

## 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究

(第4報) 面内せん断破壊じん性

大草克己

(森林土木学研究室)

昭和57年8月10日 受理

### Studies on the Shearing of Wood —Especially on the Elastic-Plastic Theory and Fracture Mechanics—

#### IV. Fracture Toughness of Wood in Forward Shear Mode

Katsumi OKUSA

(Laboratory of Forest Civil Engineering)

#### 緒 言

き裂(クラック)または、鋭い切り欠き(ノッチ)を有する構造部材が荷重を受けるとき、クラック先端または、ノッチ底の(仮想的)弾性応力は無限大になるから、これまで一般に行われてきた材料力学的な応力基準による耐力の評価は不可能になる<sup>17)</sup>。Griffith<sup>6)</sup>、Orowan<sup>18)</sup>、Irwin<sup>ら</sup><sup>7,8)</sup>の研究を契機とするいわゆる破壊力学(Fracture Mechanics)は、ここ十数年の間に急速な進歩、発展をとげ、クラックまたはクラック様の欠陥(flow)をもつ構造部材の力学的な挙動を解析するための有力な工学的な手法を確立した。

破壊力学においては、材料の破壊に関係する力学的パラメーターとして、材料力学における応力、ひずみの代りに、クラック先端近傍における特異性を有する応力場の強さ(intensity)を表す応力拡大係数 $K$ 、またはクラックの微小進展に伴う系全体のポテンシャルエネルギーの解放(減少)率 $\mathcal{G}$ を用い、材料固有の特性値 $K_c$ 、または $\mathcal{G}_c$ 。(いずれも、その材料の破壊じん性と呼ばれる)に対して、 $K \geq K_c$ 。または $\mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c$ 。を破壊基準とする。

ASTM E 399-81<sup>2)</sup>、E 813-81<sup>3)</sup>では金属材料について、ASTM D 3433-75<sup>1)</sup>では、金属またはプラスチックを被着材とする接着剤について、破壊じん性 $K_c$ または $\mathcal{G}_c$ を測定する方法を規定している。クラック先端近傍における変形は、それぞれ独立な開口型(モード I)、面内せん断型(モード II)および面外せん断型

(モード III)の3つの基本様式に分けられ、それぞれに対して独立な破壊じん性 $K_{Ic}$ 、 $K_{IIc}$ 、 $K_{IIIc}$ または $\mathcal{G}_{Ic}$ 、 $\mathcal{G}_{IIc}$ 、 $\mathcal{G}_{IIIc}$ が定義されるが、これまでの多くの研究は、一般の材料において、最も重要視されるモード Iに関するものであり、上記 ASTM の試験法も $K_{Ic}$ または $\mathcal{G}_{Ic}$ を求めるものである。

木材(solid wood)に対して、最初に破壊力学を適用した Atack<sup>ら</sup><sup>4)</sup>は、 $\mathcal{G}_c$ に相当する effective surface energy を black spruce について求めた。その後、Porter<sup>19)</sup>が white pine、Wu<sup>29)</sup>が balsa、Walsh<sup>28)</sup>が red cedar, hoop pine 等、Schwiewind<sup>21,22,23)</sup>が Douglas-fir、Johnson<sup>9)</sup>が white pine, red cedar 等、大河平<sup>15,16)</sup>がヒノキ、May<sup>13)</sup>が spruce、丸山、岡崎<sup>14)</sup>が western hemlock, Douglas-fir について、それぞれ木材の破壊じん性を測定している。ただし、いずれもモード I に対する破壊じん性、すなわち Cleavage fracture toughness を問題にしている。

一般の金属材料またはプラスチックのような等方体では、純粋なモード II によるクラック進展は実現しないようであるが<sup>5)</sup>、木材はその強度に関しても極端な異方性を示すものであり、とくに、乾燥その他加工処理の不適正によりしばしば発生する繊維に平行なクラックが、モード II の進展を生じて破壊にいたることは多分に起りうる。またある種の接着継手あるいは構造用積層材等においても、モード II に対する破壊じん性値を知ることは、必要かつ十分な安全率に基づく設計という実用的に極めて重要な問題の解決につながる。しかるにモード II に対する破壊じん性を測定する方法が確立されていないので、ここに単純ハリの

本論文の要旨は第32回日本木材学会大会(1982年4月、福岡)で発表した。

曲げによる  $G_{IIc}$  測定の一つの方法を提示する。

### 水平なクラックを有するはりの曲げ試験

Fig. 1 のように、幅  $b$ 、高さ  $h$  の長方形断面の高さの中央に水平なクラック（クラック長： $a$ ）がある木材のはりをスパン  $l$  で単純に支持し、クラック側支点から距離  $c$  の点に集中荷重  $P$  を加えて曲げ試験を行う。

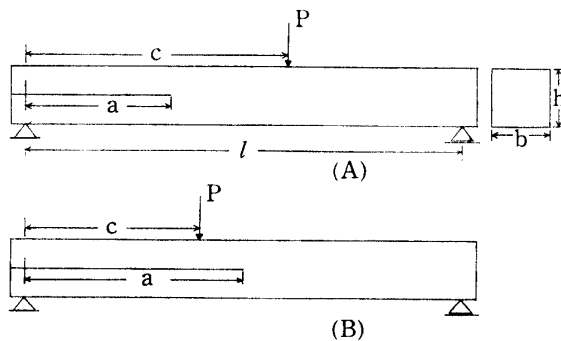


Fig. 1. Cracked beam specimens for measuring the fracture-toughness in forward shear mode.

$b$ : beam width,  $h$ : beam depth,  $l$ : span,  $a$ : crack length,  $c$ : distance from crack-side supported point to the loaded point.

材料はスギ (*Cryptomeria japonica*) を用い、直径約 40 cm の丸太の辺材部で樹皮に近い部分から、 $b = h = 2$  cm、長さ 33 cm の二方桁試片を取った。節その他巨視的な欠点を一切含まず、繊維が完全に通直なものに限定した。試片の含水率は 14~15%、年輪幅は

1.5~2.5 mm、気乾比重は 0.34~0.47 であった。

クラックを入れる前に、各試片について予想される比例限荷重の約 1/2 までの荷重をかけて曲げ試験を行い、荷重 ( $P$ )-たわみ ( $\delta$ ) からクラックのない状態でのコンプライアンス ( $\delta/P$ ) を測定した。つづいて試片の一端からナタで割り裂きによって所定の長さのクラックを入れ、ナタの割り込みで傷のついた端部 1 cm を切りおとし、試片全長を 32 cm にそろえた。クラック面はすべて板目面とした。板目面クラックで、しかも前記のように平均年輪幅 2.0 mm 程度、木理通直の試片では、割り裂きによる初期クラックも、その後の曲げ荷重による進展クラックも同一の年輪層内にあって、直線クラックがそのクラックの方向に進展するという条件が満足される。また初期クラックを所定の長さにするためには、予定のクラック先端より 0.5~1.0 cm 進んだ所を万力で軽く締めつけておいて、試片の一端からナタを押し込めればほぼ目的を達する。ただし試片の外側からルーペ等を利用して、クラック先端の位置を決めようとしても十分に精確な決定は困難である。したがって、すべての試験が終了したのち、試片を完全に二つに割り裂きその破面を観察すると、割り裂きによる初期クラックの破面と、曲げ荷重によって生ずるすべり変形による破面とは明瞭に識別できるので、試験終了後に、二分した試片の破面について直接長さを測定して初期クラック長を定めた。

用いた試験機は島津オートグラフ DSS-5000 で、荷重容量 250 kg、変位速度 2 mm/min で曲げ試験を行い、荷重 ( $P$ ) と荷重点のたわみ ( $\delta$ ) の関係は直接 X-Y レコーダーに記録させた。Fig. 2 に  $P$ - $\delta$  線図の数

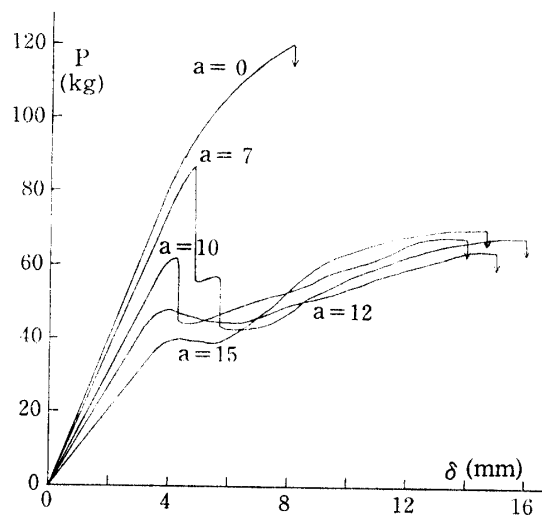


Fig. 2. Load ( $P$ )-deflection ( $\delta$ ) diagrams of cracked beam.  
 $a$ : initial crack length (cm).

例を示す。この図はスパン  $l=30$  cm, クラック側支点から荷重点までの距離  $c=18$  cm の場合である。同図で  $a$  はクラック長を示し,  $a=0$  はクラックのない試片を意味する。

初期クラック長  $a$  がスパンの 10~15% 以下, すなわち  $a < (3.0 \sim 4.5)$  cm の場合にはクラックは全く進展せず, 単純な曲げ破壊を生じる。  $a$  がこれより大きくなると荷重がある大きさ  $P_c$  に達するとき sliding mode でのクラック進展が始まる。ここでの試験のように変位速度が一定で, しかもその変位速度が非常に小さい場合,  $a$  が 10 cm 以下の範囲では急速なクラック進展, したがって剛性の急激な減少に応ずる荷重の急激な低下を, それ以上の場合は比較的緩徐なクラック進展を始める。いずれの場合も荷重点を数 cm 超えた所でクラック進展は停止し, 最終的には, 荷重点断面で重ねばりの曲げ破壊, すなわち圧縮側の座屈または引張側の破断で破壊する結果を示した。

材料力学のはり理論によるひずみエネルギーと変位

材料力学のはり理論によれば, 横荷重を受けるはりのひずみエネルギー  $U$  は次式で計算される<sup>27)</sup>。

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx + \int_0^l \frac{kS^2}{2GA} dx \quad (1)$$

$M$ : 曲げモーメント,  $S$ : せん断力,  
 $E$ : ヤング率,  $G$ : せん断弾性係数,  
 $I$ : 断面の慣性モーメント,  $A$ : 断面の面積,  
 $k$ : 断面の形状によって定まる係数

Fig. 1 においてクラック側支点断面の中心を原点とし, 水平方向を  $x$  軸, 鉛直下方に  $y$  軸,  $x, y$  に垂直に  $z$  軸をとる。ここでの木材試片の弾性対称軸との関係は  $x=L, y=R, z=T$  となるから (1) 式の  $E, G$  はそれぞれ  $E_L, G_{LR}$  となる。

(1) 式の右辺第 1 項は曲げ応力  $\sigma$  によるひずみエネルギー  $U_b$  であり, 第 2 項はせん断応力  $\tau$  によるひずみエネルギー  $U_s$  である。長方形断面はりでは  $I = bh^3/12, A = bh$  であり,  $\tau$  の分布は次の放物線則に従うと仮定される。

$$\tau = \frac{3S}{2bh} \left[ 1 - \left( \frac{2y}{h} \right)^2 \right] \quad (2)$$

したがって

$$\begin{aligned} U_s &= \int_0^l \int_{-h/2}^{h/2} \frac{b\tau^2}{2G} dy dx \\ &= \int_0^l \frac{b}{2G} \left( \frac{3S}{2bh} \right)^2 \int_{-h/2}^{h/2} \left[ 1 - \left( \frac{2y}{h} \right)^2 \right]^2 dy dx \\ &= \frac{3}{5} \int_0^l \frac{S^2}{Gbh} dx \quad (3) \end{aligned}$$

となり (1) 式の  $k=1.2$  である。

簡単のために Fig. 1 で  $0 \leq x \leq a$  では幅が  $b$ , 高さ  $h/2$  断面はりの単なる重ね合わせであり,  $a \leq x \leq l$  では  $b \times h$  の単体はりであると仮定すれば,  $0 \sim a$  の区間では

$$U_b = 2 \int_0^a \frac{1}{2E} \frac{(M/2)^2}{I/8} dx = \int_0^a \frac{2M^2}{EI} dx \quad (4)$$

$$\begin{aligned} U_s &= 2 \int_0^a \frac{b}{2G} \left[ \frac{3(S/2)}{2b(h/2)} \right]^2 \int_{-h/4}^{h/4} \left[ 1 - \left( \frac{2\eta}{h/2} \right)^2 \right]^2 d\eta dx \\ &= \frac{3}{5} \int_0^a \frac{S^2}{Gbh} dx \quad (5) \end{aligned}$$

となる。また Fig. 1 で

$$0 \leq x \leq c: S = \frac{l-c}{l} P, M = \frac{l-c}{l} Px$$

$$c \leq x \leq l: S = -\frac{c}{l} P, M = -\frac{c}{l} P(l-x)$$

であるから Fig. 1 の (A), すなわち  $a < c$  の場合

$$U = P^2 \left[ (l-c)^2 (3a^3 + c^2 l) / 6EI^2 + 3(l-c)c / 5GA \right] \quad (6)$$

Fig. 1 の (B), すなわち  $a > c$  の場合

$$U = P^2 \left\{ c^2 [4l(l-c)^2 - 3(l-a)^3] / 6EI^2 + 3(l-c)c / 5GA \right\} \quad (7)$$

となる。Castigliano の定理により, 荷重点のたわみ  $\delta$  は  $\partial U / \partial P$  として得られるから

$$\delta = 4P \left[ (l-c)^2 (3a^3 + c^2 l) / h^3 l^2 + 3(E/G)(l-c)c / 10hl \right] / Eb, \quad a < c \quad (8)$$

$$\delta = 4P \left\{ c^2 [4l(l-c)^2 - 3(l-a)^3] / h^3 l^2 + 3(E/G)(l-c)c / 10hl \right\} / Eb, \quad a > c \quad (9)$$

となる。

クラックを有する木材のはりが荷重を受けるとき, 荷重の極めて小さい段階でクラック先端近傍に降伏が生ずるはずであるが, それはごく局部に限定されるので, はり全体としての巨視的な挙動は, Fig. 2 にみられるように, ある荷重範囲では線形性を示す。Fig. 2 の  $P-\delta$  の直線域から, クラックを有するはりの弾性コンプライアンス  $\delta/P$  と, そのはりについてクラックを入れる前に測定した  $(\delta/P)_0$  との比をプロットしたものが Fig. 3 である。Fig. 3 の  $\cdot$  印は  $a < c, c=18$  cm の場合,  $+$  印は  $a > c, c=12$  cm の場合である。また同図に示されている曲線は (8) 式および (9) 式による計算値  $[(\delta/P)/(\delta/P)_0]_{cal}$  である。 $(\delta/P)_0$  の計算値は (8) 式において  $a=0$  として得られる。また (8),

(9) 式の [ ] 中の第2項の  $E/G$  は、曲げ試片をとった同一の木材から  $45^\circ$  圧縮試験体を作製し、2軸直交のワイヤストレングージを両側面にはりつけ、縦ひずみと横ひずみを同時に測定し

$$G = G_{LR} = E_{45^\circ} / 2(1 + \nu_{45^\circ})$$

によって  $G_{LR}$  を求め<sup>11)</sup>、 $E_L$  との比が平均値で約10であったから  $E/G = 10$  とした。

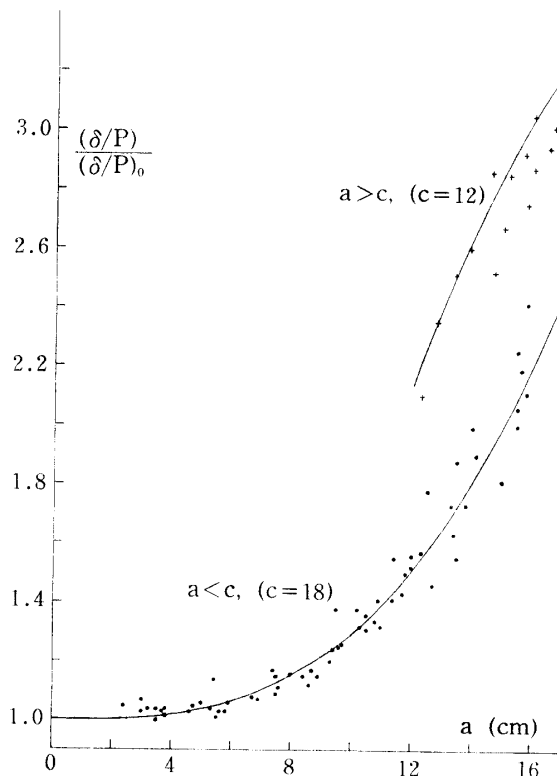


Fig. 3. Relationships between compliance-ratio and crack length.

- $\delta/P$  : elastic compliance of cracked beam.
- $(\delta/P)_0$ : elastic compliance of beam before cracking.
- : measured value ( $a < c$ ),
- + : measured value ( $a > c$ ),
- : calculated value by eqs. (8) and (9).

Fig. 3 の実測値は (8), (9) 式による計算曲線のまわりに、いくらかのばらつきを示しているが、クラックを有する木材はりの初期剛性あるいは弾性コンプライアンスは、材料力学公式 (8), (9) で推定して実用的には十分であると考える。

せん断破壊じん性

前述のように、クラック長  $a$  がスパン  $l$  に対して  $a > (0.10 \sim 0.15)l$  になると、ある荷重  $P_c$  でクラック

は進展しはじめるが、荷重点を少し超えた位置で停止し、最終的には荷重点断面での曲げ応力によって破壊する。初期クラック長がかなり大きいときは、この最終破壊荷重がそのはりの最大耐力 ( $P_{max}$ ) となるが、クラックが進展を始めれば、はりのたわみは急激に増大するから、実用的には  $P_{max}$  よりもむしろ  $P_c$  が重要な意義をもつ。

破壊力学ではクラックの進展に伴うエネルギー解放率  $\mathcal{G}$  を  $\partial U / \partial A$  ( $A$ : クラック表面積) で定義する。はりのひずみエネルギーとして材料力学のはり理論のように曲げモーメントとせん断力によるもののみを考え、さらに前節で述べたように水平クラックを有するはりを重ねばりと単体はりの連結とみなすと、そのひずみエネルギーは (6) および (7) 式で表される。これから

$$\mathcal{G} = \frac{\partial U}{\partial A} = \frac{\partial U}{b \partial a} = \frac{18}{Eh^3} \left(\frac{P}{b}\right)^2 \left(\frac{l-c}{l}\right)^2 a^2, \quad a < c \tag{10}$$

$$\mathcal{G} = \frac{18}{Eh^3} \left(\frac{P}{b}\right)^2 \left(\frac{c}{l}\right)^2 (l-a)^2, \quad a > c \tag{11}$$

を得る。(10), (11) 式で  $P/b = 1$  としたときのものを  $(\mathcal{G})_1$  で表し、 $E = 85 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$ ,  $h = 2 \text{ cm}$ ,  $l = 30 \text{ cm}$ ,  $c = 18 \text{ cm}$  として  $(\mathcal{G})_1$  をクラック長  $a$  について求めると Fig. 4 の曲線のようなになる。(10), (11) 式または Fig. 4 から明らかなように  $a < c$  では  $(\mathcal{G})_1$  は  $a$  と共に増大し  $a > c$  では減少する。

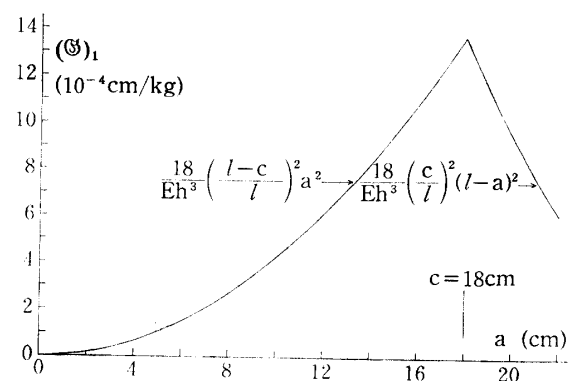


Fig. 4. Relationships of energy release rate per unit load-density  $(\mathcal{G})_1$  to crack length (a).

初期クラックの長さが  $a_0$  である試片について、荷重  $P$  を次第に増大したとき、 $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c$  の条件でクラックが進展し始め、そのときの荷重が  $P_c$  であるとする

$$P_c = b \sqrt{\mathcal{G}_c / (\mathcal{G})_1} \tag{12}$$

とかける。 $\mathcal{G}_c$  が材料固有の定数であって、仮に  $\mathcal{G}_c = 0.4 \text{ kg/cm}$ ,  $b=2 \text{ cm}$  とすると、(12) 式の  $P_c$  は Fig. 5 の  $P_c-a$  の曲線 (実線) のようになる (荷重点の位置

$c$  は  $18 \text{ cm}$  の場合)。

初期クラック長  $a_0$  が  $3.0 \sim 4.5 \text{ cm}$  のとき、(12) 式より対応する  $P_c$  は  $137 \sim 205 \text{ kg}$  となり、この荷重に対する曲げ応力  $\sigma_b$  は  $738 \sim 1107 \text{ kg/cm}^2$  となるため、試片はクラックの進展を生ずる前に通常の曲げによって破壊することになる。

Fig. 5 の  $P_c-a$  の関係は、 $P_c$  が  $(\mathcal{G}_c)_1$  の平方根の逆数に比例するから、 $a < c$  の範囲では  $P_c$  は  $a$  の増大に伴って減少し、 $a > c$  の範囲では逆に  $P_c$  は増大する。

Fig. 5 に示される点線、例えば  $P-a$  ( $a_0=6$ ) は初期クラック長  $a_0=6 \text{ cm}$  の試片が  $P_c=102 \text{ kg}$  でクラック進展を開始し、そのとき荷重点のたわみ  $\delta$  を一定のままに保持すると、クラックの進展とともにこの点線のように荷重が減少することを示す。この場合、進展するクラック長が約  $19 \text{ cm}$  になるまでは、点線で示される荷重  $P$  が対応する  $P_c$  より常に大きいから、たわみ一定のままにクラックは進展しつづけ、Fig. 2 の  $P-\delta$  記録紙上でみられるように急激な荷重低下を示すことになる。しかし  $a > 19 \text{ cm}$  では  $P_c > P$  となるから、そこでクラック進展は停止し、その後さらにクラックを進展させるためには、荷重点たわみの増大、したがって荷重を増加させなければならない。しかし  $a > c$  では  $P_c$  は  $a$  の増大とともに増大するから、ついに荷重が重ねばりの曲げ耐力を超えることになり、クラックがはりの全長にわたって貫通することなく、曲げ応力によって破壊することになる。初期クラック長  $a_0=12 \text{ cm}$  のときは、 $P_c=51 \text{ kg}$  でクラックが進展

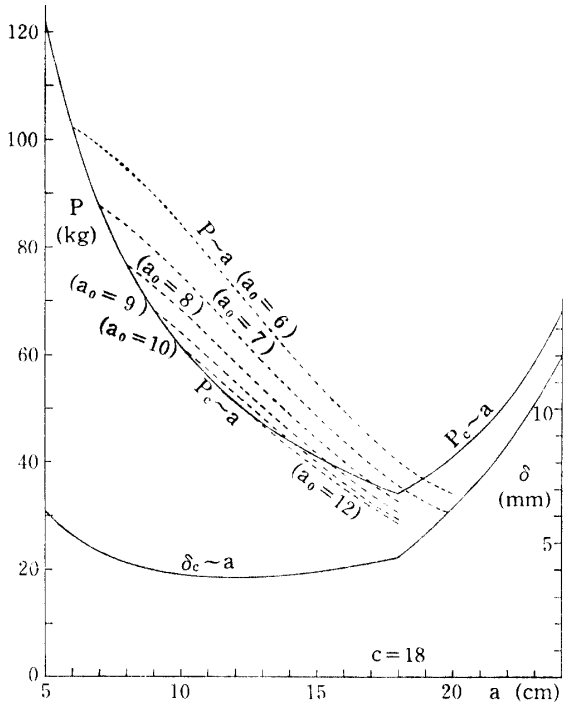


Fig. 5. Relationships of critical load ( $P_c$ ) and critical deflection ( $\delta_c$ ) to crack length.

---: relationships between load ( $P$ ) and crack-extension ( $a$ ) for a beam having initial crack-length of  $a_0$  under the constant deflection ( $\delta = \delta_c$ ).

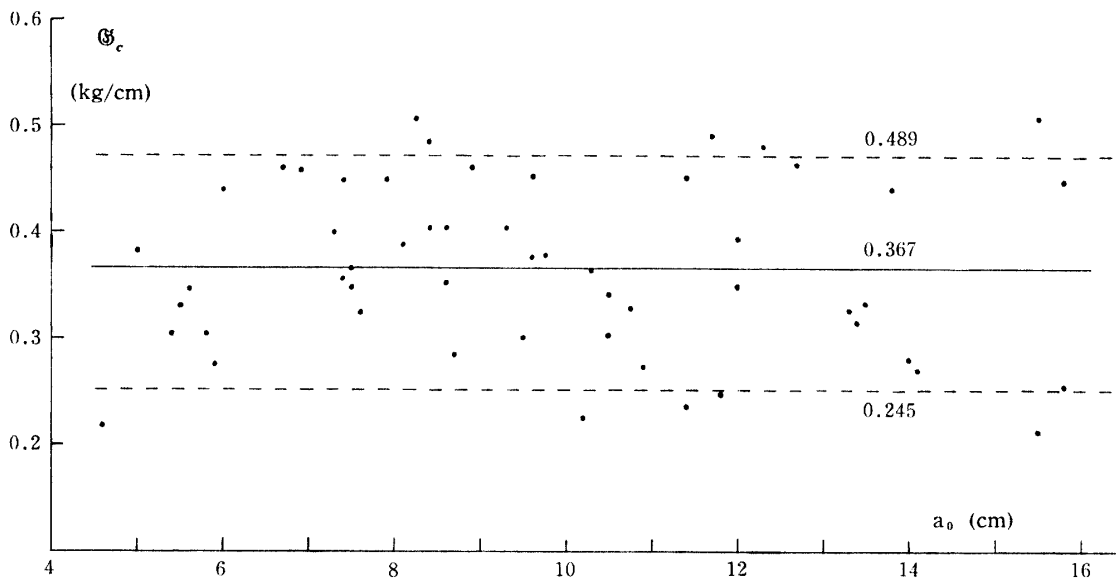


Fig. 6. Fracture-toughness ( $\mathcal{G}_c$ ) obtained from the experiment for beam specimens having various initial crack lengths ( $a_0$ ).

しはじめるが、そのとき荷重点たわみを一定のままに保持しておく、同様に  $a_0 = 12 \text{ cm}$  の点線にそって荷重  $P$  が低下する。この場合はクラック長  $a$  の増大に伴い対応する  $P_c$  が  $P$  より大きいので、たわみ一定ままではクラック進展は直ちに停止する。一定変位速度の曲げ試験において  $a_0 > 10 \text{ cm}$  の試片では、クラックは緩徐な進展を示したが、それはこのような理由によって説明される。

Fig. 5 の  $\delta_c - a$  曲線は (8) および (9) 式で  $P = P_c$  としたときの  $\delta$  を  $\delta_c$  とし、それを  $a$  に対してプロットしたものであり、所与の初期クラック長をもつ試片において、クラック進展が開始するときの限界たわみを示すものである。

クラックを有する木材はりの曲げ試験の結果は、Fig. 2 にみられるように  $P - \delta$  の関係が  $P = P_c$  まで完全に直線ではないが、近似的に線形力学の適用が可能として (10), (11) 式の  $P$  に各試片での測定値  $P_c$  を代入して  $\mathcal{G}_c$  を計算し、初期クラック長  $a_0$  に対してプロットすると Fig. 6 の結果を得る。この図にみられるように破壊じん性  $\mathcal{G}_c$  は、初期クラック長にはほとんど無関係で、平均値  $0.367 \text{ kg/cm}$ 、95%信頼限界は  $0.245 \sim 0.489 \text{ kg/cm}$ 、変動係数は 18.0% となった。

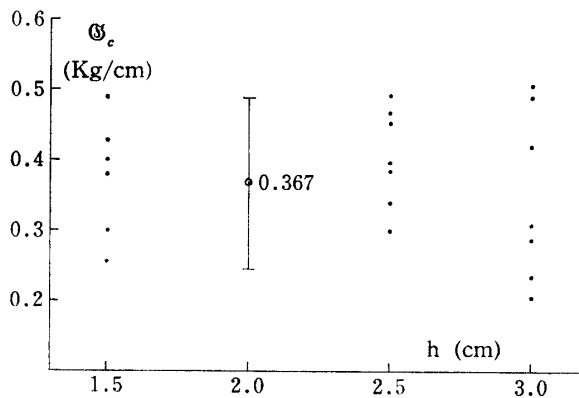


Fig. 7. Fracture-toughness ( $\mathcal{G}_c$ ) obtained from the experiment for beam specimens having various beam-depths( $h$ ).

Fig. 7 は、はりの高さ  $h$  を 1.5, 2.5, 3.0 cm とし、他の条件は  $h = 2 \text{ cm}$  の場合と全く同じにとり、初期クラック長を 8 cm 程度にして行った試験の結果から、同様な方法で求めた  $\mathcal{G}_c$  の値をプロットしたものである。  $h$  についてこの範囲の変化に対して、  $\mathcal{G}_c$  の平均値は有意な差を示さず、ここで用いた方法が木材の繊維に平行なクラックの進展に対する抵抗、すなわち材料特性値としての破壊じん性を測定する方法として妥当なものであることを意味する。

### 有限要素法による変位と応力の解析

前節においてクラックを有する木材はりが Fig. 1 のようにして荷重を受けるとき、初期クラック長がスパンの 15% 程度以上になると、一定の限界荷重  $P_c$  でクラックが進展しはじめるという実験結果が得られ、この  $P_c$  に基づいて木材の破壊じん性  $\mathcal{G}_c$  を求める方法について述べた。破面を観察すると割り裂きによる初期クラックとその後の進展クラックとは明らかにその様相が異なり、進展クラックは確かにすべり変形すなわちモード II のクラック進展であることをうかがわせる。しかし純粋にモード II のみの変形であるかどうかをみるために、有限要素法 (FEM) により変位、応力の数値解析を行った。

Fig. 8 (A) はこの解析の結果から、はり全体の変形の状態を示すものである。試片の寸法は Fig. 1 (A) の記号で  $h = 20 \text{ mm}$ ,  $b = 1 \text{ mm}$ ,  $l = 300 \text{ mm}$  (全長 320 mm),  $c = 180 \text{ mm}$ ,  $a = 80 \text{ mm}$ ,  $P = 10 \text{ kg}$  とし、材料定数としては、  $E_x = 850 \text{ kg/mm}^2$ ,  $E_y = 95 \text{ kg/mm}^2$ ,  $G_{xy} = 85 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\mu_{xy} = 0.4$  とし、節点総数 1249、要素 (三角形と長方形の併用) 総数 1266、クラック先端での最小の要素は  $0.002 \times 0.001 \text{ mm}$  とした。

クラック面上の相対する節点の組数は 33 個であり、最初これら 33 対の節点の  $y$  (鉛直) 方向変位 ( $v$ ) は各対ごとに等しく、  $x$  (水平) 方向の変位 ( $u$ ) は自由であるという条件を与えたとき、クラック面上の各節点間の節点力が  $x = -10 \sim 28 \text{ mm}$  の間では圧縮力であったが、  $x = 28 \sim 80 \text{ mm}$  の間では非常に小さい値ではあるが引張力が働くことがわかった。そこで  $x = 28 \sim 80 \text{ mm}$  の間のクラック面上の節点は  $y$  方向変位も自由として再計算した結果、クラック先端近傍で Fig. 8 (B) に示すようにごくわずかに開口する。しかしその開口変位量は、水平方向相対すべり変位の 1/100 程度である。

またクラック先端の前方で、クラックと同一平面上のせん断応力  $\tau_{xy}$  と垂直方向引張応力  $\sigma_y$  をクラック先端からの距離  $r$  に対し、  $\log - \log$  目盛でプロットすると Fig. 8 (C) のようになる。  $r = 0.01 \sim 1 \text{ mm}$  の範囲の FEM 計算値に  $\sigma_y = Ar^{-0.5}$ ,  $\tau_{xy} = Br^{-0.5}$  の式をあてはめ (直交異方体でクラック面が弾性対称面と一致する場合、等方体の場合と同様にクラック先端近傍応力場の特異性の次数は  $-0.5$  である<sup>17, 24)</sup>), 係数  $A, B$  を求めると  $A = 1.72 \times 10^{-3}$  に対して  $B = 4.68$  となった。  $A, B$  はそれぞれ応力拡大係数  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$  に比例すると考えられる量であるから、ここでの方法におけるク

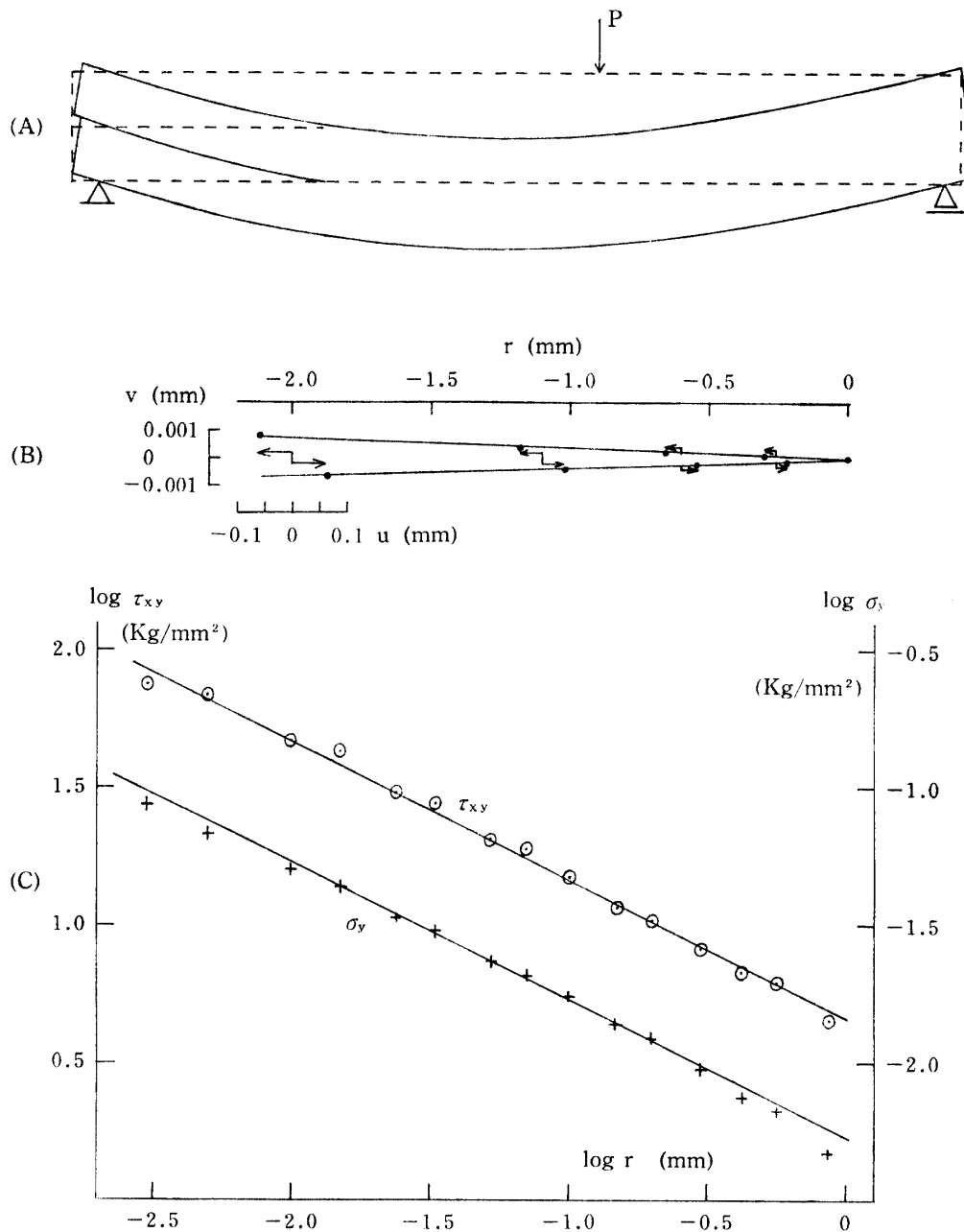


Fig. 8. Representations of the result calculated by FEM-method for cracked beam.

- (A) Deformation in general form.
  - (B) Horizontal displacement( $u$ ) and vertical displacement( $v$ ) of points on the crack surface in the vicinity of crack tip.
  - (C) Shearing stress ( $\tau_{xy}$ ) and vertical tensile stress ( $\sigma_y$ ) in the front of crack tip.
- $r$ : distance measured from the crack tip.

ラックの進展はほとんど純粋にモード II によるものであることがわかる。

考 察

接着層のモード II による破壊じん性を測定するた

めに鈴木ら<sup>25)</sup>は1980年、この論文と同じ曲げ試験による測定法を提案している。すなわち被着材としてヒノキ、レッドラワン、カバを用い、高さ1cmのはりを上、下に2本、木工用ボンドまたはニカワで接着したものにスパン30cmの中央で集中荷重を作用させた。

スパン中央部に長さ  $a$  のクラックに相当する非接着部を設け、 $a$  の長さを変えてコンプライアンス  $J$  の  $a$  に対する変化率と破壊荷重  $P$  とから

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} \frac{\partial J}{\partial a} P^2$$

によって破壊じん性を求めた。しかしその論文で著者が述べているように破壊じん性の大きい接着剤では、モード II の破壊が起こる前に曲げ応力による木材はりの破壊が先行するので目的を達しえない。鈴木らの方法はいわゆるコンプライアンス法であるが、ここでの取り扱いにしたがえば中央にクラックを有するはりの場合、エネルギーの解放率は

$$\mathcal{G} = \frac{9}{Eh^3} \left( \frac{P}{b} \right)^2 (l-a)^2$$

であって、 $a$  が大きくなれば（線形破壊力学ではクラック長  $a$  に比べて極めて小さい距離のクラック先端応力場を問題とするから、 $a$  はある程度以上の大きさにとる必要がある）、 $\mathcal{G}$  は小さくなり、 $\mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c$  の条件が満たされるためにはより大きい荷重 ( $P$ ) を必要とする。しかも曲げモーメントが最大となるスパン中央では断面係数が  $bh^2/24$  であって、曲げ応力による破壊を生じ易い試片形である。鈴木らはこの点を改善するために軟鋼の帯板を木材試片の上、下縁にエポキシ樹脂で接着して曲げに対する補強を行う方法について報告した<sup>26)</sup>。しかし破壊じん性試験に関して一般的に注意すべき事項であるが、中央クラックなどのように複数のクラック端を有する試片では、これら複数のクラック端の条件を厳密に等しくしなければ、正しい試験結果が得られない<sup>10)</sup>。

Wu<sup>29)</sup> が balsa 材について行った実験の一部では、広い薄板の中央に繊維に沿ってのクラックを入れ、特殊な装置で板の周辺に純粋せん断を生ぜしめるような荷重をかけて、モード II に対する応力拡大係数  $K_{IIc}$  を求めている。しかし無限大板に対する計算式をそのまま適用しているから、この方法では試験体として相当に広く、かつ均質な板を必要とする。

せん断荷重に対する接着層の破壊じん性試験は、Ripling ら<sup>20)</sup> がアルミニウムとエポキシ接着剤、Komatsu ら<sup>12)</sup> が Lawson cypress とエポキシ接着剤を用いて行っている。これらの試験では、荷重は確かに接着面に沿ってのせん断を引き起こす方向に作用する、いわゆるせん断荷重であるが、Komatsu らの応力解析の結果から、接着層が厚い場合には、接着面に対して垂直な方向の引張応力すなわちモード I が支配的

であり、接着層が薄い場合には、モード I とモード II が同程度の大きさであるとしている。

木材自体のモード II に対する破壊じん性については、その試験方法が確立していないためにデータは皆無に近い。クラックまたは鋭い切り欠きを有する木構造部材の一般的な破壊はモード I とモード II の複合した場合が多いと思われるが、複合モードに対する破壊基準を定めるためには、純粋なモード II の破壊じん性値を知る必要があることはいうまでもない。

ここで提案した曲げ試験による  $\mathcal{G}_{IIc}$  の測定法は、考えうるいくつかの方法の一つに過ぎないが、その簡便さにおいて評価さるべきものと判断する。ただし  $\mathcal{G}_{IIc}$  を計算する (10) または (11) 式は、材料力学のはり理論に基づくものであるから、スパン一はりだけ比 ( $l/h$ ) が小さくなれば適用しがたいものであり、またここでの方法はあくまでも近似的な取扱いであるから、誤差の評価等について今後さらに検討を必要とする。

## 要 約

木材を含むすべての構造材料に関し、その内部に存在するクラックがモード II (面内すべり変形) によって進展することに対する抵抗、すなわち破壊力学におけるモード II の破壊じん性  $\mathcal{G}_{IIc}$  は、その適切な測定法が確立していないため、純粋な  $\mathcal{G}_{IIc}$  の値はほとんど知られていない。

この論文においては、木材の繊維に平行なクラックが、繊維の方向に進展する場合の  $\mathcal{G}_{IIc}$  を測定する方法について考究した。

Fig. 1 のような長方形断面 ( $b \times h$ ) のはりの高さの中央に長さ  $a$  の水平なクラックを入れ、スパン  $l$  で単純に支持し、クラック側支点から距離  $c$  の位置に集中荷重  $P$  を作用させる。一定変位 (たわみ) 速度で徐々に荷重を増大していくと  $P = P_c$  でクラックの進展が開始する。  $c = 0.6l$  とし、変位速度  $2 \text{ mm/min}$  のとき、 $a = 0.25l$  程度の場合  $P = P_c$  で急速なクラック進展が生じ、荷重の急激な低下を生じるので  $P_c$  を明確に定めるには都合がよい。

材料力学のはり理論にしたがって、この場合の曲げの弾性ひずみエネルギー  $U$  を求め、 $\mathcal{G} = \partial U / \partial a$  からエネルギー解放率を定めると (10)、(11) 式を得る。この式の  $P$  に測定値  $P_c$  を代入すれば、定義にしたがって、クラック進展開始に対する破壊じん性  $\mathcal{G}_c$  が定まる。

この方法によって荷重したときの変位および応力を、



有限要素法で解析した結果、試片全体の变形は Fig. 8 (A) のようであるが、クラック先端近傍の変位は Fig. 8 (B) に、クラック先端前方、クラック進展面上の引張応力  $\sigma_y$ 、せん断応力  $\tau_{xy}$  は Fig. 8 (C) に示される通りである。

クラック先端近傍でごくわずかの開口変位を伴うが、水平方向のすべり変位が圧倒的に大きく、また  $\sigma_y$  の  $\tau_{xy}$  に対する比は  $10^{-4}$  のオーダーであり、ほとんど純粋なモード II であることがわかる。

スギ気乾材 ( $b \times h \times l = 2 \times 2 \times 30$  cm), LT クラック面, L 方向進展について得られた  $\mathcal{G}_{IIc}$  は Fig. 6 のように初期クラック長に関係なく平均値 0.367 kg/cm, 変動係数 18% であった。

またスパン  $l = 30$  cm に対し,  $h = 1.5, 2.5, 3.0$  cm に変えて同じ方法で求めた  $\mathcal{G}_{IIc}$  は Fig. 7 のようになり,  $h/l$  のこの範囲の変化に対しては寸法比に関係なく, 材料特性値として一定の値を与え,  $\mathcal{G}_{IIc}$  測定法の妥当性を示した。

## 文 献

- 1) ASTM E399-81: Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials. 1981 *Annual Book of ASTM Standards*, Part 10, p. 588-618, ASTM, Philadelphia (1981)
- 2) ASTM E813-81: Standard test for  $J_{Ic}$ , a measure of fracture toughness. 1981 *Annual Book of ASTM Standards*, Part 10, p. 810-828, ASTM, Philadelphia (1981)
- 3) ASTM D3433-75: Standard practice for fracture strength in cleavage of adhesives in bonded joints. 1981 *Annual Book of ASTM Standards*, Part 22, p. 932-941, ASTM Philadelphia (1981)
- 4) Atack, D., May, W. D., Morris, E. L. and Sproule, R. N.: The energy of tensile and cleavage fracture of black spruce. *Tappi*, **44**, 555-567 (1961)
- 5) Erdogan, F. and Sih, G. C.: On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *J. Basic Engineering*, 519-527 (1963)
- 6) Griffith, A. A.: The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, **221**, 163-198 (1920)
- 7) Irwin, G. R. and Kies, J. A.: Fracturing and fracture dynamics. *Welding J.*, **31**, 95-100 (1952)
- 8) Irwin, G. R.: Analysis of stresses and strain near the end of cracks traversing a plate. *J. Appl. Mech.*, **24**, 361-364 (1957)
- 9) Johnson, J. A.: Crack initiation in wood plates. *Wood Science*, **6**, 151-158 (1973)
- 10) 北川英夫: フラクチャ・メカニクス (破壊力学) の体系とその現段階. 機械の研究, **24**, 1561-1566 (1972)
- 11) 金 俊三: 圧縮及び振り実験による木材のせん断弾性係数の比較について. 北大工彙報, No. **1**, 144-156 (1948)
- 12) Komatsu, K., Sasaki, H. and Maku, T.: Evaluation of fracture toughness for wood-epoxy adhesive system under external shear force. *Wood Research (Bull. Wood Res. Inst., Kyoto Univ.)*, No. **57**, 10-22 (1974)
- 13) Mai, Y. W.: On the velocity-dependent fracture toughness of wood. *Wood Science*, **8**, 364-367 (1975)
- 14) 丸山則義, 岡崎 光: 木材のへき開破壊靱性, 年輪傾角の影響について. 静大農研究報告, No. **31**, 33-40 (1981)
- 15) 大河平行雄: 木材の割裂靱性に関する研究. 三大農学術報告, No. **47**, 263-297 (1974)
- 16) 大河平行雄: 木材の割裂に関する力学的研究. 三大農演報, No. **10**, 1-56 (1975)
- 17) 大草克己: 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究 (第3報) 椅子型 (JIS) せん断試験体の応力特異性とエネルギー解放率. 鹿大農学術報告, No. **30**, 201-215 (1980)
- 18) Orowan, E.: Energy criteria of fracture. *Welding J.*, **34**, 157-160 (1955)
- 19) Porter, A. W.: On the mechanics of fracture in wood. *Forest Prod. J.*, **14**, 325-331 (1964)
- 20) Ripling, E. J., Mostovoy, S. and Patrick, R. L.: Measuring fracture toughness of adhesive joints. *ASTM Mat. Res. and Standards*, **4**, 129-134 (1964)
- 21) Schniewind, A. P. and Pozniak, R. A.: On the fracture toughness of Douglas-fir wood. *Engineering Fracture Mechanics*, **2**, 223-233, (1971)
- 22) Schniewind, A. P. and Centeno, J. C.: Fracture toughness and duration of load factor, I. Six principal systems of crack propagation and the duration factor for cracks propagating parallel to grain. *Wood and Fiber*, **15**, 152-159 (1973)
- 23) Schniewind, A. P. and Lyon, D. E.: A fracture mechanics approach to the tensile strength perpendicular to grain of dimension lumber. *Wood Sci. Technol.*, **7**, 45-59 (1973)
- 24) Sih, G. C., Paris, P. C. and Irwin, G. R.: On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. *Int. J. Fract. Mech.*, **1**, 189-203 (1965)
- 25) 鈴木直之, 大河平行雄: 面内せん断荷重に対する接着層の靱性について. 三大農学術報告, No. **60**, 77-86 (1980)
- 26) Suzuki, N. and Okohira, Y.: Toughness of glue-line in relation to forward Shear Force (continued). 三大農学術報告, No. **62**, 143-150 (1981)
- 27) Timoshenko, S.: *Strength of materials*, Part I. p. 316-319, Van Nostrand, New York (1962)
- 28) Walsh, P. F.: Cleavage fracture in timber. *Technol. Paper*, No. **65**, Div. For. Prod., CSIRO, Australia (1971)
- 29) Wu, E. M.: Application of fracture mechanics to anisotropic plates. *J. Appl. Mech.*, **34**, 967-974 (1967)

### Summary

In "Fracture Mechanics", types of the crack-extension are distinguished by three basic modes, namely, opening, forward shear (sliding), and out-of-plane shear (tearing); which are to be called the first, second and third mode, respectively. Previous studies on the fracture mechanics of wood have been confined only to those on the fracture of the opening mode. Therefore, a few studies on the forward shear mode were carried out. The object of this paper is to propose a test method applicable to the second mode fracture-toughness ( $\mathcal{G}_{IIc}$ ) for wood.

As shown in Fig. 1, simply supported wooden beam specimen having rectangular cross-section and initial horizontal crack (crack length:  $a$ ), is subjected to the transverse load. When the load increases slowly, the crack-extension in the sliding mode begins at a certain load value  $P_c$  in the case  $a > (0.10 \sim 0.15) l$ , ( $l$ : span). The strain energy ( $U$ ) of such specimen is to be estimated by eq. (4) or (5), based on the beam theory of "Material Strength". The energy release rate ( $\mathcal{G}$ ) at the infinitesimal extension of the crack is to be defined by  $\mathcal{G} = \partial U / b \partial a$  ( $b$ : beam thickness), hence, the equation (10) or (11) is derived. The fracture-toughness ( $\mathcal{G}_c$ ) is to be obtained by substituting the measured value  $P_c$  into  $P$  of eq. (10) or (11).

The displacement- and stress-distributions for the cracked-beam as shown in Fig. 1, were examined by a finite element method. The results calculated are illustrated in Fig. 8. Fig. 8(B) shows that the opening displacement ( $v$ ) of the points on the crack surface is relatively quite negligible compared with the sliding displacement ( $u$ ), in the vicinity of crack tip. Fig. 8(C) also shows that the shearing stress ( $\tau_{xy}$ ) is remarkably large, compared with the vertical tensile stress ( $\sigma_y$ ) in the front region of the crack tip. Therefore, the crack-extension in this test method can be regarded as a pure mode II.

Experimental results for Sugi (*Cryptomeria japonica*) wood (moisture content: 14–15%, crack surface: LT plane, crack-extension:  $L$ -direction) are shown in Fig. 6. The mean value and the variance-coefficient of  $\mathcal{G}_{IIc}$  are 0.367 kg/cm and 18%, respectively. And  $\mathcal{G}_{IIc}$  is independent of the initial crack length of  $a_0$ . Fig. 7 shows that  $\mathcal{G}_{IIc}$  is not to be affected by the span-to-depth ratio in the range used here.