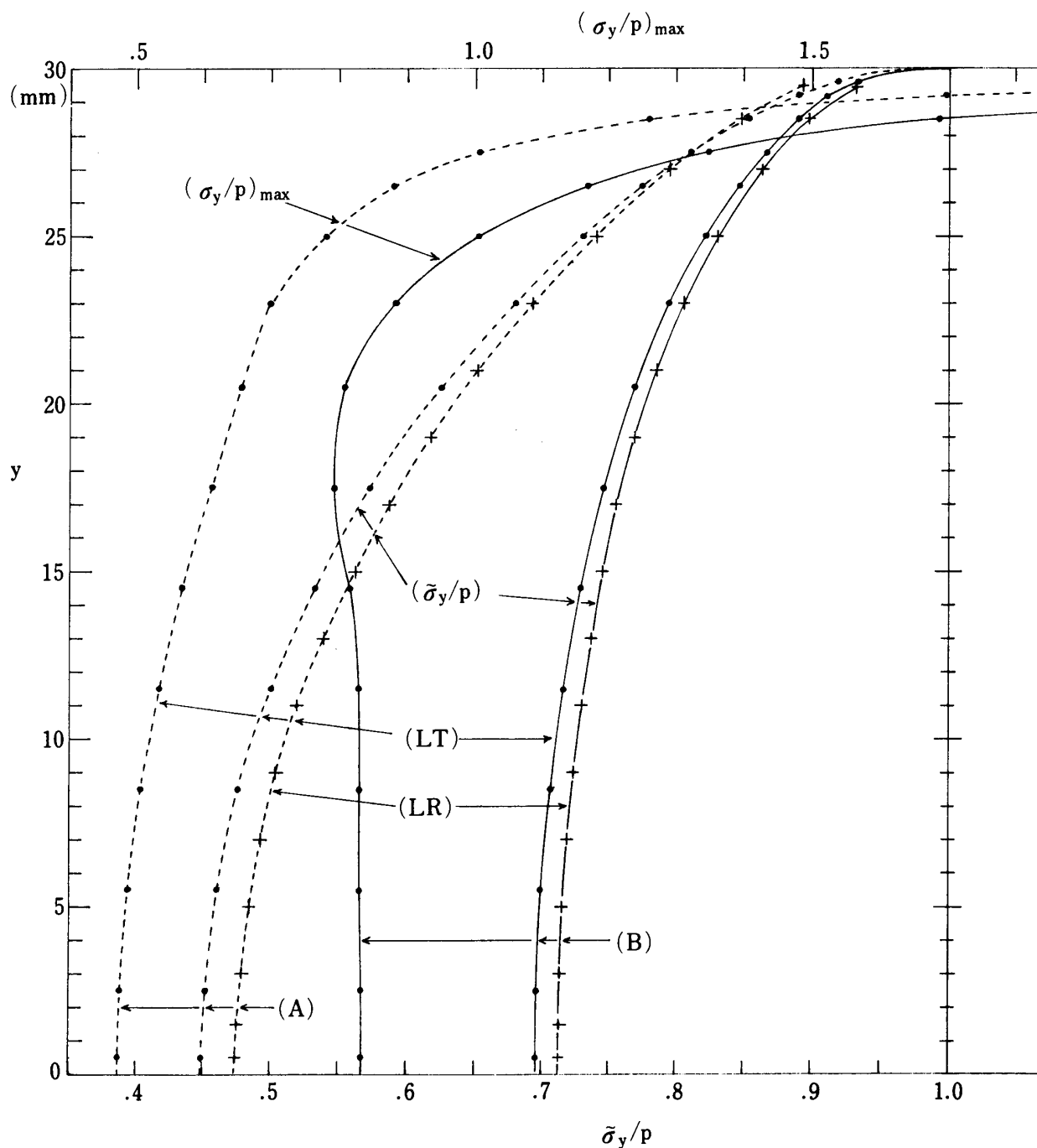


Fig. 41

また同じ高さの水平断面について  $\sigma_y/p$  の最大値を比較すると、材端部加圧(B)の場合が中央部加圧(A)の場合より大きいことが知れる。その状態は Fig. 41 の  $y \sim (\sigma_y/p)_{\max}$  の曲線(実線が(B), 点線が(A))で示され、 $y=0 \sim h$  の全範囲について(A)<(B)である。材端部加圧の許容応力度を中央部加圧のそれより小さくとらなければならない理由の一つはおそらくここにあると考える。

木構造設計基準では、木材の横圧縮許容応力度を定めるのに、それぞれの加力状態で試験された比例限を基準応力にとり、針葉樹材について、中央部加圧(A)では  $0.2fc$ 、材端部加圧(B)では  $0.16fc$ 、全面加圧(C)では  $0.125fc$  としている。<sup>52) p.22</sup> ただし  $fc$  は縦圧縮の許容応力度である。

部分横圧縮試験での比例限  $\sigma_p$  は、荷重  $P$  と対応する  $\delta$  の関係を測定し、 $\delta \sim P$  の直線関係が保持される限界の荷重  $P_p$  から(30)式で定められる。ここで  $\delta$  は、加圧鋼板の下面と支台面との間の短縮量であって、通常ダイヤルゲージなどで測定される。したがって  $\delta$  は、Fig. 40 の(A)または(B)で  $x$  を  $0 \sim a$  の間にとって、

$$\delta = \int_0^h \varepsilon_y dy$$

であり、 $y=0 \sim h$  間の平均ひずみを  $\tilde{\varepsilon}_y$  とすると

$$\delta = h \cdot \tilde{\varepsilon}_y$$

である。加圧板が傾斜しないということを前提にすれば、当然  $x=0 \sim a$  の範囲で  $\delta=(一定)$ 、したがって  $\tilde{\varepsilon}_y=(一定)$  である。

いま  $x=0 \sim a$ 、 $y=0 \sim h$  の範囲すなわち加圧板を直接支えている部分について、 $y$  の各値に対する

$$\frac{1}{a} \int_0^a \sigma_{y/p} dx \equiv \tilde{\sigma}_{y/p}$$

を求めた結果を Fig. 41 に示す。 $\tilde{\sigma}_y$  は  $x=0 \sim a$  の範囲についての圧縮応力の平均値であって、図の●印は、前記のスギ LT 面に関するものであり、+印は LR 面( $x=L$ ,  $y=R$ ) についてのものである。LT, LR いずれにおいても  $\tilde{\sigma}_{y/p}$  が、 $y=0 \sim h$  の全範囲にわたって、(A)<(B)であることがみられる。さらに、加圧板を直接支える部分全体について、圧縮応力の総平均

$$\frac{1}{ah} \int_0^a \int_0^h \sigma_{y/p} dx dy = \frac{1}{h} \int_0^h \tilde{\sigma}_{y/p} dy \equiv \tilde{\tilde{\sigma}}_{y/p} \dots\dots\dots (38)$$

を求めてみると

$$\left. \begin{array}{ll} \text{LT : (A) } \tilde{\tilde{\sigma}}_{y/p} = 0.583 & \text{(B) } \tilde{\tilde{\sigma}}_{y/p} = 0.755 \dots\dots\dots \\ \text{LR : (A) } \tilde{\tilde{\sigma}}_{y/p} = 0.601, & \text{(B) } \tilde{\tilde{\sigma}}_{y/p} = 0.767 \dots\dots\dots \end{array} \right\} (39)$$

という値になる。

部分横圧縮試験では、加圧鋼板端縁の近傍に大きな応力集中が生じて、その部分が荷重の初期の段階で降伏するであろうことを前述したが、その範囲はきわめて局部的であり、 $x=0 \sim a$  の水平断面全体にわたるものではない。したがって、 $\delta$  の測定が通常の精度で行なわれるとき、荷重のある範囲内では  $\delta \sim P$  間に一定の直線関係がみられる。この直線関係が破れるのは、与えられる  $P$  の増加率以上に  $\delta$ 、したがって  $\tilde{\varepsilon}_y$  ( $x=0 \sim a$ ,  $y=0 \sim h$  の範囲についての総平均圧縮ひずみ)が増大し始めるときである。そして  $\tilde{\varepsilon}_y$  は対応する同じ範囲での総平均圧縮応力  $\tilde{\tilde{\sigma}}_y$  でほとんど定まるであろうから、 $\tilde{\tilde{\sigma}}_y$  がその木材特有のある限界値  $F_y$  に到達したときが比例限であるという仮定が近似的に容認されよう。さらに、もし局部的な降伏による応力の再編成が行なわれた後の分布が、こ





$\theta = 45^\circ$ すなわち追端面加圧の場合には

$$\left. \begin{aligned} E_y &= 4 / (1/E_z + (1 - 2\mu_{yz})/E_y + 1/G_{yz}) \cdots \cdots \cdots \\ G_{xy} &= 2 / (1/G_{xy} + 1/G_{zx}) \cdots \cdots \cdots \\ \mu_{xy} &= (\mu_{xy} + \mu_{xz}) / 2 \cdots \cdots \cdots \end{aligned} \right\} (41)$$

となり、スギについて計算すると

$$E_x = 750 \text{ kg/mm}^2, E_y = 5.69, \text{ kg/mm}^2, G_{xy} = 45.5 \text{ kg/mm}^2, \mu_{xy} = 0.50$$

となる。 $\theta = 45^\circ$ のとき木材、特に針葉樹材では一般に  $E_y$  が非常に小さな値になるのが特徴的である。

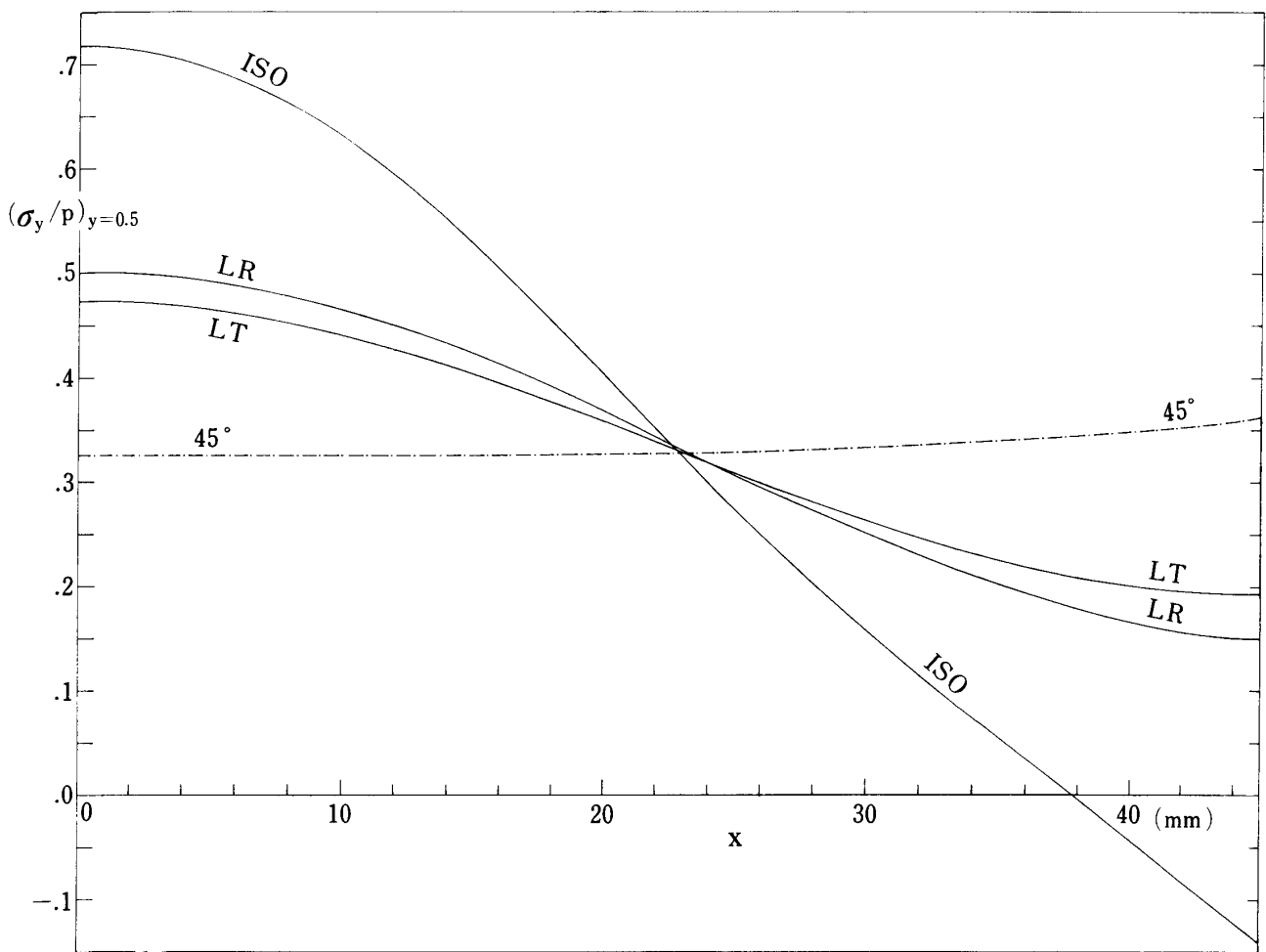


Fig. 43

Fig. 32 の JIS 試験体で加圧面が端面 ( $x=L, y=T$ ; LT 試験体), 板目面 (LR 試験体), 追端面 ( $45^\circ$  試験体) の場合につき、スギの定数を用いて計算した結果から、 $y=0.5\text{mm}$  断面の  $\sigma_y$  の分布を Fig. 43 に示す。同図の ISO は等方体での分布であり、LT, ISO は Fig. 33 のそれと同一である。Fig. 44 には、同じく中央部分加圧であるが、試験体の長さ  $l=135\text{mm}$  (LT) および  $l=120\text{mm}, 195\text{mm}$  ( $45^\circ$ ) についての結果が示されている。

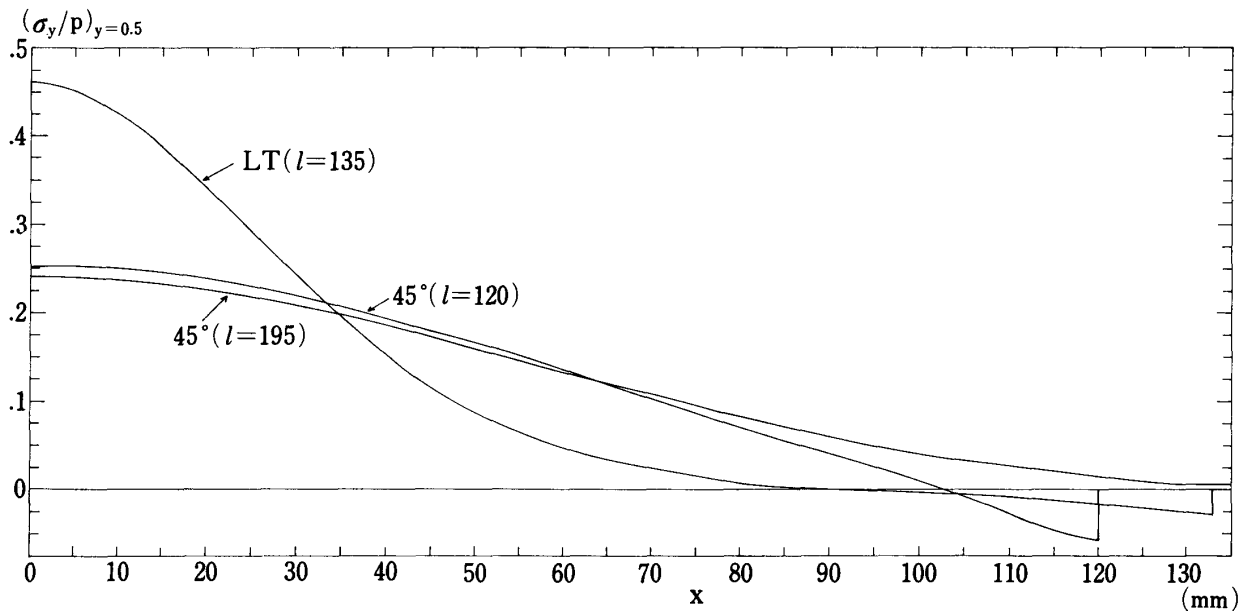


Fig. 44

山井<sup>53)</sup>はスギおよびブナ材について部分横圧縮試験を行ない、 $\varepsilon_y$ の $x$ 軸方向での分布を測定した。その結果からスギのような軟材は、ブナのような硬材より圧縮影響域が大きく、材端に向って比較的緩慢に低減してゆく傾向があると述べている。

要素法によって計算された $\sigma_y$ の、試験体底面近くでの分布は、Fig. 43, 44にみられるように等方体<スギLR<スギLT<スギ45°の順序に圧縮影響域が広がっていくことを示している。山井は軟材、硬材という語を用いているが、応力またはひずみの分布状態は、もちろん、材質の硬軟に直接支配されるものではなく、それらの弾性定数あるいはそれから定まる示性数の値に依存するものである。

直線縁を有する半無限の直交異方性板で、直線縁が弾性主軸と一致し、その縁にFig. 45のような集中荷重 $P$ が作用するときの解は非常に簡単で(26)式の $k_1$ 、 $k_2$ を用い次のように表わされる。  
12~15, 18, 20, 54)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= Kx^3yP/\pi \cdots \cdots \cdots \\ \sigma_y &= Ky^3P/\pi \cdots \cdots \cdots \\ \tau_{xy} &= Kxy^2P/\pi \cdots \cdots \cdots \\ K &= k_1k_2(k_1+k_2)/(k_1^2k_2^2y^4 + (k_1^2+k_2^2)x^2y^2 + x^4) \cdots \cdots \end{aligned} \right\} (40)$$

ここでは $\sigma_y$ だけに着目し、これを(41)式の形

$$\sigma_y = \frac{1}{\pi} k_1k_2(k_1+k_2)/(k_1^2k_2^2 + (k_1^2+k_2^2)(x/y)^2 + (x/y)^4) P/y \equiv \frac{1}{\pi} K'P/y \cdots (41)$$

に表わすと、 $\sigma_y$ の大きさは深さ $y$ に逆比例し、ある一定深さの水平面上における応力分布の状態は $(x/y)$ に対する $K'$ の変化によって表わされることになる。等方体では $k_1=k_2=1$ であるからこの $K'$ は周知の次の式に一致する。<sup>55)</sup>

$$K' = 2/(1 + (x/y)^2)^2 \cdots \cdots \cdots (42)$$

木材の繊維方向を $x$ 軸にとったとき、平面応力問題の示性数 $k_1$ 、 $k_2$ はFig. 13-1の○および●印であってほとんどすべてのものが、①： $(k_1=2.5, k_2=0.8)$ 、②： $(2.5, 1.4)$ 、③： $(5.0, 0.8)$ 、④： $(5.0, 1.4)$ で囲まれる範囲に含まれる。

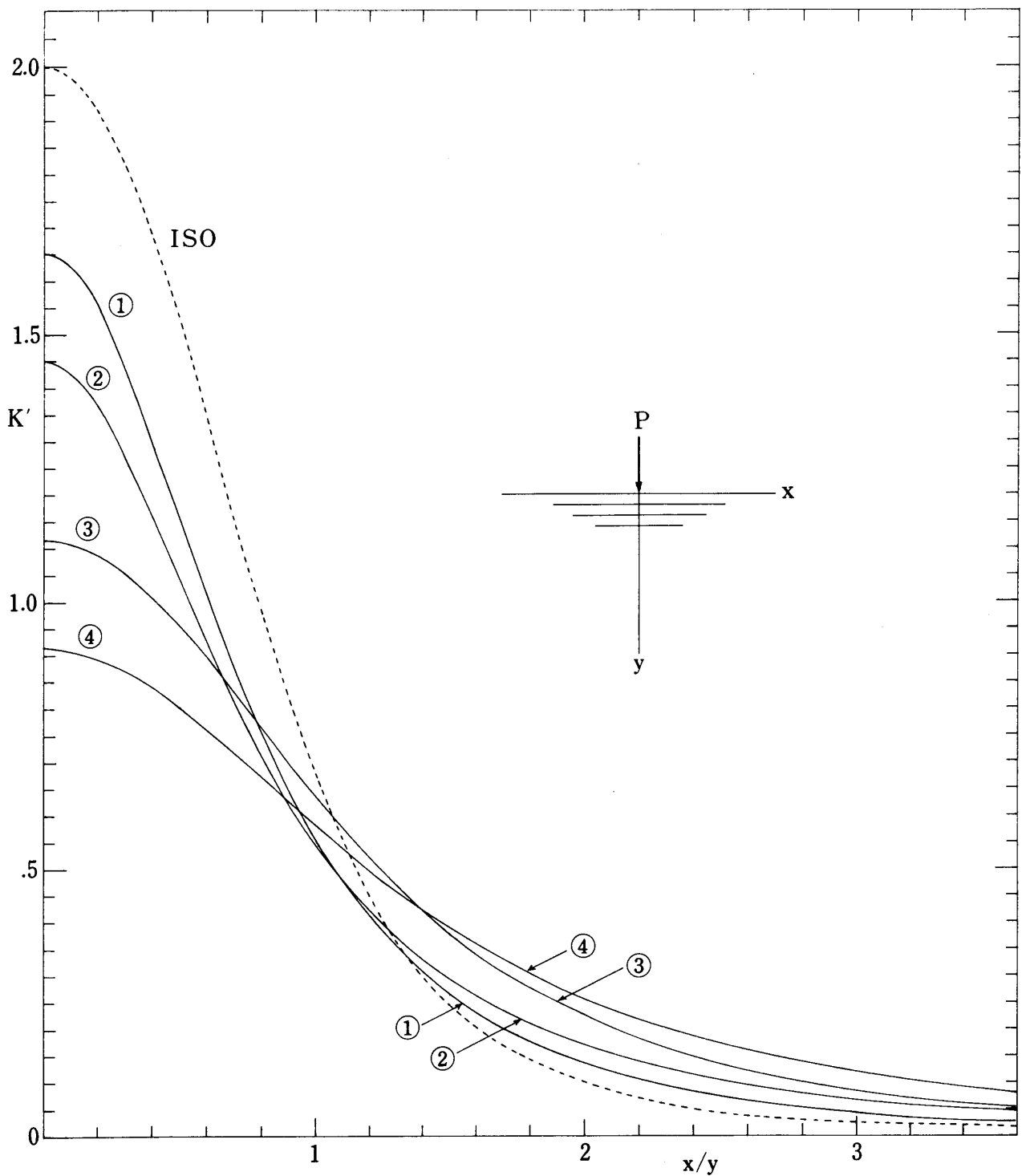


Fig. 45

いま①～④についてそれぞれの $k_1, k_2$ を用い、 $K' \sim (x/y)$ の関係を示すと Fig. 45 の各曲線となる。同図の点線は等方体のもので(42)式による値である。これによると $k_1$ および $k_2$ の値が大きくなる程応力は広い範囲に分散することが知れる。((40),(41)式は半無限板の集中荷重に対する式であるからもちろん、有限寸法の長方形領域を対象とし、境界の一部について変位を規定する部分圧縮

試験の応力分布に直接適用されるものではない。しかし加圧板の接する表面から相当離れた水平断面での応力分布が、 $k_1, k_2$ によって何のように影響されるか、概略の傾向をうかがうことは出来よう) 山井の報告には $k_1, k_2$ を計算するに必要な全部の弾性定数が示されてないので木材工業ハンドブックの値を用いると

$$\text{ブナ (LT)} \quad k_1=4.12, k_2=1.11$$

$$\text{スギ (LT)} \quad k_1=4.35, k_2=1.15$$

であって $k_1, k_2$ ともにスギの方が大きい。Fig. 43, 44 の応力分布も、ISO( $k_1=1, k_2=1$ ), LR(3.06, 1.16), LT(4.35, 1.15)であることから、同じ傾向にしたがっていることが判る。45°試験体は $xy$ 面が直交異方体の弾性対称面でないから $k_1, k_2$ は定義されない。しかしLTまたはLR試験体で $k_1, k_2$ が大きいということは $E_x$ に比べて $E_y, G_{xy}$ が小さいことを意味するので、45°試験体の $E_y$ が格段に小さな値であることを考えれば、非常に広い範囲に応力が分散する結果も当然なこととして首肯される。なお45°( $l=45\text{mm}$ )試験体の各水平断面( $y=5, 13, 19, 25, 29.5\text{mm}$ )での $\sigma_y$ の分布(Fig. 46)を、Fig. 33のLTまたはISOと比較すると、45°試験体では、およそ $y < h/3$ の範囲になると、 $\sigma_y$ が水平断面上ほぼ一様分布になっていることが知られる。

#### 4. 試験体の長さともかけのヤング率の変化

現行のJIS規格は既に述べたとおり、Fig. 32において $a=h=30\text{mm}$ とし、試験体の長さ $l$ は $3a$ 以上と規定している。旧建築規格JESでは $l=6a$ 、1954年の改正によるJIS Aでは $l=5a$ としていた。ASTM D143では $a=h=2\text{inch}$ 、 $l=3a$ 、DIN 52185では $a=h$ 、 $a \geq 50\text{mm}$ 、 $l \geq 3a$ と規定している。

SUENSON<sup>56)</sup>は $w \times h = 15\text{cm} \times 15\text{cm}$ の実用大断面(内部に髓心を含んでいる)寸法のFichte角材を用い、長さ $l$ を15, 30, 45, 60, 75cmに変えて中央部分横圧縮の試験(加圧鋼板の巾 $a=h$ )を行い、荷重 $P$ と短縮量 $\delta$ の関係を測定した。その結果から

$$\delta/h = \bar{\epsilon}, \quad E' = \frac{P}{aw} / \bar{\epsilon}$$

として“部分圧縮でのみかけのヤング率” $E'$ を求め、全面加圧( $l \leq a$ )の場合のヤング率 $E$ (通常の横圧縮ヤング率)との比が、試験体の余長 $b$ に対して次のような関係にあることを報告している。

$$E'/E = \begin{cases} 1 + 2(b/h) - (b/h)^2, & b/h < 1 \\ 2 & b/h \geq 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(43)$$

$b/h < 1$ すなわち $l < 3h$ の範囲では、 $b$ したがって $l$ の増大とともに $E'$ は2次放物線の形で増大するが、 $b/h \geq 1$ すなわち $l \geq 3h$ では $E'$ は一定でしかも $E' = 2E$ である。

日本、アメリカ、ドイツの規格がすべて、 $l=3h$ または $l \geq 3h$ となっているが、このことは、部分横圧縮試験体の長さが $3h$ またはそれ以上、したがって余長 $b$ が試験体の高さ $h$ に等しいかまたはそれ以上になれば、長さの影響は無視出来る程度になることを意味しており、SUENSONの結果もその点においては一致している。

スギのLT, LR, および等方体について、 $l/h=1.4, 1.8, 2.3, 3.0, 4.2, 6.0, 9.0$ とし、45°試験体では $l/h=2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 5.0, 6.0, 8.0, 13.0, 21.0$ とし、IV-1での境界条件の下で応力を計算した。任意な水平断面で $\int_0^{l/2} \sigma_y dx = P/2$ を、所与の $v_0$ (加圧板の垂直変位)から $\bar{\epsilon} = v_0/h$ を、つづいて $E' = \frac{P}{30} / \bar{\epsilon}$ を求め、 $E'/E = E'/E_y$ の $l/h$ に対する関係を示したものがFig. 47である。これによるとLT, LR試験体では、 $l > 3h$ になると $E'$ の長さによる影響は殆どなく

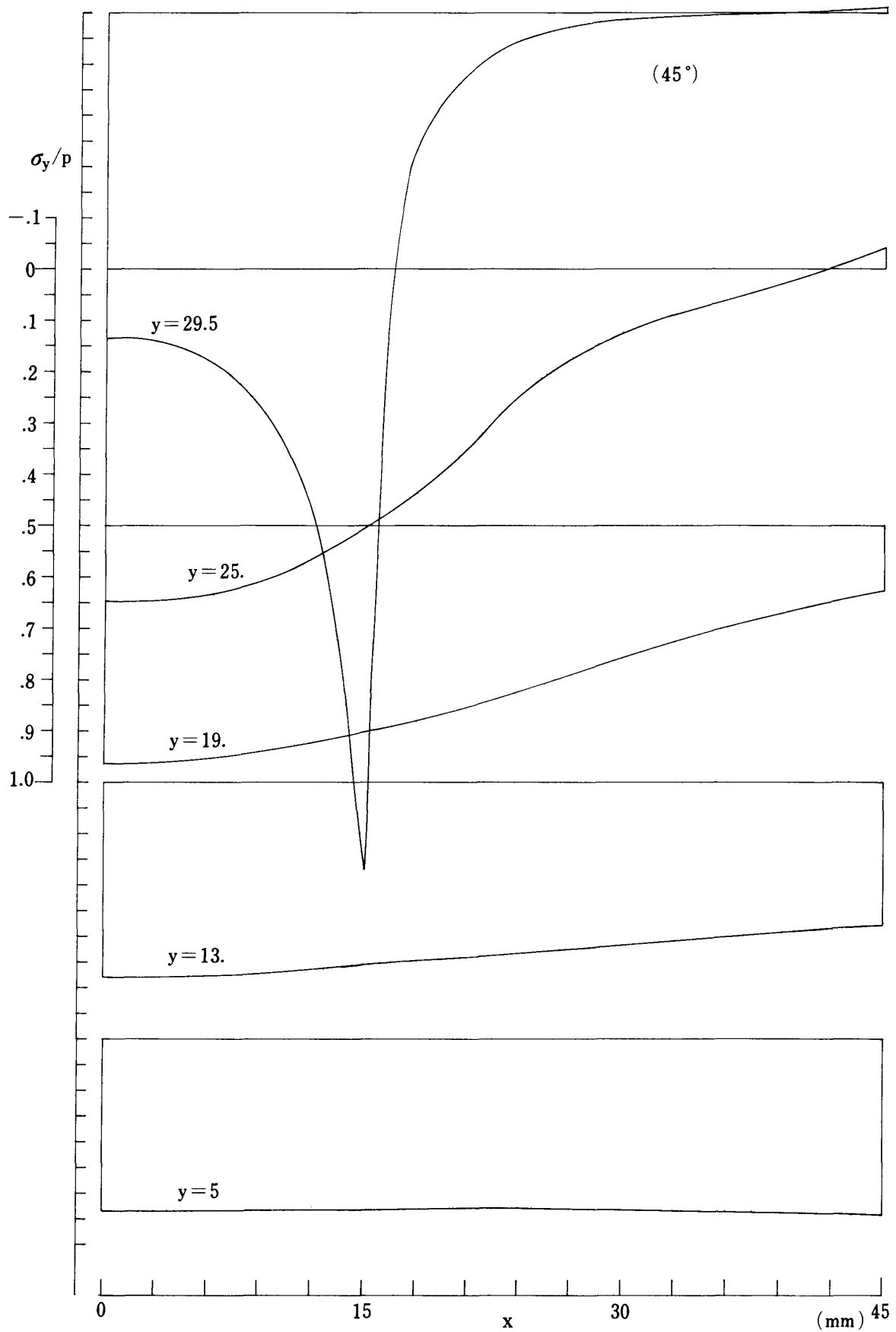


Fig. 46

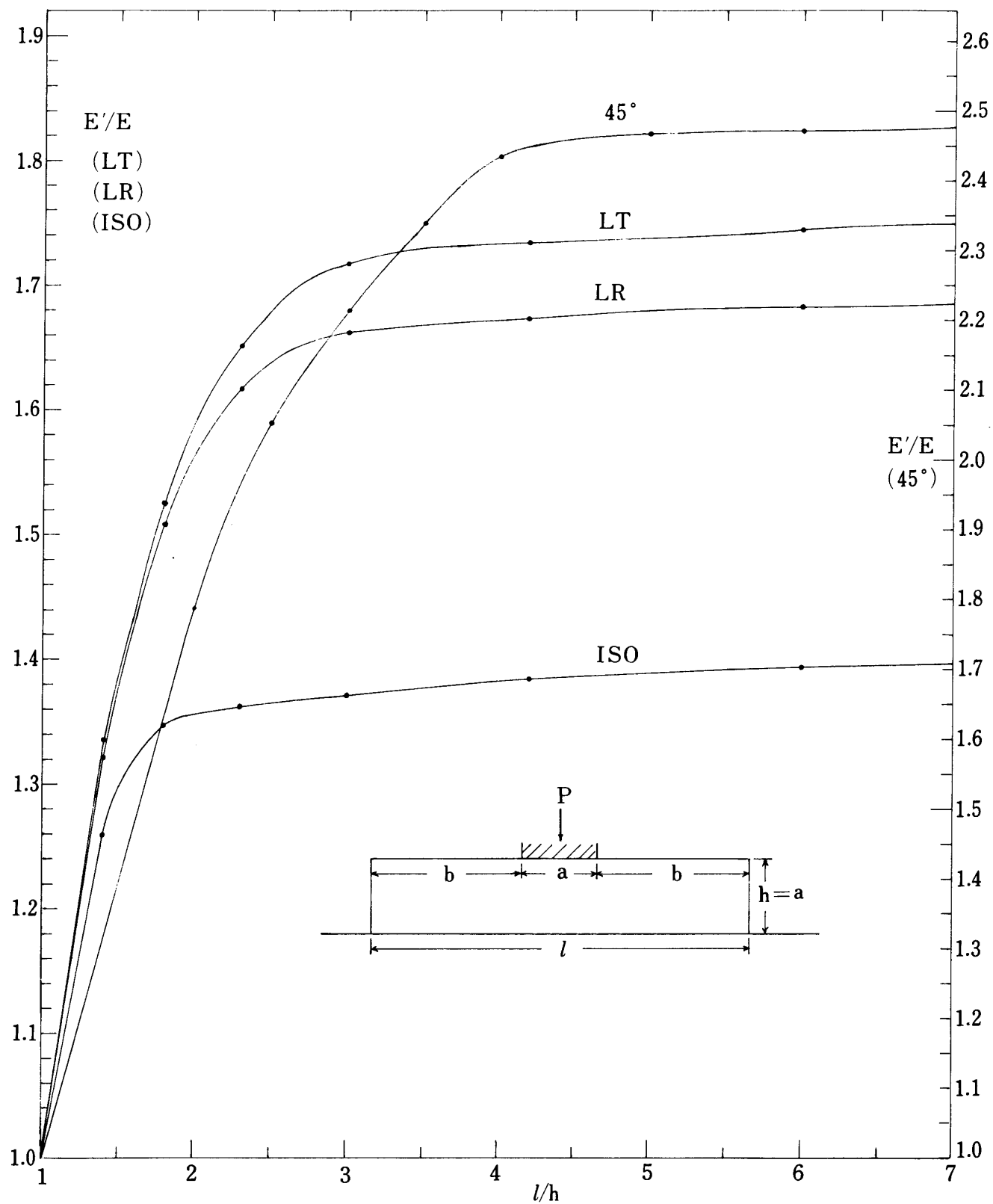


Fig. 47

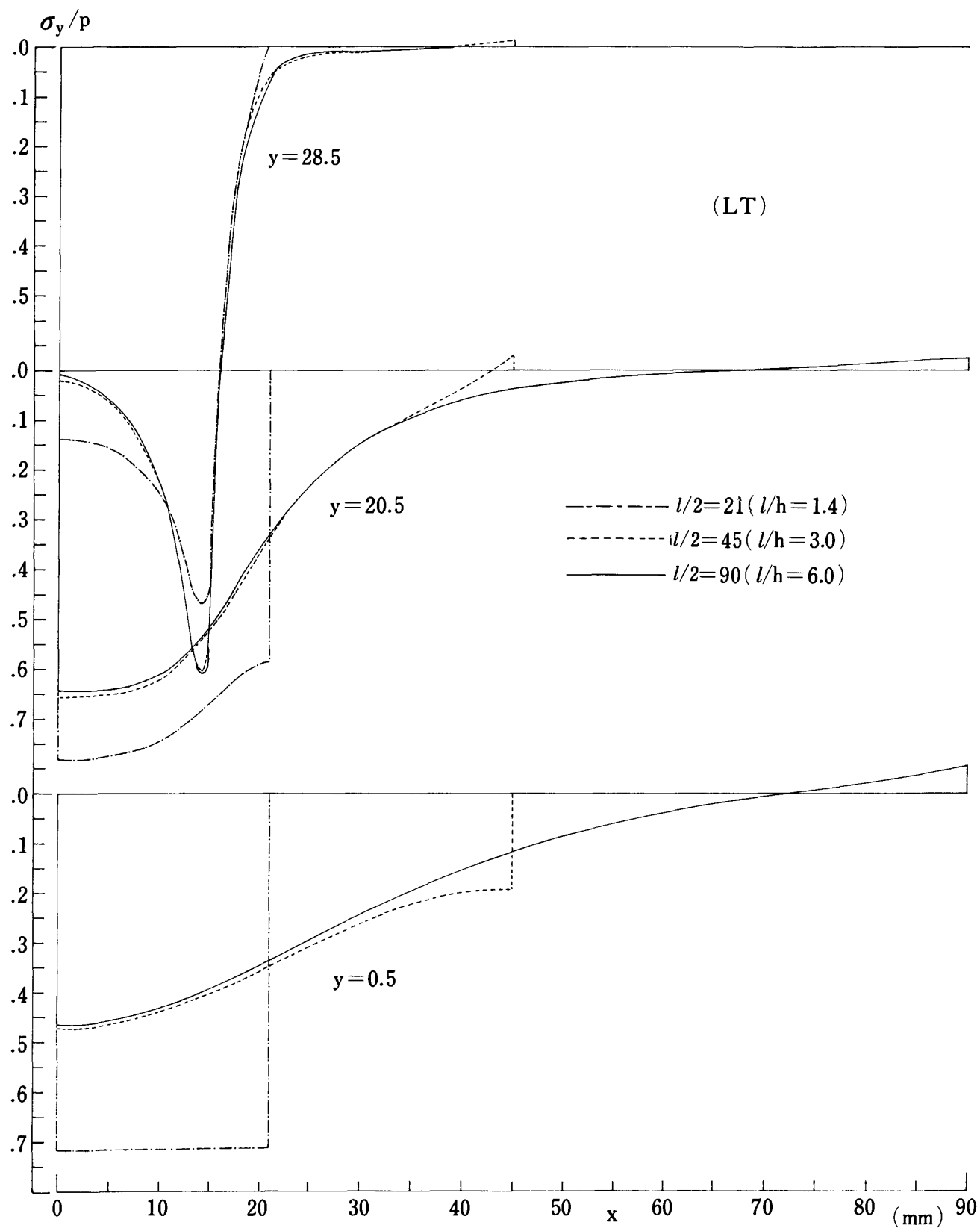


Fig. 48

なことが判る。また Fig. 48 に LT 試験体の長さ  $l=42\text{mm}$  ( $l/h=1.4$ ),  $90\text{mm}$  ( $l/h=3.0$ ),  $180\text{mm}$  ( $l/h=6.0$ ) のものについて内部の応力分布を示しているが,  $l=90$  と  $l=180$  とでは顕著な差はないことが知れる。しかし Fig. 47 で,  $45^\circ$  試験体では長さの影響が著しく,  $l=3h$  の附近ではまだ  $l/h$  の変化に伴って  $E'$  は大巾に変化する。 $45^\circ$  試験体で  $E'$  が長さに対してほぼ安定するのは  $l/h \geq 5$  の範囲であるとみられる。これに対し等方体では  $l > 2h$  で  $E'$  はほぼ一定値に達する。いま  $l=3h$  に対する値と, 長さの影響が完全になくともみなされる  $l=10h$  に対する値 (外挿または内挿値) を比較すると Table 5 のようになる。この表から, 追桁材について,  $l=3h$  の試験体での結果をそのまま用いて十分に長い角材の弾性的めりこみ量を計算すれば 16% も過大な値を得ることになる。実際の木構造では追桁またはこれに近い年輪傾角をもつ部材も多く使用されるので, それらを含めての資料を得るための試験規格は, すべての場合について長さの影響がほとんどなくなる範囲, すなわち  $l \geq (5 \sim 6)h$  に改める方が合理的である。木口断面  $30\text{mm} \times 30\text{mm}$  に対して, 繊維方向に長さ  $150 \sim 180\text{mm}$  の無欠点試片を採ることに特別な不都合はない。

Table 5

	LT	LR	$45^\circ$	ISO
① ( $E'/E$ ) $l=3h$	1.72	1.66	2.22	1.37
② ( $E'/E$ ) $l=10h$	1.77	1.72	2.57	1.40
②/①	1.03	1.04	1.16	1.02

Table 6

$l/a$	LT			LR			$45^\circ$		
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
1.0	kg/mm <sup>2</sup> 31.5	0.94	(1.00) 0.63	kg/mm <sup>2</sup> 73.4	1.13	(1.00) 0.64	kg/mm <sup>2</sup> 7.5	0.59	(1.00) 0.56
2.0	33.6	1.00	(1.59) 1.00	64.9	1.00	(1.56) 1.00	12.7	1.00	(1.79) 1.00
3.0	38.3	1.14	(1.72) 1.08	65.7	1.01	(1.66) 1.06	14.4	1.13	(2.22) 1.24
5.0	39.6	1.18	(1.74) 1.09	66.8	1.03	(1.68) 1.08	15.7	1.24	(2.47) 1.38

山井は木材の横圧縮応力～ひずみ曲線について研究し, 第1報<sup>57)</sup>では全面加圧 ( $l/a=1$ ), 第2報<sup>58)</sup>では部分圧縮 ( $l/a=2.0, 3.0, 5.0; a=h$ ) の結果を発表している。いずれもトドマツ気乾材についてなされた実験であるが, その報告の中からここでとりあげている  $E$ ,  $E'$  を再録すると Table 6 の①, ④, ⑦らんのとおりである。この表の②, ⑤, ⑧らんは  $l/a=2$  のヤング率を 1.00 としたときの比である。また③, ⑥, ⑨らんはスギの定数を用いて要素法で計算した結果であって, ( ) 内の数値は Fig. 47 に示されている  $E'/E$ , ( ) のない数値は②, ⑤, ⑧らんの値と直接



比較するために  $l/a = 2$  の  $E'$  を基準としたときの比である。山井の第1報、第2報は何れも同じ材料を用いたとあるが、④または⑤にみるように LR 試験体すなわち R 方向荷重のものでは、全面圧縮の  $E$  が部分圧縮のそれ ( $E'$ ) より大きい値になっており、完全な matched specimen ではあり得ないことであるので、第2報のものとのみで比較するために  $l/a = 2$  の値を基準にとった。この表の②と③、⑤と⑥、⑧と⑨を比較すると、傾向としては実験結果とここでの計算結果がよく一致しているが、数値的にはかなり差異がある。要素法での計算に用いた弾性定数が実験されたエゾマツ材のそれと同一でないために厳密な比較をなし得ないので、この点に関しては他日追試を行なってみたい。

試験体の長さがある程度長くなると、Fig. 32 の OACB の部分を対象にして解析するのに

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq l/2, y = 0 & : v = 0 \\ x = 0, 0 \leq y \leq h & : u = 0 \\ 0 \leq x \leq a/2, y = h & : v = -v_0 \end{aligned}$$

という境界条件の下では OA に接する要素の  $\sigma_y$  が、A 点の近くで引張になる。すなわち試験体の底面と支台面の間に、A 端近くで引張力が働くことになる。上記の境界条件は、実は Fig. 49 の (D) に示したような長さ  $l$ 、高さ  $2h$  の試験体を上下両面から加圧する場合に対応するものである。したがって同図 (A') のように、試験体を支台面上に載せて上面中央を加圧する場合には、 $y = 0$  の境界条件を、もしその点の反力が張力になるなら、その点の  $y$  方向変位を自由とし、支台面に生ずる反力を常に圧縮力であるように変更しなければならない。このためには付録のプログラムを次のように修正する。

先ず上記の境界条件で計算すると ISN=357 および 378 の [RS] に各節点の変位  $\delta$  が求まるから、ISN=380 まで終った段階で、OA に接する要素 (長方形) を A 点の方から順次に左に向って調べ NOD (LK, 3) (LK 番目の長方形要素の右上節点) の  $y$  方向変位が正であるなら、NOD (LK, 2) (長方形要素の右下節点、ここでは OA 線上の点で最初  $y$  方向の変位は 0 と規定されており、NBY=1 が与えられている) の NBY を 0 ( $y$  方向変位自由) に置き換える。NOD (LK, 3) の  $y$  方向変位が 0 または負であるものに出会えばそこで調べを打ち切り、修正された NBY をもって ISN=178 に返る。剛性マトリックスを再構成して計算を繰返し、前回 NBY を 0 に置き換えた次の要素から上記同様の手続きを行ない、OA に接する要素で NOD (LK, 2) の NBY が 0 でしかも NOD (LK, 3) の  $y$  方向変位が正であるものがなくなったとき、そのときの  $\delta$  が現実の部分圧縮試験に対応する各節点の変位であるとして応力を計算する。

以上のように修正したプログラムを用い、 $a = h = 30\text{mm}$ 、 $l = 180\text{mm}$  のスギ LT 試験体、中央加圧の場合を計算した結果が Fig. 49 の各曲線である。( $\sigma_y$ ) $_{y=0.5}$  の実線の曲線は (D) の場合、すなわち上下両面から加圧されるとき中央面での応力、点線は (A') の場合すなわち上面のみから圧縮する普通の部分圧縮で、底面の端が浮き上り可能なときの応力分布である。(D) では  $73 < x < 90$  の範囲で  $\sigma_y$  は引張、(A') では底面端部が浮き上るために  $64 < x < 90$  の範囲は  $\sigma_y = 0$  となっている。(v) $_{y=30}$  の曲線は試験体上面余長部の  $y$  方向変位で、加圧板の所与変位  $v_0$  に対する比で示している。実線は (D)、破線は (A') の場合で、当然 (A') の場合が大きくなる。また (v) $_{y=0}$  は底面の  $y$  方向変位で (D) の場合はもちろんすべて 0、(A') の場合  $64 < x < 90$  の範囲が浮き上ることを示している。スギおよびブナの部分圧縮でひずみ分布を測定した山井<sup>53)</sup>の報告でも、上下両面加圧の場合は上面のみ加圧の場合より圧縮影響域が大きいと述べているが、ここで計算された  $\sigma_y$  の分布も同じ結果を示している。

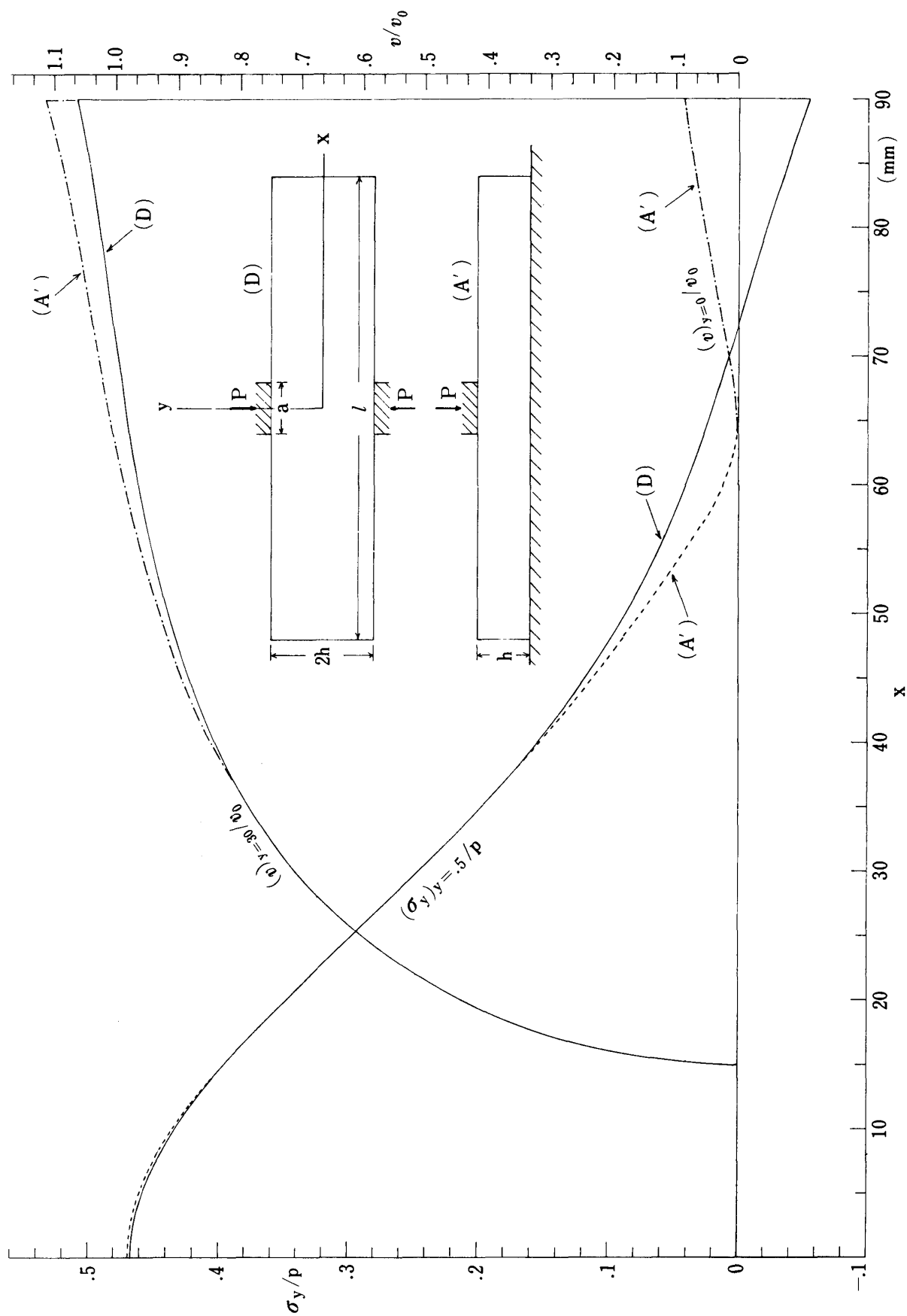


Fig. 49

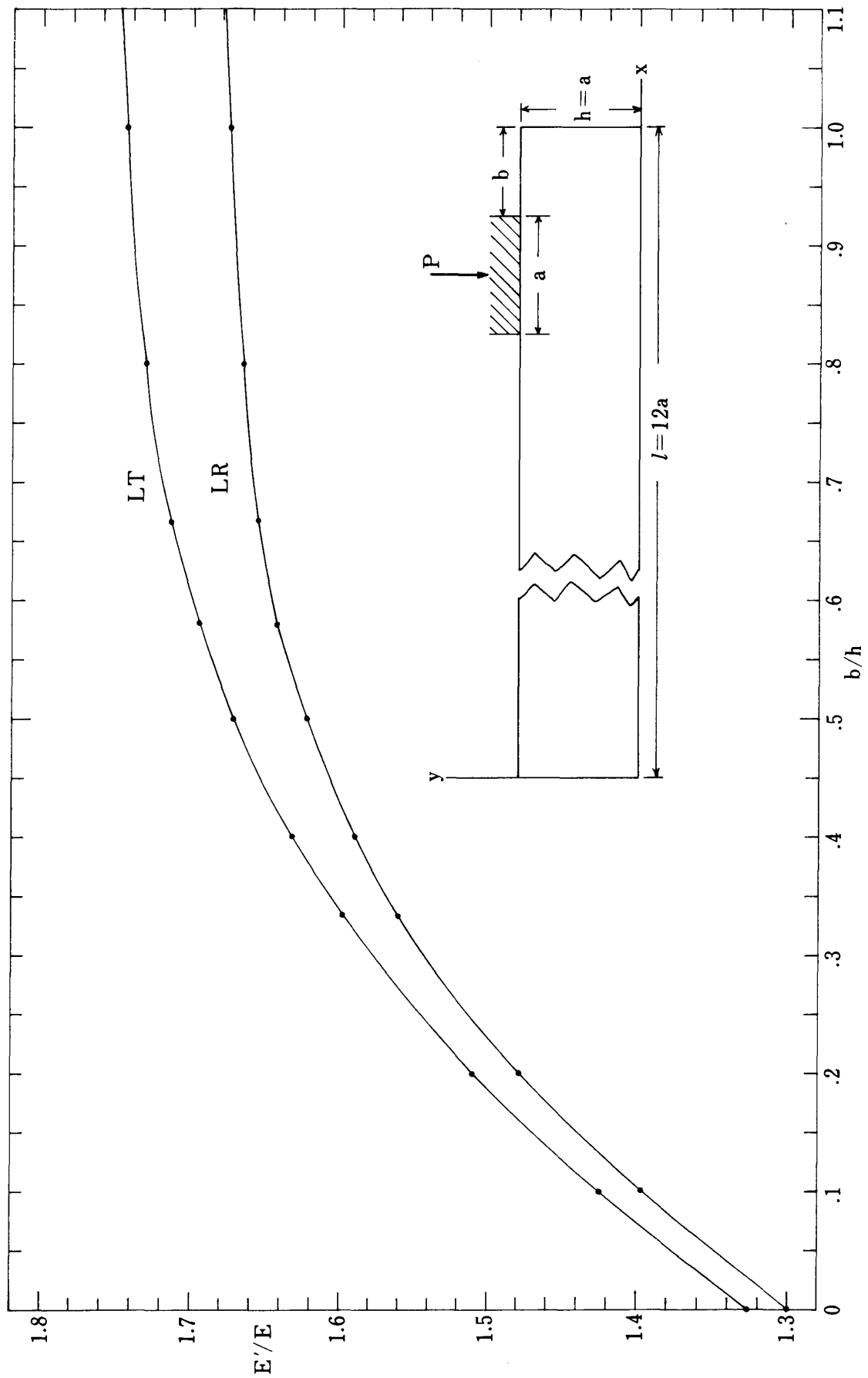


Fig. 50

Fig. 50 は材端部加圧で、端部にある余長  $b$  が材の高さ  $h$  に対し  $0 \sim 1.0$  の間で変化するとき、みかけのヤング率  $E'$  が何のように変化するか、スギの LT, LR について計算した結果である。余長が全くない  $b = 0$  のとき、LT では  $E' = 1.33E$ , LR では  $E' = 1.30E$  で最小、余長が増すに従って  $E'$  も増大し  $b > h$  になるとほぼ一定の値、LT で  $E' = 1.75E$ , LR で  $E' = 1.68E$  となっている。木構造設計基準で余長  $b$  が  $h$  より小さいときはすべて材端部加圧の許容応力度を適用するよう、云い換えると  $b > h$  なら中間部加圧として取扱ってよいことが規定されているが、52) p.22 LT, LR の  $E'$  の変化状態からみて、この規定は、二方桁角材については妥当と認められる。しかし追桁またはそれに近い年輪傾角の場合には、Fig. 47 の中央加圧  $45^\circ$  試験体の  $E'$  の変化状態から推測して、 $b > h$  でただちに中間部加圧とみなし得るか何うかは検討を要するものと考ええる。

## 要 約

この研究は直交異方二次元弾性問題を有限要素法によって解くプログラムを作成し、厳密な理論解を求めることが困難である木材の割裂、横引張、部分横圧縮の試験体について、弾性応力および変形の解析を行なったものである。この種の問題に関する数値的解析としては、応力関数のしたがう偏微分方程式を差分代数方程式に置き換えて解く差分法を適用して、同じく割裂試験体の応力解析を行なった結果が発表されている。しかし要素法は、差分法に比べて任意な境界条件を自由にとり入れることが出来ると云う大きな利点があり、さらに要素分割は部分的に自由に変え得るから、要求される領域につき、必要に応じて密な分割を行なうことによって、十分な精度の解を得ることが出来た。

それぞれの試験体につき、各種の条件に対して行った計算の結果を検討し、次のようなことが明らかにになった。

## 割 裂 試 験

JIS 試験体 (Fig. 11) の中央断面に沿う垂直応力  $\sigma_x$  の分布は Fig. 12-2 の曲線 aa のようになり、切欠円弧底に最大の横引張応力を生じる。ASTM 試験体は JIS と全く同型であるが中央断面の長さ  $l$  が異なり、そのことのために同一の材質であっても最大引張応力の大きさ、またそこでの応力勾配が異なる (Fig. 14)。このような長さの影響を受けない比較値を得るためには、試験体の巾  $2b$  に対して、 $l/b > (4 \sim 5)$  とすることが必要である。

JIS または ASTM 型の割裂試験体の切欠円弧周縁 (Fig. 16) では、 $\theta = 30 \sim 60^\circ$  の範囲で、繊維に平行なせん断応力  $\tau_{xy}$  が横引張応力  $\sigma_x$  とほぼ同じ大きさになり、その組合せ作用のために、 $\theta$  のこの範囲での破壊が先行し、純粋な横引張りによる中央断面での破断 (割裂) は実現しない可能性が強い。

## 横引張試験

ASTM 横引張試験体 (Fig. 17) の中央断面での引張応力は Fig. 18 a-a 曲線のように分布し、単軸一様引張の条件とははなはだしく異なるので、この種の試験を横引張試験と呼ぶことは適当でない。

JIS 試験体 (Fig. 21) においても、 $x y$  面に関する平面応力問題の示性数  $A = \frac{E_x}{G_{xy}}$  の値が大きいときには、中央平行部分での応力不均一度  $\alpha$  (28式)、変位の不均一度  $\beta$  (29式) は Table 4 にみるように相当に大きくなる。Fig. 21 の  $y$  軸を  $L$  軸とし、 $T$  または  $R$  軸を  $x$  軸にとる新しい木取法によれば、一様引張の条件をほぼ完全に満足させることが出来る。なお現行 JIS の木取法、す

なわち Fig. 21 の  $xy$  面を木口面とする試験体の場合、B 点の近傍に生ずる応力集中を問題とせず、中央断面を中心とするある一定区間について応力・ひずみの均一性のみを要求するときには、円弧半径  $r$  を大きくするより、中央平行部分の長さ  $l$  を大きくとる方が有利である。

### 部分横圧縮試験

部分横圧縮試験 (Fig. 32) では加圧鋼板端縁に非常に大きな、弾性論的には無限大の応力集中がおこり、そのためにおそらく荷重のきわめて初期段階でこの部分に降伏あるいは弾性破損を生じる。しかしそれはきわめて局部的現象であるから、荷重のある範囲までは、荷重～変形の間みかけ上直線関係が保持される。

中間部部分圧縮と材端部部分圧縮とでは、設計基準で規定している許容応力度に差があり、その比は 1.25 : 1 である。Fig. 40 の  $x = 0 \sim a$ ,  $y = 0 \sim h$ , すなわち加圧板を直接支える部分についての総平均弾性圧縮応力を  $\tilde{\sigma}$  (38式) とすると、中央加圧と材端部加圧での  $\tilde{\sigma}$  の逆数の比がほぼこれと同じ値になる。また両者の剛性 (一定の弾性的めりこみ量を与えるに要する荷重) の比も概略同じ値となる。このことは、弾性応力解析の結果から比較的簡単な方法で許容応力度を、したがって比例限応力度を予測し得る可能性を示すものと考ええる。

部分横圧縮での接触圧力は下方に進むにしたがって漸次広い範囲に分散するが、 $xy$  面に関する示性数  $k_1, k_2$  (26式) が大きい程分散域は大きくなる。

部分圧縮でのヤング率  $E'$  の、全面圧縮でのヤング率  $E$  (横圧縮ヤング率) に対する比は、試験体の長さ  $l$  が変化するとき、Fig. 47 の曲線のように変化する。したがって現行の規格すなわち  $l \geq 3h$  は、R 方向および T 方向荷重に対してはおおむね妥当であるが、追桁面加圧 ( $45^\circ$ ) で、長さの影響を無視し得るためには、 $l \geq (5 \sim 6)h$  とする必要がある。

材端部加圧の場合も、Fig. 50 のように、T または R 方向荷重にしては、余長  $b$  が高さ  $h$  以上になれば  $E'/E$  はほぼ一定値に達する。しかし追桁またはこれに近い年輪傾角の材については、余長の影響はさらに大きい範囲にまで及ぶ可能性があり、 $b > h$  なら中間部加圧として取扱うという設計基準はさらに検討を要するものと考ええる。

## Summary

In this study, the distributions of elastic stress and displacement in the specimens of wood for the cleavage, lateral tension and partial lateral compression, on which it is difficult to obtain the analytical exact solution, were calculated by the finite element method. FOTRAN program used in the calculation, presented in the appendix, is that which can analyse the two-dimensional problems in the orthotropic elasticity, and the wood is the one which has been considered to be the orthotropic material possessing three mutually perpendicular planes of elastic symmetry (LT, LR, RT-plane; L: parallel direction to the axis of the tree, R: parallel direction to the rays, T: tangential direction to the growth rings).

The main results obtained are as follows:

### Cleavage test

The distribution of tensile stress perpendicular-to-grain ( $\sigma_x$ ) over the central cross-section of the cleavage specimen (Fig. 11) according to Japanese standard (JIS) is shown as curve in Fig. 12. The stress in the vicinity of the bottom of circular notch decreases as the ratio  $l/b$  increases ( $l$ : cleavage length,  $2b$ : breadth of specimen), and the maximum stress reaches a certain constant value in the range  $l/b \geq 4 \sim 5$  as shown in Fig. 14.

In the JIS and ASTM (American Standard) specimens for cleavage the rupture may be originated not at the bottom of notch but at a point within  $\theta = 30 \sim 60^\circ$  in Fig. 16 by the combined action of shear ( $\tau_{xy}$ ) and tensile ( $\sigma_x$ ) stress.

### Lateral tension test

The test of tension perpendicular-to-grain according to ASTM is done on specimen as shown in Fig. 17. The stress distribution over the medium cross-section is very uneven as curve shown in Fig. 18. Doubtless, the values obtained with such specimen are not those of the true tensile strength, therefore it may not be proper that the above ASTM-test is to be named the tension test.

The specimen according to JIS is shown in Fig. 21. The distributions of stress and displacement in the central part of this specimen are also bereft of uniformity in proportion to the increase of the characteristic coefficient  $A = \frac{E_x}{G_{xy}}$ . In Fig. 21, if we make y-axis coincide with L-axis, and X-axis with R or T-axis, respectively, the coefficient A shows a remarkably small value and hence the condition of uniform tension in the central part of specimen comes to be almost satisfied.

### Partial lateral compression

The test of partial compression perpendicular-to-grain is performed as shown in Fig. 32. When the load is applied through the steel bearing plate, very high stresses are brought forth in the vicinity of the margins of the bearing plate, causing a partial yielding on to the specimen during the early stage of loading. However the regions in which the yielding

occurs are very small (Fig. 39), and hence the stress-strain diagram obtained by this test should appear as a straight-line within a certain load.

The distributions of compressive stress ( $\sigma_y$ ) induced by the end-part compression ((B) in Fig. 40) differ from that by the central-part compression ((A) in Fig. 40). Maximum stress, mean stress ( $\bar{\sigma}$  in eq. 38) and compliance ( $1/E'$ ) by the end-part compression are all greater than those by the central-part compression. The difference between (A) and (B) in the allowable stress is assumed to be caused by these facts.

The relations of Young's modulus ( $E'$ ) to the length ( $l$ ) of specimens are shown as curves in Fig. 47. When the specimens compressed to radial direction (LR) and tangential direction (LT),  $E'$  comes to be nearly constant in the range of  $l \geq 3h$  ( $h$ : height of specimen). However in the case compressed to  $45^\circ$  direction to the growth rings (45), it is not until  $l/h \geq 5 \sim 6$  that  $E'$  comes to be constant. Hence the current standard on the test of the partial lateral compression is to be modified from the present  $l \geq 3h$  to  $l \geq (5 \sim 6)h$  at least.

#### 参 考 文 献

- 1) CARRIER, C. F. : Stress Distributions in Cylindrically Aeolotropic Plates, J. Appl. Mechanics, (1943) p. A117~122
- 2) CARRIER, C. F. : The Bending of the Cylindrically Aeolotropic Plate, J. Appl. Mechanics, (1944) p. A129~133
- 3) 樋口正一：丸太材の圧裂応力について，九大応力研所報，No. 6, (1955) p. 1~10
- 4) VOIGT, W. : Lehrbuch der Kristallphysik, (1928) Kapt. VII
- 5) MARCH, H. W. : Stress-Strain Relations in Wood and Plywood Considered as Orthotropic Materials, U. S. For. Prod. Lab., Mimeo. No. 1503, (1944) p. 1~24
- 6) DOYLE, D., DROW, J. and MCBURNEY, R. : Elastic Properties of Wood, U. S. For. Prod. Lab., Rept. No. 1528 and No. 1528 A-H, (1945 - 46)
- 7) HEARMON, R. F. S. : The Elasticity of Wood and Plywood, For. Prod. Res., London, Spec. Rept. No. 7, (1948) p. 1~87
- 8) KEYLWERTH, R. : Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer, VDI-Forschungsheft 430, Bd. 17, (1951) p. 2~40
- 9) YAMAI, R. : On the Orthotropic Properties of Wood in Compression, 日林誌 Vol. 39 (1957) p. 328~338
- 10) 沢田稔：木材の強度特性に関する研究，林試報，No. 108, (1958) p. 115~224
- 11) 山井良三郎：木材の圧縮異方性に関する研究，林試報，No. 113, (1959) p. 57~110
- 12) 樋口正一：直交異方二次元弾性論の境界値問題，九大応力研究所報，No. 10 (1957) p. 1~62
- 13) GREEN, A. E. and TAILOR, G. I. : Stress Systems in Aeolotropic Plates, Proc. Roy. Soc., London, Vol. 173, (1939) p. 162~172, p. 173~192, Vol. 180, (1942) p. 173~208
- 14) OKUBO, H. : Stress Systems in an Aeolotropic Rectangular Plate, Z. angew. Math. Mech., Bd. 21 (1941) p. 162~177

- 15) 池田 健：直交異方性板の平面応力について，東大航空研所報，No. 259(1943) p. 249～276
- 16) SMITH, C. B. : Effect of Elliptic or Circular Holes on the Stress Distribution in Plates of Wood or Plywood Considered as Orthotropic Materials, U. S. For. Prod. Lab., Mimeo. No. 1510 (1944) p. 1～25
- 17) 大森恭輔：木材の異方性がせん断応力分布に及ぼす影響，木材工業，Vol. 2, No. 9 (1949) p.4～11
- 18) CONWAY, H. D. and ITHACA, N. Y. : Some Problems of Orthotropic Plane Stress, J. Appl. Mechanics, Vol. 20, (1953) p. 72～76
- 19) 大河平行雄：木材の引き裂きに関する一考察，三重大農学報，No. 28 (1963) p. 177～197
- 20) MAKI, A. C. : Stress Distribution in an Orthotropic Half-Plane Subjected to a Concentrated Load, U. S. For. Prod. Lab., Research Paper FPL 54 (1966) p. 1～10
- 21) 樋口正一：異方弾性体としての強化積層材，九大応力研所報，No. 2, (1952) p. 3～22
- 22) 大河平行雄：木材の割裂試験体の形状係数に関する研究（第1報）JIS 割裂試験体の形状係数，三重大農学報，No. 36 (1967) p. 28～62
- 23) 大河平行雄：木材の割裂試験体の形状係数に関する研究（第2報）ASTM およびフランス規格割裂試験体の形状係数，三重大農学報，No. 37(1968) p. 77～102
- 24) 大河平行雄：木材の割裂試験体の形状係数に関する研究（第3報）UGRENOVIC試験体の形状係数，三重大農学報，No. 44 (1972) p. 301～312
- 25) MASUDA, M., SASAKI, H. and MAKU, T. : Numerical Analysis of Orthotropic Plates ( I ), 木材研究，No. 47, (1969) p. 12～38
- 26) MASUDA, M. and MAKU, T : Studies on the Mechanical Characteristics of the Orthotropic Plywood Shallow Shells ( I ) –Numerical Analysis–木材研究，No. 52 (1972) p. 44～71
- 27) 増田稔，満久崇麿：弾性定数分布および初期たわみを考慮した合板の座屈解析(第2報)解の精度および初期たわみや弱点部の与える影響について，木材誌，Vol. 21 (1975) p. 493～500
- 28) TURNER, M. J., CLOUGH, R. W., MARTIN, H.C. and TOPP, L. J. : Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aeron. Sci., Vol. 23, No. 9 (1956)
- 29) ZIENKIEWICZ, O. C. and HOLISTER, G. S. : Stress Analysis, John Wiley, London (1965) Ch. 7
- 30) MAKI, A.C. : Finite Element Techniques for Orthotropic Plane Stress and Orthotropic Plate Analysis, U. S. For. Prod. Lab., Research Paper FPL 87 (1968) p. 1～39
- 31) 杉山 滋：有限要素法による部分圧縮供試体(繊維板)内の応力分布の数値解析，九大農学芸誌, Vol. 26, (1972) p. 489～504
- 32) 辻野哲司：木質板の弾塑性解析（第一報）1円孔を有するナラ帯板が一様圧縮を受ける場合，木材誌，Vol. 21 (1975) p.265～271
- 33) 川本眺万：応用弾性学，共立，東京 (1968) p. 335～372
- 34) ツィエンキーヴィッツ，O. C., チューン，Y.K. (吉識雅夫監訳)：マトリックス有限要素法，培風館，東京，(1970)
- 35) ZIENKIEWICZ, O. C., : The Finite Element Method in Engineering Science, Mc Graw-Hill, London, (1971)
- 36) 赤坂隆：数値計算法，コロナ，東京，(1970)
- 37) 三好哲彦，藤井宏：有限要素法の収束性と安定性，bit, Vol. 5, (1973) p. 361～365
- 38) HEARMON, R. F. S. : Applied Anisotropic Elasticity, Oxford Univ. Press, London (1961)



- 39) 山内二郎, 森口繁一, 一松信: 数値計算法 I, 培風館, 東京(1965)
- 40) 林業試験場(編): 木材工業ハンドブック, 丸善, 東京 (1973)
- 41) 佐々木光, 満久崇磨: 木材の応力解析—光弾性法による 1 つの試み—, 木材研究, No. 36 (1965) p. 33~54
- 42) KOLLMANN, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoff, Bd. I, Springer, Berlin, (1951)
- 43) STIEDA, C. K. A.: Stress Concentrations around Holes and Notches and Their Effect on the Strength of wood Beams, J. Materials, Vol. 1 (1966) p. 560~582
- 44) KOLLMANN, F., CÔTE, W. A.: Principles of Wood Science and Technology, I Solid Wood, Springer, Berlin (1968)
- 45) 沢田稔: 木材の横引張試験方法について, 日林誌, Vol. 35 (1953) p. 254~257
- 46) 西田正孝: 応力集中, 森北, 東京, (1967)
- 47) PETERSON, R.E.: Stress Concentration Design Factors, John Wiley, New York, (1953)
- 48) ヒル, R. (鷺津, 山田, 工藤訳): 塑性学, 培風館, 東京, (1968)
- 49) 山田嘉昭: 塑性力学, 日刊工業新聞, 東京, (1970)
- 50) NORRIS, C. B.: Strength of Orthotropic Materials Subjected to Combined Stresses, U.S. For Prod. Lab., Rept. No. 1816, (1950) p. 1~19
- 51) MUNTHE, B. P., ETHINGTON, R. L.: Method for Evaluating Shear Properties of Wood, U. S. For. Prod. Lab., Research Note FPL-0195, (1968) p. 1~8
- 52) 日本建築学会: 木構造設計基準・同解説, 丸善, 東京, (1973)
- 53) 山井良三郎: 木材の部分圧縮に関する研究 (第 1 報) 荷重方向歪の分布について, 木材誌, Vol. 5, (1959) p. 189~193
- 54) 倉西正嗣: 弾性学 (複製版), 国際理工研究, 浦和, (1970) p. 591
- 55) TIMOSHENKO, S. P. and GOODIER, J.N.: Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill, New York, (1970) p. 99
- 56) SUENSON, E.: Zulässiger Druck and Querholz, Holz R. W., Vol. 1, (1937/38) p. 213~216
- 57) 山井良三郎: 木材の応力—歪曲線 (第 1 報) 横圧縮応力—歪曲線 (1), 林試報, No. 77 (1955) p. 103~152
- 58) 山井良三郎: 木材の応力—歪曲線 (第 2 報) 部分圧縮応力—歪曲線 (1), 林試報, No. 78 (1955) p. 101~147

## APPENDIX

## SOURCE LIST

```

C ***** FACOM 230-60,FORTRAN *****
C ***** STRESS ANALYSIS(TWO-DIMENSION, ORTHOTROPIC ELASTICITY) *****
C ***** FINITE ELEMENT METHOD *****
C *****
C ***** MAIN PROGRAM *****
0001      DIMENSION EE1(10),EE2(10),EPR12(10),EEG(10),ANGLE(12),
          1 X(850),Y(850),YY(850),NOD(750,5),DELTA(1500,5),IROW(850),
          2 NSTART(70),NEND(70),NFIRST(70),NLAST(70),NF(90),NBX(90,4),NBY(90,
          3 4),VBXY(180,4),NL(80),VLXY(160,4),NDPRT(850), XE(4),YE(4),
          4 D(3,3),R(3,3),R1(3,3),DBA(3,8),DBA4(3,8),CK(8,8),CK4(8,8),
          5 IFIRST(10),ILAST(10),YS1(10),YS(10,10),YKK(10,10),
          6 ST(60,120),AM(60,60),CM(60,60),BM(60,60),WM(60,60),F(60,5),
          7 TF(60,5),DIS(60,5),DISD(60,5),RS(60,5),
          8 SRR(5),EDIS(8,5),SIGMA(6,5),FORM(5,8),IFORM(5)
0002      COMMON AM /BLOCK1/XE,YE,D,DBA4,CK4,CK,AL,BL,TH
0003      EQUIVALENCF (ST(1,1),BM(1,1)),(ST(1,61),WM(1,1)),
          1 (ST(1,1),DELTA(1,1))
C *****
0004      READ(5,10) NPROB
0005      10 FORMAT(I2)
0006      WRITE(6,3) NPROB
0007      3 FORMAT(1H0,10X,'NUMBER OF PROBLEMS=',I3,'(NPROB)')
0008      DO 20 NPB=1,NPROB
0009      READ(5,100) TH,MTLK,IDEGS,NELEM,NPOIN,NPART,NBOUN,
          1 NCONC,NBK,LDK,IPART,NSCALE,ITN
0010      100 FORMAT(F5.1,12I3)
0011      READ(5,200)(EF1(I),EE2(I),EEG(I),EPR12(I),I=1,MTLK)
0012      200 FORMAT(3F5.1,F5.3)
0013      READ(5,300) (ANGLE(I),I=1,IDEGS)
0014      300 FORMAT(12F5.2)
0015      READ(5,400) (IROW(I),X(I),Y(I),I=1,NPOIN)
0016      400 FORMAT(7(I3,2F4.2))
0017      READ(5,6100) (IROW(I),IFIRST(I),ILAST(I),YS1(I),I=1,IPART)
0018      6100 FORMAT(5(3I3,F5.1))
0019      READ(5,6200)((YS(I,K),YKK(I,K),I=1,IPART),K=1,NSCALE)
0020      6200 FORMAT(8F10.5)
0021      READ(5,500) (IROW(LK),(NOD(LK,J),J=1,5),LK=1,NELEM)
0022      500 FORMAT(5(5I3,I1))
0023      READ(5,600) (IROW(I),NSTART(I),NEND(I),NFIRST(I),NLAST(I),I=1,NPAR
          1 T)
0024      600 FORMAT(25I3)
0025      READ(5,700) (IROW(I),NF(I),I=1,NBOUN)
0026      700 FORMAT(26I3)
0027      READ(5,800) ((NBX(I,J),NBY(I,J),I=1,NBOUN),J=1,NBK)
0028      800 FORMAT(80I1)
0029      DO 30 J=1,NBK
0030      DO 30 I=1,NBOUN
0031      IF(NBX(I,J).EQ.0) 50,40
0032      40 READ(5,900) VBXY(2*I-1,J)
0033      900 FORMAT(F5.3)
0034      50 IF(NBY(I,J).EQ.0) 30,60
0035      60 READ(5,900) VBXY(2*I,J)
0036      30 CONTINUE
0037      READ(5,1000)((IROW(I),NL(I),VLXY(2*I-1,J),VLXY(2*I,J),I=1,NCONC)
          1,J=1,LDK)
0038      1000 FORMAT(3(2I3,2F10.5))
0039      READ(5,1100)(IROW(I),NDPRT(I),I=1,NPOIN)
0040      1100 FORMAT(20(I3,I1))
0041      DO 70 I=1,850
0042      70 IROW(I)=I
C *****
0043      WRITE(6,1500) NPB
0044      1500 FORMAT(1H0,30X,'PROBLEM NO.=',I2,'*** INPUT DATA')
0045      WRITE(6,1600) TH,MTLK,IDEGS,NELEM,NPOIN,NPART,NBOUN,
          1 NCONC,NBK,LDK,IPART,NSCALE,ITN
0046      1600 FORMAT(1H0,' THICK=',F5.1,' MTLK=',I3,' IDEGS=',I3,
          1 ' NELEM=',I4,' NPOIN=',I4,' NPART=',I3/
          2 1H0,' NBOUN=',I3,' NCONC=',I3,' NBK=',I2,' LDK=',I2,
          3 ' IPART=',I2,' NSCALE=',I2,' ITN=',I2)
0047      WRITE(6,1700) MTLK
0048      1700 FORMAT(1H0,'MATELIAL KIND 'I4)
0049      WRITE(6,1800)

```

```

0050      1900 FORMAT(1H0,19X,2HE1,10X,2HE2,10X,2H G,7X,4HPR12//)
0051      DO 150 I=1,MTLK
0052      WRITE(6,1900) IROW(I),EE1(I),EE2(I),EEG(I),EPR12(I)
0053      1900 FORMAT(1I0,3F12.1,F10.4)
0054      150 CONTINUE
0055      WRITE(6,2000)
0056      2000 FORMAT(1H0,'ANGLE (DEGREE)')
0057      WRITE(6,2100) (IROW(I),ANGLE(I),I=1,IDEGS)
0058      2100 FORMAT(1H0,12(4X,I2,2X,F4.1))
0059      WRITE(6,2200) NPOIN
0060      2200 FORMAT(1H0,'X(I),Y(I),I=1-NPOIN'10X,'NPOIN=',I4//)
0061      WRITE(6,2300) (IROW(I),X(I),Y(I),I=1,NPOIN)
0062      2300 FORMAT(5(I9,2F8.2))
0063      WRITE(6,2400) NELEM
0064      2400 FORMAT(1H0,'LK,(NOD(LK,J),J=1-5),LK=1-NELEM'10X,'NELEM=',I4//)
0065      WRITE(6,2500) (IROW(I),(NOD(I,J),J=1,5),I=1,NELEM)
0066      2500 FORMAT(4(2I8,3I5,I3))
0067      WRITE(6,2600) NPART
0068      2600 FORMAT(1H0,'NPART=',I2,9X,3H(I),14X,'NSTART (ELEMENT) NEND',
0069      1 14X,'NFIRST (POINT) NLAST'//)
0069      WRITE(6,2700) (IROW(I),NSTART(I),NEND(I),NFIRST(I),NLAST(I),I=1,
0070      1 NPART)
0070      2700 FORMAT(5I20)
0071      DO 80 J=1,NBK
0072      WRITE(6,2800) J
0073      2800 FORMAT(1H0,3HNB=,I2//)
0074      WRITE(6,2900) (IROW(I),NF(I),NBX(I,J),NBY(I,J),I=1,NBOUN)
0075      2900 FORMAT(4(3X,I3,3X,6HNF(I)=,I3,3X,4HNBX=,I1,3X,4HNBY=,I1))
0076      80 CONTINUE
0077      DO 160 J=1,NBK
0078      WRITE(6,3000) J
0079      3000 FORMAT(1H0,3HNB=,I2)
0080      WRITE(6,3100)
0081      3100 FORMAT(1H0,10X,'NF(I)'5X,'VBXY(2*I-1,J)'//)
0082      K=0
0083      DO 170 I=1,NBOUN
0084      IF(NBX(I,J).EQ.0) 176,172
0085      172 K=K+1
0086      IFORM(K)=I
0087      FORM(K,1)=VBXY(2*I-1,J)
0088      IF(K.EQ.5) 174,176
0089      DO 175 II=1,K
0090      JJ=IFORM(II)
0091      175 IFORM(II)=NF(JJ)
0092      WRITE(6,3200) (IFORM(L),FORM(L,1),L=1,K)
0093      3200 FORMAT(5(9X,I3,F8.3))
0094      K=0
0095      GO TO 170
0096      176 IF(I.EQ.NBOUN.AND.K.NE.0) 174,170
0097      170 CONTINUE
0098      WRITE(6,3300)
0099      3300 FORMAT(1H0,'NF(I)'5X,'VBXY(2*I,J)'//)
0100      K=0
0101      DO 180 I=1,NBOUN
0102      IF(NBY(I,J).EQ.0) 186,182
0103      182 K=K+1
0104      IFORM(K)=I
0105      FORM(K,1)=VBXY(2*I,J)
0106      IF(K.EQ.5) 184,186
0107      DO 185 II=1,K
0108      JJ=IFORM(II)
0109      185 IFORM(II)=NF(JJ)
0110      WRITE(6,3200) (IFORM(L),FORM(L,1),L=1,K)
0111      K=0
0112      GO TO 180
0113      186 IF(I.EQ.NBOUN.AND.K.NE.0) 184,180
0114      180 CONTINUE
0115      160 CONTINUE
0116      WRITE(6,3400) LDK,NCONC
0117      3400 FORMAT(1H0,'NL(I),(VLXY(2*I-1,J),VLXY(2*I,J),J=1-',I1,'(LDK)),I=1-
0118      1',I3,'(NCONC)'//)
0118      DO 190 J=1,LDK
0119      WRITE(6,3500) J
0120      3500 FORMAT(1H0,2HJ=,I2)
0121      WRITE(6,3600) (IROW(I),NL(I),VLXY(2*I-1,J),VLXY(2*I,J),I=1,NCONC)
0122      3600 FORMAT(4(2I5,2F11.5))

```

```

0123      190 CONTINUE
0124      WRITE(6,6300)
0125      6300 FORMAT(1H0,9X,3H(I),16X,6HIFIRST,16X,5HILAST,20X,3HYS1,22X,7HYS(I,
        1K),18X,8HYKK(I,K))
0126      DO 6310 K=1,NSCALE
0127      WRITE(6,6400) K
0128      6400 FORMAT(1H0,2HK=,I3)
0129      DO 6310 I=1,IPART
0130      WRITE(6,6500) I,IFIRST(I),ILAST(I),YS1(I),YS(I,K),YKK(I,K)
0131      6500 FORMAT(1H ,I12,2I21,3F26.5)
0132      6310 CONTINUE
0133      WRITE(6,3700)
0134      3700 FORMAT(1H0,'NDPRT(I),I=1-NPOIN'//)
0135      WRITE(6,3800) (IROW(I),NDPRT(I),I=1,NPOIN)
0136      3800 FORMAT(10(5X,I3,3X,I1))
C *****
0137      DO 210 NSC=1,NSCALE
0138      DO 3110 I=1,IPART
0139      IFST=IFIRST(I)
0140      ILST=ILAST(I)
0141      DO 3110 N=IFST,ILST
0142      3110 YY(N)=YS(I,NSC)+(Y(N)-YS1(I))*YKK(I,NSC)
0143      IF(NSCALE.EQ.1) GO TO 6901
0144      WRITE(6,6800) NSC
0145      6800 FORMAT(1H0,'NSC=',I3,10X,'YY(N),N=1,NPOIN'//)
0146      WRITE(6,6900) (N,YY(N),N=1,NPOIN)
0147      6900 FORMAT(5(I5,E17.7))
0148      6901 CONTINUE
0149      DO 210 MT=1,MTLK
0150      E1=EE1(MT)
0151      E2=EE2(MT)
0152      P12=EPR12(MT)
0153      G=EEG(MT)
0154      DO 210 IDG=1,IDEGS
0155      ANG=ANGLE(IDG)
0156      Q=1./(1.-P12**2*E2/E1)
0157      D(1,1)=E1*Q
0158      D(2,1)=D(1,2)=E2*P12*Q
0159      D(2,2)=E2*Q
0160      D(3,3)=G
0161      D(1,3)=D(2,3)=D(3,1)=D(3,2)=0.
0162      IF(ANG.EQ.0.) 228,230
0163      230 THETA=ANG*.017453292
0164      CS=COS(THETA)
0165      SS=SIN(THETA)
0166      R(1,1)=R(2,2)=CS**2
0167      R(2,1)=R(1,2)=SS**2
0168      R(3,1)=CS*SS
0169      R(3,2)=-R(3,1)
0170      R(1,3)=2.*R(3,2)
0171      R(2,3)=2.*R(3,1)
0172      R(3,3)=R(1,1)-R(2,1)
0173      CALL MTPRD(D,R,R1,3,3,3,3,3,3,3,3)
0174      CALL MTPRD(R,R1,D,3,3,3,3,3,3,3,3)
0175      228 DO 210 NB=1,NBK
0176      WRITE(6,7000) NPB,NSC,MT,IDG,NB
0177      7000 FORMAT(1H0,4HNPB=,I4,5X,4HNSC=,I4,5X,3HMT=,I4,5X,4HIDG=,I4,5X,3HNB
        1=,I4///)
0178      REWIND 3
0179      REWIND 8
0180      REWIND 9
0181      REWIND 10
0182      INTER=0
0183      AL=BL=0.
0184      DO 250 NP=1,NPART
0185      DO 252 I=1,60
0186      DO 252 J=1,120
0187      252 ST(I,J)=0.
0188      NST=NSTART(NP)
0189      NEN=NEND(NP)
0190      KF=NFIRST(NP)
0191      LAST=NLAST(NP)
0192      MINUS=KF-1
0193      DO 260 LK=NST,NEN
0194      MM=LK-INTER
0195      IF(NOD(LK,4).EQ.0) 263,265

```

```

0196      263 KN=3
0197      GO TO 267
0198      265 KN=4
0199      267 DO 268 J=1,KN
0200          JJ=NOD(LK,J)
0201          XE(J)=X(JJ)
0202      268 YE(J)=YY(JJ)
0203          CALL FEM(LK,MM,KN)
0204          DO 260 LL=1,KN
0205          DO 260 KK=1,KN
0206              IF(NOD(LK,KK).LT.KF.OR.NOD(LK,KK).GT.LAST) 260,262
0207      262 M=2*(NOD(LK,KK)-KF)
0208          N=2*(NOD(LK,LL)-KF)
0209          I=2*(KK-1)
0210          J=2*(LL-1)
0211          IF(N.LT.0) 260,264
0212      264 DO 266 NJ=1,2
0213          DO 266 MI=1,2
0214              MMI=M+MI
0215              NNJ=N+NJ
0216              IMI=I+MI
0217              JNJ=J+NJ
0218          ST(MMI,NNJ)=ST(MMI,NNJ)+CK(IMI,JNJ)
0219      266 CONTINUE
0220      260 CONTINUE
0221          DO 270 I=1,60
0222          DO 270 J=1,5
0223      270 F(I,J)=0.
0224          IF(NL(1).EQ.0) 1271,1272
0225      1272 DO 272 I=1,NCONC
0226          IF(NL(I).LT.KF.OR.NL(I).GT.LAST) 272,274
0227      274 DO 271 J=1,LDK
0228          MM=NL(I)-KF
0229          F(2*MM+1,J)=VLXY(2*I-1,J)
0230          F(2*MM+2,J)=VLXY(2*I,J)
0231      271 CONTINUE
0232      272 CONTINUE
0233      1271 M=2*(LAST-MINUS)
0234          DO 276 I=1,NBOUN
0235          IF(NF(I).LT.KF.OR.NF(I).GT.LAST) 276,278
0236      278 K=1
0237          IF(NBX(I,NB).EQ.0) 280,282
0238      282 MMI=2*(NF(I)-KF)+K
0239          ST(MMI,MMI)=1.
0240          DO 284 J=1,M
0241          IF(J.EQ.MMI) 284,286
0242      286 ST(MMI,J)=0.
0243      284 CONTINUE
0244          DO 288 JL=1,LDK
0245          F(MMI,JL)=VBXY(2*(I-1)+K,NB)
0246      280 IF(K.EQ.2) 276,290
0247      290 K=K+1
0248          IF(NBY(I,NB).EQ.0) 276,282
0249      276 CONTINUE
0250          INTER=NEN
0251          IF(NP.EQ.NPART) 296,294
0252      294 NA=2*(NLAST(NP+1)-MINUS)
0253          GO TO 298
0254      296 NA=M+1
0255      298 N=NA-M
0256          MM=M+1
0257          WRITE(3) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0258          WRITE(9) M,((ST(I,J),I=1,M),J=1,M)
0259          WRITE(10) M,N,((ST(I,J),I=1,M),J=MM,NA)
0260      250 CONTINUE
0261          REWIND 9
0262          REWIND 10
0263          REWIND 11
0264          REWIND 12
0265          REWIND 13
0266          DO 304 I=1,60
0267          DO 304 J=1,60
0268      304 CM(I,J)=0.
0269          DO 310 NP=1,NPART
0270          READ(9) M,((AM(I,J),I=1,M),J=1,M)
0271          CALL MTSUB(AM,CM,AM,60,60,M,M)

```

```

0272      CALL MATINV(M,ILL)
0273      IF(ILL.NE.0) 306,308
0274      306 WRITE(6,4000) NPB,NSC,MT,IDG,NB,NP
0275      4000 FORMAT(1H0,'NPB, NSC, MT, IDG, NB, NP',6I5,10X,'MATINV  ILL=1')
0276      STOP 10001
0277      308 WRITE(11) M,((AM(I,J),I=1,M),J=1,M)
0278      IF(NP.EQ.NPART) 311,314
0279      314 READ(10) M,N,((CM(I,J),I=1,M),J=1,N)
0280      DO 316 I=1,M
0281      DO 316 J=1,N
0282      316 BM(J,I)=CM(I,J)
0283      DO 330 I=1,NBOUN
0284      IF(NF(I).LT.NFIRST(NP)) 330,322
0285      322 IF(NF(I).GT.NLAST(NP)) 324,326
0286      326 K=1
0287      IF(NBX(I,NB).EQ.0) 340,342
0288      342 MMI=2*(NF(I)-NFIRST(NP))+K
0289      DO 344 J=1,N
0290      344 CM(MMI,J)=0.
0291      340 IF(K.EQ.2) 330,346
0292      346 K=K+1
0293      IF(NBY(I,NB).EQ.0) 330,342
0294      324 IF(NF(I).GT.NLAST(NP+1)) 330,350
0295      350 K=1
0296      IF(NBX(I,NB).EQ.0) 352,354
0297      354 MMI=2*(NF(I)-NFIRST(NP+1))+K
0298      DO 356 J=1,M
0299      356 BM(MMI,J)=0.
0300      352 IF(K.EQ.2) 330,358
0301      358 K=K+1
0302      IF(NBY(I,NB).EQ.0) 330,354
0303      330 CONTINUE
0304      WRITE(12) M,N,((CM(I,J),I=1,M),J=1,N)
0305      WRITE(13) N,M,((BM(I,J),I=1,N),J=1,M)
0306      CALL MTPRD(AM,CM,WM,60,60,60,60,60,60,M,N,M)
0307      CALL MTPRD(BM,WM,CM,60,60,60,60,60,60,N,N,M)
0308      310 CONTINUE
0309      311 REWIND 2
0310      REWIND 11
0311      IT=0
0312      DO 360 LL=1,NPART
0313      NP=NPART-LL+1
0314      M=2*(NLAST(NP)-NFIRST(NP)+1)
0315      DO 361 I=1,M
0316      DO 361 J=1,LDK
0317      361 DIS(I,J)=0.
0318      WRITE(2) M,((DIS(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0319      360 CONTINUE
0320      REWIND 2
0321      REWIND 12
0322      9920 READ (12,END=9910)
0323      GO TO 9920
0324      9910 CONTINUE
0325      362 NF1=IT-IT/2*2+1
0326      NF2=IT-(IT+1)/2*2+2
0327      IF(IT.EQ.0) 364,366
0328      364 NFJ=3
0329      GO TO 368
0330      366 NFJ=4
0331      368 REWIND NFJ
0332      REWIND 13
0333      REWIND 14
0334      DO 369 I=1,60
0335      DO 369 J=1,5
0336      369 DIS(I,J)=0.
0337      DO 370 NP=1,NPART
0338      READ(NFJ) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0339      CALL MTSUB(F,DIS,F,60,5,M,LDK)
0340      WRITE(14) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0341      READ(11) M,((CM(I,J),I=1,M),J=1,M)
0342      IF(NP.EQ.NPART) 380,378
0343      378 READ(13) N,M,((BM(I,J),I=1,N),J=1,M)
0344      CALL MTPRD(CM,F,TF,60,60,60,5,60,5,M,LDK,M)
0345      CALL MTPRD(BM,TF,DIS,60,60,60,5,60,5,N,LDK,M)
0346      370 CONTINUE
0347      380 REWIND NF1

```

```

0348          REWIND 14
0349    9940 READ (14,END=9930)
0350          GO TO 9940
0351    9930 CONTINUE
0352          CALL MTPRD(CM,F,DIS,60,60,60,5,60,5,M,LDK,M)
0353          GRT=0.
0354          CALL FMAX(DIS,60,5,M,LDK,GRT,GRT1)
0355          GRT=GRT1
0356          RFAD(NF2) M,((DISD(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0357          CALL MTSUM(DIS,DISD,RS,60,5,M,LDK)
0358          WRITE(NF1) M,((RS(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0359          BACKSPACE 14
0360          BACKSPACE 11
0361          NA=NPART-1
0362          DO 390 LL=1,NA
0363          BACKSPACE 14
0364          BACKSPACE 12
0365          BACKSPACE 11
0366          READ(14) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0367          READ(12) M,N,((CM(I,J),I=1,M),J=1,N)
0368          READ(11) M,((BM(I,J),I=1,M),J=1,M)
0369          BACKSPACE 14
0370          BACKSPACE 12
0371          BACKSPACE 11
0372          CALL MTPRD(CM,DIS,TF,60,60,60,5,60,5,M,LDK,N)
0373          CALL MTSUB(F,TF,F,60,5,M,LDK)
0374          CALL MTPRD(BM,F,DIS,60,60,60,5,60,5,M,LDK,M)
0375          CALL FMAX(DIS,60,5,M,LDK,GRT,GRT1)
0376          GRT=GRT1
0377          READ(NF2) M,((DISD(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0378          CALL MTSUM(DIS,DISD,RS,60,5,M,LDK)
0379          WRITE(NF1) M,((RS(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0380    390 CONTINUE
0381          WRITE(6,6) IT,GRT
0382          6 FORMAT(1H0,15X,'IT=',I2,10X,'GRT=',E12.5)
0383          REWIND 3
0384          REWIND 4
0385          REWIND 9
0386          REWIND 13
0387          REWIND NF1
0388          2 READ(NF1,END=1)
0389          GO TO 2
0390          1 CONTINUE
0391          DO 412 I=1,60
0392          DO 412 J=1,5
0393    412 RS(I,J)=0.
0394          BACKSPACE NF1
0395          READ(NF1) M,((DIS(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0396          BACKSPACE NF1
0397          DO 420 NP=1,NPART
0398          READ(3) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0399          READ(9) M,((AM(I,J),I=1,M),J=1,M)
0400          CALL MTSUB(F,RS,F,60,5,M,LDK)
0401          CALL MTPRD(AM,DIS,RS,60,60,60,5,60,5,M,LDK,M)
0402          CALL MTSUB(F,RS,F,60,5,M,LDK)
0403          IF(NP.EQ.NPART) 430,418
0404    418 READ(12) M,N,((CM(I,J),I=1,M),J=1,N)
0405          READ(13) N,M,((BM(I,J),I=1,N),J=1,M)
0406          BACKSPACE NF1
0407          READ(NF1) N,((TF(I,J),I=1,N),J=1,LDK)
0408          BACKSPACE NF1
0409          CALL MTPRD(CM,TF,RS,60,60,60,5,60,5,M,LDK,N)
0410          CALL MTSUB(F,RS,F,60,5,M,LDK)
0411          WRITE(4) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0412          CALL MTPRD(BM,DIS,RS,60,60,60,5,60,5,N,LDK,M)
0413          CALL MTEQ(TF,DIS,60,5,N,LDK)
0414          420 CONTINUE
0415          430 WRITE(4) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0416          IF(IT.EQ.ITN) 6320,442
0417          442 IT=IT+1
0418          GO TO 362
0419    6320 WRITE(6,6700) IT
0420    6700 FORMAT(1H0,3HIT=,I5,10X,'SOLVE***ITERATION')
0421          DO 4010 J=1,LDK
0422    4010 SRR(J)=0.
0423          REWIND 4

```

```

0424      DO 4020 NP=1,NPART
0425      READ(4) M,((F(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0426      DO 4030 J=1,LDK
0427      DO 4030 I=1,M
0428      4030 SRR(J)=SRR(J)+F(I,J)**2
0429      4020 CONTINUE
0430      DO 4060 J=1,LDK
0431      4060 SRR(J)=SQRT(SRR(J))/FLOAT(2*NPOIN)
0432      WRITE(6,7100)
0433      7100 FORMAT(1H0,'RESIDUALS *** SQUARE MEAN')
0434      DO 4070 J=1,LDK
0435      WRITE(6,7200) J,SRR(J)
0436      7200 FORMAT(1H0,1H('I1,1H),10X,4HSRR=,E12.5)
0437      4070 CONTINUE
0438      REWIND NF1
0439      DO 450 LL=1,NPART
0440      NP=NPART-LL+1
0441      READ(NF1)M,((DIS(I,J),I=1,M),J=1,LDK)
0442      MS=2*(NFIRST(NP)-1)
0443      DO 450 I=1,M
0444      DO 450 J=1,LDK
0445      DELTA(MS+I,J)=DIS(I,J)
0446      450 CONTINUE
0447      REWIND 8
0448      WRITE(6,5000)
0449      5000 FORMAT(1H0,4X,2HLK,5X,3HORX,7X,3HORY,4X,2HLD,9X,2HSX,14X,2HSY,13X,
0450      1 3HTXY,14X,2HS1,14X,2HS2,12X,5HTHETA)
0451      DO 470 JE=1,NFLEM
0452      READ(8) LK,ORX,ORY,KN2,((DBA(I,J),I=1,3),J=1,KN2)
0453      IF(NOD(LK,5).EQ.0) 470,472
0454      472 KN=KN2/2
0455      DO 474 J=1,KN
0456      DO 474 J1=1,LDK
0457      JJ=(NOD(LK,J)-1)*2
0458      II=(J-1)*2
0459      DO 474 L=1,2
0460      EDIS(II+L,J1)=DELTA(JJ+L,J1)
0461      474 CONTINUE
0462      CALL MTPRD(DBA,EDIS,SIGMA,3,8,8,5,6,5,3,LDK,KN2)
0463      DO 479 J=1,LDK
0464      ROOT=SQRT((SIGMA(1,J)-SIGMA(2,J))**2+.25+SIGMA(3,J)**2)
0465      SIGMA(4,J)=(SIGMA(2,J)+SIGMA(1,J))*5+ROOT
0466      SIGMA(5,J)=(SIGMA(1,J)+SIGMA(2,J))*5-ROOT
0467      SIGMA(6,J)=ATAN(2.*SIGMA(3,J)/(SIGMA(1,J)-SIGMA(2,J)))*28.64789
0468      IF(J.EQ.1) 5100,5200
0469      5100 WRITE(6,5101) LK,ORX,ORY,J,(SIGMA(I,J),I=1,6)
0470      5101 FORMAT(1H ,I6,2F10.3,I4,6E16.5)
0471      GO TO 479
0472      5200 WRITE(6,5201) J,(SIGMA(I,J),I=1,6)
0473      5201 FORMAT(1H ,I30,6E16.5)
0474      479 CONTINUE
0475      470 CONTINUE
0476      WRITE(6,5300) NPB,NSC,MT,IDG,NB
0477      5300 FORMAT(1H0,'NODAL DISPLACEMENT *** NPB, NSC, MT, IDG, NB',5I5///)
0478      N=0
0479      572 K=0
0480      574 K=K+1
0481      576 N=N+1
0482      IF(N.LE.NPOIN) 578,480
0483      578 IF(NDPRT(N).EQ.0) 576,482
0484      482 IFORM(K)=N
0485      NN=(N-1)*2
0486      KK=(K-1)*2
0487      DO 484 IJ=1,LDK
0488      DO 484 L=1,2
0489      484 FORM(IJ,KK+L)=DELTA(NN+L,IJ)
0490      IF(K.LT.4) 574,486
0491      480 IF(K.EQ.1) 240,488
0492      488 K=K-1
0493      486 WRITE(6,5400) (IFORM(I),I=1,K)
0494      5400 FORMAT(1H ,POINT NO.('I3,1H),3(27X,1H('I3,1H)))
0495      DO 5501 I=1,LDK
0496      WRITE(6,5500) (FORM(I,2*J-1),FORM(I,2*J),J=1,K)
0497      5500 FORMAT(1H ,4X,8E16.5)
0498      5501 CONTINUE
0499      5505 IF(N.LT.NPOIN) 572,240

```



```

0499      240 CONTINUE
0500      210 CONTINUE
0501      20  CONTINUE
0502      STOP
0503      END

```

```

C ***** SUB(1) *****
0001      SUBROUTINE FFM(LK,MM,KN)
0002      DIMENSION XE(4),YE(4),ZX(3),ZY(3),D(3,3),BA(3,6),DBA(3,8),
1 DBA4(3,8),CK4(8,8),CK(8,8)
0003      COMMON /BLOCK1/ XE,YE,D,DBA4,CK4,CK,AL, BL, TH
0004      IF(KN.EQ.3) 10,20
0005      10 ORX=(XE(1)+XE(2)+XE(3))/3.
0006      ORY=(YE(1)+YE(2)+YE(3))/3.
0007      DO 30 I=1,3
0008      XE(I)=XE(I)-ORX
0009      30 YE(I)=YE(I)-ORY
0010      ZY(1)=YE(2)-YE(3)
0011      ZY(2)=YE(3)-YE(1)
0012      ZY(3)=YE(1)-YE(2)
0013      ZX(1)=XE(3)-XE(2)
0014      ZX(2)=XE(1)-XE(3)
0015      ZX(3)=XE(2)-XE(1)
0016      ZK=XE(2)*YE(3)-XE(3)*YE(2)
0017      Z=3./ZK
0018      BA(1,1)=BA(3,2)=ZY(1)/Z
0019      BA(1,3)=BA(3,4)=ZY(2)/Z
0020      BA(1,5)=BA(3,6)=ZY(3)/Z
0021      BA(2,2)=BA(3,1)=ZX(1)/Z
0022      BA(2,4)=BA(3,3)=ZX(2)/Z
0023      BA(2,6)=BA(3,5)=ZX(3)/Z
0024      BA(1,2)=BA(1,4)=BA(1,6)=BA(2,1)=BA(2,3)=BA(2,5)=0.
0025      CALL MTPRD(D,BA,DBA,3,3,3,6,3,8,3,6,3)
0026      CALL TMTPRD(BA,DBA,CK,3,6,3,8,8,8,6,6,3)
0027      DO 50 I=1,6
0028      DO 50 J=1,6
0029      50 CK(I,J)=.5*Z*TH*CK(I,J)
0030      GO TO 1000
0031      20 ORX=(XE(2)+XE(1))*5
0032      ORY=(YE(3)+YE(2))*5
0033      AL1=(XE(2)-XE(1))*5
0034      BL1=(YE(3)-YE(2))*5
0035      IF(AL.EQ.AL1.AND.BL.EQ.BL1) 90,80
0036      80 AL =AL1
0037      BL =BL1
0038      F=1./(4.*AL*BL)
0039      DBA4(1,1)=- (D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*F
0040      DBA4(2,1)=- (D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*F
0041      DBA4(3,1)=- (D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*F
0042      DBA4(1,2)=- (D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*F
0043      DBA4(2,2)=- (D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*F
0044      DBA4(3,2)=- (D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*F
0045      DBA4(1,3)= (D(1,1)*BL-D(1,3)*AL)*F
0046      DBA4(2,3)= (D(1,2)*BL-D(2,3)*AL)*F
0047      DBA4(3,3)= (D(1,3)*BL-D(3,3)*AL)*F
0048      DBA4(1,4)= (-D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*F
0049      DBA4(2,4)= (-D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*F
0050      DBA4(3,4)= (-D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*F
0051      DBA4(1,5)= (D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*F
0052      DBA4(2,5)= (D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*F
0053      DBA4(3,5)= (D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*F
0054      DBA4(1,6)= (D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*F
0055      DBA4(2,6)= (D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*F
0056      DBA4(3,6)= (D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*F
0057      DBA4(1,7)= (-D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*F
0058      DBA4(2,7)= (-D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*F
0059      DBA4(3,7)= (-D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*F
0060      DBA4(1,8)= (D(1,2)*AL-D(1,3)*BL)*F
0061      DBA4(2,8)= (D(2,2)*AL-D(2,3)*BL)*F
0062      DBA4(3,8)= (D(2,3)*AL-D(3,3)*BL)*F
0063      P=BL/AL

```

```

0064      CK4(1,1)=(P*D(1,1)/3.+D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
0065      CK4(2,1)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.+D(3,3)/4.)*TH
0066      CK4(3,1)=(-P*D(1,1)/3.+D(3,3)/(6.*P))*TH
0067      CK4(4,1)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
0068      CK4(5,1)=(-P*D(1,1)/6.-D(1,3)/2.-D(3,3)/(6.*P))*TH
0069      CK4(6,1)=(-D(1,2)/4.-D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/6.-D(3,3)/4.)*TH
0070      CK4(7,1)=(P*D(1,1)/6.-D(3,3)/(3.*P))*TH
0071      CK4(8,1)=(-D(1,2)/4.-D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/6.+D(3,3)/4.)*TH
0072      CK4(2,2)=(D(2,2)/(3.*P)+D(2,3)/2.+P*D(3,3)/3.)*TH
0073      CK4(3,2)=(-D(1,2)/4.-P*D(1,3)/3.+D(2,3)/(6.*P)+D(3,3)/4.)*TH
0074      CK4(4,2)=(D(2,2)/(6.*P)-P*D(3,3)/3.)*TH
0075      CK4(5,2)=(-D(1,2)/4.-P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(6.*P)-D(3,3)/4.)*TH
0076      CK4(6,2)=(-D(2,2)/(6.*P)-D(2,3)/2.-P*D(3,3)/6.)*TH
0077      CK4(7,2)=(D(1,2)/4.+P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(3.*P)-D(3,3)/4.)*TH
0078      CK4(8,2)=(-D(2,2)/(3.*P)+P*D(3,3)/6.)*TH
0079      CK4(3,3)=(P*D(1,1)/3.-D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
0080      CK4(4,3)=(-D(1,2)/4.+D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
0081      CK4(5,3)=(P*D(1,1)/6.-D(3,3)/(3.*P))*TH
0082      CK4(6,3)=(D(1,2)/4.-D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/6.-D(3,3)/4.)*TH
0083      CK4(7,3)=(-P*D(1,1)/6.+D(1,3)/2.-D(3,3)/(6.*P))*TH
0084      CK4(8,3)=(D(1,2)/4.-D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/6.+D(3,3)/4.)*TH
0085      CK4(4,4)=(D(2,2)/(3.*P)-D(2,3)/2.+P*D(3,3)/3.)*TH
0086      CK4(5,4)=(-D(1,2)/4.+P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(3.*P)+D(3,3)/4.)*TH
0087      CK4(6,4)=(-D(2,2)/(3.*P)+P*D(3,3)/6.)*TH
0088      CK4(7,4)=(D(1,2)/4.-P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(6.*P)+D(3,3)/4.)*TH
0089      CK4(8,4)=(-D(2,2)/(6.*P)+D(2,3)/2.-P*D(3,3)/6.)*TH
0090      CK4(5,5)=(P*D(1,1)/3.+D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
0091      CK4(6,5)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.+D(3,3)/4.)*TH
0092      CK4(7,5)=(-P*D(1,1)/3.+D(3,3)/(6.*P))*TH
0093      CK4(8,5)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
0094      CK4(6,6)=(D(2,2)/(3.*P)+D(2,3)/2.+P*D(3,3)/3.)*TH
0095      CK4(7,6)=(-D(1,2)/4.-P*D(1,3)/3.+D(2,3)/(6.*P)+D(3,3)/4.)*TH
0096      CK4(8,6)=(D(2,2)/(6.*P)-P*D(3,3)/3.)*TH
0097      CK4(7,7)=(P*D(1,1)/3.-D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
0098      CK4(8,7)=(-D(1,2)/4.-D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
0099      CK4(8,8)=(D(2,2)/(3.*P)-D(2,3)/2.+P*D(3,3)/3.)*TH
0100      DO 110 I=1,7
0101      JS=I+1
0102      DO 110 J=JS,8
0103      110 CK4(I,J)=CK4(J,I)
0104      90 CALL MTEQ(DBA4,DBA3,8,3,8)
0105      CALL MTEQ(CK4,CK,8,8,8)
0106      1000 IF(MM.GT.0) 140,150
0107      140 KN2=KN*2
0108      WRITE(8) LK,ORX,ORY,KN2,((DBA(I,J),I=1,3),J=1,KN2)
0109      150 RETURN
0110      END

```

```

C ***** SUB(2) *****
0001      SUBROUTINE MATINV(M,ILL)
0002      DIMENSION AM(60,60),IPIVOT(60),INDEX(60,2)
0003      COMMON AM
0004      DO 10 I=1,60
0005      DO 12 J=1,2
0006      12 INDEX(I,J)=0
0007      10 IPIVOT(I)=0
0008      EPS=1.E-8
0009      DO 20 I=1,M
0010      AMAX=0.
0011      DO 30 J=1,M
0012      IF(IPIVOT(J).EQ.0) 40,30
0013      40 DO 50 K=1,M
0014      IF(IPIVOT(K).EQ.0) 60,50
0015      60 IF(ABS(AMAX).GE.ABS(AM(J,K))) 50,70
0016      70 IROW=J
0017      ICOL=K
0018      AMAX=AM(J,K)
0019      50 CONTINUE

```

```

0020      30 CONTINUE
0021      IF (ABS(AMAX).LT.EPS) 99,80
0022      80 IPIVOT(ICOL)=IPIVOT(ICOL)+1
0023      IF(IROW.EQ.ICOL) 110,90
0024      90 DO 100 L=1,M
0025          SW=AM(IROW,L)
0026          AM(IROW,L)=AM(ICOL,L)
0027          AM(ICOL,L)=SW
0028      100 CONTINUE
0029      INDEX(I,1)=IROW
0030      INDEX(I,2)=ICOL
0031      AM(ICOL,ICOL)=1.
0032      DO 120 L=1,M
0033      120 AM(ICOL,L)=AM(ICOL,L)/AMAX
0034      DO 130 L1=1,M
0035      IF(L1.EQ.ICOL) 130,140
0036      140 T=AM(L1,ICOL)
0037          AM(L1,ICOL)=0.
0038      DO 132 L=1,M
0039      AM(L1,L)=AM(L1,L)-AM(ICOL,L)*T
0040      132 CONTINUE
0041      130 CONTINUE
0042      20 CONTINUE
0043      DO 150 I=1,M
0044          L=M-I+1
0045      IF (INDEX(L,1).EQ.INDEX(L,2)) 150,170
0046      170 JROW=INDEX(L,1)
0047          JCOL=INDEX(L,2)
0048      DO 160 K=1,M
0049          SW=AM(K,JROW)
0050          AM(K,JROW)=AM(K,JCOL)
0051      160 AM(K,JCOL)=SW
0052      150 CONTINUE
0053      ILL=0
0054      GO TO 1000
0055      99 ILL=1
0056      1000 RETURN
0057      END

```

```

C ***** SUB(3) *****
0001      SUBROUTINE FMAX(A,MM,NN,M,N,GRT,GRT1)
0002      DIMENSION A(MM,NN)
0003      DO 10 I=1,M
0004      DO 10 J=1,N
0005      IF (GRT.LT.ABS(A(I,J))) 20,10
0006      20 GRT=ABS(A(I,J))
0007      10 CONTINUE
0008      GRT1=GRT
0009      RETURN
0010      END

```

```

C ***** SUB(4) *****
0001      SUBROUTINE MTPRD(A,B,C,M1,N1,M2,N2,M3,N3,M,N,L)
0002      DIMENSION A(M1,N1),B(M2,N2),C(M3,N3)
0003      DO 10 I=1,M
0004      DO 10 J=1,N
0005      SW=0.
0006      DO 20 K=1,L
0007      20 SW=SW+A(I,K)*B(K,J)
0008      C(I,J)=SW
0009      10 CONTINUE
0010      RETURN
0011      END

```

```

C ***** SUB(5) *****
0001 SUBROUTINE MTTPRD(A,B,C,M1,N1,M2,N2,M3,N3,M,N,L)
0002 DIMENSION A(M1,N1),B(M2,N2),C(M3,N3)
0003 DO 10 I=1,M
0004 DO 10 J=1,N
0005 SW=0.
0006 DO 20 K=1,L
0007 20 SW=SW+A(I,K)*B(J,K)
0008 C(I,J)=SW
0009 10 CONTINUE
0010 RETURN
0011 END

```

```

C ***** SUB(6) *****
0001 SUBROUTINE TMTPRD(A,B,C,M1,N1,M2,N2,M3,N3,M,N,L)
0002 DIMENSION A(M1,N1),B(M2,N2),C(M3,N3)
0003 DO 10 I=1,M
0004 DO 10 J=1,N
0005 SW=0.
0006 DO 20 K=1,L
0007 20 SW=SW+A(K,I)*B(K,J)
0008 C(I,J)=SW
0009 10 CONTINUE
0010 RETURN
0011 END

```

```

C ***** SUB(7) *****
0001 SUBROUTINE MTSUB(A,B,C,MM,NN,M,N)
0002 DIMENSION A(MM,NN),B(MM,NN),C(MM,NN)
0003 DO 10 I=1,M
0004 DO 10 J=1,N
0005 C(I,J)=A(I,J)-B(I,J)
0006 10 CONTINUE
0007 RETURN
0008 END

```

```

C ***** SUB(8) *****
0001 SUBROUTINE MTSUM(A,B,C,MM,NN,M,N)
0002 DIMENSION A(MM,NN),B(MM,NN),C(MM,NN)
0003 DO 10 I=1,M
0004 DO 10 J=1,N
0005 C(I,J)=A(I,J)+B(I,J)
0006 10 CONTINUE
0007 RETURN
0008 END

```

```

C ***** SUB(9) *****
0001 SUBROUTINE MTFQ(A,B,MM,NN,M,N)
0002 DIMENSION A(MM,NN),B(MM,NN)
0003 DO 10 I=1,M
0004 DO 10 J=1,N
0005 B(I,J)=A(I,J)
0006 10 CONTINUE
0007 RETURN
0008 END

```