

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 4 月 26 日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23560677

研究課題名(和文)円筒タンクにおける流体と容器の大変形連成場の数値解析と基本応答の研究

研究課題名(英文) FORMULATION AND NUMERICAL ANALYSIS OF NONLINEAR VIBRATION RESPONSES OF THE INTERACTIVE BEHAVIOR BETWEEN A POTENTIAL FLUID AND THE CYLINDRICAL SHELL CONTAINER IN LARGE DEFORMATIONS

研究代表者

皆川 洋一 (Minakawa, Youichi)

鹿児島大学・理工学研究科・特任教授

研究者番号：30128459

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,700,000円、(間接経費) 510,000円

研究成果の概要(和文)：水の入ったタンクが周期的な地動を受ける時、初等的な振動理論では予測できない応答が発生する。流体の大変形、および容器の有限変形を考慮したこの構造システムの挙動を厳密に支配する汎関数を、研究代表者は示した。1990年代になって、この汎関数を厳密に解析することが可能となった。有限要素法を用いた直接法を利用して、この汎関数を解析する定式化、および数値解析例を示した。得られた応答は未解明の振動応答が理論解析で再現されることを、二次元問題、および三次元の円筒タンクを用いて実証した。

研究成果の概要(英文)：It is reported that response of liquid-filled tank on a shaking table showed some vibration response that was contradiction to expectation of elementary tank vibration. Then, author has been studying to analyze the response that might be caused by dynamic geometric nonlinear behavior, and showed a Lagrangian function that governed the interactive behavior between a potential fluid and elastic container in large deformations. Applying finite element methods to functional, a new formulation and a deriving a discretizing method are shown in the research. Numerical analyses of the nonlinear vibration response are carried out, the advantages of the procedure is demonstrated.

研究分野：建築構造力学

科研費の分科・細目：建築構造・材料5801

 キーワード：ポテンシャル流体と容器 大変形場の連成問題 円筒タンクの非線形振動応答 分数調波振動の分岐  
 1/2分数調波振動応答 1/3分数調波振動応答 和型の分数調波振動応答 円筒タンクの動座屈応答

## 1. 研究開始当初の背景

- (1) 水の入った円筒タンクを振動台に載せ、正弦波外力を作用させると、線形の振動理論では予測できない振動応答が発生する。
- (2) 容器と内蔵されたポテンシャル流体との大変形動的連成問題を支配する汎関数を導いた。この中で流体は Euler 表示され、容器は通常 Lagrange 表示されている。両者が接する境界の整合性を確保し、流体速度を適切に算定することに本質的な難しさがあった。

## 2. 研究の目的

- (1) 1990 年代に開発された参照座標系を流体に導入すると、この困難を克服する方法となり得ることが判った。
- (2) 流体と容器の両方が大変形を起こす境界において、両者の運動の整合性を確保し、有限要素法を適用して、上記の汎関数を離散化する定式化を示し、地動を受ける水の入ったタンクの非線形運動方程式を得る手法を開発する。
- (3) 周期的な地動を受ける二次元のタンク、および三次元円筒タンクをモデルとし、周期的地動を受けるこれらのタンクの振動応答を解析し、実験で観測されるような分数調波振動を含む非線形振動応答が分岐することを実証することを目指す。

## 3. 研究の方法

- (1) 流体へ参照座標系の移動速度  $\dot{r}$  を導入した容器とポテンシャル流体との大変形動的連成問題を支配する汎関数を導いた。汎関数の第一変分は物理的に適切な基礎式、境界条件式を与える。
- (2) 流体に波高が発生した時の遷移座標を定める流体節点位置を流体の実際の移動と独立して定める。この流体節点位置で流体と容器の表面は常に接している。流体は容器との境界における運動学的な条件を満足する。また、流体節点は他の境界条件においても、運動学的な条件を満たすように定められた。
- (3) 流体節点において、流体の運動学的な条件をすべて満たす変位場を連成場の厳密な汎関数へ導入する。変関数は、流体の速度ポテンシャル・ベクトル  $\phi$ 、波高ベクトル  $\eta$ 、容器の節点変位ベクトル  $d_c$ 、および  $\eta_c$ 、容器の節点変位速度ベクトル  $\dot{d}_c$  である。これらの未知ベクトルを用いて、汎関数の第一変分を誘導すれば、この系の場の方程式を得る。
- (4) 系の固有振動数は流体に含まれる一様膨張の解、有意で無い解を避けて固有値問題を導く方法を示す。
- (5) 時刻暦応答を行うとき、クラック・ニコルソン法を採用する。非線形性が強い問題を

一般的には解析するので、各ステップにおいて、ニュートン・ラブソン法を用いる収束演算を行う。この方法はシンプルであるが、場の方程式の増分式を定める必要があり、演算は煩わしい。

- (6) 大きな未知数を有する連立一次方程式を解析する必要が出てくる。修正ニュートン・ラブソン法を採用すると共に、弾性容器の増分変位速度を Static Condensation 法を適用して、縮約する手法を導入する。この方法を用いて、連立一次方程式の解法に要する計算時間がかなり短縮される。
- (7) 解析される応答は離散系のフーリエ・スペクトルに分解されて、表現される。

## 4. 研究成果

解析モデルを二次元タンク、および三次元円筒タンクに分けて記述する。

- (1) まず二次元のタンクを解析し、解法の詳細の把握、および応答の特徴を把握する。解析モデルは流体を水、容器を片持ちの鋼板とし、幅 1000mm、水高 600mm、容器板厚は 5mm、10mm、30mm、および剛体とした。基本的な振動応答を把握するモデルとして、流体は 8x16、容器は両側合わせて 12 要素のメッシュを利用した。

### (2) 二次元タンク固有振動数

容器の厚さをパラメータとして、タンクの小さいほうから 19 番目のまでの固有振動数を解析し、Table1 に示す。容器のみの固有振動数を表 1 の下部に示した。板厚が 30mm の固有振動数は容器を剛としたものとほぼ同一である。板厚 10mm のタンクの固有振動数は 30mm のそれより若干小さな固有振動数となるものの、大きな変化ではない。水の振動であるロッキング振動と、容器のみの振動であるバルジング振動の固有振動数も明確に分かれている。しかし、板厚 5mm の容器は、すべての振動数に連成の影響が現れている。どの固有振動数がバルジング振動に対応するのか判別は出来ない。

### (3) 分数調波振動の不安定領域

減衰を有する振動する系が、周期的な小さな外力を受けるとき、過渡的な応答が減衰すると、一般に応答は外力の振動数のみの応答、基本振動数の応答となる。線形振動理論が予測する挙動である。

しかしながら、外力の振幅、および振動数がパラメータとなり、突如、分数調波振動等が生起して、激しい応答を示す。流体を含む容器はこのような非線形応答が発生する振動系である。

この二次元タンクにおいて、このような非線形振動応答が発生する領域を不安定領域（ハッチを付して示した）とし、Fig.1 に示す。

| 記号        | 5mm            | 10mm  | 30mm  | Rigid |
|-----------|----------------|-------|-------|-------|
| $w_{a1}$  | 5.40           | 5.74  | 5.78  | 5.78  |
| $w_{s1}$  | 7.05           | 7.18  | 7.19  | 7.20  |
| $w_{s2}$  | 7.96           | 8.32  | 8.35  | 8.36  |
| $w_{a2}$  | 9.92           | 10.30 | 10.34 | 10.35 |
| $w_{s3}$  | 11.66          | 12.09 | 12.13 | 12.14 |
| $w_{a3}$  | 13.28          | 13.79 | 13.83 | 13.85 |
| $w_{s4}$  | 14.86          | 15.48 | 15.53 | 15.55 |
| $w_{a4}$  | 16.39          | 17.20 | 17.25 | 17.28 |
| $w_{s5}$  | 17.97          | 18.99 | 19.05 | 19.07 |
| $w_{a5}$  | 19.42          | 20.85 | 20.93 | 20.95 |
| $w_{s6}$  | 21.07          | 22.79 | 22.88 | 22.92 |
| $w_{a6}$  | 22.55          | 24.78 | 24.90 | 24.93 |
| $w_{s7}$  | 24.39          | 26.75 | 26.89 | 26.93 |
| $w_{a7}$  | 26.08          | 28.57 | 28.75 | 28.79 |
| $w_{s8}$  | 28.04          | 30.10 | 30.31 | 30.35 |
| $w_{a8}$  | 29.69          | 31.14 | 31.35 | 31.39 |
| $w_{s9}$  | 31.14          | 31.63 | 31.72 | 31.77 |
| $w_{a9}$  | 33.19          | 49.70 | 154.3 | -     |
| $w_{s10}$ | 33.52          | 50.92 | 155.8 | -     |
|           | only Container |       |       |       |
| $w_{ocl}$ | 26.48          | 52.96 | 158.9 | -     |

水平軸は外力振動数、縦軸は地動加速度振幅である。安定な領域は前述した線形振動応答を示す領域である。

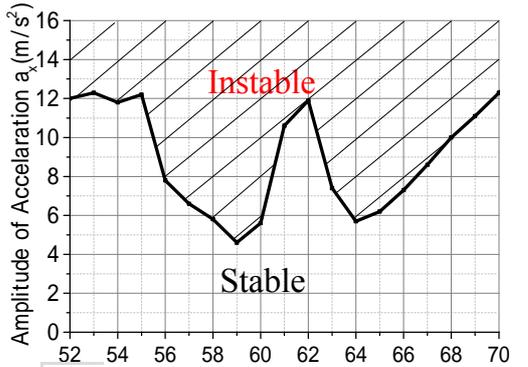


Fig.1 Frequency of Base Acceleration rad/sec

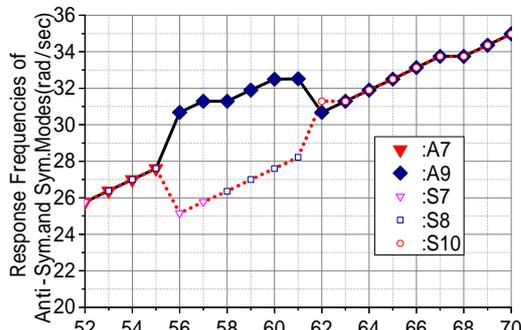


Fig.2 Frequency of Base Acceleration rad/sec

(4) 分岐する分数調波振動応答

外力振動数を一定とし、外力振幅を増加させ、不安定領域に入った領域において分岐した振動モードと、その振動数を Fig.2 に示す。

外力振動数 52-55rad/s、および 62-70rad/s において、分岐する応答は同じ振動数を持つ応答を示す。容器の対称二等分線に関する対称、および逆対称の振動モードが同一の振動数を持ち、これらが外力振動数の 1/2 である 1/2 分数調波振動応答を示す。

一方、外力振動数 56-61rad/s において、分岐する対称振動モード応答の振動数と逆対称振動モード応答の振動数が異なる振動数で、それらの振動数の和が外力振動数と一致する分数調波振動応答が生起する。異なる二つのスペクトルを有する和型の分数調波振動応答である。

前項のモデルにおいて、和型の分数調波振動が生起した後、1/2 分数調波振動応答が分岐し、両方の分数調波振動が混在した応答が発生した。ピークの振動数にわずかな差異があるので、応答はうなり振動となる。

(5) 三次元円筒タンクを流体と容器の大変形場での連成問題の定式化、有限要素法を適用して離散系する手法を示す。

容器が二次元の円筒シェルであり、流体との整合性の確保に合理的な工夫が必要となる。円筒容器なので、通常利用されている多角柱へ近似すること無く、流体は円柱の初期形状を有するとして、円柱座標系を導入する。z軸の原点はタンク底部の中心とする。

円筒シェルは Sabir 要素を修正して利用する。この要素は剛体変位を許容する変位場を構成し、定ひずみ項を含むので高精度であると評価されている。しかしながら、変位成分の回転に周方向変位の3次の項が生ずるので、この項がゼロとなる修正を加えた変位仮定を利用した。

円筒シェルの節点は円を n 等分した母線上にあり、初期座標の z 値は各母線上において同一の z 値を有する。遷移座標系を構成する流体節点は変形後も初期形状の円筒シェルの母線上にあるとした。

解析モデルは周方向分割 n を 16、および 24 とした。応答を解析する計算時間は n の 3 乗にほぼ比例する。応答の特徴を把握するために、前者のモデルを利用し、ここの応答を高精度で後者のモデルを用い、逐次積分の時間刻みは 0.01 秒、および 0.005 秒を利用した。

(6) 周方向分割 n=24 とした解析の概要を示す。解析は時間刻み 0.01 秒を利用した。外力の地動振動数 18-45rad/sec とし、分数調波振動応答が 1mm 以上となる領域を不安定領域として Fig.3 にハッチを付して表し、安定領域との境界に記号 を付した。記号 は周方向分割 n=16 として得られた安定・不安定の境界である。外力振動数 22-30rad/sec におい

てこの境界に若干の差異が見られるものの、外力振動数 20rad/sec 近傍、および 32-40rad/sec において符合する。

周方向分割  $n=16$  の応答は文献に示したので、ここでは周方向分割  $n=24$  としたモデルの応答を示す。こちらの方が高精度の応答を示しているものと思われる。これは、計算方法の改良（前項の Static Condensation）を導入して、解析できるようになった。

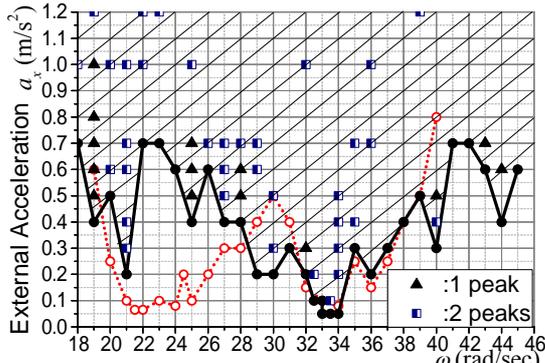


Fig.3 Instable Region for Subharmonic of C24 Model

(7) シェル半径は 25m、シェル高さは 30m、水高は 21.6m の 4 万 kl の実物タンクをモデルとした。要素分割は  $C6 \times 24 \times 6 \times 4$  である。周方向分割  $n=24$  とし、閉じた (Close) であり、流体を半径方向に 6 層、周方向に 24 層、鉛直方向に 6 層のメッシュとし、円筒シェルを周方向に 24 層、鉛直方向に 4 層のメッシュとしたモデルである。シェルの厚さは 40mm とした。このモデルの固有振動数を Table2 に示す。縦軸に周方向展開次数をとり、横方向に各周方向展開次数毎に小さい方から番号を付した固有 (円) 振動数である。

スロッシング振動が主となる固有振動数は 0.82-6.5rad/sec 程度、容器の変位が主となる固有振動数は 6.7rad/sec 以上となる。

| $n$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-----|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0   | 1.07 | 1.33 | 1.77 | 2.24 | 2.69 | 3.24  | 46.20 | 66.62 | 72.57 |       |
| 1   | 0.82 | 1.49 | 1.97 | 2.46 | 2.95 | 3.26  | 30.91 | 50.36 | 71.02 |       |
| 2   | 0.82 | 1.49 | 1.97 | 2.46 | 2.95 | 3.26  | 30.91 | 50.36 | 71.02 |       |
| 3   | 1.10 | 1.68 | 2.15 | 2.63 | 3.24 | 21.45 | 34.99 | 37.92 | 60.36 | 66.11 |
| 4   | 1.10 | 1.68 | 2.15 | 2.63 | 3.24 | 21.45 | 34.99 | 37.92 | 60.36 | 66.11 |
| 5   | 1.31 | 1.86 | 2.33 | 2.79 | 3.28 | 4.50  | 15.85 | 30.39 | 34.86 | 46.09 |
| 6   | 1.31 | 1.86 | 2.33 | 2.79 | 3.28 | 4.50  | 15.85 | 30.39 | 34.86 | 46.09 |
| 7   | 1.49 | 2.04 | 2.51 | 3.00 | 3.33 | 5.50  | 12.17 | 25.45 | 34.75 | 37.03 |
| 8   | 1.49 | 2.04 | 2.51 | 3.00 | 3.33 | 5.50  | 12.17 | 25.45 | 34.75 | 37.03 |
| 9   | 1.67 | 2.21 | 2.69 | 3.23 | 3.47 | 6.51  | 9.18  | 9.56  | 22.06 | 31.63 |
| 10  | 1.67 | 2.21 | 2.69 | 3.23 | 3.47 | 6.51  | 9.18  | 9.56  | 22.06 | 31.63 |
| 11  | 1.84 | 2.39 | 2.87 | 3.35 | 3.80 | 7.16  | 7.78  | 8.49  | 19.71 | 28.37 |
| 12  | 1.84 | 2.39 | 2.87 | 3.35 | 3.80 | 7.16  | 7.78  | 8.49  | 19.71 | 28.37 |
| 13  | 2.01 | 2.56 | 3.07 | 3.47 | 4.24 | 6.83  | 18.11 | 26.20 | 34.65 | 34.68 |
| 14  | 2.01 | 2.56 | 3.07 | 3.47 | 4.24 | 6.83  | 18.11 | 26.20 | 34.65 | 34.68 |
| 15  | 2.18 | 2.75 | 3.27 | 3.63 | 4.74 | 6.75  | 10.28 | 17.05 | 24.46 | 28.35 |
| 16  | 2.18 | 2.75 | 3.27 | 3.63 | 4.74 | 6.75  | 10.28 | 17.05 | 24.46 | 28.35 |
| 17  | 2.35 | 2.93 | 3.46 | 3.84 | 5.26 | 7.43  | 11.40 | 16.37 | 22.66 | 23.35 |
| 18  | 2.35 | 2.93 | 3.46 | 3.84 | 5.26 | 7.43  | 11.40 | 16.37 | 22.66 | 23.35 |
| 19  | 2.50 | 3.10 | 3.61 | 3.62 | 4.06 | 5.73  | 8.60  | 12.39 | 15.99 | 19.70 |
| 20  | 2.50 | 3.10 | 3.61 | 3.62 | 4.06 | 5.73  | 8.60  | 12.39 | 15.99 | 19.70 |
| 21  | 2.61 | 3.22 | 3.73 | 4.24 | 6.08 | 9.80  | 13.09 | 15.84 | 17.51 | 18.99 |
| 22  | 2.61 | 3.22 | 3.73 | 4.24 | 6.08 | 9.80  | 13.09 | 15.84 | 17.51 | 18.99 |
| 23  | 2.65 | 3.26 | 3.77 | 4.24 | 4.30 | 6.21  | 10.37 | 13.50 | 15.80 | 16.77 |

(8) 分岐する分数調波振動が単一のスペクトルを有する応答を示す。外力振動数

19rad/sec、地動加速度  $0.7 \text{ m/s}^2$  としたモデルの時刻歴応答を時間刻み  $\Delta t = 0.005$  秒として 100 秒計算した。時刻 89-100 秒間の応答データ 1024 個を用いた離散系のフーリエ変換を用いて、円筒シェルの変位を周方向にフーリエ級数の Cosine 展開した  $n=1,6,7$ 、および 8 の応答スペクトルを Fig.4 に示す。 $n=6,7$  に対応する C6、および C7 に 1/2 分数調波振動応答が分岐している。

この時の、周方向の曲げモーメント応答を Fig.5 に示す。角度は地動の作用方向からの偏角を表す。基本振動数の応答の他、1/2 分数調波振動の応答が発生する。

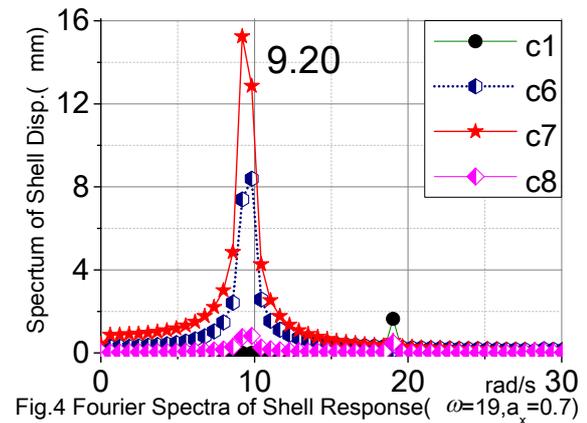
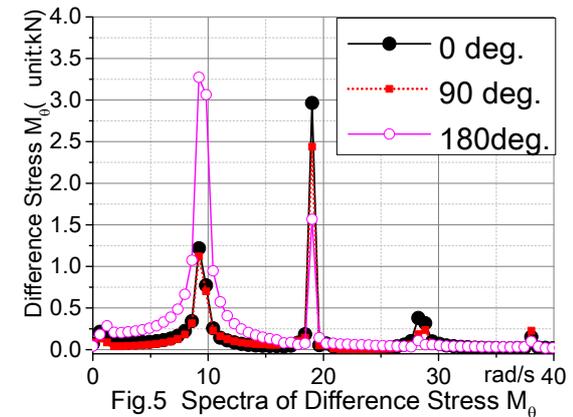


Fig.4 Fourier Spectra of Shell Response ( $\omega=19, a_x=0.7$ )



(9) 分岐する分数調波振動が 2 つの卓越したスペクトルを有する応答を示す。外力振動数 29rad/sec、地動加速度  $0.7 \text{ m/s}^2$  としたモデルの時刻歴応答を時間刻み  $\Delta t = 0.005$  秒として 100 秒計算した。上記のモデルと同一の時刻のデータを用いた応答のスペクトルを示す。円筒シェルの変位を周方向にフーリエ級数の Sine 展開した  $n=1,9,10$ 、および 11 の応答スペクトルを Fig.6 に示す。

$n=9$ 、および 10 に対応する S9、および S10 にそれぞれ振動数  $13.5 \text{ rad/s}$ 、および  $15.34 \text{ rad/s}$  の分数調波振動応答が分岐する。これらの振動数の和は基本振動数となるので、この応答は和型の分数調波振動である。また、周方向の展開次数  $n$  が奇数、または偶

数に依存して異なる振動数の分数調波振動応答が生起する傾向がある。

このモデルの周方向の曲げモーメント応答を Fig.7 に示す。基本振動数の応答の他、振動数 13.5rad/s、および 15.34rad/s 等の分数調波振動の応答が発生する。

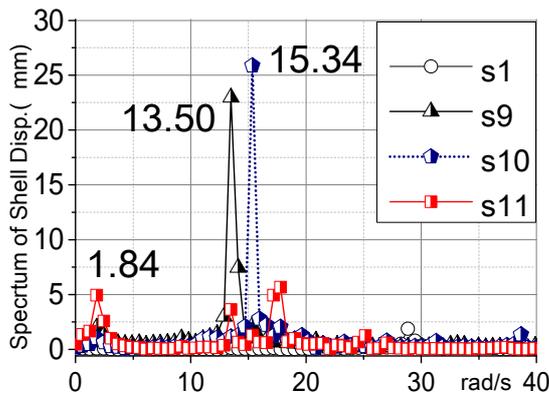
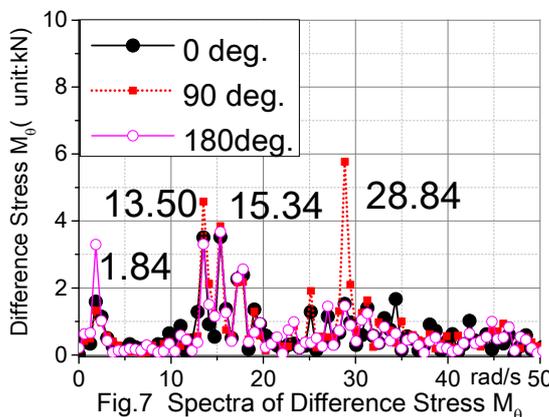


Fig.6 Fourier Spectra of Shell Response ( $\omega=29, a_x=0.7$ )



(10) 単一のスペクトルを有する分数調波振動、および卓越した二つの振動数を持つ和型の分数調波振動の応答が発生する不安定領域の近傍に、これらのスペクトルが共存する不安定領域、および極大値のスペクトルが3個以上と分岐する領域が存在する。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計4件)

MINAKAWA Youichi, Dynamic Interactive Behavior Between A Potential Fluid and Elastic Container in Large Deformations Part 2, 日本建築学会構造系論文集(掲載決定), 査読有, VOL.79, No.700, 2014, pp.781-790

皆川洋一, 円筒タンクにおけるポテンシャル流体と弾性容器との連成問題の数値解

析, 鹿児島大学工学部研究報告, 査読無, 55号, pp.29-50, 2013.

MINAKAWA Youichi, Dynamic Interactive Behavior Between A Potential Fluid and Elastic Container in Large Deformations Part 1, 日本建築学会構造系論文集, 査読有, VOL.78, No.690, 2013, pp.1439-1448

皆川洋一, 二次元の自由表面を持つポテンシャル流体と弾性容器との連成問題の数値解析, 鹿児島大学工学部研究報告, 査読無, 54号, 2012, pp.7-25

〔学会発表〕(計7件)

皆川洋一, 自由表面を持つポテンシャル流体と弾性容器との大変形動的連成問題の解析, 円筒タンクの大変形連成問題の定式化, 日本建築学会九州支部 53・1, 221-224, 2014 佐賀大学(佐賀市)

皆川洋一, 自由表面を持つポテンシャル流体と弾性容器との動的連成問題の解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, 843-844, 2013.8., 北大(札幌市)

皆川洋一, 円筒タンクの大変形動的連成問題の定式化と解析, 計算工学講演会, Vol.18, F-8-1, 2013.6., 東大生研(東京)

皆川洋一, 自由表面を持つポテンシャル流体と弾性容器との大変形連成問題の解析, 円筒タンクの分数調波応答の解析, 日本建築学会, 九州支部 52・1, 269-272, 2013., 大分大学(大分市)

皆川洋一, 平板曲げ四角形要素, および円筒シェル4節点要素の高精度化, 日本建築学会, 九州支部 52・1, 265-268, 2013., 大分大学(大分市)

皆川洋一, 自由表面を持つポテンシャル流体と弾性容器との動的連成問題の解析-

二次元容器における非線形振動応答,日本  
建築学会大会学術講演梗概集、B1、  
693-694、2012.9.12、名古屋大学(名  
古屋)

皆川洋一、2次元の自由表面を持つポ  
テンシャル流体と弾性容器との連成問  
題の解析,日本建築学会,九州支部 51・1,  
265-268,2012 西日本工大(小倉市)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

皆川 洋一 (MINAKAWA Youichi )  
鹿児島大学・大学院理工学研究科・特任  
教授  
研究者番号：30128459