

固定投資モデルによる企業の多角化戦略の再考察： 複数プロジェクトが同時進行するケース

Re-Analysis of the Diversification Strategy by the Fixed-Investment Model:
The Case of Multiple Simultaneous Projects

王 鏡凱¹・楊 楽²

1. はじめに

本論文は Tirole[2006] の固定投資モデルに基づき、複数プロジェクトによるクロス担保 (Cross-Pledging) 分析を再考察したものである。王・楊[2015b]において、企業家の2つのインセンティブ制約だけでは不十分だという問題が本論文によって指摘されている。王・楊[2015b]における企業家の2つのインセンティブ条件は確かに正しい。しかし、2つのインセンティブ条件だけでは企業家のインセンティブ条件を十分かつ客観的に描き切れていない。本論文ではこの問題に対処すべく、王・楊[2015b]の2つのインセンティブ条件を含めて n 個のインセンティブ制約条件をすべて満たすように最適化問題を再定式化する。

分析の結果、本研究と王・楊[2015b]における企業家のインセンティブ条件は異なるが、実質的に制約として有効なのは同じ条件であることが明らかになる。従って、2つの最適化問題の最適解とインプリケーションが同じである。王・楊[2015b]の分析の有効性は確認されることになった。

プロジェクトが同時進行のケースに関するクロス担保の先行研究については Diamond[1984] と Tirole[2006] がある。Diamond[1984] では、複数のプロジェクトが互いに独立であれば、クロス担保が可能になり、借手のモラルハザード問題が緩和される。そして、借手の借入能力を向上させることができる。一方、Tirole[2006] では明示的に企業の資金制約問題をモデリングしたのである。Tirole[2006] は固定投資モデルを使用して n 個のプロジェクトによるクロス担保を一般化した。Tirole[2006] では可変投資モデルに関して2個のプロジェクトのケースのみを分析している。可変投資モデルに関して n 個のプロジェクトによるクロス担保の分析を一般化したのは王・楊[2015a] である³。

基本モデルのプロジェクトの数 $n = 1$ の場合、 $n = 2$ の場合と $n > 2$ の場合を比較分析することで、多角化戦略の既存研究をコーポレート・ファイナンスの観点から補完した。複数のプロジェクトが互いに独立であれば、クロス担保が利用できる。プロジェクトの独立性により、プロジェクト

¹ 本論文についての責任は、すべて第一著者である王鏡凱に帰する。

E-mail: kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp

² China Construction Bank

³ プロジェクトが逐次進行のケースに関するクロス担保の先行研究は多くない。Tirole[2006] は可変投資モデルに基づき分析している。王[2015] は Tirole[2006] の可変投資モデルについて再考察したものである。

の数 n が大きくなるにしたがって、企業家のモラルハザード問題は緩和され、企業家の借入能力も向上する。最適解において企業家の期待効用が、 $n > 2$ の場合は $n = 2$ の場合より大きいことが分かる。

本論文の構成は以下の通りである。第 2 節では基本モデルの説明と定式化を行う。第 3 節ではプロジェクトの数が 2 個のケースについて定式化を行い、均衡の特徴付けについて説明する。第 4 節ではモデルの一般化を行い、企業家のインセンティブ条件が不十分であると指摘された王・楊 [2015b] の最適化問題を再定式化し、均衡の特徴付けを行ってから企業の現金保有行動に関する仮説をモデルから導く。最後に全体をまとめる。

2. 基本モデル

本論文で用いるモデルは Tirole[2006] の固定投資モデルであり、資金の借手である企業家は私的便益を得るために行動し、資金の貸手である投資家の利益を害するような行動をとるかもしれない、というモラルハザードが存在する状況を想定している。リスク中立な企業家 (エージェント) は、投資資金を必要とする正の NPV (Net Present Value) のプロジェクトを持っている。しかし、企業家は十分な内部資金を持たないため、プロジェクトを実行するには外部資金を借りる必要がある。貸手となるのはリスク中立な投資家 (プリンシパル) である。企業家と投資家の間では貸借の契約を結ぶが、企業家のモラルハザード問題によって契約は複雑になる。つまり、本モデルにおいては、企業家がプロジェクトを実行する際に努力するか、あるいはしないかを選択し、それを投資家が観察できない、という情報の非対称性が存在する。このことによって、企業家が外部から調達できる資金の量は制約され、自己資金が少ない企業家は最適な投資ができないという問題に直面することになる。

2.1 基本設定

ゲームのタイミングは図 1 に示されている。Holmstrom and Tirole[1997] 及び Tirole[2006] にしたがって、固定投資モデルを考える。プレイヤーは 2 人、リスク中立な企業家と投資家である。外部資金調達市場が完全競争であり、投資家は利潤ゼロで貸出すと仮定する。期首 ($t = 0$) において、自己資金 A を持つ企業家がプロジェクトへの投資を考えている。プロジェクトに必要な投資額は I である。ここで I は外生変数であり、本モデルは投資額 I に関して固定投資モデルということである。

自己ファイナンスできない ($A < I$) 企業家は外部からの資金調達を考える必要があり、投資家と貸借契約を結ぶことになる。貸借契約の内容は、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じた担保設定の決め方を定めたものである。以下では契約の内容を説明する。

図 1：モデルのタイムライン

$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
契約提示： $\{R_b\}$	実行： モラルハザード(p)	結果： $\{R, 0\}$
投資決定： I	$p = \begin{cases} p_H, & \text{私的便益} = 0 \\ p_L, & \text{私的便益} = B \end{cases}$	投資家への返済

企業家と投資家が契約について合意すれば、プロジェクトへの投資は実行されることになる。期中 ($t = 1$) において企業家はプロジェクトを実行する際にモラルハザードを起こす可能性がある。企業家の選択肢は努力するかしないかの 2 通りしかない。企業家が努力すれば、プロジェクトの成功確率は p_H となる。逆に企業家が努力しなければ、私的便益 B を得るが、プロジェクトの成功確率は p_L となる。ここでは、 $p_H > 1/2$ かつ $\Delta p = p_H - p_L > 0$ とする。私的便益 B は外生変数であり、投資額に関して固定である。

期末 ($t = 2$) において、プロジェクトの成果が実現する。プロジェクトは成功と失敗の 2 通りしかない。実現される成果はキャッシュインフロー (Cash Inflow) のみである。したがって、企業家が投資家に提供できる担保は将来のプロジェクトのキャッシュインフローのみである。

プロジェクトのキャッシュインフローの配分方法については期首の契約に基づいて、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じて決められている。プロジェクトが成功した場合には、キャッシュインフロー R が実現し、企業家は R_b をもらい、残り ($R - R_b$) は投資家がもらう。プロジェクトが失敗した場合にはキャッシュインフローが 0 となり、企業家と投資家は何も得られない。企業家は有限責任であることを仮定する。つまり、 $R_b \geq 0$ である。 R は私的便益 B と同様、投資額に関して固定である。

2.2 最適化問題

以上の基本設定を前提にモデルの定式化を行う。以下では、プロジェクトを実行するとき、企業家が努力することを選択することが均衡となるケースを分析する。このときの企業家の目的関数は

$$U_b = p_H R_b - A \tag{1}$$

と書くことができる。プロジェクトが確率 p_H で成功すると、企業家の報酬は R_b である。逆にプロジェクトが確率 $(1 - p_H)$ で失敗すると、企業家は何ももらえない。

企業家の (ネット) 効用が (1) 式ようになるためには、彼のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件を満たす必要がある。企業家のインセンティブ条件は以下のように表現することができる。企業家が努力すると彼の効用は (1) 式の通りであるが、努力しない場合には企業家の効用は

$$\tilde{U}_b = p_L R_b - A + B \quad (2)$$

となる。したがって、企業家に自主的に努力してもらうためには、

$$U_b \geq \tilde{U}_b \quad (3)$$

の条件が満たされる必要がある。これは企業家のインセンティブ条件であり、整理すると

$$R_b \geq B/\Delta p \quad (4)$$

となる。投資家の参加制約条件は彼女の期待収入が貸出額以上であることを保証するものであり、

$$p_H (R - R_b) \geq I - A \quad (5)$$

となる。(5)式の左辺は投資家の期待回収額を表し、右辺は期首に企業家が投資家から借入れた金額を表す。(5)式は投資家の期待収入が投資額以上でないといけないことを表す。貸出市場が完全競争なので(5)式は常に等号で成立する。(5)式を用いて企業家の効用関数を

$$U_b = p_H R - I \quad (6)$$

と書き換えることができる。プロジェクトのNPVは厳密に正($p_H R > I$)であり、企業家は投資を実施することが最適である。まとめると、企業家の資金調達問題は(4)式と(5)式を所与として、彼の効用(6)式を最大にするように R_b を求める最大化問題と定義できる。ここでは、簡単化のために、

$$\rho_0 \stackrel{\text{def}}{=} p_H (R - B/\Delta p), \quad \rho_1 \stackrel{\text{def}}{=} p_H R$$

と定義する。後の分析の有効性を保証するために、 $0 < \rho_0 < I < \rho_1$ と仮定する。

2.3 均衡の特徴

最適解において、 $R_b^* = (\rho_1 - I + A)/p_H$ が得られる。効用 $U_b^* = \rho_1 - I$ である。ただし、 $A \geq \bar{A}$ を満たす必要がある。 \bar{A} は企業家が借入するために必要最小限の自己資金であり、

$$\bar{A} = I - \rho_0 > 0$$

を満たすものである。 $A < \bar{A}$ の企業家はプロジェクトを実行することができない。

3. クロス担保：プロジェクトが2つの場合

3.1 最適化問題

Tirole[2006] にしたがって、互いに独立なプロジェクトが2つの場合のクロス担保を説明する。企業家が努力を選んだ場合、プロジェクトの結果に関する確率分布は表1ようになる。

表1：確率分布			
2つとも成功	1つだけ成功	2つとも失敗	合計
p_H^2	$2p_H(1 - p_H)$	$(1 - p_H)^2$	1

ここで注意されたいのは、企業家がプロジェクトを2つとも成功させた場合のみ、投資家は彼に報酬 $R_b > 0$ を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクトしか成功しなかった場合や2つとも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の(ネット)効用関数は、

$$U_b = p_H^2 R_b - 2A \quad (7)$$

と書くことができる。

以下では特別な説明がない限り、Tirole[2006] にしたがって、均等投資のケースを想定する。つまり、それぞれのプロジェクトの投資額は I であり、プロジェクト当たりの自己資金は A である。よって、各プロジェクトは独立性を除いて、実質上の違いがなく、区別する必要もない。このことは、一般化を行う第4節においても同様である。企業家のインセンティブ条件は、(8)式と(9)式を合わせたものである。(8)式は、

$$(p_H + p_L)R_b \geq 2B/\Delta p \quad (8)$$

と書くことができ、企業家が2つのプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が努力しない場合の期待効用よりも高いことを表す。そして(9)式は、

$$p_H R_b \geq B/\Delta p \quad (9)$$

と書くことができ、企業家が2つのプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が1つのプロジェクトにのみ努力する場合の期待効用よりも高いことを表す。しかし、仮定 $\Delta p = p_H - p_L > 0$ より、(8)式は(9)式の十分条件である。

投資家の参加制約条件は、

$$2\rho_1 - p_H^2 R_b \geq 2(I - A) \quad (10)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(10)式は厳密に等号で成立する。(10)式を用いると企業家の効用関数は、

$$U_b = 2(\rho_1 - I)$$

と書き換えることができる。プロジェクトのNPVは厳密に正($\rho_1 > I$)であり、企業家は投資を実行することが最適である。まとめると、企業家の資金調達問題は(8)式と(10)式を所与として、彼の効用関数(7)式を最大にするように R_b を決める最大化問題と定義できる。ここでは、簡単化のために、

$$\rho'_0 \stackrel{\text{def}}{=} p_H [R - p_H B / \Delta p (p_H + p_L)]$$

と定義する。分析の有効性を保証するために、基本モデルに倣って、 $0 < \rho'_0 < I < \rho_1$ と仮定する。

3.2 均衡の特徴

最適解において、 $R_b^{**} = 2(\rho_1 - I + A) / p_H^2$ が得られる。効用 $U_b^{**} = 2(\rho_1 - I)$ である。ただし、 $A \geq \bar{A}$ を満たす必要がある。 \bar{A} は企業家が借入するために必要最小限の自己資金であり、

$$\bar{A} = I - \rho'_0 > 0$$

を満たすものであり、 $A < \bar{A}$ の企業家はプロジェクトを実行することができない。

$\rho_0 < \rho'_0$ により、 $\bar{A} < \bar{A}$ が成立する。 R_b^{**} は2.3節の基本モデルで求めた R_b^* より大きいことが分かる。同じく、効用 U_b^{**} は $2(\rho_1 - I)$ であり、2.3節の基本モデルで求めた U_b^* より大きいことが分かる。プロジェクトの独立性により、企業家のモラルハザード問題が緩和された結果として、企業家の借入能力が向上しただけでなく、企業家の期待収益と期待効用も向上したのである。次節では、プロジェクトが n 個の場合においても、これらの均衡の特徴を確認することができる。

4. クロス担保の一般化：プロジェクトが n 個の場合

ここでは王・楊[2015b]の2制約の場合の最適問題と本研究の n 制約の場合の最適問題について定式化する。2つの最適化問題の制約条件は異なるが、実質的に制約として有効なのは(12)式と

(14)式であることが明らかになる。従って、2つの最適化問題の最適解とインプリケーションが同じである。王・楊[2015b]の分析の有効性は確認されることになった。

4.1 最適化問題：王・楊[2015b]の2制約の場合

ここでは王・楊[2015b]に従い、互いに独立なプロジェクトが n 個の場合のクロス担保問題を定式化する。3.1節と同様、企業家が n 個のプロジェクトすべてを成功させた場合のみ、投資家は彼に報酬 $R_b > 0$ を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクトでも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の目的関数は、

$$U_b = p_H^n R_b - nA \quad (11)$$

と書くことができる。

3.1節と同様、企業家のインセンティブ条件は、(8)式に相当する(12)式と(9)式に相当する(13)式を合わせたものである。(12)式は、

$$(p_H^n - p_L^n)R_b \geq nB \quad (12)$$

と書くことができ、企業家が n 個のプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が努力しない場合の期待効用よりも高いことを表す。そして(13)式は、

$$p_H^{n-1}R_b \geq B/\Delta p \quad (13)$$

と書くことができ、企業家が n 個のプロジェクトにおいて努力する場合の期待効用が $(n-1)$ 個のプロジェクトに努力する場合の期待効用よりも高いことを表す。しかし、(12)式と(13)式は次のような関係が成立する。

$$p_H(p_H^n - p_L^n) / \Delta p n p_H^n \leq 1, \forall n = 1, 2, 3, \dots$$

つまり、この不等式が n に関して減少関数であることは明らかである。第3節より、 $n=2$ のときに成り立つので、 $n > 2$ についても成り立つ。よって、(12)式は(13)式の十分条件である。

投資家の参加制約条件は、

$$n\rho_1 - p_H^n R_b \geq n(I - A) \quad (14)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(14)式は厳密に等号で成立する。(14)式

を用いると企業家の効用は、

$$U_b = n(\rho_1 - I)$$

と書き換えることができる。まとめると、企業家の資金調達問題は(12)式と(14)式を所与として、彼の効用(11)式を最大にするように R_b を決める最大化問題と定義できる。

ここでは王・楊[2015b]の2制約の問題点について指摘する。インセンティブ条件の(12)式と(13)式は確かに正しい。しかし、(12)式と(13)式だけでは企業家のインセンティブ条件を十分かつ客観的に描き切れていない。次節ではこの問題に対処すべく、(12)式と(13)式を含めて n 個のインセンティブ制約条件をすべて満たすように最適化問題を再定式化する。

4.2 最適化問題：王・楊[2015b]の n 制約の場合

ここでは互いに独立なプロジェクトが n 個の場合のクロス担保問題を n 個のインセンティブ制約条件をすべて満たすように再定式化する。4.1節と同様、企業家が n 個のプロジェクトすべてを成功させた場合のみ、投資家は彼に報酬 $R_b > 0$ を支払うことは、一般性を失うものではない。1つのプロジェクトでも失敗した場合には、企業家は報酬を得ることができない。企業家の目的関数は、

$$U_b = p_H^n R_b - nA \tag{11}$$

と書くことができる。

企業家のインセンティブ条件については、(12)式と(13)式を含めて n 個のインセンティブ制約条件をすべて満たす必要があり、それが

$$p_H^{n-i}(p_H^i - p_L^i)R_b/i \geq B, \forall i = 1, 2, \dots, n \tag{15}$$

と書くことができる。

(15)式には n 個の不等式を含んでおり、 $i=1$ のときには(13)式に相当し、 $i=n$ のときには(12)式に相当する。重要なのは、企業家のインセンティブ条件を十分かつ客観的に描き切れていることである。すなわち、企業家のインセンティブ条件は、単に $i=1$ の場合の(13)式と $i=n$ の場合の(12)式だけでなく、 $i=1, 2, \dots, n$ についてすべての場合を満たすので、企業家のインセンティブ条件は完全に描き切れていることになる。

説明しやすくするために、(15)式の左辺を

$$f(i) \stackrel{\text{def}}{=} p_H^{n-i}(p_H^i - p_L^i)/i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

ように定義する。 $f(i)$ は i に関して減少関数であり、 $i=n$ のとき $f(i)$ が最小となる。従って、 $i=n$ の場合の(12)式は(15)式の必要十分条件であることが分かる。すなわち、(12)式は単に(13)式の必要十分条件だけでなく、(15)式の必要十分条件でもある。従って、投資家の参加制約条件(14)式を加えて4.1節の最適化問題と等価であることが明らかである。王・楊[2015b]の分析の有効性は確認されることになった。

投資家の参加制約条件は4.1節と同じく、

$$n\rho_1 - p_H^n R_b \geq n(I - A) \quad (14)$$

となる。(5)式と同じく、貸出市場が完全競争の仮定より(14)式は厳密に等号で成立する。(14)式を用いると企業家の効用はやはり4.1節と同じく、

$$U_b = n(\rho_1 - I)$$

と書き換えることができる。まとめると、企業家の資金調達問題は(12)式と(14)式を所与として、彼の効用(11)式を最大にするように R_b を決める最大化問題と定義できる。

4.3 均衡の特徴と企業の現金保有仮説

最適解において(14)式は等号で成立するので、 $R_b^{***} = n(\rho_1 - I + A)/p_H^n$ が得られる。効用 $U_b^{***} = n(\rho_1 - I)$ である。ただし、 $A \geq \hat{A}$ を満たす必要がある。 \hat{A} は

$$\hat{A} = I - \rho_0'' > 0$$

を満たすものであり、 $A < \hat{A}$ の企業家はプロジェクトを実行することができない。ここでは、

$$\rho_0'' \stackrel{\text{def}}{=} p_H [R - p_H^{n-1} B / (p_H^n - p_L^n)]$$

と定義する。分析の有効性を保証するために、基本モデルに倣って、 $0 < \rho_0'' < I$ と仮定する。 \hat{A} の下限と n の上限は $I - \rho_0'' > 0$ によって与えられるので、プロジェクトの数 n は大きくなるが、無限には発散しない。同じく自己資金 \hat{A} は n の増加にしたがって小さくなるが、0には収束しない。 ρ_0'' は n に関して増加関数であることは明らかであり、 $\rho_0 < \rho_0' < \rho_0''$ により、 $0 < \hat{A} < \bar{A} < \bar{A}$ が成立する。このことから企業の現金保有行動について以下の仮説がモデルから導かれる。

仮説：他の条件が一定ならば、プロジェクト間の独立性の高い多角化戦略をとっている企業ほど、その現金保有行動はより効率的である。

まとめると $n = 1$ の場合、 $\rho_0'' = \rho_0$ により、 R_b^{***} は 2.3 節の最適解 R_b^* であることが分かる。同じく、効用 U_b^{***} は 2.3 節で求めた U_b^* であることが分かる。

$n = 2$ の場合、 $\rho_0'' = \rho_0'$ により、 R_b^{***} は 3.2 節の最適解 R_b^{**} であることが分かる。同じく、効用 U_b^{***} は 3.2 節で求めた U_b^{**} であることが分かる。

$n > 2$ の場合、 $\rho_0 < \rho_0' < \rho_0''$ により、 $\bar{A} < \bar{A}' < \bar{A}''$ が成立する。 R_b^{***} は 3.2 節の最適解 R_b^{**} より大きいことが分かる。同じく、効用 U_b^{***} は 3.2 節で求めた U_b^{**} より大きいことが分かる。プロジェクトの独立性により、企業家のモラルハザード問題が緩和された結果として、企業家の借入能力が向上しただけでなく、企業家の期待収益と期待効用も向上したのである。そして、他の条件が一定ならば、プロジェクト間の独立性の高い多角化戦略をとっている企業ほど、より効率的な現金保有行動をする可能性が高いことが考えられる。

5. おわりに

本論文は Tirole[2006] の固定投資モデルに基づき、 n 個のプロジェクトによるクロス担保の分析を再考察したものである。王・楊[2015b]において、企業家の 2 つのインセンティブ制約だけでは不十分であることが本論文によって指摘されている。本論文ではこの問題に対処すべく、王・楊[2015b]の企業家の 2 つのインセンティブ条件を含めて n 個のインセンティブ制約条件をすべて満たすように最適化問題を再定式化する。

分析の結果、本研究と王・楊[2015b]における企業家のインセンティブ条件は異なるが、実質的に制約として有効なのは同じ条件であることが明らかになった。従って、2 つの最適化問題の最適解とインプリケーションが同じである。王・楊[2015b]の分析の有効性は確認されることになった。

複数のプロジェクトが互いに独立であれば、クロス担保が利用できる。多角化戦略は企業のモラルハザード問題を緩和させるだけでなく、企業の借入能力を向上させることもできる。そして、他の条件が一定ならば、プロジェクト間の独立性の高い多角化戦略をとっている企業ほど、その現金保有行動はより効率的である仮説をモデルから導いた。

参考文献

- 王鏡凱, 楊榮[2015a], 「コーポレート・ファイナンスアプローチによる企業の多角化戦略の考察」『地域政策科学研究』12, 15-24.
- 王鏡凱, 楊榮[2015b], 「多角化戦略が企業の現金保有行動に与える影響：複数プロジェクトが同時進行するケース」鹿児島大学法文学部『経済学論集』84, 21-29.
- 王鏡凱[2015], 「多角化戦略が企業の現金保有行動に与える影響：プロジェクトが逐次進行するケース」鹿児島

固定投資モデルによる企業の多角化戦略の再考察：複数プロジェクトが同時進行するケース

大学法文学部 『経済学論集』 84, 15-20.

Diamond, D. [1984], "Financial intermediation and delegated monitoring," *Review of Economic Studies* 51, pp. 393-414.

Holmstrom, B., and J. Tirole [1997], "Financial Intermediation, Loanable Funds, and the Real Sector," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 3, pp. 663-691.

Tirole, J. [2006], *The Theory of Corporate Finance*, Princeton University Press.