

内湾海水の動態についての水理学的研究

I. 1次元数値モデルによる潮流の解析

河原田礼次郎・戸原義男*・加藤 治*

(昭和50年8月30日 受理)

Hydraulic Studies on the Movement of Tidal Current in Inner Bay

I. One Dimensional Analysis of Tidal Current by Implicit Numerical Model

Reijirō KAWAHARADA, Yoshio TOHARA* and Osamu KATŌ*

(Laboratory of Irrigation and Drainage Engineering)

緒 言

外洋との交流の十分でない内湾は、昨今の汚染問題の上からその危機が訴えられているが、この対策のためには汚染源の問題は勿論であるが湾内水の動態をつかむことが肝要と思われる。すなわち湾内の潮位・流速・流向の場所的、時間的変化を調べるために3次元の水理モデルによる研究が各所で行なわれている^{1,2)}。しかしこの方法は労力的にも経費の上でも多くを要求されるため鉛直方向の平均の流速をとった2次元の数値モデルが最近盛んに用いられるようになった^{3,4)}。

ここではこれをさらに簡略化し大局の傾向をつかむという目的で1次元数値モデルによる潮流の数値解をもとめようとするものである。すなわち外海の潮セキによって内湾の潮流はいかなる様相を呈するのか、その結果いかほどの海水の更新がはかられるのか、である。

理 論

I. 基礎方程式と数値モデル

湾の軸方向にそって伝播する潮セキの運動および連続の方程式はつぎのように表わされる。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{n^2}{R^{4/3}} |u|u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_0 \quad (2)$$

ここで、 u : 流速, t : 時間, g : 重力の加速度, Z :

D. L. から上方にとった潮位, A : 通水断面積, Q : 通過流量, R : 径深, n : 粗度係数, q_0 : 単位区間当りの河川からの流入量

(2) 式において

$$\frac{\partial A}{\partial t} = B \frac{\partial Z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (Bh \cdot u)$$

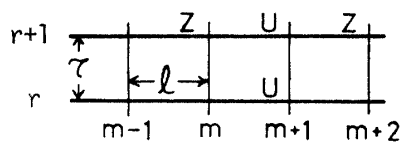
$$= Bh \frac{\partial u}{\partial x} + u \left(h \frac{\partial B}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial x} \right)$$

ここで、 B : 水面幅, h : D.L. から海底までの平均水深 (= A/B), また $B = B(x)$, $h = h(x)$ で t には無関係とする。

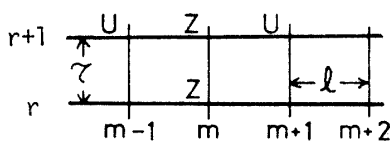
これから (2) 式は (3) 式のように変形される。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \left(\frac{h}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{q_0}{B} = q \quad (3)$$

ここで



Eq. of motion



Eq. of continuity

Fig. 1 Implicit method.

* 九州大学農学部排水干拓工学研究室
Laboratory of Land-Drainage and Reclamation, Faculty of Agriculture, Kyushu University

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{Z_m^{r+1} - Z_m^r}{\tau}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{m+1}^{r+1} - u_{m+1}^r}{\tau}, \\ u &= \frac{u_{m+1}^{r+1} + u_{m+1}^r}{2} \\ \frac{\partial Z}{\partial x} &= \frac{Z_{m+2}^{r+1} - Z_m^{r+1}}{2l}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{u_{m+1}^{r+1} - u_{m-1}^{r+1}}{2l}, \quad q = q_m^r \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_m &= \frac{B_{m+1} - B_{m-1}}{2l}, \quad \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_m = \frac{h_{m+1} - h_{m-1}}{2l} \end{aligned} \right\} (5)$$

とおき (1), (3) 式に代入して差分化すれば (6), (7) 式をうる. この場合 (1) 式の第 2 項は他の項に比べて小さいので略し, $|u|u \doteq u_{m+1}^r |u_{m+1}^r|$ とおくこととする.

$$-a_{m+1}Z_m^{r+1} + u_{m+1}^{r+1} + a_{m+1}Z_{m+2}^{r+1} = a'_{m+1}u_{m+1}^r \quad (6)$$

$$a_{m+1} = \frac{g\tau}{2l} / (1 + K|u_{m+1}^r|),$$

$$a'_{m+1} = 1 / (1 + K|u_{m+1}^r|)$$

$$K \equiv \frac{n^2}{R^{4/3}} g\tau$$

$$-b'_m u_{m-1}^{r+1} + Z_m^{r+1} + b_m u_{m+1}^{r+1} = Z_m^r + q_m^r \tau \quad (7)$$

$$b'_m = \left(\frac{h\tau}{l} - \frac{h\tau}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_m - \tau \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_m \right) / 2,$$

$$b_m = \left(\frac{h\tau}{l} + \frac{h\tau}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_m + \tau \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_m \right) / 2$$

境界条件: 湾口 ($x=0, m=1$) にて $Z_1^{r+1} = Z(t)$
 潮位 $Z(t)$ 潮位 $+q_1^r \tau$ が既知, 湾奥 ($x=L, m=n$) にて $Q^{r+1} = 0$ を加味して (6), (7) 式を展開すれば

$$\begin{aligned} Z_1^{r+1} &= Z(t) + q_1^r \tau && \dots\dots (i) \\ -a_2 Z_1^{r+1} + u_2^{r+1} + a_2 Z_3^{r+1} &= a'_2 u_2^r && \dots\dots (ii) \\ -b'_3 u_2^{r+1} + Z_3^{r+1} + b_3 u_4^{r+1} &= Z_3^r + q_3^r \tau && \dots\dots (iii) \\ -a_4 Z_3^{r+1} + u_4^{r+1} + a_4 Z_5^{r+1} &= a'_4 u_4^r && \dots\dots (iv) \\ &\vdots && \\ -b'_m u_{m-1}^{r+1} + Z_m^{r+1} + b_m u_{m+1}^{r+1} &= Z_m^r + q_m^r \tau \\ -a_{m+1} Z_m^{r+1} + u_{m+1}^{r+1} + a_{m+1} Z_{m+2}^{r+1} &= a'_{m+1} u_{m+1}^r \\ &\vdots && \\ -b'_n u_{n-2}^{r+1} + Z_{n-1}^{r+1} + b_{n-1} u_n^{r+1} &= Z_{n-1}^r + q_n^r \tau \\ &&& u_n^{r+1} = u(t) \end{aligned}$$

$-a_{m+1}, a'_{m+1}, b_m$ および b'_m の項を消去するため (i) と (ii) より

$$u_2^{r+1} + c_3 Z_3^{r+1} = \alpha_2$$

ここで $\alpha_2 = a'_2 u_2^r + a_2 Z(t) + q_1^r \tau, c_3 = a_2$
 (iii) より $Z_3^{r+1} + c'_4 u_4^{r+1} = \beta_3$
 ここで $\beta_3 = (Z_3^r + b'_3 \alpha_2 + q_3^r \tau) / (c_3 b'_3 + 1),$
 $c'_4 = b_3 / (c_3 b'_3 + 1)$
 (iv) より $u_4^{r+1} + c_5 Z_5^{r+1} = \alpha_4$
 ここで
 $c_5 = a_4 / (a_4 c'_4 + 1), \alpha_4 = (a'_4 u_4^r + a_4 \beta_3) / (a_4 c'_4 + 1)$

以下同じようにして

$$\begin{aligned} Z_m^{r+1} + c'_{m+1} u_{m+1}^{r+1} &= \beta_m \\ u_{m+1}^{r+1} + c_{m+2} Z_{m+2}^{r+1} &= \alpha_{m+1} \end{aligned}$$

したがって一般項および初期項は

$$\left. \begin{aligned} c'_{m+1} &= b_m / (c_m b'_m + 1), \\ \beta_m &= (Z_m^r + b'_m \alpha_{m-1} + q_m^r \tau) / (c_m b'_m + 1) \\ c_{m+2} &= a_{m+1} / (a_{m+1} c'_{m+1} + 1), \\ \alpha_{m+1} &= (a'_{m+1} u_{m+1}^r + a_{m+1} \beta_m) / (a_{m+1} c'_{m+1} + 1) \\ c_3 &= a_2, \quad \alpha_2 = a'_2 u_2^r + a_2 Z(t) + q_1^r \tau \end{aligned} \right\} (8)$$

以上をまとめれば

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 \\ 0 & 1 & c_3 & 0 & \dots\dots\dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c'_4 & 0 & \dots\dots\dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & c_5 & 0 & \dots\dots\dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ & & & & 0 & 1 & c'_{m+1} & 0 \dots\dots\dots 0 \\ & & & & & 0 & 1 & c_{m+2} & 0 \dots\dots\dots 0 \\ & & & & & & & & 0 & 1 & c'_n \\ 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1^{r+1} \\ u_2^{r+1} \\ Z_3^{r+1} \\ u_4^{r+1} \\ \vdots \\ Z_m^{r+1} \\ u_{m+1}^{r+1} \\ \vdots \\ Z_{n-1}^{r+1} \\ u_n^{r+1} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha_2 \\ \beta_3 \\ \alpha_4 \\ \vdots \\ \beta_m \\ \alpha_{m+1} \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z(t) + q_1^r \tau \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (9)$$

(9) 式の解法は容易で, 境界条件および初期値が与えられているので逆順により計算をすすめればよい.

II. 水塊の移動量の計算

前項 I. によって任意断面における潮位, 流速が計算されるが, これを利用してある時間に J 断面にあった水塊の各時間後における移動点をもとめる. すなわち, これによって海水の更新の様相を推定しようとするものである. (Fig. 2 参照)

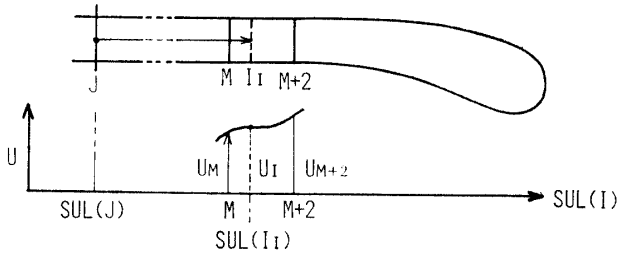


Fig. 2 Definition sketch for calculation of moved distance of water-mass.

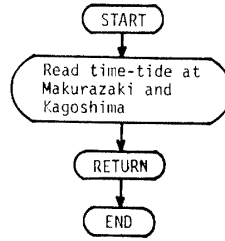
i) Δt 時間後の J 点の流速 (u_J) を数値計算よりもとめ, 移動量 $u_J \times \Delta t \times 3600/1000(km)$ をうる. 座標 $SUL(I)$ であらわせば

$$SUL(I_1) = SUL(J) + u_J \times \Delta t \times 3600/1000$$

となる.

ii) $SUL(I_1)$ が Fig. 2 のように数値計算上の格子 M と $M+2$ の間にあれば M での流速 u_M と $M+2$ での流速 u_{M+2} は前項 I. の計算でもとめられているから補間法で $SUL(I_1)$ 点での流速 u_{I1} をもとめ移動量 $u_{I1} \times \Delta t \times 3600/1000$ を計算する. これを座標で表わせば次のようになる.

(i) YOMKOM



(ii) TIDAL

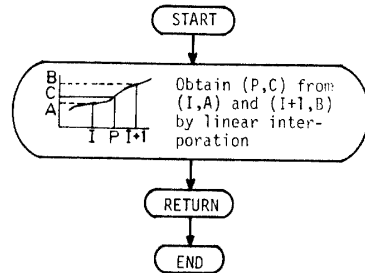


Fig. 4 Subroutine flow charts.

$$SUL(I_2) = SUL(I_1) + u_{I1} \times \Delta t \times 3600/1000$$

すなわち $2 \Delta t$ 時間後に $SUL(J)$ にあった水塊が $SUL(I_2) - SUL(J)$ だけ移動したことになる.

以上の計算を繰返す.

I. II. の計算の Flow chart をしめすと Fig. 3 および Fig. 4 (i), (ii) のようである.

適用例とその考察

内湾の一つとして鹿児島湾を選び, 湾口を起点として外海の潮位(枕崎港の実測記録)を与え, この振動が湾奥までどのような形で伝播していくかを Fig. 5 のように湾の主軸上に $1 km$ おきにとった 92 断面につき解析しようとするものである.

しかし本論の計算の場合には, さらに単純化するために運動方程式の最後の摩擦の項および連続の方程式の右辺の河川からの流入量を省略した. そのためか流れの移動が何れの断面も湾奥に向っており現実の様相を十分に表わしているとはいえないので, その一部の結果を記述するにとどめる.

すなわち Fig. 7 は鹿児島港付近の水塊が Jan. 1 からはじめてどのように移動していくかをみたものの一部であるが, 潮セキの振動に応じての動きがよくとらえられており, この $72 km$ 地点付近で小潮のときで約 $180 m$, 大潮のときでも約 $560 m$ 程度の移動幅であることがわかる.

このことは Fig. 5 のように鹿児島湾が平面的に鹿児島市と桜島間の狭い水道によって大きく二つの湾に分けられているだけでなく Fig. 6 のように流水断面

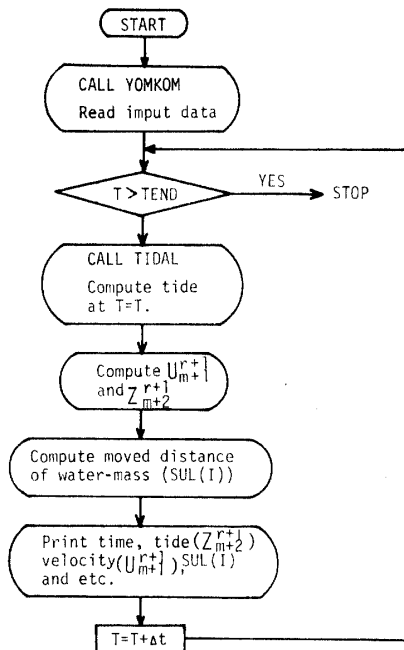


Fig. 3 Flow chart.

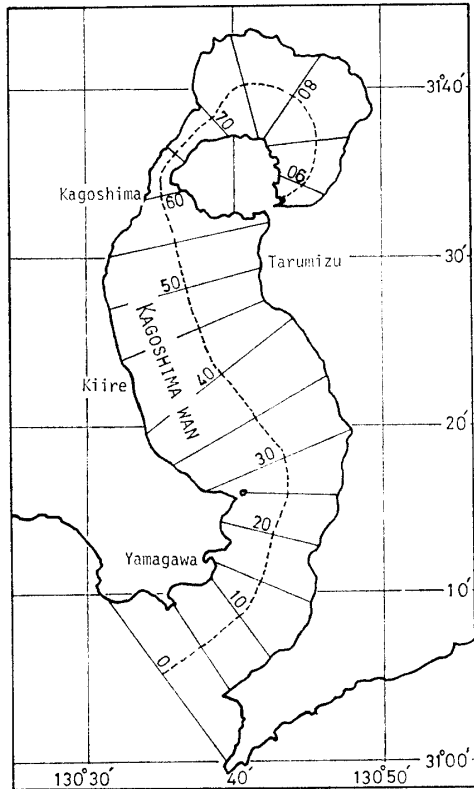


Fig. 5 Situation of calculated sections in Kagoshima wan.

積、水面幅および平均水深の何れもが湾口付近（5 km）からいったん小さくしぼられ（30~50 km）の間で大きくなるが鹿児島港付近（61 km）で極度にせばめられ湾奥で再び拡大しているため狭さく部では流速も速く（それでも 0.50 m/sec 以下）移動も大きく（3~1.4 km）でも、拡大部では流れが停滞している

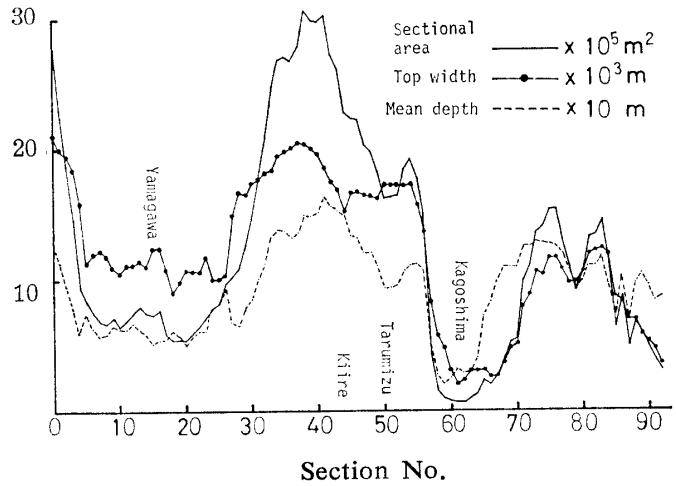


Fig. 6 Some elements on flow profile of Kagoshima wan.

ことを裏づけているものと考えられる。

これらの数値は、あくまで1次元のもので断面の平均をとったものであるため、何れも実測による表面流あるいはある層位の流れの値⁷⁾より当然小さく、たとえ計算上は流速が0となっても実際では、上層では湾口へ、下層では湾奥への流れがあるなど2次元、3次元の流れを再現することはできないが大局的なものはこれからも推定できよう。今後この計算では省略したが恐らくは無視できない河川からの流入量などを加味し一層の精度をあげていきたい。

要 約

内湾海水の動態の大局をつかむために1次元数値モデルを用い、潮流の数値解をもとめる方法を明らかに

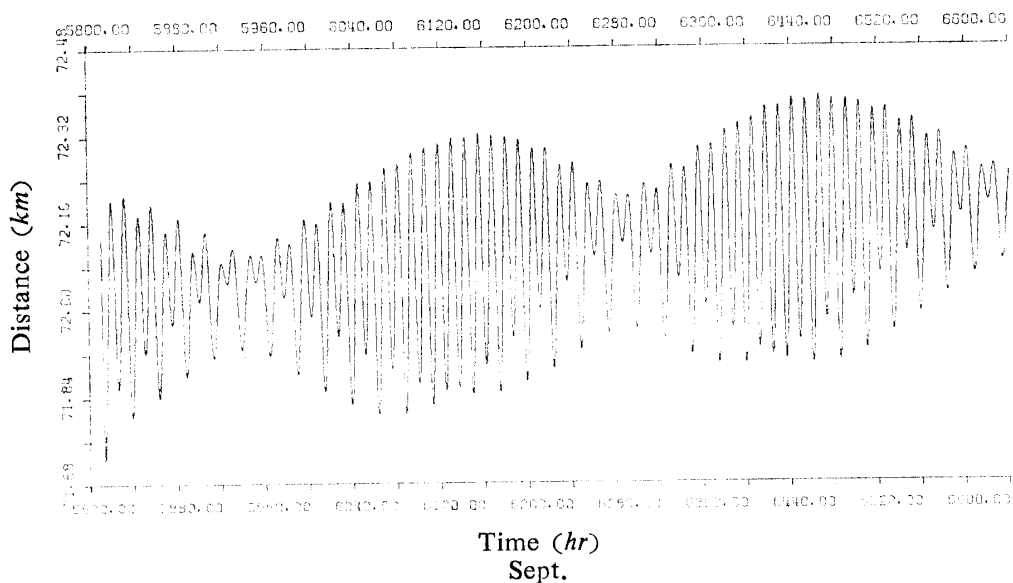


Fig. 7 Relation between moved distance of water-mass and time.

した。すなわち潮セキの運動および連続の方程式を陰解法により解析するもので、これによって湾内の潮位、流速等の場所的、時間的变化がわかる。またこれを利用してある場所の水塊が時間によってどれほど移動するかについても解析し海水の更新についての推定ができるようにした。

適用例としては鹿児島湾を選び大凡の推定はできたが、今回は河川からの流入量等を見捨てたためか十分な数値がえられたとはいえず、さらに計算を重ねたい。

最後に本研究は代表者・高橋淳雄の特定研究「人間活動による内湾海洋汚染速度に関する基礎的研究」の昭和49年度文部省科学研究費の援助をうけた。ここに記して謝意を表す。

計算に使用した電子計算機は九州大学大型電子計算機センターの FACOM 230-75 である。

文 献

- 1) 高田雄之・戸原義男：第10回海岸工学講演会講演集，75-79 (1963)
- 2) 和田 明・片野尚明・加藤正進：第19回海岸工学講演会講演集，277-281 (1972)
- 3) 堀口孝男：第17回海岸工学講演会講演集，379-384 (1970)
- 4) 樋口明生・辻 正明：第18回海岸工学講演会講演集，337-342 (1971)
- 5) 土木学会：土木工学における数値解析—流体解析編，36-45，サイエンス社 (1974)
- 6) G. D. スミス著，藤川洋一郎訳：電子計算機による偏微分方程式の解法，17-23，サイエンス社 (1973)
- 7) 高橋淳雄・茶田正明・竹内兼仁・田代克憲・吉田賢二：鹿児島湾における汚染進行に關与する海洋自然環境について，鹿児島湾水域環境調査報告書別刷 (1974)

Summary

In order to clarify the general situation of tidal current in the inner bay, the numerical method on the analysis of tidal current was investigated by the one dimensional numerical model.

That is, the equations of motion and continuity on the tide were solved by the implicit method. As the result, the stage of tide and the current-velocity in inner bay were obtained with place and time.

Next, the moved distance of water-mass with time was calculated by applying the method above mentioned and the presumption on the renewal of sea-water was ascertained to be applicable.

As an example, Kagoshima-wan was chosen and a rough tendency of tidal current was presumed. It seems that a sufficient numerical value was not obtained, however, owing to the neglect of the riverdischarge etc. We are going to continue more accurate calculation.