

# 木材の横圧縮に対する年輪曲率の影響

—円型異方弾性解析—

大 草 克 巳

(森林土木学研究室)

## Effects of Growth-Ring-Curvature on the Lateral Compression of Wood

—Elastic Analysis in Polar Anisotropic Material—

Katsumi OKUSA

(Laboratory of Forest Civil Engineering)

直径が相当に大きい樹幹の髓心から十分離れた位置で、断面寸法の余り大きくないブロックをとると、木材は力学的に繊維方向 (L), 放射方向 (R), 年輪の接線方向 (T) を対称軸とする直交異方体とみなすことが出来る。著者は先に木材を均質な直交異方弾性体として、割裂、横引張、部分横圧縮等の標準試験体について、応力、変位の分布を解析した<sup>1)</sup>。

近年、特に国産材に関しては、間伐材等をもあわせて、比較的小径材の利用を余儀なくされておる。このような小径材を対象とする場合にはその力学的モデルとして、前述の直交異方体よりも樹幹軸を長軸とする円柱異方体モデルがより適切であることは直観的に了解される所であり、特に横圧縮、横引張を受ける部材に関しては、円柱異方弾性理論の適用が必要である。この研究は木材の横圧縮標準試験体と同様に、その高さが巾の2倍である直方体ブロックが高さ方向に圧縮される時の応力および変位を、円柱異方弾性論にもとづき、有限要素法を用いて解析しようとするものである。計算には鹿児島大学電子計算機室 FACOM 230-45 S を用いた。

### 円柱異方二次元 (円型異方) 弾性問題の解法

#### 1. 極座標での変位、ひずみ、応力

座標が  $r, \theta$  である点の  $r$  方向の変位を  $u_r$ ,  $\theta$  方向の変位を  $u_\theta$  とし、 $r$  方向および  $\theta$  方向の線ひず

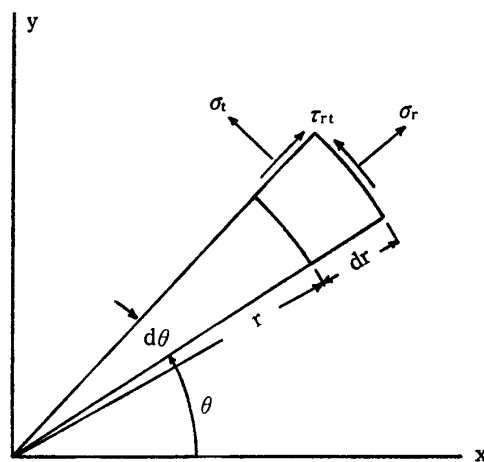


Fig. 1. Stress components in polar coordinates.

みを  $\varepsilon_r, \varepsilon_t$ ,  $r-\theta$  に関するせん断ひずみを  $\gamma_{rt}$ , また応力成分は Fig. 1 のように直応力を  $\sigma_r, \sigma_t$ , せん断応力を  $\tau_{rt}$  とする。  $x, y$  軸に関する変位, ひずみ, 応力はそれぞれ  $u_x, u_y; \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}; \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  で表わす。

極座標における変位—ひずみの関係は<sup>2)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \partial u_r / \partial r \\ \varepsilon_t &= (u_r + \partial u_t / \partial \theta) / r \\ \gamma_{rt} &= (\partial u_r / \partial \theta - u_t) / r + \partial u_t / \partial r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で表わされ, 円型異方弾性体での応力—ひずみ関係式は次の (2) 式で与えられる<sup>3)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= s_{11}\sigma_r + s_{12}\sigma_t \\ \varepsilon_t &= s_{21}\sigma_r + s_{22}\sigma_t \\ \gamma_{rt} &= s_{44}\tau_{rt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

係数  $s_{11}, s_{12}$  などは, 平面応力状態に対して

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= 1/E_R, & s_{22} &= 1/E_T \\ s_{12} &= s_{21} = -\mu_{RT}/E_R, & s_{44} &= 1/G_{RT} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

平面ひずみ状態に対して

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= 1/E_R - \mu_{LR}^2/E_L \\ s_{22} &= 1/E_T - \mu_{LT}^2/E_L \\ s_{12} &= s_{21} = -\mu_{RT}/E_R - \mu_{LR}\mu_{LT}/E_L \\ s_{44} &= 1/G_{RT} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

となり, ここで  $E$  はヤング率,  $\mu$  はポアソン比,  $G$  はせん断弾性係数を表わす。

(2) 式を応力について解くと

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \tau_{rt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{rt} \end{Bmatrix} = [D]\{\varepsilon\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} d_{11} &= s_{22}/c, & d_{22} &= s_{11}/c, & d_{12} &= d_{21} = -s_{12}/c \\ d_{44} &= 1/s_{44}; & c &= s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

となる。

(2), (3) 式の形は直交異方体のそれと全く同一であるが, 円型異方体では弾性主軸 ( $r, \theta$  軸) の方向が各点ごとに変化するから解析の方法は異なる。

## 2. 二次のアイソパラメトリック要素と形状関数

有限要素法では先ず対象とする領域を有限個の要素に分割することからはじめるが, ここでは Fig. 2 のような二次のアイソパラメトリック要素<sup>4)</sup>, すなわち各隅点および各辺中央にそれぞれ節点を有する四辺形要素 (8 節点) および三辺形要素 (6 節点) を用いる。二次要素はその要素の辺が二次以下の曲線なら正しく適合する。後に示すように圧縮試験体の辺を  $x$  軸および  $y$  軸に平行におくと, 試験体の外周は  $x = \bar{x}$  (一定) または  $y = \bar{y}$  (一定) となり, これを  $r-\theta$  面に移すと  $r = \bar{x}/\cos\theta$  または  $r = \bar{y}/\sin\theta$  となるが, 外周に沿う要素の辺長を余り大きくとらなければ, これらの曲線を  $r, \theta$  に関する二次曲線で近似させることが出来る。

アイソパラメトリック要素では, 要素の境界および内部の点の座標  $r, \theta$  および変位  $u_r, u_t$  を同一の形状関数  $N_i$  を用いて (4・1), (4・2) 式のように表わす。

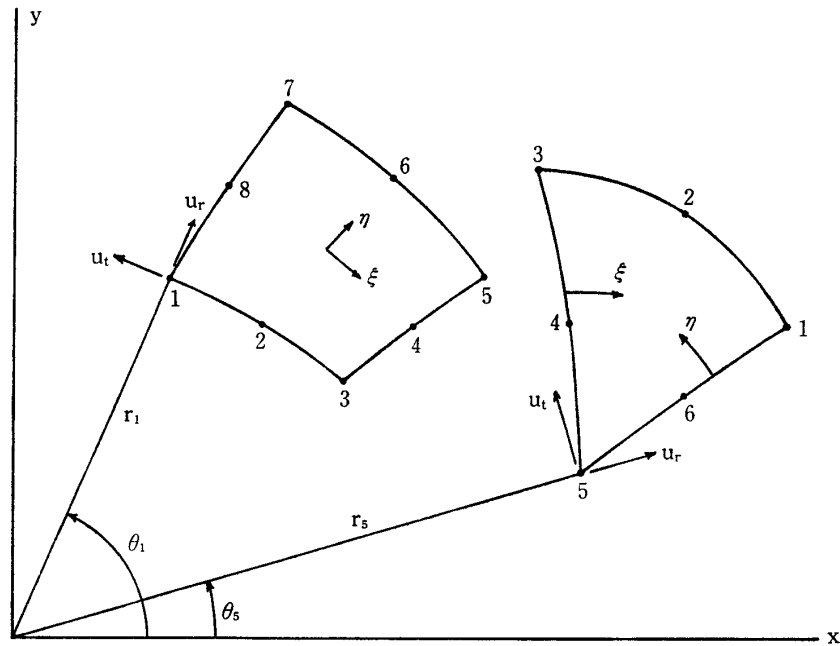


Fig. 2. Parabolic isoparametric elements and local coordinates  $\xi, \eta$ .

$$r = \sum_{i=1}^m N_i r_i, \quad \theta = \sum_{i=1}^m N_i \theta_i \tag{4.1}$$

$$u_r = \sum_{i=1}^m N_i u_{r_i}, \quad u_t = \sum_{i=1}^m N_i u_{t_i} \tag{4.2}$$

$r_i, \theta_i$  は節点  $i$  の座標,  $u_{r_i}, u_{t_i}$  は節点  $i$  の変位である。(4・1), (4・2) 式および以下の諸式で  $m$  は、四辺形要素の場合は 8, 三辺形要素の場合は 6 である。

形状関数  $N_i$  は Fig. 2 に示す局所座標  $\xi, \eta$  を用いて、四辺形要素では (5) 式, 三辺形要素では (6) 式のようなになる<sup>5, 6)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= (\xi - 1)(1 - \eta)(\xi + \eta + 1)/4 \\ N_2 &= (1 - \xi^2)(1 - \eta)/2 \\ N_3 &= (1 + \xi)(1 - \eta)(\xi - \eta - 1)/4 \\ N_4 &= (1 + \xi)(1 - \eta^2)/2 \\ N_5 &= (1 + \xi)(1 + \eta)(\xi + \eta - 1)/4 \\ N_6 &= (1 - \xi^2)(1 + \eta)/2 \\ N_7 &= (\xi - 1)(1 + \eta)(\xi - \eta + 1)/4 \\ N_8 &= (1 - \xi)(1 - \eta^2)/2 \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \xi(2\xi - 1) \\ N_2 &= 4\xi\eta \\ N_3 &= \eta(2\eta - 1) \\ N_4 &= 4\eta(1 - \xi - \eta) \\ N_5 &= (1 - \xi - \eta)(1 - 2\xi - 2\eta) \\ N_6 &= 4\xi(1 - \xi - \eta) \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

(4), (5), (6) 式から明らかなように、四辺形要素の節点 1, 2, ..., 8 の  $\xi, \eta$  は  $(-1, -1), (0,$

-1), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (0, 1), (-1, 1), (-1, 0) であり, 三辺形要素の節点 1, 2, ..., 6 の  $\xi, \eta$  は (1, 0), (0.5, 0.5), (0, 1), (0, 0.5), (0, 0), (0.5, 0) である。

### 3. 要素剛性マトリックス

変位  $u_r(r, \theta), u_t(r, \theta)$  を (4・2) 式のように形状関数  $N_i = N_i(\xi, \eta)$  を用いて表わすとき (1) 式における  $r, \theta$  に関する偏微分係数は

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{\partial u_r}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r}, & \frac{\partial u_t}{\partial r} &= \frac{\partial u_t}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial u_t}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial \theta} &= \frac{\partial u_r}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_r}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta}, & \frac{\partial u_t}{\partial \theta} &= \frac{\partial u_t}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_t}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \end{aligned}$$

となり, マトリックス形式で次のようにかける。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{\partial u_t}{\partial r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial \theta} & \frac{\partial u_t}{\partial \theta} \end{bmatrix} &= [Q] \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial \xi} & \frac{\partial u_r}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u_t}{\partial \xi} & \frac{\partial u_t}{\partial \eta} \end{bmatrix}; \\ [Q] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \eta}{\partial r} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \theta} & \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

いま  $[J]$  を

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

と定義すると,  $[Q] = [J]^{-1}$  であり, (4・1) 式より

$$\left. \begin{aligned} J_{11} &= \sum_{i=1}^m (\partial N_i / \partial \xi) r_i, & J_{12} &= \sum_{i=1}^m (\partial N_i / \partial \xi) \theta_i \\ J_{21} &= \sum_{i=1}^m (\partial N_i / \partial \eta) r_i, & J_{22} &= \sum_{i=1}^m (\partial N_i / \partial \eta) \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} q_{11} &= J_{22} / |J|, & q_{12} &= -J_{12} / |J| \\ q_{21} &= -J_{21} / |J|, & q_{22} &= J_{11} / |J| \\ |J| &= J_{11} J_{22} - J_{12} J_{21} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。

(1) 式に (7) 式を用いると

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{rt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_{11} \partial u_r / \partial \xi + q_{12} \partial u_r / \partial \eta \\ u_r / r + (q_{21} \partial u_t / \partial \xi + q_{22} \partial u_t / \partial \eta) / r \\ (q_{21} \partial u_r / \partial \xi + q_{22} \partial u_r / \partial \eta) / r + q_{11} \partial u_t / \partial \xi + q_{12} \partial u_t / \partial \eta - u_r / r \end{Bmatrix} \quad (10)$$

となる。いま要素の節点変位ベクトル  $\{\delta\}_e$  を

$$\{\delta\}_e = [u_{r1}, u_{t1}, u_{r2}, u_{t2}, \dots, u_{rm}, u_{tm}]^T \quad (11)$$

とすると, (4・2) 式より

$$\begin{aligned}
u_r &= [N_1, 0, N_2, 0, \dots, N_m, 0] \{\delta\}_e \\
u_t &= [0, N_1, 0, N_2, \dots, 0, N_m] \{\delta\}_e \\
\partial u_r / \partial \xi &= [\partial N_1 / \partial \xi, 0, \partial N_2 / \partial \xi, 0, \dots, \partial N_m / \partial \xi, 0] \{\delta\}_e \\
\partial u_t / \partial \xi &= [0, \partial N_1 / \partial \xi, 0, \partial N_2 / \partial \xi, \dots, 0, \partial N_m / \partial \xi] \{\delta\}_e \\
\partial u_r / \partial \eta &= [\partial N_1 / \partial \eta, 0, \partial N_2 / \partial \eta, 0, \dots, \partial N_m / \partial \eta, 0] \{\delta\}_e \\
\partial u_t / \partial \eta &= [0, \partial N_1 / \partial \eta, 0, \partial N_2 / \partial \eta, \dots, 0, \partial N_m / \partial \eta] \{\delta\}_e
\end{aligned}$$

であるから

$$\left. \begin{aligned}
\alpha_i &= q_{11} \partial N_i / \partial \xi + q_{12} \partial N_i / \partial \eta \\
\beta_i &= q_{21} \partial N_i / \partial \xi + q_{22} \partial N_i / \partial \eta
\end{aligned} \right\} \quad (12)$$

とおくと

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon\} &= \begin{bmatrix} \alpha_1, & 0, & \alpha_2, & 0, & \dots, & \alpha_m, & 0 \\ N_1/r, & \beta_1/r, & N_2/r, & \beta_2/r, & \dots, & N_m/r, & \beta_m/r \\ \beta_1/r, & \alpha_1 - N_1/r, & \beta_2/r, & \alpha_2 - N_2/r, & \dots, & \beta_m/r, & \alpha_m - N_m/r \end{bmatrix} \{\delta\}_e \\
&\equiv [B] \{\delta\}_e
\end{aligned} \quad (13)$$

となる。これと (3) 式とから要素節点変位と応力成分との関係として次の (14) 式を得る。

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{\delta\}_e \quad (14)$$

要素の節点  $i$  に作用する力の  $r$  方向分力を  $f_{ri}$ ,  $\theta$  方向分力を  $f_{ti}$  とし、要素節点力のベクトルを変位ベクトルと対応させて

$$\{f\}_e = [f_{r1}, f_{t1}, f_{r2}, f_{t2}, \dots, f_{rm}, f_{tm}]^T \quad (15)$$

とする。いま節点に仮想変位  $\{\delta\}_e$  を与え、それによる仮想ひずみを  $\{\varepsilon\}_e$  とすると、これに対する内部仕事  $W_{in}$  は

$$W_{in} = \int_V \{\varepsilon\}_e^T \{\sigma\} dV = \{\delta\}_e^T \int_V [B]^T [D] [B] dV \{\delta\}_e$$

となり、外部仕事  $W_{ex}$  は

$$W_{ex} = \{\delta\}_e \{f\}_e$$

とかける。仮想変位の原理から  $W_{in} = W_{ex}$  であるから

$$[k]_e \{\delta\}_e = \{f\}_e \quad (16)$$

の関係を得る。ただし  $[k]_e$  は  $W_{in}$  式の体積積分であり、要素の板厚  $t$  を一定とすると

$$\begin{aligned}
[k]_e &= \int_V [B]^T [D] [B] dV = \int_A [B]^T [D] [B] t r dr d\theta \\
&= t \int_{A'} [B]^T [D] [B] r |J| d\xi d\eta
\end{aligned} \quad (16.1)$$

である。(16) 式は要素剛性方程式であり、 $[k]_e$  が要素の剛性マトリックスである。(16.1) 式の  $[B]$  は (13) 式、 $[D]$  は (3) 式、関数行列式  $|J|$  は (9) 式のそれである。(16.1) 式の面積積分を解析的に求めることは一般に困難であるから Gauss の数値積分 (ここでは内点 3) を用いる<sup>7,8)</sup>。すなわち、被積分関数を

$$[B]^T [D] [B] r |J| \equiv F(\xi, \eta)$$

とおくと、四辺形要素では

$$\int_{A'} F d\xi d\eta = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} F(-\sqrt{6}, -\sqrt{6}) + \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{9} F(0, -\sqrt{6}) + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} F(\sqrt{6}, -\sqrt{6}) \\
&\quad + \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{9} F(-\sqrt{6}, 0) + \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} F(0, 0) + \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{9} F(\sqrt{6}, 0) \\
&\quad + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} F(-\sqrt{6}, \sqrt{6}) + \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{9} F(0, \sqrt{6}) + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} F(\sqrt{6}, \sqrt{6})
\end{aligned}$$

三辺形要素では

$$\begin{aligned}
\int_{A'} F d\xi d\eta &= \int_0^1 \int_0^{1-\xi} F(\xi, \eta) d\xi d\eta \\
&= \{25w_1 F(0.1, w_2) + 40w_1 F(w_1/4, w_2/2) \\
&\quad + 25w_1 F(w_1^2, w_2/2) + 40F(w_2/4, 1/2) \\
&\quad + 64F(1/4, 1/2) + 40F(w_1/4, 1/2) \\
&\quad + 25w_2 F(w_2^2/4, w_1/2) + 40w_2 F(w_2/4, w_1/2) \\
&\quad + 25w_2 F(1/10, w_1/2) \\
&\quad ; w_1 = 1 + \sqrt{0.6}, \quad w_2 = 1 - \sqrt{0.6}
\end{aligned}$$

として計算する。

#### 4. 境界条件の処理

前節の要素剛性方程式を領域全体（全要素）について重ね合わせると次のような全体剛性方程式 (17) が得られる。

$$[K] \{\delta\} \equiv \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & k_{1,2i-1} & k_{1,2i} & \dots \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \dots & k_{2,2i-1} & k_{2,2i} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{2i-1,1} & k_{2i-1,2} & \dots & k_{2i-1,2i-1} & k_{2i-1,2i} & \dots \\ k_{2i,1} & k_{2i,2} & \dots & k_{2i,2i-1} & k_{2i,2i} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{2i-1} \\ \delta_{2i} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{2i-1} \\ f_{2i} \\ \vdots \end{Bmatrix} \equiv \{f\} \quad (17)$$

境界条件を与えるまでは全体変位ベクトル  $\{\delta\}$ 、全体荷重ベクトル  $\{f\}$  の成分はすべて 0 としておく。

##### 4.1 荷重条件

節点  $i$  ( $r, \theta$ ) に  $r$  方向の荷重  $P_{ri}$ 、 $\theta$  方向の荷重  $P_{\theta i}$  が集中荷重として作用する場合は、単に  $f_{2i-1} = P_{ri}$ 、 $f_{2i} = P_{\theta i}$  とすればよい。もし  $x$  方向、 $y$  方向の荷重成分  $P_{xi}$ 、 $P_{yi}$  が与えられた場合は

$$\left. \begin{aligned} P_{ri} &= P_{xi} \cos \theta + P_{yi} \sin \theta \\ P_{\theta i} &= -P_{xi} \sin \theta + P_{yi} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

として  $r, \theta$  方向の分力を求める。

Fig. 3 (a) のように物体の境界の一部に表面分布力が作用する場合、要素節点番号 1, 2, 3 (or 3, 4, 5 or 5, 6, 7 or 7, 8, 1) の点における法線方向荷重密度が  $p_{n1}$ 、 $p_{n2}$ 、 $p_{n3}$ 、接線方向荷重密度が  $p_{t1}$ 、 $p_{t2}$ 、 $p_{t3}$  であるとする。

境界上の任意点  $(x, y)$  における法線および接線方向荷重密度を  $p_n$ 、 $p_t$  とすると、(5) 式の形状関数(ただし  $\eta = -1$ ) を用いて

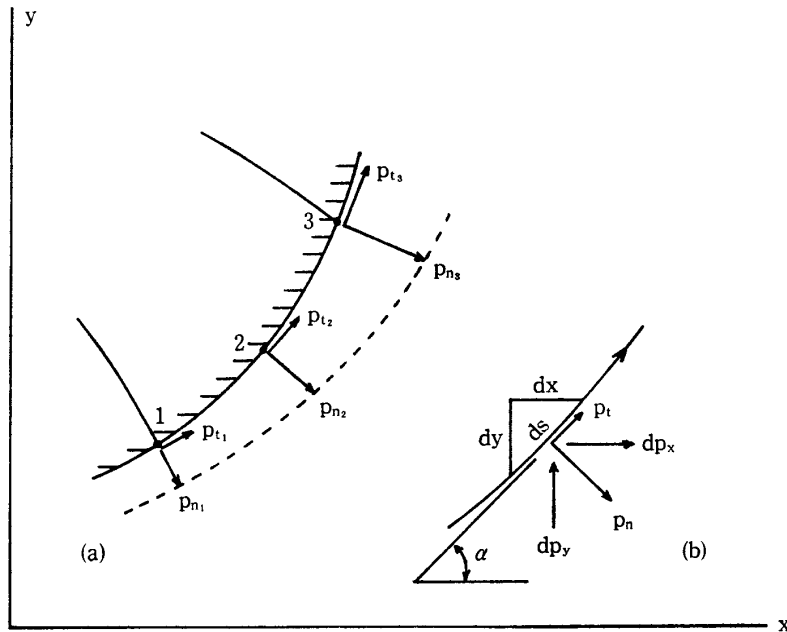


Fig. 3. Distributed load on the surface.

$p_n$ : intensity of normal load.  $p_t$ : intensity of tangential load.

$$x = \sum_{i=1}^3 N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^3 N_i y_i$$

$$p_n = \sum_{i=1}^3 N_i p_{n_i}, \quad p_t = \sum_{i=1}^3 N_i p_{t_i}$$

とかける。ここで  $x_i, y_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) は節点の  $x, y$  座標である。Fig. 3 (b) のように境界上の微小辺要素  $ds$  上の力の  $x$  方向および  $y$  方向の分力を  $dP_x, dP_y$  とすると

$$\begin{aligned} dP_x &= (p_n \sin \alpha + p_t \cos \alpha) ds = p_n dy + p_t dx \\ &= (p_n \partial y / \partial \xi + p_t \partial x / \partial \xi) d\xi \end{aligned}$$

同様にして

$$dP_y = (p_t \partial y / \partial \xi - p_n \partial x / \partial \xi) d\xi$$

ただし

$$\partial x / \partial \xi = \sum_{i=1}^3 x_i \partial N_i / \partial \xi, \quad \partial y / \partial \xi = \sum_{i=1}^3 y_i \partial N_i / \partial \xi$$

である。この表面分布力に等価な節点力を  $P_{x_1}, P_{x_2}, P_{x_3}; P_{y_1}, P_{y_2}, P_{y_3}$  で表わす。 $P_{x_1}$  を定めるには

$$\tilde{u}_{x_1} = 1, \quad \tilde{u}_{x_2} = \tilde{u}_{x_3} = \tilde{u}_{y_1} = \tilde{u}_{y_2} = \tilde{u}_{y_3} = 0$$

のような仮想変位を与える。

$$\tilde{u}_x = \sum_{i=1}^3 N_i \tilde{u}_{x_i} = N_1, \quad \tilde{u}_y = \sum_{i=1}^3 N_i \tilde{u}_{y_i} = 0$$

であるから

$$\begin{aligned} P_{x_1} &= \tilde{u}_{x_1} P_{x_1} \\ &= \int_s (\tilde{u}_x dP_x + \tilde{u}_y dP_y) = \int_s N_1 dP_x = \int_{-1}^1 N_1(\xi) \left( p_n \frac{\partial y}{\partial \xi} + p_t \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) d\xi \end{aligned} \quad (19.1)$$

同様にして

$$P_{y1} = \int_{-1}^1 N_1(\xi) \left( p_t \frac{\partial y}{\partial \xi} - p_n \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) d\xi \quad (19.2)$$

が定まる。 $P_{x2}, P_{y2}$  および  $P_{x3}, P_{y3}$  は上式の  $N_1$  を  $N_2$  または  $N_3$  におきかえればよい。式中の  $p_n, p_t; \partial x/\partial \xi, \partial y/\partial \xi$  は何れも形状関数  $N_i(\xi, -1)$  および  $\partial N_i(\xi, -1)/\partial \xi$  と節点値  $x_i, y_i; p_{ni}, p_{ti}$  とから計算され、定積分はここでも Gauss の数値積分を用いる。 $P_{xi}, P_{yi}$  が上のようにして定まると (18) 式によって  $P_{ri}, P_{ti}$  に変換し、全体荷重ベクトルの対応する成分とする。

## 4.2 変位条件

$x$  軸,  $y$  軸に平行な辺を有する直方体圧縮試験体を考えるとき、荷重面または支面上の節点について

$$u_x = \bar{u}_x, \quad u_y: \text{free} \quad (20.1)$$

あるいは

$$u_y = \bar{u}_y, \quad u_x: \text{free} \quad (20.2)$$

のような変位境界条件を満足させる必要が生じる。 $\bar{u}_x, \bar{u}_y$  はそれぞれ  $x$  方向および  $y$  方向の変位規定値を表わす。一般に, Fig. 4 にみられるように,

$$\left. \begin{aligned} u_r &= u_x \cos \theta + u_y \sin \theta \\ u_t &= -u_x \sin \theta + u_y \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

であるから、条件 (20.1) に対しては (21) 式から  $u_y$  を消去して

$$u_t = -\bar{u}_x / \sin \theta + u_r / \tan \theta$$

条件 (20.2) に対しては  $u_x$  を消去して

$$u_t = \bar{u}_y / \cos \theta - u_r \tan \theta$$

とすると、いずれも

$$u_t = a + b u_r \quad (22)$$

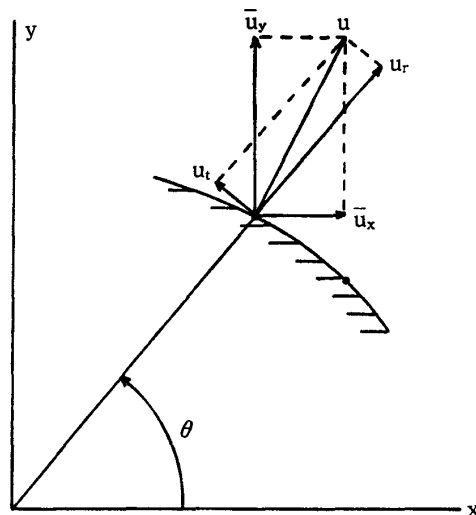


Fig. 4. Displacement of nodal point.

$u_r$ : component of displacement in the radial direction.

$u_t$ : component of displacement in the circumferential direction.

$\bar{u}_x$ : component of displacement in  $x$ -direction.

$\bar{u}_y$ : component of displacement in  $y$ -direction.



のように、 $u_t$  が  $u_r$  の一次式で与えられることになる。ただし  $\theta$  は  $\theta \neq 0, \theta \neq \pi/2$  とする。

いま全体節点番号が  $i$  である節点において (22) の境界条件が与えられる場合、全体剛性方程式 (17) を次のように変形する。

$$\left. \begin{aligned} k_{j,2i-1} &\leftarrow k_{j,2j-1} + bk_{j,2i} \\ f_j &\leftarrow f_j - ak_{j,2i} \\ k_{j,2i} &\leftarrow 0 \end{aligned} \right\} (j=1, 2, \dots, 2N) \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{2i-1,j} &\leftarrow k_{2i-1,j} - k_{2i,j}/c \\ k_{2i,j} &\leftarrow 0 \\ f_{2i-1} &\leftarrow f_{2i-1} - f_{2i}/c, \quad k_{2i,2i}=1, \quad f_{2i}=0 \end{aligned} \right\} (j=1, 2, \dots, 2N) \quad (24)$$

上式の  $N$  は全節点数である。(24) 式は、例えば  $u_x$  が規定され、 $u_y$  が free である節点では、それに対応して節点力が  $f_x \neq 0, f_y = 0$  であるから

$$f_r = \cos \theta f_x, \quad f_t = -\sin \theta f_x$$

したがって

$$f_t = c f_r; \quad c = -\tan \theta$$

となるから、剛性方程式の第  $2i$  行を  $c$  で割って第  $(2i-1)$  行から引けば  $(f_t)_i$  すなわち  $f_{2i}$  が消去されることになる。したがって、 $u_y$  が規定されて  $u_x$  が free の場合には  $c = \cot \theta$  とすればよい。

$\theta = 0$  あるいは  $\theta = \pm \pi/2$  の節点では

$$\theta = 0 \quad : \quad u_x = u_r, \quad u_y = u_t$$

$$\theta = \pi/2 \quad : \quad u_x = -u_t, \quad u_y = u_r$$

$$\theta = -\pi/2 : \quad u_x = u_t, \quad u_y = -u_r$$

であるから、 $u_x$  または  $u_y$  が与えられることは、直接  $u_r$  または  $u_t$  が与えられることになり、したがって、剛性マトリックスの対応する列の係数と所与の変位値との積を右辺の荷重列から減じ、その後に対応する行の対角要素を 1 に他の係数をすべて 0 にし、その行の荷重項 = 所与の変位値とする。さらに、任意な  $\theta$  の節点  $i$  で  $u_x$  と  $u_y$  の両方が規定される場合は、(21) 式から対応する  $u_r, u_t$  が規定されることになるから、 $(2i-1)$  と  $2i$  の行と列について同様な処理を行えばよい。

## 5. プログラムとその解説

計算に使用した FORTRAN ソース プログラムを付録に示す。これの作成にあたっては Hinton<sup>5)</sup> のそれを参考にした。

### 5.1 単純変数と配列

**NPOIN** : 節点総数

**NELEM** : 要素総数

**NFIX** : 変位が規定される節点の数

**NTYPE** : 1 は平面応力, 2 は平面ひずみを表わす。

**NMAT** : 異なる材料の種類数。

**NBW** =  $2(N_d + 1)$  : 全体剛性マトリックスのバンド巾,  $N_d$  は一つの要素での節点番号の差の最大値

**NPROB** : 解くべき問題の数

**COORD** ( $i, j$ ) :  $i$  節点の座標, **COORD** ( $i, 1$ ) =  $r_i$ , **COORD** ( $i, 2$ ) =  $\theta_i$

**LNODS** ( $m, j$ ) : 第  $m$  番要素の節点番号 ; 何れかの隅点からはじめて左廻りに  $j=1, 2, \dots, 8$ ,  
**LNODS** ( $m, 8$ ) = 0 は三辺形要素を表す。

**MATNO** ( $i$ ) : 材料の種類番号

**PROPS** ( $i, j$ ) : 第  $i$  番材料の材料定数, **PROPS** ( $i, j$ ),  $j=1, 7 : E_R, E_T, E_L, \mu_{RT}, \mu_{LR}, \mu_{LT}, G_{RT}$  ;

**PROPS** ( $i, 8$ ) = 要素の板厚

**ELOAD** ( $m, j$ ) : 第  $m$  番要素での節点荷重

**ASDIS** ( $i$ ) : 節点変位  $\delta_i$

**NOFIX** ( $i$ ) : 変位規定の節点番号

**IFPRE** ( $i, j$ ) : **IFPRE** ( $i, 1$ ) = 1 なら  $u_{xi}$  が規定, 0 なら  $u_x$  は free, **IFPRE** ( $i, 2$ ) = 1 なら  $u_{yi}$  が規定, 0 なら  $u_y$  は free

**PRESC** ( $i, j$ ) : 変位の規定値, **PRESC** ( $i, 1$ ) =  $\bar{u}_{xi}$ , **PRESC** ( $i, 2$ ) =  $\bar{u}_{yi}$

**ELCOD** ( $k, j$ ) : 要素の節点座標

**SHAPE** ( $j$ ) =  $N_j$  : (5) または (6) 式の形状関数

**DERIV** ( $k, j$ ) : **DERIV** ( $1, j$ ) =  $\partial N_j / \partial \xi$ , **DERIV** ( $2, j$ ) =  $\partial N_j / \partial \eta$

**POLAD** ( $k, j$ ) : **POLAD** ( $1, j$ ) =  $\alpha_j$ , **POLAD** ( $2, j$ ) =  $\beta_j$  ; (12) 式

**DMAT** ( $i, j$ ) =  $[D]$  ; (3) 式

**BMAT** ( $i, j$ ) =  $[B]$  ; (13) 式

**DBMAT** ( $i, j$ ) =  $[D][B]$

**POSGP** ( $i$ ), **WEIGP** ( $i$ ) : 四辺形要素における Gauss 数値積分の積分点の局所座標および重み係数

**TRIPT** ( $i, j$ ), **TRIWT** ( $i$ ) : 三辺形要素における Gauss 数値積分の積分点の局所座標および重み係数

**GSTIF** ( $n, j$ ) =  $k_{n, j}$  : 全体剛性マトリックスの成分。このマトリックスは Fig. 5 のように通常バンドマトリックスになり, 一般には  $\text{NBW} \times \text{NP2}$  ;  $\text{NP2} = 2 \times \text{NPOIN}$  のメモリーを用意すればよいが, ここでは変位境界条件 (22) に対する処理 (23), (24) を行なうためバンドの下半分も記憶さ

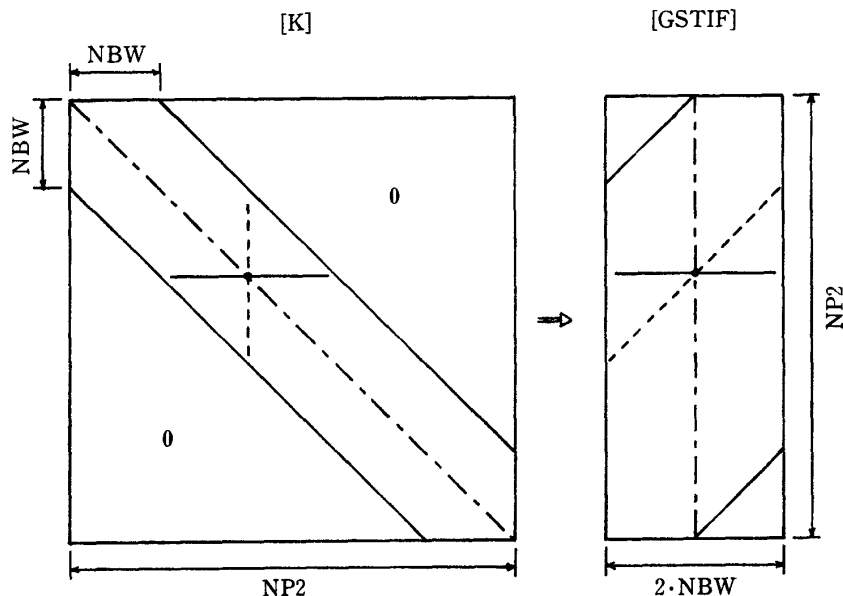


Fig. 5. Banded stiffness matrix.

せておく。したがって  $(2 \times \text{NBW}) \times \text{NP}^2$  のメモリーをとる。

**GLOAD** ( $n$ ) =  $f_n$  : (17) 式右辺の荷重ベクトル

**NESPT** ( $m$ ) : 第  $m$  番要素で応力を求める必要のある点の数

**SPTXY** ( $m, j$ ) : 応力計算をすべき点の  $x, y$  座標

## 5.2 サブルーチン

### SUB(1) INPUT (IPROB)

**IPROB** 番目の問題について、要素の節点番号 **LNODS** を読み、**[K]** マトリックスのバンド巾 **NBW** を計算し、**NBW** が一定値を超えると停止する。節点の座標 **COORD** は  $(r, \theta)$  または  $(x, y)$  で入れる。**INTYP** = 0 または 1 でそれを区別し、 $x, y$  の入力は  $r, \theta$  に換算する。応力計算点に関するデータ **NESPT**, **SPTXY**, 変位拘束に関するデータ **NOFIX**, **IFPRE**, **PRESC** および材料特性 **PROPS** を読んで印刷する。

### SUB (2) LOADPS (IPROB)

**IPROB** 番目の問題について、**IPLOD**  $\neq 0$  のときは節点集中荷重が存在し、**LODPT** に荷重を受ける節点番号を、**POINT** (1) にその荷重の  $r$  方向分力を、**POINT** (2) に  $\theta$  方向分力を読みこみ、**ELOAD** の対応する場所に格納する。

**IEDGE**  $\neq 0$  のときは表面分布荷重が存在し、**NEDGE** に荷重を受ける辺の総数を読みこんだ後、それら各荷重辺について、その辺の属する要素の番号を **NELPS** に、その荷重辺上にある節点の番号を左廻りに **NOPS** ( $i$ ) に、またその節点での法線方向荷重密度  $p_{ni}$  を **PRESS** (1) に、接線方向荷重密度  $p_{ti}$  を **PRESS** (2) に読みこむ。その後 (19・1), (19・2) 式等によって  $P_{xi}, P_{yi}$  を計算し、さらに  $P_{ri}, P_{\theta i}$  に換算して **ELOAD** に格納する。

### SUB (3) MODPS (LP, NTYPE)

材料種類番号 **LP**, 応力状態 **NTYPE** に応じて、要素の弾性マトリックス **[D]** を計算する。

### SUB (4) SHAPF (S, T, NNODE)

**S** =  $\xi$ , **T** =  $\eta$  点における形状関数  $N_i$  の値を四辺形要素 (**NNODE** = 8) では (5) 式、三辺形要素 (**NNODE** = 6) では (6) 式に従って計算し **SHAPE** ( $i$ ) に格納する。

### SUB (5) SHAPD (S, T, NNODE)

四辺形要素 (**NNODE** = 8), 三辺形要素 (**NNODE** = 6) に応じて、**S** =  $\xi$ , **T** =  $\eta$  点での偏微分係数  $\partial N_i / \partial \xi, \partial N_i / \partial \eta$  を **DERIV** に計算する。

### SUB (6) JACOB (IELEM, DJACB, NNODE)

**NNODE** = 8 または 6 で **XJAC** ( $i, j$ ) に (8) 式の  $J_{ij}$ , **DJACB** に  $\det [J]$ , **XJACI** ( $i, j$ ) に (9) 式の  $q_{ij}$ , **POLAD** ( $k, i$ ) に (12) 式の  $\alpha_i, \beta_i$  を計算する。 $\det [J]$  はその物理的意味から正值であるべきであり、もし 0 または負値のときは、おそらく入力データのミスであるからその要素番号 (**IELEM**) を印刷して停止する。

### SUB (7) BMATPS (NNODE)

(13) 式の **[B]** マトリックスを計算する。

### SUB (8) DBE (NEV)

**NEV** =  $2 \cdot \text{NNODE}$  で四辺形要素では 16, 三辺形要素では 12 であり、マトリックス積 **[D] · [B]** を計算する。

### SUB (9) STIFPS

各要素毎に **[D]** を求めた後、四辺形要素では **DO 50** のループで、三辺形要素では **DO 160** のルー

プで (16) 式の要素剛性マトリックス  $[k]_e$  を計算し, File (1) に書きこむ。

#### SUB (10) GSTGL

**GLOAD** ( $i$ ), **GSTIF** ( $i, j$ ) の各成分を 0 にした後, **DO 20** のループで (17) 式の  $[K]$  を **GSTIF** に,  $\{f\}$  を **GLOAD** に合成する。ただし, Fig. 5 に示すように  $\text{NP } 2 \times \text{NP } 2$  の  $[K]$  マトリックスを  $\text{NP } 2 \times (2 \times \text{NBW})$  の配列 **GSTIF** に格納する。 $[K]$  の行 (実線), 列 (点線) は同図右のようになり, 対角要素は **GSTIF** の **NBW** 列に並ぶ。**GSTIF**, **GLOAD** を File (4) に書きこんだ後, 変位境界条件に応ずる変形を **DO 30** および **DO 140** のループで行なう。(このプログラムで拘束節点番号を配列 **NOFIX** に入れる場合, その順序に関して,  $\bar{u}_x, \bar{u}_y$  がともに規定される節点および座標  $\theta$  が 0 または  $\pm 90^\circ$  である拘束節点以外の節点, すなわち,  $u_r$  と  $u_t$  の間に (22) 式の一次関係のある節点をすべて先に並べる必要がある)。

#### SUB (11) SOLVE

Gauss の消去法によって全体剛性方程式を解く。**DO 10** ループで前進消去すなわち係数マトリックスの三角化を行ない, **DO 30** ループの後退代入で変位  $\{\delta\}$  を **ASDIS** に求める。

**DO 42** ループでは **IFPRE**=(1, 0) の拘束節点に対して

$$u_t = u_r / \tan \theta - \bar{u}_x / \sin \theta$$

**IFPRE**=(0, 1) の節点に対して

$$u_t = -u_r \tan \theta + \bar{u}_y \cos \theta$$

として  $u_t$  を定める。**DO 50** ループでは各節点の変位  $u_r, u_t$  とともに  $u_x, u_y$  を計算して印刷する。

つづいて File (4) から変形前の  $[K]$  を **GSTIF** に読みとり, 変位拘束節点について

$$[K]\{\delta\} = \text{GSTIF} \cdot \text{ASDIS} = \{F\}$$

によって節点力 (反力) を求めて印刷する。

#### SUB (12) XIETA (XP, YP, SO, TO, NNODE)

要素内の任意点 ( $x = \text{XP}$ ,  $y = \text{YP}$ ) に対応する局所座標  $\xi = \text{SO}$ ,  $\eta = \text{TO}$  を小数 6 桁まで求める。これは形状関数  $N_i(\xi, \eta)$  を用い,  $\xi, \eta$  に対応する  $r, \theta$  または  $x, y$  を定めることの逆変換に相当する。

#### SUB (13) STREPS

所要の点 ( $x, y$ ) に対応する局所座標 ( $\xi, \eta$ ) を定め, その  $\xi, \eta$  に対する **DBE** から

$$\text{DBE} \cdot \{\delta\}_e = \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \tau_{rt} \end{Bmatrix}$$

として,  $\{\sigma\}$  を **SPOLA** に求める。また,

$$\{\sigma\}_{XY} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \tau_{rt} \end{Bmatrix}$$

によって,  $\{\sigma\}_{XY}$  を **SCART** に計算して印刷する。

#### SUB (14) ARCTAN (NP, X, Y, THETA)

$\theta = \arctan (y/x)$  によって **X, Y** に対応する **THETA** を  $-\pi \sim \pi$  の範囲で求める。

## 6. プログラムのチェック

Fig. 6 のように半径  $R$  の円柱がその直径の方向に集中荷重  $P$  を受けるとき, 等方性材料なら  $\sigma_y$  が次の (25) 式で計算される<sup>9)</sup>。

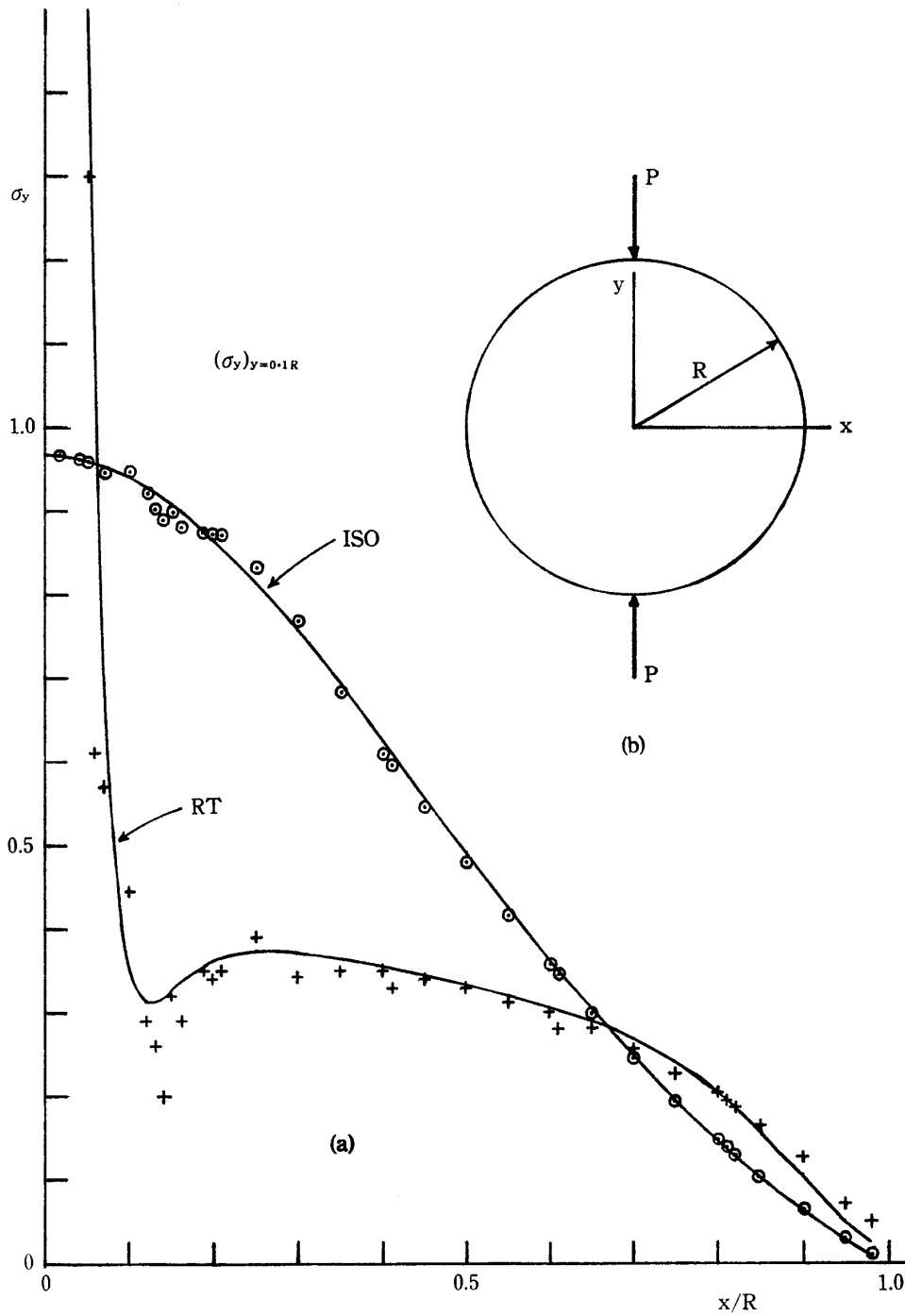


Fig. 6. Compressive stress distributions (a) in the long circular column subjected to the lateral concentrated load as shown in (b).

- : analytical exact value.
- ⊙: calculated value by FEM for isotropic material.
- +: calculated value by FEM for polar anisotropic material.

$$\begin{aligned}
 s &= [(x/R)^2 + (1 + y/R)^2]^2 \\
 d &= [(x/R)^2 + (1 - y/R)^2]^2 \\
 \sigma_y &= \{1 - 2[(1 + y/R)^3/s + (1 - y/R)^3/d]\}P/\pi R
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

円型異方体の場合<sup>3)</sup> は

$$c_{11} = (1/E_R - \mu_{LR}^2/E_L)/E_L$$

$$c_{22} = (1/E_T - \mu_{LT}^2/E_L)/E_L$$

$$c_{12} = -(\mu_{RT}/E_R + \mu_{LR}\mu_{LT}/E_L)/E_L$$

$$c_0 = c_{11}c_{22} - c_{12}^2$$

$$S = (1/G_{RT}E_L + 2c_{12})/c_{22}$$

$$S_1 = c_{11}/c_0 G_{RT}E_L$$

$$S_2 = c_{12}/c_0 G_{RT}E_L$$

$$\mu_0 = \sqrt{c_{11}/c_{22}}$$

$$\nu_0 = \frac{c_{11}}{c_{12}} \left( \mu_0 \frac{c_{12}}{c_{11}} - 1 \right) / \left( \mu_0 \frac{c_{22}}{c_{12}} - 1 \right)$$

$$f_n = 1 + c_{11}/c_{22} + 4n^2 S$$

$$g_n = [f_n^2 - 4(4n^2 - 1)^2 c_{11}/c_{22}]^{1/2}$$

$$\lambda_n = \sqrt{(f_n + g_n)/2}$$

$$\mu_n = \sqrt{(f_n - g_n)/2}$$

$$\alpha_n = [\lambda_n(1 - S_2) + (1 + S_1)] / (\lambda_n^2 - 1 - 4n^2 S_1)$$

$$\beta_n = [\mu_n(1 - S_2) + (1 + S_1)] / (\mu_n^2 - 1 - 4n^2 S_1)$$

$$a_n = 1 + \alpha_n(1 - \lambda_n)$$

$$b_n = 1 + \beta_n(1 - \mu_n)$$

$$A_n = 1 + 4n^2 \alpha_n - \lambda_n c_{22}/c_{12}$$

$$B_n = 1 + 4n^2 \beta_n - \mu_n c_{22}/c_{12}$$

$$C_n = 1 + 4n^2 \alpha_n - \lambda_n c_{12}/c_{11}$$

$$D_n = 1 + 4n^2 \beta_n - \mu_n c_{12}/c_{11}$$

$$E_n = A_n [1 + \beta_n(1 - \mu_n)]$$

$$\rho = r/R$$

$$\sigma_r = -2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{c_{11}/c_{12}}{E_n} (A_n b_n \rho^{\lambda_n-1} - B_n a_n \rho^{\mu_n-1}) \cos 2n\theta + \frac{1}{2} \rho^{\mu_0-1} \right\} P/\pi R$$

$$\sigma_t = 2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{c_{11}/c_{12}}{E_n} (C_n b_n \rho^{\lambda_n-1} - D_n a_n \rho^{\mu_n-1}) \cos 2n\theta + \frac{1}{2} \nu_0 \rho^{\mu_0-1} \right\} P/\pi R$$

$$\tau_{rt} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{S_2 E_n} a_n b_n (\rho^{\lambda_n-1} - \rho^{\mu_n-1}) \sin 2n\theta P/\pi R$$

$$\sigma_y = \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_t \cos^2 \theta + 2\tau_{rt} \sin \theta \cos \theta \quad (26)$$

として  $\sigma_y$  が計算される。

$P=R=1$  の場合,  $y=0.1R$  の水平断面上の  $\sigma_y$  を (25) および (26) で計算し, その結果を Fig. 6 (a) の曲線 (等方体は ISO, 異方体は RT) で示す。異方体の計算でその弾性定数は論文1) で用い

たスギ  $RT$  面に相当する定数

$$E_R=60, E_T=30, E_L=750, G_{RT}=1.5 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

$$\mu_{RT}=0.9, \mu_{LR}=0.4, \mu_{LT}=0.6$$

を使用した。等方体では  $\sigma_y$  は  $x$  の減少とともに単調に増大し、 $x=0$  で  $\sigma_y = -3.0404 P/\pi = -0.9678$  となるが、円型異方体では変化がやや複雑でしかも  $x$  が 0 に近づく時  $\sigma_y$  の値は非常に大きくなる。このことは丸太材の圧裂応力に関連して樋口<sup>3)</sup> が指摘した通りである。

上述の問題をここで作成したプログラムを用い、四分の一円について、要素総数34、節点総数123で計算した。等方体についての結果は○印、異方体についての結果は+印で同じ Fig. 6 に示した。等方体では数値解と解析解が非常によく一致するが、異方体の場合には、特に  $x < 0.2$  の範囲で一致度は余り良くない。これは異方体の応力がこの範囲で変化が複雑かつ急激であることによるものであり、さらにこまかいメッシュ分割を行なえば必要な程度まで精度を高め得るものと考えられる。

**横圧縮試験体の応力および変位**

高さ  $h$  が巾  $a$  の 2 倍である長方形断面の横圧縮試験体を、Fig. 7 のように樹幹横断面のそれぞれ

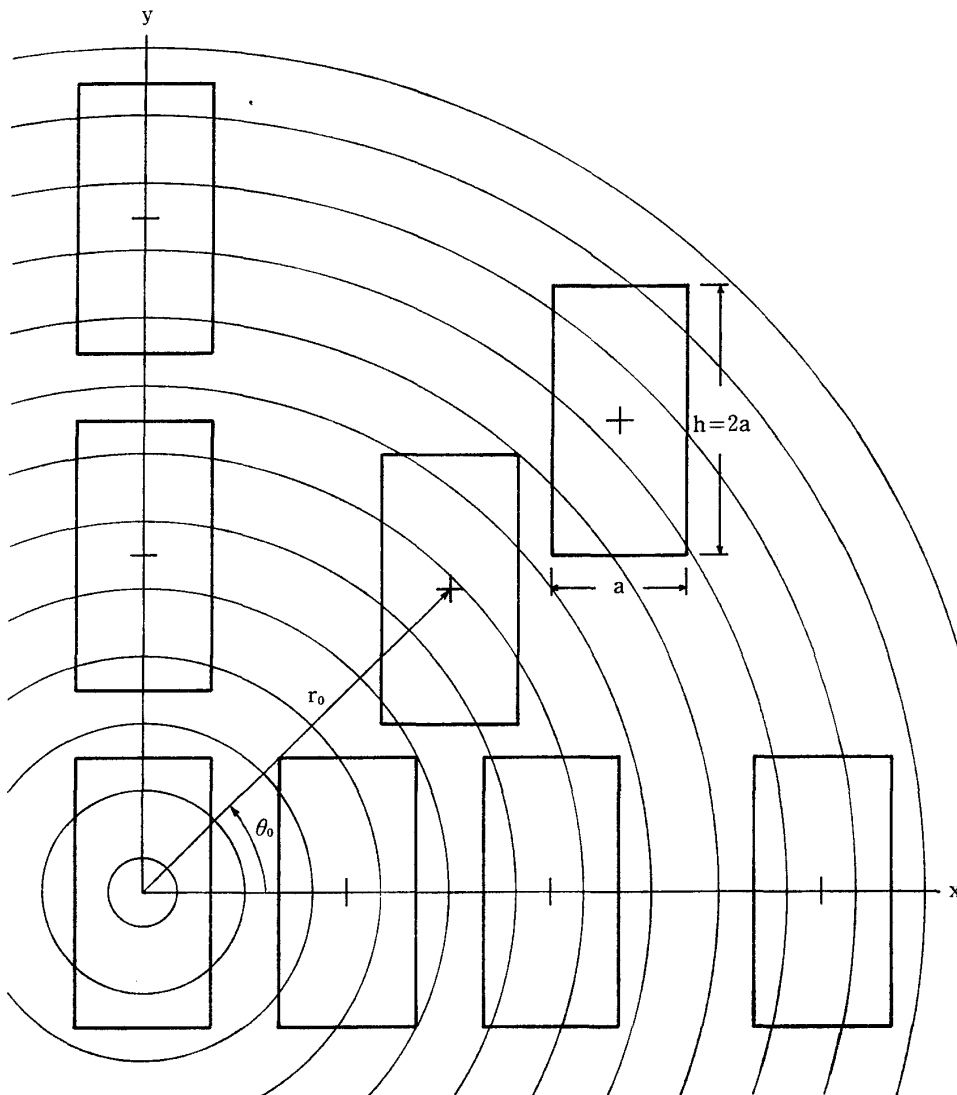


Fig. 7. The positions where the specimen of lateral compression cut out in the cross section of round log.

の場所から採取するものとする。髓心を座標原点にとり、試片の短辺に平行に  $x$  軸を定め、試験体の図心の極座標を  $r_0, \theta_0$  として採取位置を表わす。 $\theta_0=0$  のものは  $r_0$  が十分に大きくなると  $T$  方向圧縮となるので  $T$  試片と呼ぶ。同様に  $\theta=90^\circ$  のものは  $R$  試片,  $\theta_0=45^\circ$  のものは  $45^\circ$  試片と名づける。また距離  $r_0$  は試片の巾  $a$  を単位として表わす。

JIS Z 2111 木材の横圧縮試験方法<sup>10)</sup>によると、「試片を鋼製平板の間にはさんで荷重を加え、必要と認められた場合は球座を用いる」と規定している。しかし、球座を用いて上下の加圧板面が互いに平行でなくなるときは、解析に際して付与する境界条件が複雑となるので、ここでは上下端面が平行なまま一様にその高さが一定量短縮する場合を考える。木構造において柱から伝達される垂直荷重を直接に負載する土台材などでは、むしろこの一様短縮の条件が実際に近いと考えられる。ただし土台材の場合は全面圧縮ではなく部分圧縮であるから、高さおよび巾方向だけでなく長さ方向の変化も考えるときは三次元問題として扱わなければならない。

Fig. 8 にメッシュ分割の一例を示す。この図は  $\theta_0=45^\circ$ ,  $r_0=\sqrt{2}a$  の試片で要素総数 35, 節点総数 124 である。境界条件は  $A$  点:  $\bar{u}_x = \bar{u}_y = 0$ ,  $AB$  線上の他の節点:  $\bar{u}_y = 0$ ,  $\bar{u}_x$  free,  $DC$  線上の節点:  $\bar{u}_y = -0.1h$ ,  $u_x$  free である。したがって加圧板、支持板と試片端面の間の摩擦はないものと仮定している。 $T$  試片は  $x$  軸に関して上下対称であり,  $R$  試片は  $y$  軸に関して左右対称であるから何れも全

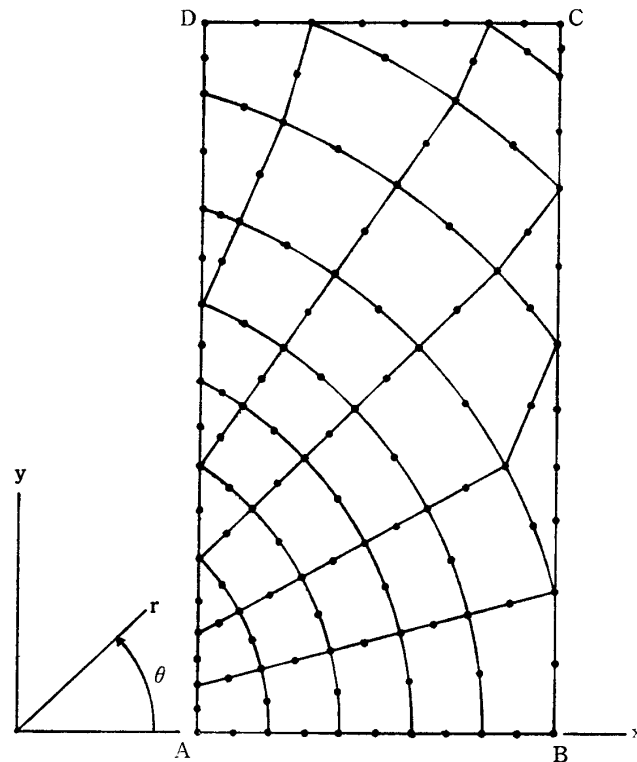


Fig. 8. An example of mesh for FEM.

断面の  $1/2$  を, また  $r_0=0$  の試片は同様に対称の関係から全断面の  $1/4$  を解析すればよい。なお計算にあたっては, 以下すべての場合, 前述のスキ  $RT$  面に相当する弾性定数を使用した。弾性定数が応力および変位分布に及ぼす影響については次の研究課題としたい。

### 1. 応力および変位分布

Fig. 9~19 に応力および変位の分布を示した。Fig. 9 は  $r_0=0$  の試片, Fig. 10~13 は  $T$  試片で  $r_0$



$= a, 3a, 5a, 10a$  の場合, Fig. 14~16 は  $R$  試片で  $r_0 = a, 3a, 5a$  の場合, Fig. 17~19 は  $45^\circ$  試片で  $r_0 = \sqrt{2}a, 2\sqrt{2}a, 5\sqrt{2}a$  の場合である。

応力は  $\sigma_y$  のみを取り上げた。各図の下方にプロットしてある  $\cdot, \odot, +$  などは図示してある試片の水平断面①-①, ②-②, ③-③などの上の圧縮応力の分布を示すものであるが, いずれも平均応力  $\bar{p}$  に対する比の値で示してある。 $\bar{p}$  は支面および加圧面上の節点の  $y$  方向節点力の和  $(\Sigma F_y)_i$  お

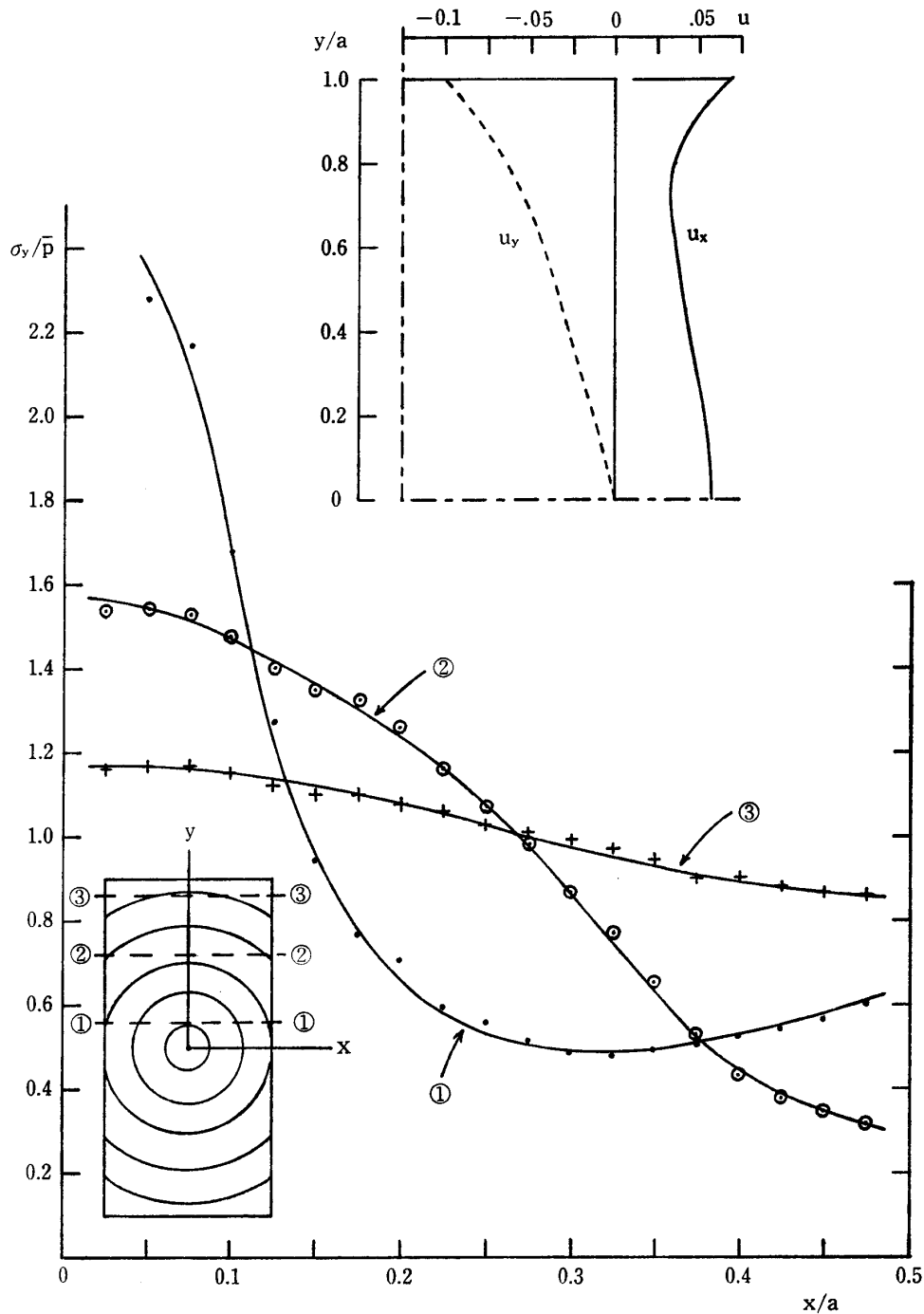


Fig. 9. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacements ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $r_0=0$ ).  $\bar{p}$ : mean compressive stress.

よび  $(\Sigma F_y)_u$  から求める。つり合い条件から当然に  $(\Sigma F_y)_l - (\Sigma F_y)_u = 0$  でなければならないから、これをチェックすることによって、計算結果の精度を知る一つの有効な手段となし得る。ここでの計算結果は

$$\frac{[|(\Sigma F_y)_l| - |(\Sigma F_y)_u|]}{\frac{1}{2}[|(\Sigma F_y)_l| + |(\Sigma F_y)_u|]}$$

が何れも0.1%以下であった。

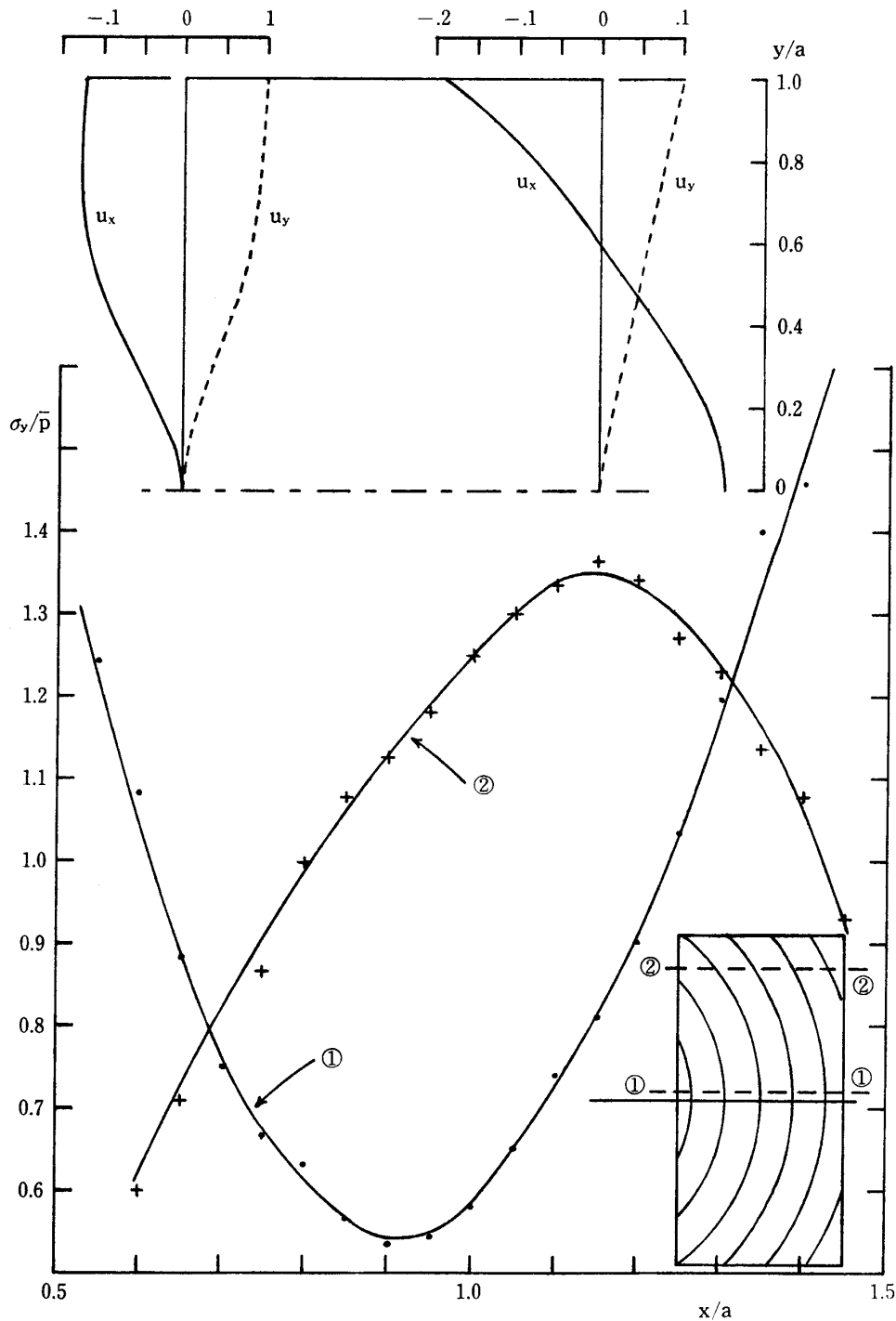


Fig. 10. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodalpoints on the side of lateral compressive specimen of wood as pluar anisotropic material ( $\theta_0=0, r_0=a$ ).

直交異方体では  $T$  試片,  $R$  試片,  $45^\circ$  試片何れの場合も, 上記の境界条件に対して, 試片内すべての点で  $\sigma_y = \bar{p}$  でなければならないが, 円型異方体では, 試片内各点の応力分布は非常に複雑な様相を示す。

$T$  試片における  $\sigma_y/\bar{p}$  の変動は,  $r_0 = a$  (Fig. 10) では  $\pm 50\%$  以上,  $r_0 = 3a$  (Fig. 11) では  $\pm 25\%$  以上,  $r_0 = 5a$  (Fig. 12) では  $\pm 6\%$  以上であり,  $r_0 = 10a$  (Fig. 13) ではじめて  $\pm 1.5\%$  以内におさまる。 $r_0 = 0$  の試片 (Fig. 9) は中心に髓心を有するものであって, 前章の丸太材の集中荷重の場合 (Fig. 6)

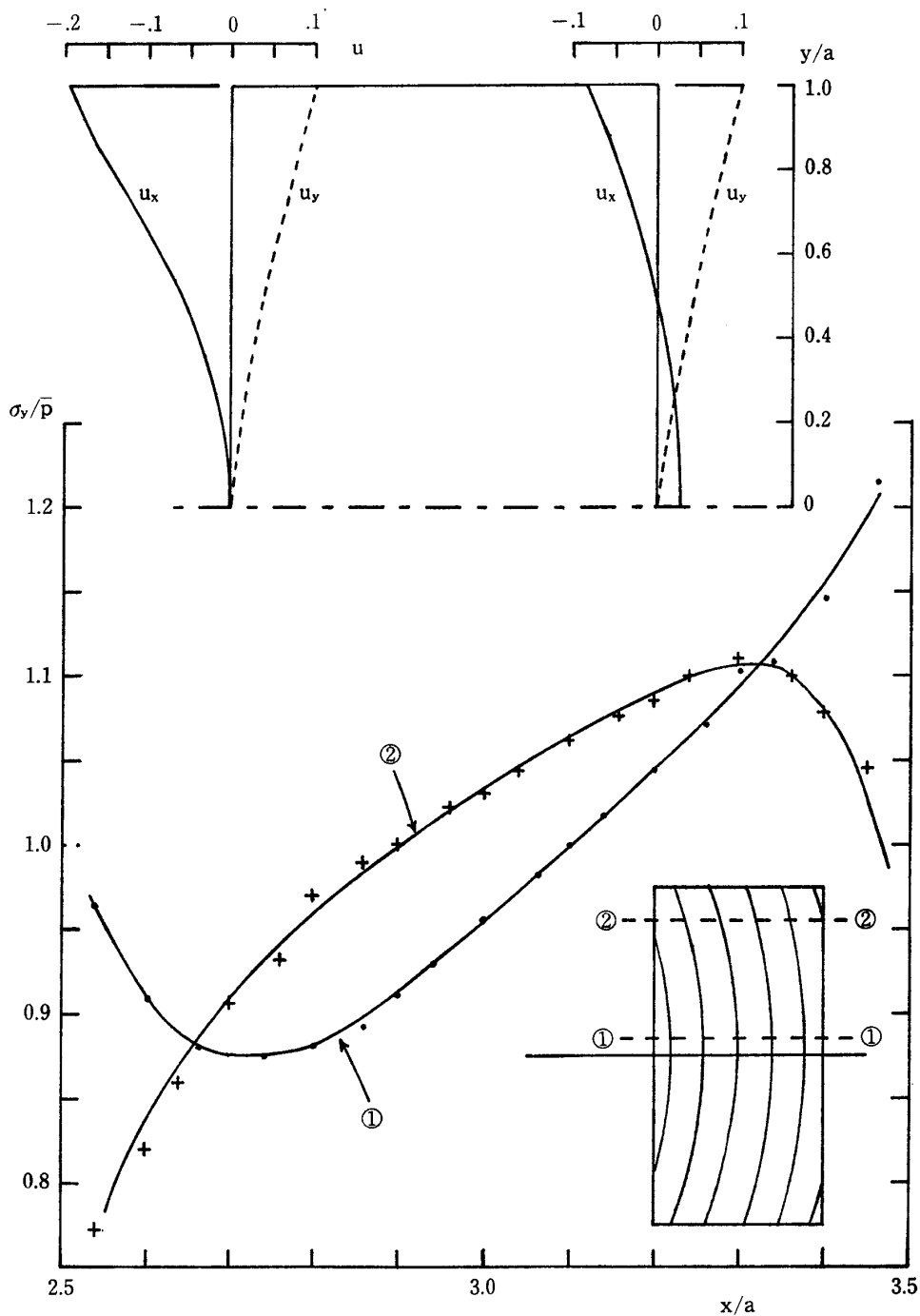


Fig. 11. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0 = 0, r_0 = 3a$ ).

と同様、髓心の近くで著しい応力集中が表われる。心持の角材が構造部材に使用され、横方向の荷重を受けるとき、Fig. 9 と類似の応力分布となり、髓心の近くは荷重の非常に小さい段階で圧縮降伏を生ずることが予想される。

R 試片について、 $r_0 = a$  (Fig. 14) では試片底面中央に髓心を有することにより、これに近い水平断面上では中央附近に著しい応力集中が生じる。 $r_0 = 3a$  (Fig. 15),  $r_0 = 5a$  (Fig. 16) では何れも試片の下面に近い水平断面でもっとも応力の変化は顕著であり、つづいて上面近くの変化が大きく、試片

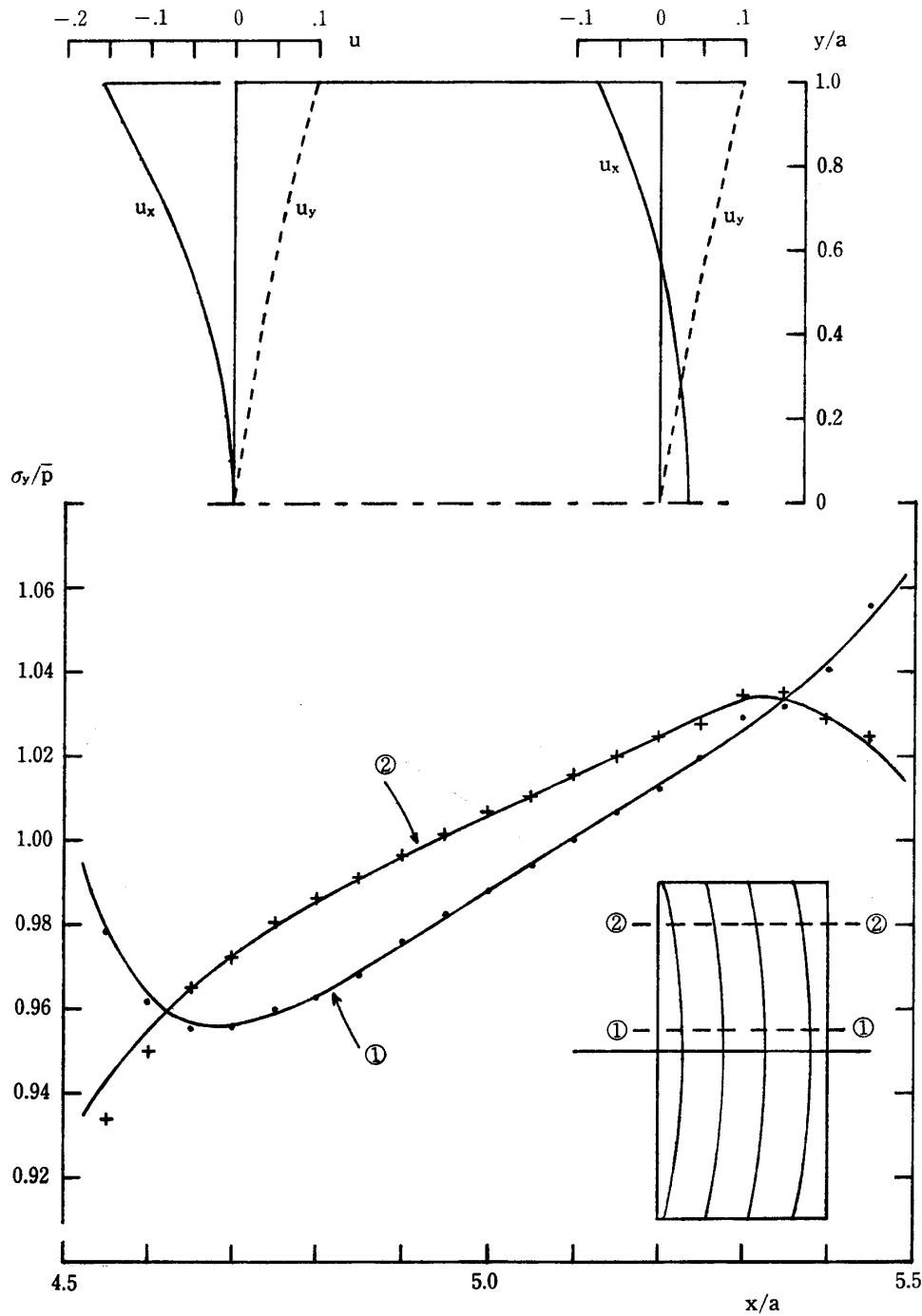


Fig. 12. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0 = 0, r_0 = 5a$ ).

の高さの中央附近では比較的均一な応力分布が出現する。

45° 試片でも試片の下部, 中央部, 上部それぞれの水平断面で特有な分布のパターンを示すが,  $r_0 = 5\sqrt{2}a$  (Fig. 19) では, 応力分布の変動がほぼ  $\pm 10\%$  以内におさまることが知られる。

Fig. 9~19 のそれぞれ上方に試片側面上各点の変位,  $u_x$  を実線で,  $u_y$  を点線で示した。 $u_y$  は試片上面では何れも規定値  $0.1h$  である。均質な等方体または直交異方体では点線 ( $u_y$ ) はすべての場合, 下面での  $u_y = 0$  と上面の  $u_y = 0.1h$  を結ぶ直線となる筈である。また  $u_x$  は左下隅の節点を固定

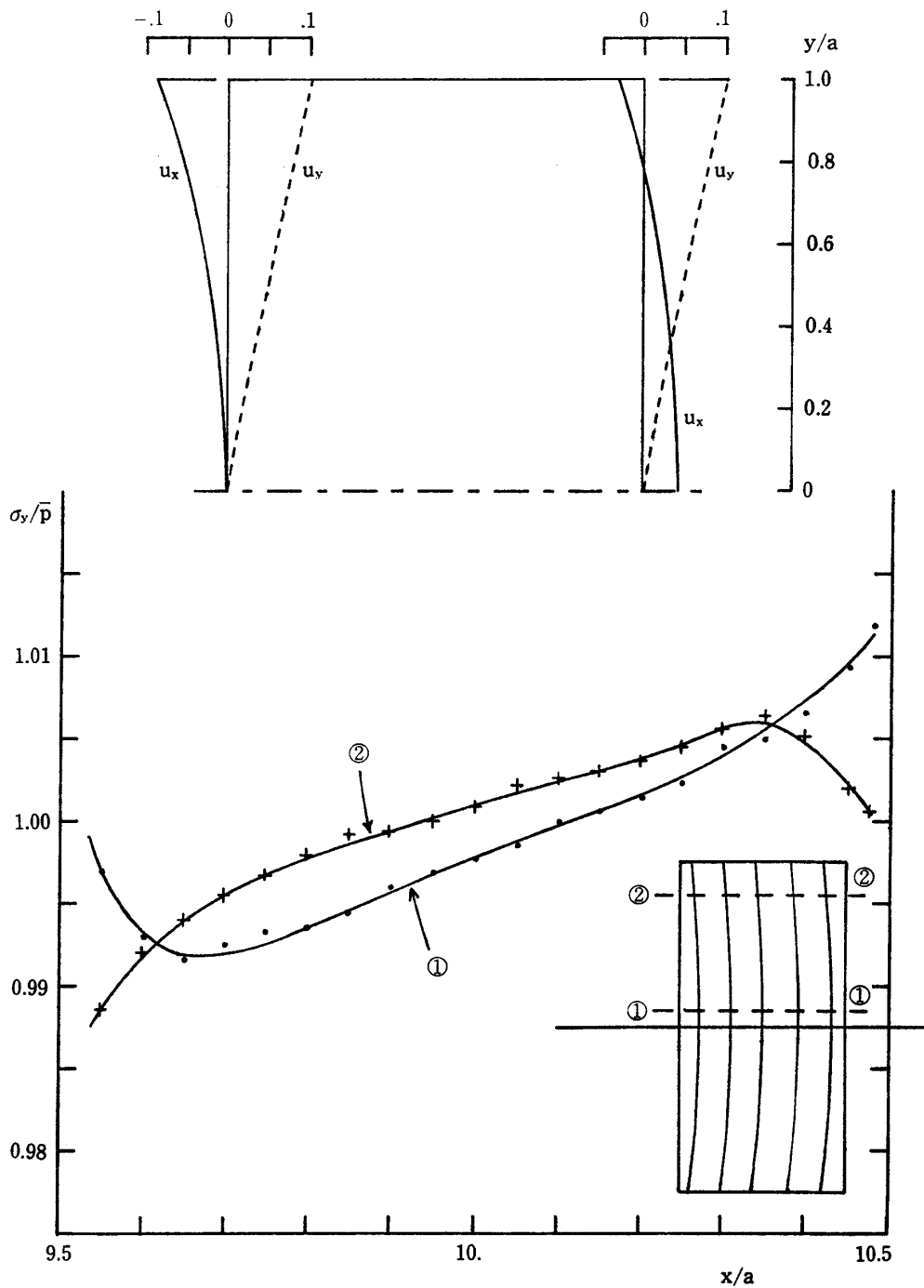


Fig. 13. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0 = 0, r_0 = 10a$ ).

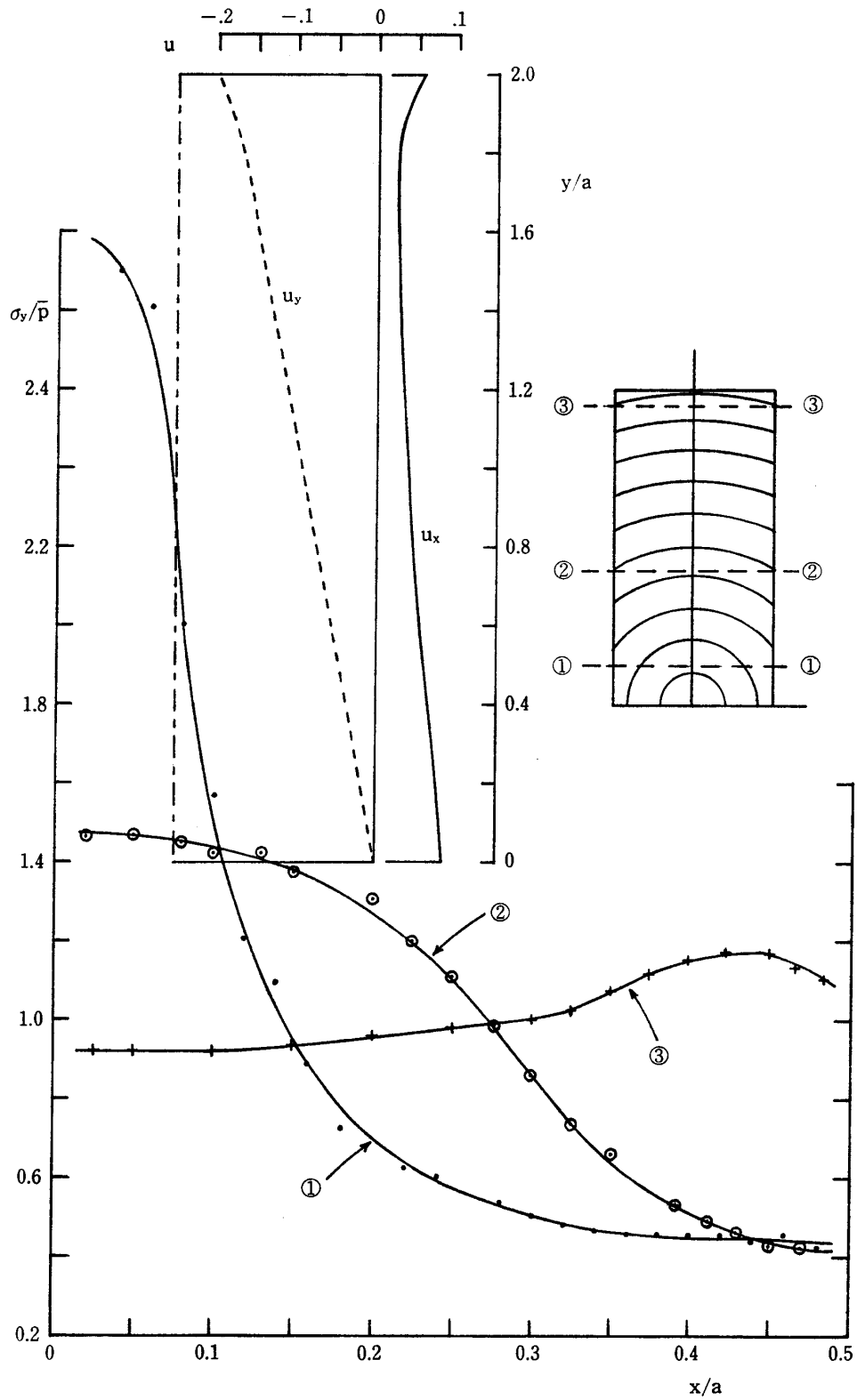


Fig. 14. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=90, r_0=a$ ).

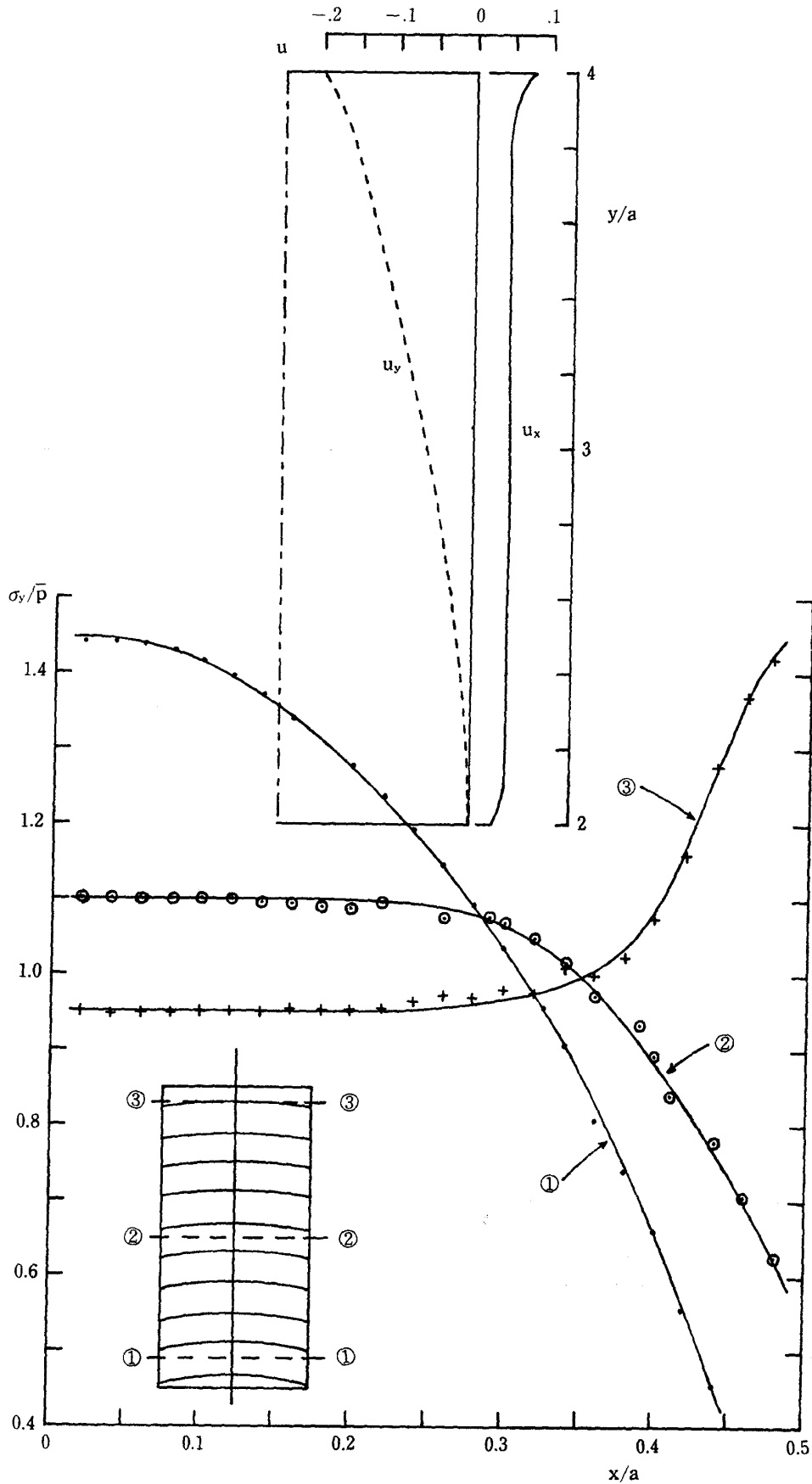


Fig. 15. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=90, r_0=3a$ ).

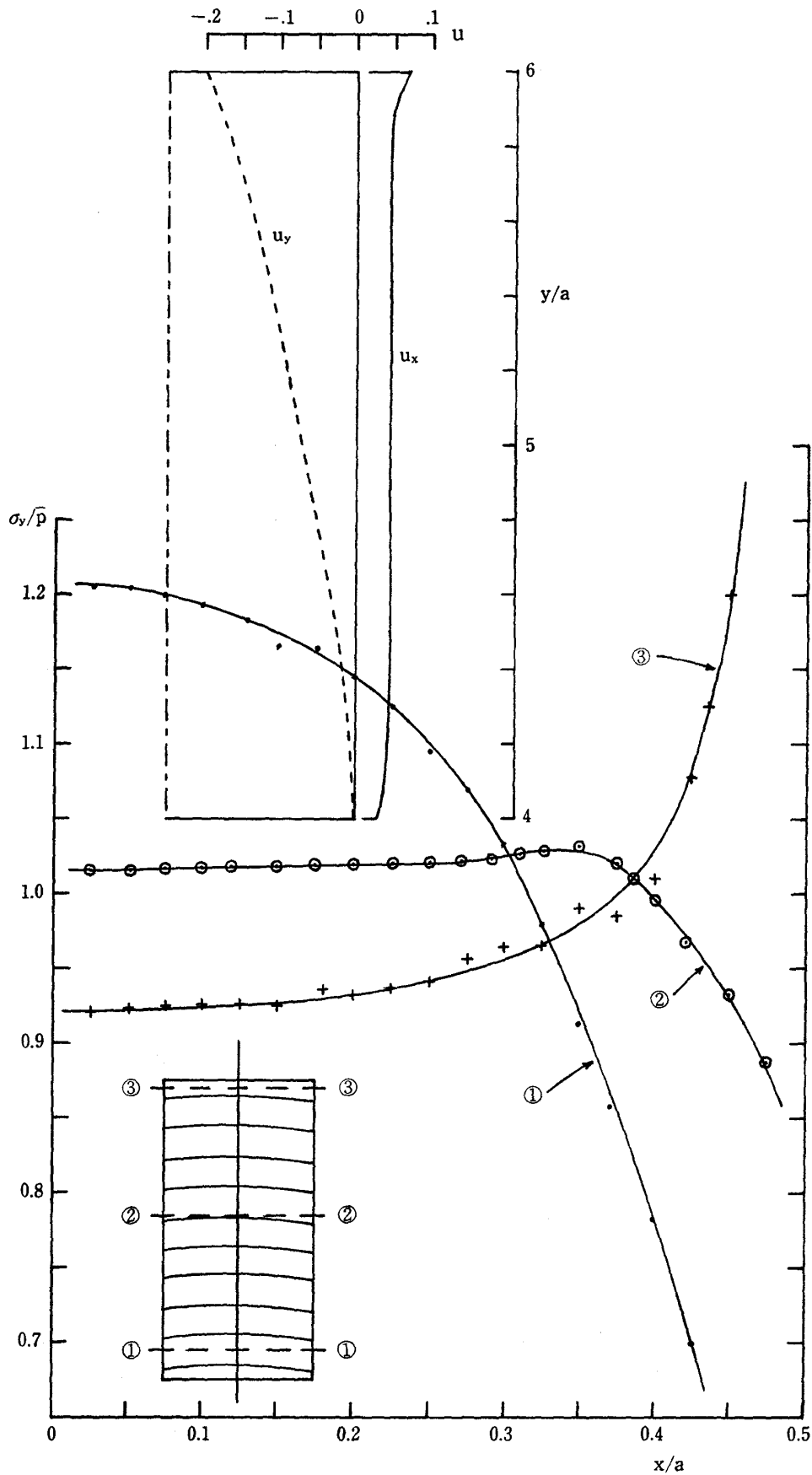


Fig. 16. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=90, r_0=5a$ ).



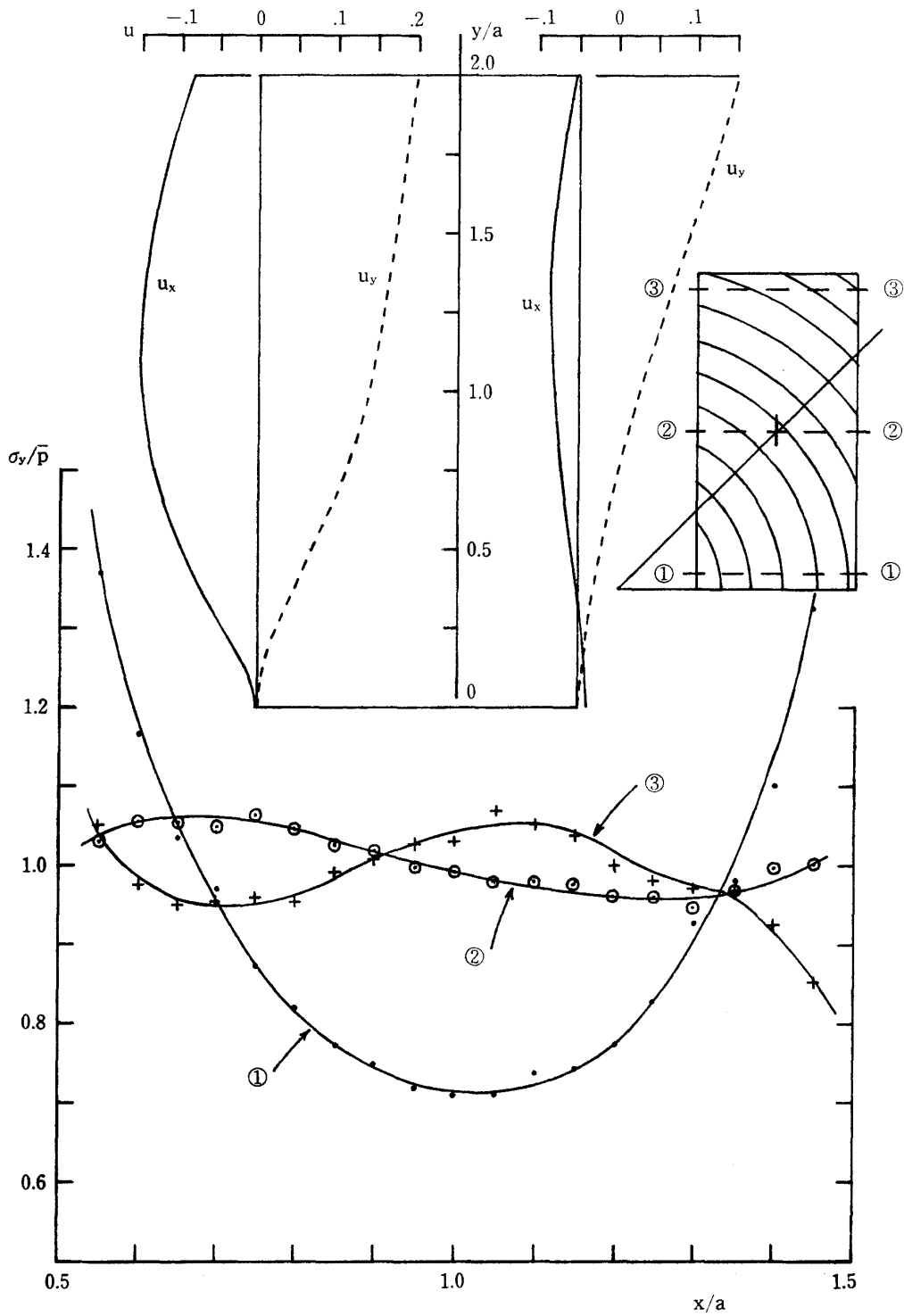


Fig. 17. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=45, r_0=\sqrt{2a}$ ).

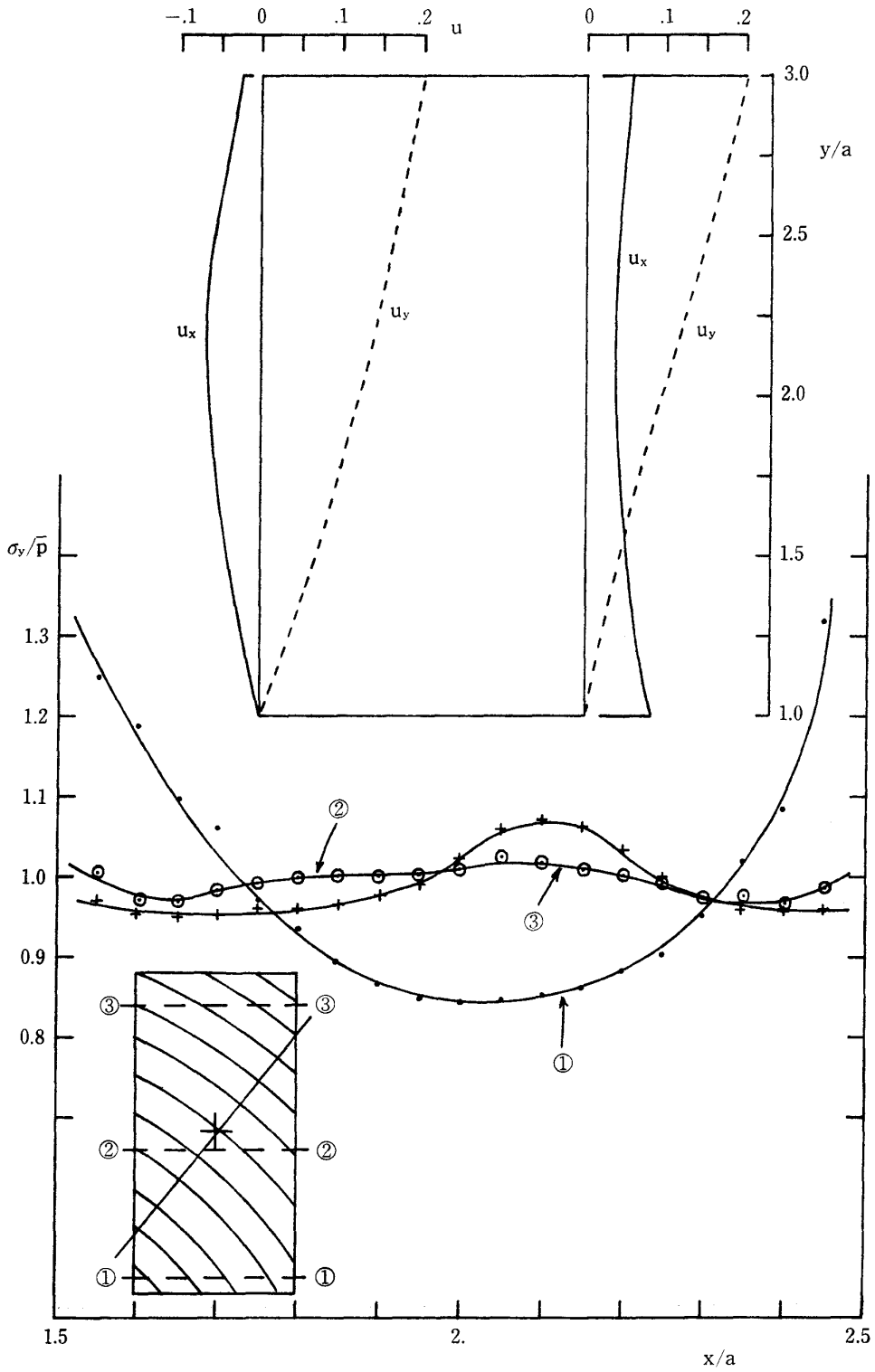


Fig. 18. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=45, r_0=2\sqrt{2}a$ ).

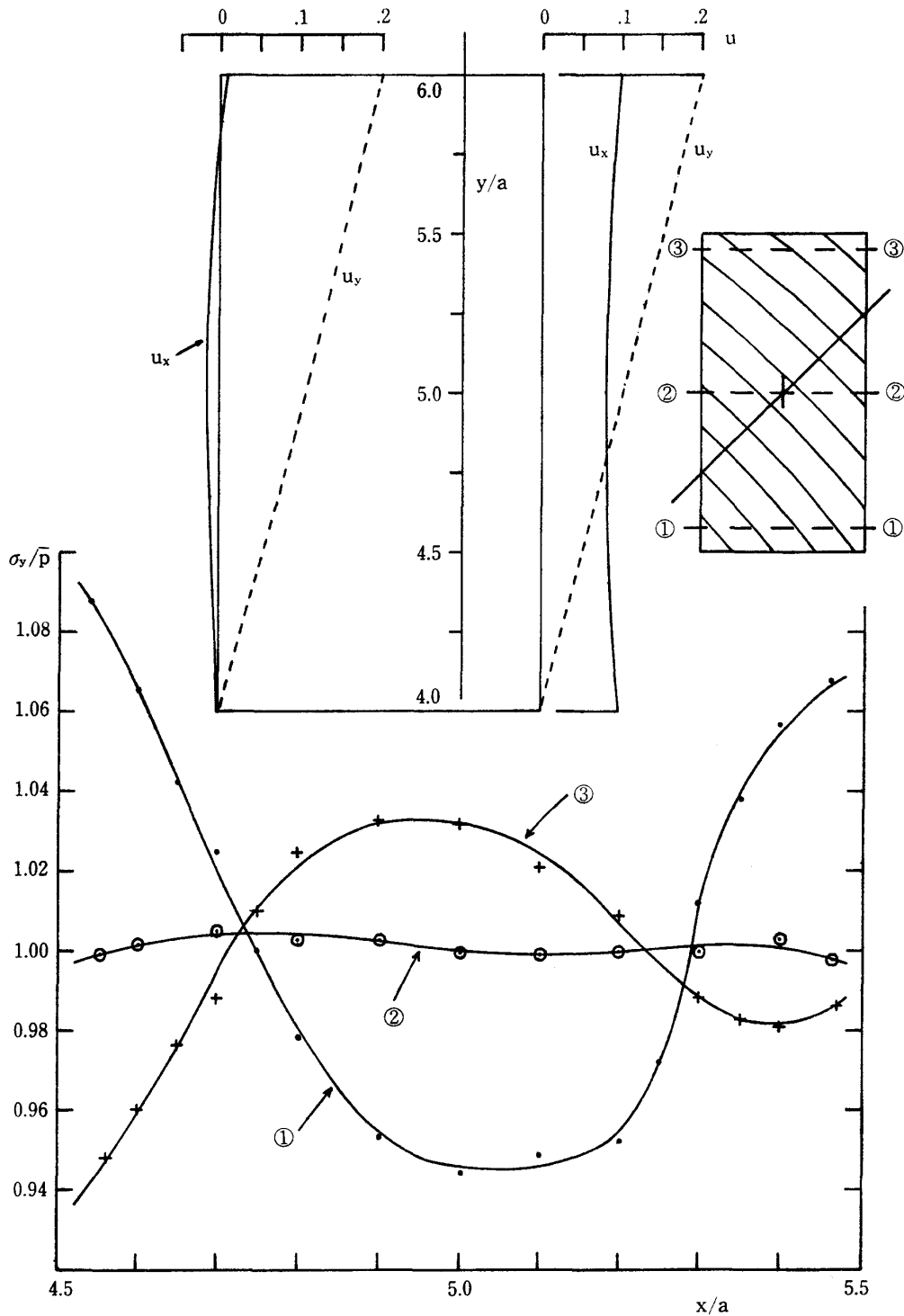


Fig. 19. Stress distribution ( $\sigma_y$ ) in the various horizontal sections and displacement ( $u_x, u_y$ ) of nodal points on the side of lateral compressive specimen of wood as polar anisotropic material ( $\theta_0=45, r_0=5\sqrt{2a}$ ).

した場合、右側面上の各点はポアソン効果による一様な変位と、コンプライアンス  $s'_{62} \neq 0$  の場合の  $y$  に比例する変位との和になるから実線も同じく直線でなければならない。円型異方体では、応力分布が不均一であったことと対応して  $u_x, u_y$  何れもはなほだ特異な変化のパターンを示し、その特異さは  $r_0$  が小さい程顕著である。

## 2. みかけのヤング率

試片の長さ方向に一様な短縮  $\bar{u}_y = 0.1 h$  を与えたのであるから、 $y$  方向の平均圧縮ひずみ  $\bar{\varepsilon} = 0.1$  である。また  $y$  方向の平均圧縮応力は  $\bar{p} = \Sigma F_y / at$ ; ( $t$ : 試片の厚さ) であるから

$$\bar{p} / \bar{\varepsilon}_y \equiv E'$$

はその試片のヤング率に相当する。ただし、ヤング率は物質特有の定数であるから、上記の  $E'$  をここではみかけのヤング率と呼ぶ。

計算の結果、 $T$  試片について  $r_0 = 0.5 a, a, 1.5 a, 3 a, 5 a, 10 a$  に対して  $E'$  はそれぞれ 15.30, 9.70, 12.01, 19.32, 24.60, 28.39;

$R$  試片では  $r_0 = 0.5 a, a, 1.5 a, 3 a, 5 a$  に対して  $E' = 18.49, 23.51, 40.98, 52.69, 56.83$ ;

$45^\circ$  試片では  $r_0 = 0.5\sqrt{2} a, \sqrt{2} a, 1.5\sqrt{2} a, 2\sqrt{2} a, 5\sqrt{2} a$  に対して  $E' = 13.36, 8.09, 6.82, 6.38, 5.91$  ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ) となった。

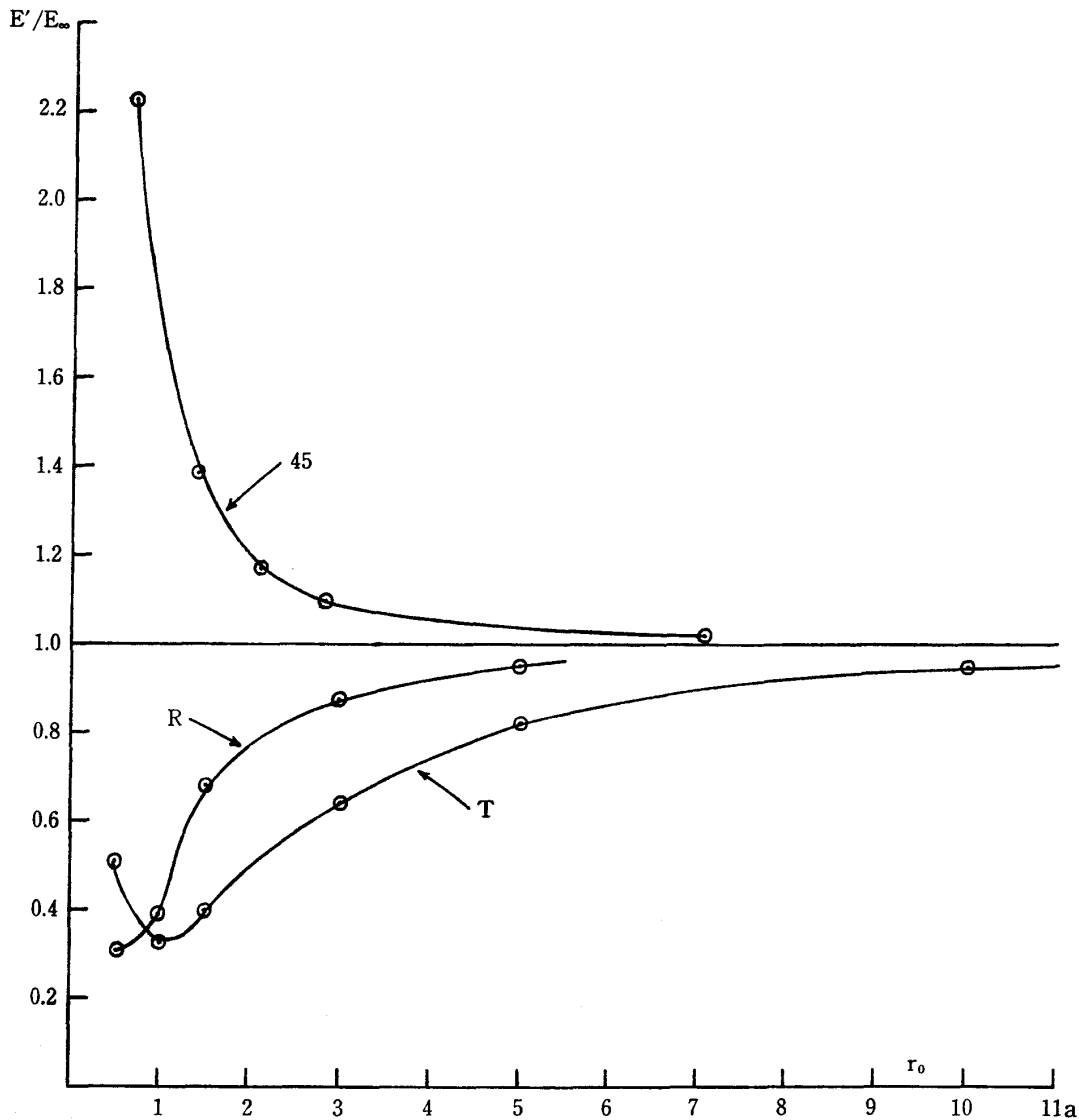


Fig. 20. Relationships between the ratio ( $E'/E_\infty$ ) and the distance ( $r_0$ ) as shown in Fig. 7.

$E' = \bar{p}/\bar{\varepsilon}$ ;  $\bar{p}$ : mean compressive stress,  $\bar{\varepsilon}$ : mean compressive strain.

$E_\infty = E_R$  for the  $T$ -specimen ( $\theta_0 = 0$ ),  $E_\infty = E_R$  for the  $R$ -specimen ( $\theta_0 = 90$ ),

$E_\infty = E_{45}$  for the  $45^\circ$ -specimen ( $\theta_0 = 45$ ).

円型異方体は  $r_0$  が断面寸法  $a$  または  $h$  に比べて十分大きい所で試片をとると直交異方体に近づくものであって、 $T$  試片の  $E'$  は  $E_T$  に、 $R$  試片の  $E'$  は  $E_R$  に、 $45^\circ$  試片の  $E'$  は

$$E_{45} = 4 / (1/E_R - 2\mu_{RT}/E_R + 1/E_T + 1/G_{RT}),$$

ここでの定数を用いると、 $E_{45} = 5.825$  に漸近する。それぞれに対応する直交異方体のヤング率を  $E_\infty$  で表わし、比  $E'/E_\infty$  を  $r_0$  に対してプロットすると Fig. 20 のようになる。この図から、もし  $r_0 = 3a$  の位置でとった試片からみかけのヤング率  $E'$  を測定し、これをそれぞれ  $E_T$ ,  $E_R$ ,  $E_{45}$  の近似値とした場合、 $E_T$  は35%、 $E_R$  は12%過小に、また  $E_{45}$  は8%過大に評価することになる。これらの誤差を5%以下にとどめるためには、 $T$  試片では  $r_0 > 12a$ ,  $R$  試片では  $r_0 > 6a$ ,  $45^\circ$  試片では  $r_0 > 5a$  程度にとる必要がある。

## 要 約

この研究の目的は円柱異方二次元（円型異方）弾性問題を有限要素法によって解く FORTRAN プログラムを完成することと、それを用いて木材の横圧縮試験体の応力および変位の分布を明らかにすることであった。

近年、特に国産材は比較的小径材が多く、これから得られる製材を構造部材に使用するとき、これまで木材の応力解析に常用されていた直交異方性理論は適当ではない。特に横圧縮、横引張、横せん断（ローリング シェア）を受ける部材に対しては、ここで開発した円型異方弾性論にもとづく解法を適用しなければならない。作成したプログラムは、そのソース リストを付録に示したが、解析解が明らかにされている問題に適用して、実用的に十分な精度が得られることを確めた。

横圧縮試験体についての解析結果は Fig. 9~19 に示されているが、一様短縮の条件に対して試片内の応力および変位分布は決して一様ではなく、円型異方体特有のパターンを示す。みかけのヤング率 ( $E'$ ) についても、 $r_0$  が小さい範囲では、直交異方体とみなしたときの  $E_R$ ,  $E_T$ ,  $E_{45}$  と比較して大きな差がみられる (Fig. 20)。このような年輪曲率の影響に関しては、木構造の設計にあたっても十分認識する必要がある。

引張、せん断等、他の荷重条件に対する問題および異方体の弾性定数の違いが応力および変位分布にどのように影響するかについては今後の研究課題としたい。

## 文 献

- 1) 大草克己：木材強度試験体（割裂・横引張・部分横圧縮）応力の数値的解析，鹿大演報，No. 4, 1-84 (1976)
- 2) Timoshenko, S. P. and J. N. Goodier: "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, New York, p. 75 (1970)
- 3) 樋口正一：丸太材の圧裂応力について一円型異方弾性材料としての応力計算一，九大応力研報，No. 6, 1-10 (1955)
- 4) ホランド／ベル（川井・訳）：“有限要素法—応力解析への応用”，朝倉，東京，p. 318 (1974)
- 5) Hinton, E. and D.R.J. Owen: "Finite Element Programming", Academic Press, London, p. 98 (1977)
- 6) Segerlind, L.J.: "Applied Finite Element Analysis", John-Wiley, New York, p. 320 (1976)
- 7) Zienkiewicz, O.C.: "The Finite Element Method (3rd ed.)", McGraw-Hill, London, p. 198 (1977)
- 8) Zienkiewicz, O.C.: "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, London, p. 198 (1971)
- 9) 倉西正嗣：“弾性学”，国際理工，東京，p. 349 (1970)
- 10) 林業試験場（編）：木材工業ハンドブック，丸善，東京，p. 982 (1973)

### Summary

The purposes of this investigation are to complete the FORTRAN program which is able to solve the elasticity problems in the polar anisotropic material by the finite element method, and to clear the distributions of stress and displacement in wood specimens subjected to the lateral compression with this computer program.

Recently, the logs produced in the forest of Japan became smaller in diameter. So the orthotropic theory used commonly become difficult to apply in order to analyze the stress-strain of the structural member from such a small log.

The method developed in this investigation, based on the polar anisotropic theory, should be used especially in the cases where the wooden structural member subjected to lateral compression, lateral tension or rolling shear. The FORTRAN program to be used for such cases is presented in Appendix, and the sufficiently accurate results are obtained at least practically through this program.

In lateral compression of wood as polar anisotropic material, the distributions of stress ( $\sigma_y$ ) on the various horizontal sections and the displacement ( $u_x, u_y$ ) of every points on the side of specimens are shown in Figs. 9–19. Notwithstanding the case of uniform contraction in  $y$ -direction, the distributions of stress and displacement are not uniform, but show the pattern peculiar to polar anisotropy. Further, as shown in Fig. 20, the apparent Young's modulus ( $E'$ ) differs very much from the moduli ( $E_T, E_R, E_{45}$ ) of orthotropic material in the region of  $r_0 < (5 \sim 6)a$ , where " $r_0$ " is the distance between the center of specimen and the pith of log, " $a$ " is the length of short side of specimen.

## APPENDIX

## SOURCE LIST

```

C *** FACOM 230-45S, FORTRAN
C *** FINITE ELEMENT METHOD
C *** STRESS ANALYSIS, POLAR ANISOTROPIC ELASTICITY
C
C *** MAIN PROGRAM
0001 OPTION FILE( 1,1040,1040,1,F)
0002 OPTION FILE( 2,1040,1040,1,F)
0003 OPTION FILE( 4,1040,1040,1,F)
0004 COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0005 COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0006 COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0007 COMMON/C4/ NESPT(50),SPTXY(50,16)
0008 COMMON/C5/ POSGP(3),WEIGP(3),TRIPT(9,2),TRIWT(9)
0009 COMMON/C6/ GSTIF(250,100),GLOAD(250)
0010 DIMENSION TITLE(18)
0011 READ(5,900) NPROB
0012 900 FORMAT(15)
0013 WRITE(6,905) NPROB
0014 905 FORMAT(1H0,5X,23HTOTAL NO. OF PROBLEMS =,I5)
0015 DO 20 IPROB=1,NPROB
0016 READ(5,910) TITLE
0017 910 FORMAT(18A4)
0018 WRITE(6,915) IPROB,TITLE
0019 915 FORMAT(///,6X,12HPROBLEM NO. ,I3,10X,18A4)
0020 CALL INPUT(IPROB)
0021 CALL LOADPS(IPROB)
0022 DO 10 IMAT=1,NMAT
0023 WRITE(6,920) IMAT
0024 920 FORMAT(1H0,10X, '*** IMAT= ',I2, ' ***')
0025 READ(5,975) (MATNO(IL),IL=1,NELEM)
0026 WRITE(6,800)
0027 800 FORMAT(1H0,20HMATNO(IL),IL=1,NELEM/)
0028 WRITE(6,985) (MATNO(IL),IL=1,NELEM)
0029 975 FORMAT(40I2)
0030 985 FORMAT(8(5X,5I2))
0031 CALL STIFPS
0032 CALL GSTGL
0033 CALL SOLVE
0034 CALL STREPS
0035 10 CONTINUE
0036 20 CONTINUE
0037 STOP
0038 END

C *** SUB(1)
0001 SUBROUTINE INPUT(IPROB)
0002 COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003 COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0004 COMMON/C4/ NESPT(50),SPTXY(50,16)
0005 COMMON/C5/ POSGP(3),WEIGP(3),TRIPT(9,2),TRIWT(9)
0006 DIMENSION INTYP(125)
0007 READ(5,900) NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT
0008 900 FORMAT(16I5)
0009 WRITE(6,905) NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT
0010 905 FORMAT(1H0,8H NPOIN =,I4,4X,7HNELEM =,I3,4X,6HNFIX =,I3,
1 4X,7HNTYPE =,I2,4X,6HNMAT =,I3)
0011 WRITE(6,910)
0012 910 FORMAT(//8H ELEMENT,3X,8HPROPERTY,6X,12HNODE NUMBERS)
0013 READ(5,912) ((LNODS(NL,IN),IN=1,8),NL=1,NELEM)
0014 912 FORMAT(24I3)
0015 WRITE(6,915) (IL,(LNODS(IL,IN),IN=1,8),IL=1,NELEM)
0016 915 FORMAT(110,6X,8I5)

```

```

0017         NBW=0
0018         DO 40 IL=1,NELEM
0019         NNODE=8
0020         IF(LNODS(IL,8).EQ.0) NNODE=6
0021         INE=NNODE-1
0022         DO 40 IN=1,INE
0023         JS=IN+1
0024         DO 40 JN=JS,NNODE
0025         NW=IABS(LNODS(IL,JN)-LNODS(IL,IN))
0026         IF(NW.LE.NBW) GO TO 40
0027         NBW=NW
0028         IEL=IL
0029         40 CONTINUE
0030         NBW=(NBW+1)*2
0031         WRITE(6,50) NBW,IEL
0032         50 FORMAT(1H0,/20X,4HNBW=,I4,5X,4HIEL=,I4/)
0033         IF(NBW.GT.50) STOP
0034         READ(5,955)((COORD(IP,ID),ID=1,2),IP=1,NPOIN)
0035         955 FORMAT(16F5.3)
0036         READ(5,975)(INTYP(N),N=1,NPOIN)
0037         975 FORMAT(40I2)
0038         WRITE(6,810)
0039         810 FORMAT(1H0,18HINTYP(N),N=1,NPOIN/)
0040         WRITE(6,985)(INTYP(N),N=1,NPOIN)
0041         DO 10 IP=1,NPOIN
0042         IF(INTYP(IP).EQ.0) GO TO 15
0043         X=COORD(IP,1)
0044         Y=COORD(IP,2)
0045         COORD(IP,1)=SQRT(X**2+Y**2)
0046         CALL ARCTAN(IP,X,Y,A)
0047         COORD(IP,2)=A
0048         GO TO 10
0049         15 COORD(IP,2)=COORD(IP,2)*.01745329
0050         10 CONTINUE
0051         REWIND 2
0052         WRITE(2)((COORD(IP,J),J=1,2),IP=1,NPOIN)
0053         WRITE(6,920)
0054         920 FORMAT(/' NODAL POINT,POLAR-COORDINATES')
0055         WRITE(6,925)
0056         925 FORMAT(1H0,4HNODE,7X,1HR,10X,11HTHETA(RAD.)/)
0057         WRITE(6,935)(IP,(COORD(IP,ID),ID=1,2),IP=1,NPOIN)
0058         935 FORMAT(4(16,2F12.5))
0059         DO 60 IP=1,NPOIN
0060         R=COORD(IP,1)
0061         A=COORD(IP,2)
0062         COORD(IP,1)=R*COS(A)
0063         COORD(IP,2)=R*SIN(A)
0064         60 CONTINUE
0065         WRITE(6,972)
0066         972 FORMAT(1H0,4HNODE,7X,1HX,5X,1HY/)
0067         WRITE(6,935)(IP,(COORD(IP,J),J=1,2),IP=1,NPOIN)
0068         REWIND 2
0069         READ(2)((COORD(IP,J),J=1,2),IP=1,NPOIN)
0070         READ(5,975)(NESPT(IL),IL=1,NELEM)
0071         DO 30 IL=1,NELEM
0072         IF(NESPT(IL).EQ.0) GO TO 30
0073         JF=NESPT(IL)*2
0074         READ(5,958)(SPTXY(IL,J),J=1,JE)
0075         30 CONTINUE
0076         958 FORMAT(16F5.4)
0077         WRITE(6,980)
0078         980 FORMAT(1H0,'NESPT(IL)')
0079         WRITE(6,985)(NESPT(IL),IL=1,NELEM)
0080         985 FORMAT(8(5X,5I2))
0081         WRITE(6,995)
0082         995 FORMAT(1H0,'(IL),SPTXY(IL,J),J=1,JE')
0083         DO 25 IL=1,NELEM
0084         IF(NESPT(IL).EQ.0) GO TO 25
0085         JE=NESPT(IL)*2
0086         WRITE(6,990) IL,(SPTXY(IL,J),J=1,JE)
0087         25 CONTINUE
0088         990 FORMAT(1H ,I4,4X,16F8.4)
0089         WRITE(6,940)

```



```

0090      940 FORMAT(/17H RESTRAINED NODES)
0091      WRITE(6,945)
0092      945 FORMAT(1H0,30X,4HNODE,5X,4HCODE,6X,20HFIXED VALUES(UX, UY)/)
0093      READ(5,952)(NOFIX(I),(IFPRE(I,ID),ID=1,2),(PRESC(I,ID),ID=1,2)
      1,I=1,NFIX)
0094      952 FORMAT(5(I3,2I1,2F5.4))
0095      WRITE(6,950)(I,NOFIX(I),(IFPRE(I,ID),ID=1,2),
      1(PRESC(I,ID),ID=1,2),I=1,NFIX)
0096      950 FORMAT(1H ,20X,1H(,I3,1H),I10,5X,2I2,5X,2F10.5)
0097      WRITE(6,960)
0098      960 FORMAT(/21H MATERIAL PROPERTIES)
0099      WRITE(6,965)
0100      965 FORMAT(1H0,8H NUMBER,10X,2HER,12X,2HET,12X,2HEL,11X,4HPR12,10X,5H
      1 PR31,10X,4HPR32,10X,3HGRT,11X,5HTHICK/)
0101      DO 100 IM=1,NMAT
0102      READ(5,930) NM,(PROPS(NM,NP),NP=1,8)
0103      100 WRITE(6,970)NM,(PROPS(NM,NP),NP=1,8)
0104      930 FORMAT(15,7F10.5,F5.2)
0105      970 FORMAT(1X,I5,7X,8F14.6)
0106      POSGP(1)=-SQRT(0.6)
0107      POSGP(2)=0.
0108      POSGP(3)=SQRT(0.6)
0109      WEIGP(1)=WEIGP(3)=5./9.
0110      WEIGP(2)=8./9.
0111      WS=1.+SQRT(.6)
0112      WD=1.-SQRT(.6)
0113      TRIPT(1,1)=TRIPT(9,1)=.1
0114      TRIPT(4,1)=TRIPT(8,1)=WD/4.
0115      TRIPT(2,1)=TRIPT(6,1)=WS/4.
0116      TRIPT(3,1)=WS**2/4.
0117      TRIPT(5,1)=.25
0118      TRIPT(7,1)=WD**2/4.
0119      TRIPT(1,2)=TRIPT(2,2)=TRIPT(3,2)=WD/2.
0120      TRIPT(4,2)=TRIPT(5,2)=TRIPT(6,2)=.5
0121      TRIPT(7,2)=TRIPT(8,2)=TRIPT(9,2)=WS/2.
0122      TRIWT(1)=TRIWT(3)=25.*WS/648.
0123      TRIWT(2)=40.*WS/648.
0124      TRIWT(4)=TRIWT(6)=40./648.
0125      TRIWT(5)=64./648.
0126      TRIWT(7)=TRIWT(9)=25.*WD/648.
0127      TRIWT(8)=40.*WD/648.
0128      RETURN
0129      END

```

## C \*\*\* SUB(2)

```

0001      SUBROUTINE LOADPS(IPROB)
0002      COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003      COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
      1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0004      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),FOLAD(2,8),
      1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0005      COMMON/C5/ POSGP(3),WEIGP(3),TRIPT(9,2),TRIWT(9)
0006      DIMENSION TITLE(18),POINT(2),PRESS(3,2),PGA(2),DGA(2),NOPRS(3)
0007      DO 10 IEL=1,NELEM
0008      DO 10 IEV=1,16
0009      10 ELOAD(IEV,IEL)=0.
0010      READ(5,900) TITLE
0011      900 FORMAT(18A4)
0012      WRITE(6,905) TITLE
0013      905 FORMAT(1H0,18A4)
0014      READ(5,912) IPLOD,IEDGE
0015      912 FORMAT(4I5)
0016      WRITE(6,910) IPLOD,IEDGE
0017      910 FORMAT(1H0,6HIPL0D=,I5,5X,6HIEDGE=,I5)
0018      IF(IPLOD.EQ.0) GO TO 600
0019      WRITE(6,914)
0020      914 FORMAT(1H0,'CONCENT. LOAD',5X,'LOADED POINT',
      15X,'R-DIRECT. LOAD',5X,'T-DIRECT. LOAD'/)
0021      20 READ(5,915) LODPT,(POINT(I),I=1,2)
0022      WRITE(6,915)LODPT,(POINT(I),I=1,2)

```

```

0023      915 FORMAT(15,2F10.5)
0024          DO 30 IEL=1,NELEM
0025          DO 30 INO=1,8
0026              NLOCA=LNODS(IEI,INO)
0027              IF(LODPT.EQ.NLOCA) GO TO 40
0028      30 CONTINUE
0029      40 DO 50 I=1,2
0030          NGA=(INO-1)*2+I
0031      50 ELOAD(IEI,NGA)=POINT(I)
0032          IF(LODPT.LT.NPOIN) GO TO 20
0033      600 CONTINUE
0034          IF(IEDGE.EQ.0) GO TO 800
0035          READ(5,930) NEDGE
0036      930 FORMAT(15)
0037          WRITE(6,935) NEDGE
0038      935 FORMAT(1H0,5X,21HNO. OF LOADED EDGES =,15)
0039          WRITE(6,940)
0040      940 FORMAT(1H0,5X,45HLIST OF LOADED EDGES AND APPLIED LOAD-DENSITY,5X,
1'NORMAL FORCE',15X,'TANGENTIAL FORCE'//)
0041          DO 160 IED=1,NEDGE
0042          READ(5,945)NELPS,(NOPRS(I),I=1,3),((PRESS(I,IO),I=1,3),IO=1,2)
0043      945 FORMAT(13,3X,313,6F10.5)
0044          WRITE(6,950)NELPS,(NOPRS(I),I=1,3),((PRESS(IO,IO),IO=1,3),IO=1,2)
0045      950 FORMAT(1H ,110,10X,315,10X,6F10.5)
0046          DO 105 I=1,3
0047              NP=NOPRS(I)
0048              R=COORD(NP,1)
0049              A=COORD(NP,2)
0050              ELCOD(1,I)=R*COS(A)
0051      105 ELCOD(2,I)=R*SIN(A)
0052              IF(LNODS(NELPS,8).EQ.0) GO TO 710
0053              NNODE=8
0054              GO TO 720
0055      710 NNODE=6
0056      720 CONTINUE
0057              DO 150 IGA=1,3
0058                  EXISP=POSGP(IGA)
0059                  CALL SHAPF(EXISP,-1.,8)
0060                  CALL SHAPD(EXISP,-1.,8)
0061                  DO 110 IO=1,2
0062                      PGA(IO)=0.
0063                      DGA(IO)=0.
0064                      DO 110 IO=1,3
0065                          PGA(IO)=PGA(IO)+PRESS(IO,IO)*SHAPE(IO)
0066      110 DGA(IO)=DGA(IO)+ELCOD(IO,IO)*DERIV(1,IO)
0067                          PXCOM=DGA(1)*PGA(2)+DGA(2)*PGA(1)
0068                          PYCOM=-DGA(1)*PGA(1)+DGA(2)*PGA(2)
0069                          DO 120 IN=1,NNODE
0070                              NLOCA=LNODS(NELPS,IN)
0071                              IF(NLOCA.EQ.NOPRS(1)) GO TO 130
0072      120 CONTINUE
0073      130 JN=IN+2
0074              KOUNT=0
0075              DO 140 KN=IN,JN
0076                  KOUNT=KOUNT+1
0077                  NG=(KN-1)*2+1
0078                  MG=(KN-1)*2+2
0079                  IF(KN.GT.NNODE) NG=1
0080                  IF(KN.GT.NNODE) MG=2
0081                  ELOAD(NELPS,NG)=ELOAD(NELPS,NG)+SHAPE(KOUNT)*PXCOM*WEIGP(IGA)
0082      140 ELOAD(NELPS,MG)=ELOAD(NELPS,MG)+SHAPE(KOUNT)*PYCOM*WEIGP(IGA)
0083      150 CONTINUE
0084              DO 170 I=1,3
0085                  X=ELCOD(1,I)
0086                  Y=ELCOD(2,I)
0087                  CALL ARCTAN(NELPS,X,Y,A)
0088                  LN=(IN+I)*2-3
0089                  IF(LN.GT.NNODE*2) LN=1
0090                  PX=ELOAD(NELPS,LN)
0091                  PY=ELOAD(NELPS,LN+1)
0092                  ELOAD(NELPS,LN)=PX*COS(A)+PY*SIN(A)
0093      170 ELOAD(NELPS,LN+1)=PY*COS(A)-PX*SIN(A)
0094      160 CONTINUE

```

```

0095      800 CONTINUE
0096      WRITE(6,970)
0097      970 FORMAT(1H0,5X,36H TOTAL NODAL FORCES FOR EACH ELEMENT/)
0098      DO 290 IL=1,NELEM
0099      NEV=16
0100      IF(LNODS(IL,8).EQ.0) NEV=12
0101      SUM=0.
0102      DO 280 IV=1,NEV
0103      280 SUM=SUM+ABS(ELOAD(IL,IV))
0104      IF(SUM.EQ.0.) GO TO 290
0105      WRITE(6,975) IL,(ELOAD(IL,IV),IV=1,NEV)
0106      290 CONTINUE
0107      975 FORMAT(1H0,I4,5X,8E13.5/(10X,8E13.5))
0108      RETURN
0109      END

```

```

C *** SUB(3)
0001      SUBROUTINE MODPS(LP,NTYPE)
0002      COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
0003      1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0004      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
0005      1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0006      DO 10 I=1,3
0007      DO 10 J=1,3
0008      10 DMAT(I,J)=0.
0009      DMAT(3,3)=PROPS(LP,7)
0010      S11=1./PROPS(LP,1)
0011      S22=1./PROPS(LP,2)
0012      S12=-PROPS(LP,4)*S11
0013      IF(NTYPE.EQ.1) GO TO 20
0014      S33=1./PROPS(LP,3)
0015      S13=-PROPS(LP,5)*S33
0016      S23=-PROPS(LP,6)*S33
0017      S11=S11-S13**2/S33
0018      S22=S22-S23**2/S33
0019      S12=S12-S13*S23/S33
0020      20 C=S11*S22-S12**2
0021      DMAT(1,1)=S22/C
0022      DMAT(2,2)=S11/C
0023      DMAT(1,2)=DMAT(2,1)=-S12/C
0024      RETURN
0025      END

```

```

C *** SUB(4)
0001      SUBROUTINE SHAPF(S,T,NNODE)
0002      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
0003      1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0004      IF(NNODE.EQ.6) GO TO 10
0005      SS=S*S
0006      TT=T*T
0007      ST=S*T
0008      SST=SS*T
0009      STT=S*TT
0010      SHAPE(1)=(-1.+ST+SS+TT-SST-STT)/4.
0011      SHAPE(2)=(1.-T-SS+SST)/2.
0012      SHAPE(3)=(-1.-ST+SS+TT-SST+STT)/4.
0013      SHAPE(4)=(1.+S-TT-STT)/2.
0014      SHAPE(5)=(-1.+ST+SS+TT+SST+STT)/4.
0015      SHAPE(6)=(1.+T-SS-SST)/2.
0016      SHAPE(7)=(-1.-ST+SS+TT+SST-STT)/4.
0017      SHAPE(8)=(1.-S-TT+STT)/2.
0018      GO TO 20
0019      10 U=1.-S-T
0020      SHAPE(1)=2.*S**2-S
0021      SHAPE(2)=4.*S*T
0022      SHAPE(3)=2.*T**2-T
0023      SHAPE(4)=4.*T*U

```

```

0023     SHAPE(5)=2.*U**2-U
0024     SHAPE(6)=4.*U*S
0025     20 CONTINUE
0026     RETURN
0027     END

```

C \*\*\* SUB(5)

```

0001     SUBROUTINE SHAPD(S,T,NNODE)
0002     COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0003     IF(NNODE.EQ.6) GO TO 10
0004     S2=S*2.
0005     T2=T*2.
0006     SS=S*S
0007     TT=T*T
0008     ST=S*T
0009     ST2=S*T2
0010     DERIV(1,1)=(T+S2-ST2-TT)/4.
0011     DERIV(1,2)=-S+ST
0012     DERIV(1,3)=(-T+S2-ST2+TT)/4.
0013     DERIV(1,4)=(1.-TT)/2.
0014     DERIV(1,5)=(T+S2+ST2+TT)/4.
0015     DERIV(1,6)=-S-ST
0016     DERIV(1,7)=(-T+S2+ST2-TT)/4.
0017     DERIV(1,8)=(-1.+TT)/2.
0018     DERIV(2,1)=(S+T2-SS-ST2)/4.
0019     DERIV(2,2)=(-1.+SS)/2.
0020     DERIV(2,3)=(-S+T2-SS+ST2)/4.
0021     DERIV(2,4)=-T-ST
0022     DERIV(2,5)=(S+T2+SS+ST2)/4.
0023     DERIV(2,6)=(1.-SS)/2.
0024     DERIV(2,7)=(-S+T2+SS-ST2)/4.
0025     DERIV(2,8)=-T+ST
0026     GO TO 20
0027     10 CONTINUE
0028     DERIV(1,1)=4.*S-1.
0029     DERIV(1,2)=4.*T
0030     DERIV(1,3)=0.
0031     DERIV(1,4)=-4.*T
0032     DERIV(1,5)=4.*(S+T)-3.
0033     DERIV(1,6)=4.*(1.-2.*S-T)
0034     DERIV(2,1)=0.
0035     DERIV(2,2)=4.*S
0036     DERIV(2,3)=4.*T-1.
0037     DERIV(2,4)=4.*(1.-S-2.*T)
0038     DERIV(2,5)=4.*(S+T)-3.
0039     DERIV(2,6)=-4.*S
0040     20 CONTINUE
0041     RETURN
0042     END

```

C \*\*\* SUB(6)

```

0001     SUBROUTINE JACOB (IELEM,DJACB,NNODE)
0002     COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0003     DIMENSION XJACM(2,2),XJACI(2,2)
0004     DO 20 I=1,2
0005     DO 20 J=1,2
0006     XJACM(I,J)=0.
0007     DO 20 INODE=1,NNODE
0008     XJACM(I,J)=XJACM(I,J)+DERIV(I,INODE)*ELCOD(J,INODE)
0009     20 CONTINUE
0010     DJACB=XJACM(1,1)*XJACM(2,2)-XJACM(1,2)*XJACM(2,1)
0011     IF(DJACB.GT.0.) GO TO 30
0012     WRITE(6,900) IELEM
0013     STOP
0014     30 XJACI(1,1)=XJACM(2,2)/DJACB

```

```

0015      XJACI(2,2)=XJACM(1,1)/DJACB
0016      XJACI(1,2)=-XJACM(1,2)/DJACB
0017      XJACI(2,1)=-XJACM(2,1)/DJACB
0018      DO 40 I=1,2
0019      DO 40 INODE=1,NNODE
0020      POLAD(I,INODE)=0.
0021      DO 40 J=1,2
0022      POLAD(I,INODE)=POLAD(I,INODE)+XJACI(I,J)*DERIV(J,INODE)
0023      40 CONTINUE
0024      900 FORMAT(/,24HPROGRAM HALTED IN JACOB2,/,11X,22H ZERO OR NEGATIVE A
          1REA,/,10X,16H ELEMENT NUMBER ,I5)
0025      RETURN
0026      END

```

```

C *** SUB(7)
0001      SUBROUTINE BMATPS(NNODE)
0002      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
          1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0003      R=0.
0004      DO 10 I=1,NNODE
0005      10 R=R+SHAPE(I)*ELCOD(1,I)
0006      NG=0
0007      DO 20 I=1,NNODE
0008      MG=NG+1
0009      NG=MG+1
0010      BMAT(1,MG)=POLAD(1,I)
0011      BMAT(1,NG)=0.
0012      BMAT(2,MG)=SHAPE(I)/R
0013      BMAT(2,NG)=BMAT(3,MG)=POLAD(2,I)/R
0014      20 BMAT(3,NG)=POLAD(1,I)-SHAPE(I)/R
0015      RETURN
0016      END

```

```

C *** SUB(8)
0001      SUBROUTINE DBE(NEV)
0002      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
          1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0003      DO 10 I=1,3
0004      DO 10 IV=1,NEV
0005      DBMAT(I,IV)=0.
0006      DO 10 J=1,3
0007      DBMAT(I,IV)=DBMAT(I,IV)+DMAT(I,J)*BMAT(J,IV)
0008      10 CONTINUE
0009      RETURN
0010      END

```

```

C *** SUB(9)
0001      SUBROUTINE STIFPS
0002      COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003      COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
          1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRES(45,2)
0004      COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
          1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0005      COMMON/C5/ POSGP(3),WEIGP(3),TRIPT(9,2),TRIWT(9)
0006      DIMENSION ESTIF(16,16)
0007      REWIND 1
0008      DO 70 IL=1,NELEM
0009      NNODE=8
0010      IF(LNODS(IL,8).EQ.0) NNODE=6
0011      LP=MATNO(IL)
0012      THICK=PROPS(LP,8)
0013      CALL MODPS(LP,NTYPE)
0014      DO 20 I=1,16
0015      DO 20 J=1,16

```

```

0016      20 ESTIF(I,J)=0.
0017      DO 10 IN=1,NNODE
0018      NP=LNODS(IL,IN)
0019      DO 10 ID=1,2
0020      10 ELCOD(ID,IN)=COORD(NP,ID)
0021      IF(NNODE.EQ.6) GO TO 120
0022      DO 50 IG=1,3
0023      DO 50 JG=1,3
0024      EXI=POSGP(IG)
0025      ETA=POSGP(JG)
0026      CALL SHAPF(EXI,ETA,8)
0027      CALL SHAPD(EXI,ETA,8)
0028      CALL JACOB (IL,DJACB,8)
0029      DVOL=DJACB*WEIGP(IG)*WEIGP(JG)*THICK
0030      R=0.
0031      DO 40 I=1,8
0032      40 R=R+SHAPE(I)*ELCOD(1,I)
0033      DVOL=DVOL*R
0034      CALL BMATPS(8)
0035      CALL DBE(16)
0036      DO 30 IE=1,16
0037      DO 30 JE=IE,16
0038      DO 30 IS=1,3
0039      30 ESTIF(IE,JE)=ESTIF(IE,JE)+BMAT(IS,IE)*DBMAT(IS,JE)*DVOL
0040      50 CONTINUE
0041      GO TO 150
0042      120 CONTINUE
0043      DO 160 KG=1,9
0044      AL1=TRIPT(KG,1)
0045      AL2=TRIPT(KG,2)
0046      CALL SHAPF(AL1,AL2,6)
0047      CALL SHAPD(AL1,AL2,6)
0048      CALL JACOB(IL,DJACB,6)
0049      DVOL=DJACB*THICK*TRIWT(KG)
0050      R=0.
0051      DO 180 I=1,6
0052      180 R=R+SHAPE(I)*ELCOD(1,I)
0053      DVOL=DVOL*R
0054      CALL BMATPS(6)
0055      CALL DBE(12)
0056      DO 170 IE=1,12
0057      DO 170 JE=IE,12
0058      DO 170 IS=1,3
0059      170 ESTIF(IE,JE)=ESTIF(IE,JE)+BMAT(IS,IE)*DBMAT(IS,JE)*DVOL
0060      160 CONTINUE
0061      150 CONTINUE
0062      DO 60 IE=1,16
0063      DO 60 JE=1,16
0064      60 ESTIF(JE,IE)=ESTIF(IE,JE)
0065      WRITE(1) ESTIF
0066      70 CONTINUE
0067      RETURN
0068      END

```

C \*\*\* SUB(10)

```

0001      SUBROUTINE GSTGL
0002      COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003      COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
0004      1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRES(45,2)
0005      COMMON/C6/ GSTIF(250,100),GLOAD(250)
0006      DIMENSION ESTIF(16,16)
0007      REWIND 1
0008      NP2=2*NPOIN
0009      NW2=2*NBW
0010      DO 10 I=1,NP2
0011      GLOAD(I)=0.
0012      DO 10 J=1,NW2
0013      10 GSTIF(I,J)=0.
0014      DO 20 IL=1,NELEM
0015      READ(1) ESTIF

```

```

0015      NNODE=8
0016      IF(LNODS(IL,8).EQ.0) NNODE=6
0017      DO 20 IN=1,NNODE
0018      IP=LNODS(IL,IN)
0019      DO 20 ID=1,2
0020      IK=(IN-1)*2+ID
0021      II=(IP-1)*2+ID
0022      GLOAD(II)=GLOAD(II)+ELOAD(IL,IK)
0023      DO 20 JN=1,NNODE
0024      JP=LNODS(IL,JN)
0025      DO 20 JD=1,2
0026      JK=(JN-1)*2+JD
0027      JJ=(JP-1)*2+JD
0028      JJ=JJ+NBW-II
0029      GSTIF(II,JJ)=GSTIF(II,JJ)+ESTIF(IK,JK)
0030      20 CONTINUE
0031      REWIND 4
0032      WRITE(4) GSTIF,GLOAD
0033      NBH=NBW/2
0034      N11=0
0035      A90=90.*.01745329
0036      DO 30 N=1,NFIX
0037      IP=NOFIX(N)
0038      A=COORD(IP,2)
0039      JF=0
0040      IF(IFPRE(N,1).EQ.1) GO TO 35
0041      IF(A.EQ.0.) GO TO 45
0042      IF(A.EQ.A90) GO TO 60
0043      IF(A.EQ.-A90) GO TO 15
0044      AK=PRESC(N,2)/COS(A)
0045      BK=-TAN(A)
0046      CK=1./TAN(A)
0047      GO TO 40
0048      35 IF(IFPRE(N,2).EQ.1) GO TO 50
0049      IF(A.EQ.0.) GO TO 70
0050      IF(A.EQ.A90) GO TO 55
0051      IF(A.EQ.-A90) GO TO 25
0052      AK=-PRESC(N,1)/SIN(A)
0053      BK=1./TAN(A)
0054      CK=-TAN(A)
0055      GO TO 40
0056      50 UR=PRESC(N,1)*COS(A)+PRESC(N,2)*SIN(A)
0057      UT=PRESC(N,2)*COS(A)-PRESC(N,1)*SIN(A)
0058      JF=1
0059      GO TO 40
0060      60 UR=PRESC(N,2)
0061      GO TO 80
0062      15 UR=-PRESC(N,2)
0063      GO TO 80
0064      70 UR=PRESC(N,1)
0065      80 UT=0.
0066      JF=2
0067      GO TO 40
0068      45 UT=PRESC(N,2)
0069      GO TO 65
0070      25 UT=PRESC(N,1)
0071      GO TO 65
0072      55 UT=-PRESC(N,1)
0073      65 UR=0.
0074      JF=3
0075      40 IS=IP-NBH+1
0076      IF(IP.LT.NBH) IS=1
0077      JS=IE=IP+NBH-1
0078      IF(IE.GT.NPOIN) IE=NPOIN
0079      IF(JF.EQ.0) GO TO 90
0080      IF(N11.EQ.0) N11=N
0081      DO 110 I=IS,IE
0082      II=(I-1)*2
0083      JJ=(JS-I+1)*2
0084      DO 110 ID=1,2
0085      GLOAD(II+ID)=GLOAD(II+ID)-GSTIF(II+ID,JJ-ID+1)*UR
0086      1 -GSTIF(II+ID,JJ-ID+2)*UT
      IF(JF.EQ.1.OR.JF.EQ.2) GSTIF(II+ID,JJ-ID+1)=0.

```

```

0087       IF(JF.EQ.1.OR.JF.EQ.3) GSTIF(II+ID,JJ-ID+2)=0.
0088   110 CONTINUE
0089       GO TO 30
0090   90 DO 120 I=IS,IE
0091       II=(I-1)*2
0092       JJ=(JS-I+1)*2
0093       DO 120 ID=1,2
0094       GSTIF(II+ID,JJ-ID+1)=GSTIF(II+ID,JJ-ID+1)+GSTIF(II+ID,JJ-ID+2)*BK
0095       GLOAD(II+ID)=GLOAD(II+ID)-GSTIF(II+ID,JJ-ID+2)*AK
0096       GSTIF(II+ID,JJ-ID+2)=0.
0097   120 CONTINUE
0098       JS=1
0099       IF(IP.LT.NBH) JS=(NBW-2*IP)+1
0100       JE=2*(NBW-1)
0101       DO 130 J=JS,JE
0102       GSTIF(IP*2-1,J+1)=GSTIF(IP*2-1,J+1)-GSTIF(IP*2,J)/CK
0103   130 GSTIF(IP*2,J)=0.
0104       GLOAD(IP*2-1)=GLOAD(IP*2-1)-GLOAD(IP*2)/CK
0105       GLOAD(IP*2)=0.
0106       GSTIF(IP*2,NBW)=1.
0107   30 CONTINUE
0108       DO 140 N=N11,NFIX
0109       IP=NOFIX(N)
0110       A=COORD(IP,2)
0111       UR=PRESC(N,1)*COS(A)+PRESC(N,2)*SIN(A)
0112       UT=PRESC(N,2)*COS(A)-PRESC(N,1)*SIN(A)
0113       II=(IP-1)*2
0114       JE=2*NBW-1
0115       JF=0
0116       IF(IFPRE(N,1).EQ.1.AND.IFPRE(N,2).EQ.1) GO TO 75
0117       IF((IFPRE(N,2).EQ.0.AND.ABS(A).EQ.A90).OR.(IFPRE(N,2).EQ.1.AND.A.
1 EQ.0.)) GO TO 85
0118       JF=1
0119   75 DO 150 J=1,JE
0120   150 GSTIF(II+1,J)=0.
0121       GSTIF(II+1,NBW)=1.
0122       GLOAD(II+1)=UR
0123       IF(JF.EQ.1) GO TO 140
0124   85 DO 160 J=1,JE
0125   160 GSTIF(II+2,J)=0.
0126       GSTIF(II+2,NBW)=1.
0127       GLOAD(II+2)=UT
0128   140 CONTINUE
0129       RETURN
0130       END

```

## C \*\*\* SUB(11)

```

0001 SUBROUTINE SOLVE
0002 COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003 COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0004 COMMON/C6/ GSTIF(250,100),GLOAD(250)
0005 DIMENSION IFORM(3),AFORM(6),BFORM(6)
0006 NP2=NPOIN*2
0007 NW2=NBW*2
0008 IIE=NP2-1
0009 DO 10 II=1,IIE
0010 PIVO=GSTIF(II,NBW)
0011 IF(PIVO.EQ.0.) GO TO 999
0012 I1=II+1
0013 IE=I1+NBW-1
0014 IF(IE.GT.NP2) IE=NP2
0015 DO 10 IL=I1,IE
0016 JS=NBW+I1-IL
0017 JE=JS+NBW-2
0018 IF(NP2-II.LT.NBW-1) JE=JS+NP2-I1
0019 GK=GSTIF(IL,JS-1)
0020 DO 20 JJ=JS,JE
0021 20 GSTIF(IL,JJ)=GSTIF(IL,JJ)-GK*GSTIF(II,JJ+IL-II)/PIVO
0022 GLOAD(IL)=GLOAD(IL)-GK*GLOAD(II)/PIVO

```



```

0023       GSTIF(1L,JS-1)=0.
0024       10 CONTINUE
0025         ASDIS(NP2)=GLOAD(NP2)/GSTIF(NP2,NBW)
0026         JE=NBW
0027         DO 30 II=1,IIE
0028           IK=NP2-II
0029           JS=NBW+1
0030           JE=JE+1
0031           IF(JE.GT.NW2-1) JE=NW2-1
0032           S=0.
0033           JK=0
0034           DO 40 J=JS,JE
0035             JK=JK+1
0036           40 S=S+GSTIF(IK,J)*ASDIS(IK+JK)
0037             ASDIS(IK)=(GLOAD(IK)-S)/GSTIF(IK,NBW)
0038           30 CONTINUE
0039           A90=90.*.01745329
0040           DO 42 N=1,NFIX
0041             IF(IFPRE(N,1).EQ.1.AND. IFPRE(N,2).EQ.1) GO TO 42
0042             IP=NOFIX(N)
0043             A=COORD(IP,2)
0044             IF(IFPRE(N,1).EQ.1.AND.A.EQ.0.) GO TO 42
0045             IF(IFPRE(N,2).EQ.1.AND.A.EQ.A90) GO TO 42
0046             IF(IFPRE(N,1).EQ.0) GO TO 44
0047             ASDIS(IP*2)=ASDIS(IP*2-1)/TAN(A)-PRESC(N,1)/SIN(A)
0048             GO TO 42
0049           44 ASDIS(IP*2)=PRESC(N,2)/COS(A)-ASDIS(IP*2-1)*TAN(A)
0050           42 CONTINUE
0051           WRITE(6,300)
0052           300 FORMAT(1H0,5X,13HDISPLACEMENTS/)
0053           DO 50 IP3=1,NPOIN,3
0054             DO 52 J=1,3
0055               NP=IP3+J-1
0056               IF(NP.GT.NPOIN) GO TO 54
0057               A=COORD(NP,2)
0058               JE=J
0059               IFORM(J)=NP
0060               AFORM(2*J-1)=ASDIS(2*NP-1)
0061               AFORM(2*J)=ASDIS(2*NP)
0062               BFORM(2*J-1)=ASDIS(2*NP-1)*COS(A)-ASDIS(2*NP)*SIN(A)
0063               BFORM(2*J)=ASDIS(2*NP-1)*SIN(A)+ASDIS(2*NP)*COS(A)
0064           54 WRITE(6,100) (IFORM(J),AFORM(2*J-1),AFORM(2*J),J=1,JE)
0065           WRITE(6,200) (BFORM(2*J-1),BFORM(2*J),J=1,JE)
0066           50 CONTINUE
0067           100 FORMAT(1H ,3(110,2E14.5))
0068           200 FORMAT(1H ,10HUX, UY ,3(2E14.5,10X))
0069           WRITE(6,400)
0070           400 FORMAT(1H0,5X,9HREACTIONS/)
0071           REWIND 4
0072           READ(4) GSTIF,GLOAD
0073           WRITE(6,600)
0074           600 FORMAT(1H0,11X,2HIP,10X,2HFR,18X,2HFT,18X,2HFX,18X,2HFX/)
0075           NBH=NBW/2
0076           DO 60 NF=1,NFIX
0077             IP=NOFIX(NF)
0078             A=COORD(IP,2)
0079             II=(IP-1)*2
0080             JS=3
0081             JE=NW2
0082             IF(IP.LT.NBH) JS=NBW+1-II
0083             IF(NPOIN-IP.LT.NBH) JE=NBW+NP2-II
0084             FR=FT=0.
0085             DO 70 JJ=JS,JE,2
0086               FR=FR+GSTIF(II+1,JJ-1)*ASDIS(JJ+II-NBW)
0087               1 +GSTIF(II+1,JJ)*ASDIS(JJ+II-NBW+1)
0088               70 FT=FT+GSTIF(II+2,JJ-2)*ASDIS(JJ+II-NBW)
0089               1 +GSTIF(II+2,JJ-1)*ASDIS(JJ+II-NBW+1)
0090               FX=FR*COS(A)-FT*SIN(A)
0091               FY=FR*SIN(A)+FT*COS(A)
0092               WRITE(6,700) IP,FR,FT,FX,FY
0093           60 CONTINUE
0094           700 FORMAT(10X,13,4E20.5)
0095           RETURN

```

```

0094          999 WRITE(6,998) II,PIVO
0095          998 FORMAT(1H0,3HI I=,I3,5X,5HPIVO=,E13.5,5X,'STOP IN SUB(SOLVE)')
0096          STOP
0097          END

C *** SUB(12)
0001          SUBROUTINE XIETA(XP,YP,S0,T0,NNODE)
0002          COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0003          REAL LIMIT
0004          R1=ELCOD(1,1)
0005          A1=ELCOD(2,1)
0006          R4=ELCOD(1,4)
0007          A4=ELCOD(2,4)
0008          LIMIT=((R1*COS(A1)-R4*COS(A4))**2+(R1*SIN(A1)-R4*SIN(A4))**2)
1 *.1E-8
0009          S0=T0=0.
0010          K=0
0011          10 K=K+1
0012          DEL=10.**(-K)
0013          IF(NNODE.EQ.6.AND.K.EQ.1) GO TO 20
0014          IE=21
0015          IM=11
0016          GO TO 30
0017          20 IE=11
0018          IM=1
0019          30 DO 40 I=1,IE
0020          S=S0+FLOAT(I-IM)*DEL
0021          IF(NNODE.EQ.6.AND.K.EQ.1) GO TO 50
0022          JE=21
0023          JM=11
0024          GO TO 60
0025          50 JE=12-I
0026          JM=1
0027          60 DO 70 J=1,JE
0028          T=T0+FLOAT(J-JM)*DEL
0029          CALL SHAPF(S,T,NNODE)
0030          R=A=0.
0031          DO 80 L=1,NNODE
0032          R=R+SHAPE(L)*ELCOD(1,L)
0033          80 A=A+SHAPE(L)*ELCOD(2,L)
0034          D2=(XP-R*COS(A))**2+(YP-R*SIN(A))**2
0035          IF(J.NE.1) GO TO 130
0036          DJ=D2
0037          JO=1
0038          GO TO 70
0039          130 IF(D2.GE.DJ) GO TO 140
0040          DJ=D2
0041          JO=J
0042          70 CONTINUE
0043          140 IF(I.NE.1) GO TO 150
0044          DI=DJ
0045          IO=1
0046          GO TO 40
0047          150 DI1=DJ
0048          IF(DI1.GE.DI) GO TO 160
0049          DI=DI1
0050          IO=I
0051          40 CONTINUE
0052          160 S0=S0+FLOAT(IO-IM)*DEL
0053          T0=T0+FLOAT(JO-JM)*DEL
0054          IF(DI.LE.LIMIT) GO TO 90
0055          IF(K.LE.6) GO TO 10
0056          90 RETURN
0057          END

```

```

C *** SUB(13)
0001 SUBROUTINE STREPS
0002 COMMON/C1/ NPOIN,NELEM,NFIX,NTYPE,NMAT,NBW
0003 COMMON/C2/ COORD(125,2),ASDIS(250),PROPS(10,8),LNODS(50,8),
1 MATNO(50),ELOAD(50,16),NOFIX(45),IFPRE(45,2),PRESC(45,2)
0004 COMMON/C3/ ELCOD(2,8),SHAPE(8),DERIV(2,8),DMAT(3,3),POLAD(2,8),
1 DBMAT(3,16),BMAT(3,16)
0005 COMMON/C4/ NESPT(50),SPTXY(50,16)
0006 DIMENSION SPOLA(3),ELDIS(2,8),SCART(3)
0007 WRITE(6,900)
0008 900 FORMAT(/,10X,8HSTRESSES,/)
0009 WRITE(6,905)
0010 905 FORMAT(1H0,5HPPOINT,5X,1HX,8X,1HY,9X,2HSR,11X,2HSS,11X,3HTRS,10X,
1 2HSX,11X,2HSY,11X,3HTXY,10X,2HX0,11X,3H Y0)
0011 DO 60 IL=1,NELEM
0012 IF(NESPT(IL).EQ.0) GO TO 60
0013 WRITE(6,910) IL
0014 910 FORMAT(/,5X,12HELEMENT NO.,I5)
0015 LP=MATNO(IL)
0016 NNODE=8
0017 IF(LNODS(IL,8).EQ.0) NNODE=6
0018 NEV=NNODE*2
0019 DO 10 IN=1,NNODE
0020 NP=LNODS(IL,IN)
0021 IP=(NP-1)*2
0022 DO 10 ID=1,2
0023 IP=IP+1
0024 ELDIS(ID,IN)=ASDIS(IP)
0025 10 CONTINUE
0026 DO 70 IN=1,NNODE
0027 NP=LNODS(IL,IN)
0028 DO 70 ID=1,2
0029 70 ELCOD(ID,IN)=COORD(NP,ID)
0030 KE=NESPT(IL)
0031 DO 80 KP=1,KE
0032 XP=SPTXY(IL,2*KP-1)
0033 YP=SPTXY(IL,2*KP)
0034 CALL ARCTAN(KP,XP,YP,AP)
0035 CALL XIETA(XP,YP,S,T,NNODE)
0036 CALL MODPS(LP,NTYPE)
0037 CALL SHAPF(S,T,NNODE)
0038 CALL SHAPD(S,T,NNODE)
0039 CALL JACOB(IL,DJACB,NNODE)
0040 CALL BMATPS(NNODE)
0041 CALL DBE(NEV)
0042 DO 90 I=1,3
0043 SPOLA(I)=0.
0044 J2=0
0045 DO 90 J=1,NNODE
0046 DO 90 ID=1,2
0047 J2=J2+1
0048 90 SPOLA(I)=SPOLA(I)+DBMAT(I,J2)*ELDIS(ID,J)
0049 SCART(1)=COS(AP)**2*SPOLA(1)+SIN(AP)**2*SPOLA(2)
1 -2.*SIN(AP)*COS(AP)*SPOLA(3)
0050 SCART(2)=SIN(AP)**2*SPOLA(1)+COS(AP)**2*SPOLA(2)
1 +2.*SIN(AP)*COS(AP)*SPOLA(3)
0051 SCART(3)=SIN(AP)*COS(AP)*(SPOLA(1)-SPOLA(2))
1 +(COS(AP)**2-SIN(AP)**2)*SPOLA(3)
0052 R=A=0.
0053 DO 40 I=1,NNODE
0054 R=R+SHAPE(I)*ELCOD(1,I)
0055 40 A=A+SHAPE(I)*ELCOD(2,I)
0056 X0=R*COS(A)
0057 Y0=R*SIN(A)
0058 WRITE(6,915) KP,XP,YP,(SPOLA(I),I=1,3),(SCART(J),J=1,3),X0,Y0
0059 80 CONTINUE
0060 60 CONTINUE
0061 915 FORMAT(1H ,I5,2F9.3,3X,8E13.5)
0062 RETURN
0063 END

```

```
C *** SUB(14)
0001     SUBROUTINE ARCTAN(NP,X,Y,THETA)
0002     PAI=3.141593
0003     IF(X) 11,12,13
0004     13 A=ATAN(Y/X)
0005     GO TO 20
0006     11 A=ATAN(Y/X)+PAI
0007     GO TO 20
0008     12 IF(Y) 14,15,16
0009     14 A=-PAI/2.
0010     GO TO 20
0011     16 A=90.*.01745329
0012     GO TO 20
0013     15 WRITE(6,100) NP,X,Y
0014     100 FORMAT(1H0, //3HNP=,I4,5X,2HX=,E13.5,5X,2HY=,E13.5,5X,22HSTOP IN
0015     1 SUB(ARCTAN))
0015     STOP
0016     20 THETA=A
0017     RETURN
0018     END
```