

# 英国ナショナルカリキュラムにおける数学[ I ]

## 「数と代数」領域の学習計画

Mathematics in National Curriculum in the United Kingdom [ I ]:  
Study Programmes for Number and Algebra

植 村 哲 郎<sup>1)</sup>, 藤 田 太 郎<sup>2)</sup>, 増 山 聰<sup>3)</sup>  
Tetsuro Uemura · Taro Fujita · Satoshi Masuyama

キーワード：イギリス，ナショナルカリキュラム，数学教育，学習計画

イギリス（イングランド・ウェールズ）では、指導内容や方法などの教育課程の決定権は、従来「地方教育当局」の管理のもと、各学校の校長にあった。しかし、1970年代に入り経済界の不振とともに、義務教育段階に通う児童・生徒の低学力の深刻化が指摘され、教育課程の国家統一の必要性の声が高まった。そして、様々な議論を経た後、「1988年教育改革法」により『国家教育課程』が導入された。

ここで指導される教科は、学校教科の中で特に重視される「中心教科」としての、国語（English）、数学、科学の3教科と、また「基礎教科」として歴史、外国語等の9つの教科が設けられている。

數学科の目標・内容等を規定しているのは、『国家教育課程 数学』（現在は資格・教育課程機関（QCA）が作成している）であり、1989年に初版が導入され、1991年、1995年の改訂を経て、現在実施されているのは1999年に改訂された第4版である。

『国家教育課程 数学』では、我が国の学習指導要領のように学年で内容が規定されているのではなく、次の4つの「キーステージ」に分けられている。

「第1キーステージ」：5－7歳

「第2キーステージ」：7－11歳

「第3キーステージ」：11－14歳

「第4キーステージ」：14－16歳

通常、「第1キーステージ」「第2キーステージ」が初等教育、「第3キーステージ」「第4キーステージ」が中等教育とされる。

『国家教育課程 数学』は、教師が指導する学習内容を規定する「学習の計画」と、児童・生徒の期待される到達度の基準を述べた「到達目標」の大きな2つの枠組みで構成されている。

1999年には「第1・2キーステージ」における数学科の授業時数、指導内容、指導方法、児童の到達度などについての、より詳しいガイドラインを示した、約300頁にも及ぶ「国家算数基礎能力計画」が導入された。更に2001年度からは、同様の意図で「第3キーステージ国家計画」（こちらも約300頁に及ぶ）が実施されることになり、初等・中等教育段階における生徒のより高い達成度が求められている。

各「キーステージ」終了時には「国家テスト」が実施され、生徒の到達度が評価される。尚、「第4キーステージ」は国家資格試験である「中等教育一般証明書」（GCSE）試験（16歳以降）により生徒の到達度が評価される。また、義務教育以降では、18歳以降に受験する「教育一般証明書」上級試験（GCEAレベル）がある。

また、これらの「国家計画」では、生徒の学力だけでなく、これまで懸念されてきた、特に小学校教師の数学に関する知識の向上が図られていることも特徴としてあげられる。

教科としての数学は、「数・代数」、「図形」、「データ処理」の3領域で構成されている。本稿では、まず、「数・代数」領域について、各キーステージ毎に、学習計画を翻訳した。今後、到達目標や

1) 鹿児島大学

2) グラスゴー大学

3) 鹿児島大学大学院

他の領域の学習計画についても、翻訳と並行して、教科書や教材、指導法等を調査し、我が国の

カリキュラムとの比較検討を行っていく。

### 英国ナショナルカリキュラム 数学

「数」領域 : キーステージ1, 2

「数と代数」領域 : キーステージ3, 4 (foundation), 4 (higher)

(抄 訳)

#### [キーステージ 1]

##### 「知識、技能、理解」

指導は「数」領域、「形、空間、測定」領域、そして「データの処理」領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

##### 「数を用い応用する」

1 生徒は以下のことを教えられるべきである。

###### ・問題解決

- a 数に関する問題に取り組み、問題解決のために何が必要であるかを確認するために、データを様々な形で表現すること。
- b 問題解決に柔軟な方法で取り組み、困難点を克服するための色々な方法を見つけること。
- c どの演算と問題解決の方法を使うかを決定すること。
- d 問題解決を計画し、確かめること。

###### ・コミュニケーション

- e 数とデータに関する正しい言語、記号と語彙を利用すること。
- f 会話、絵、記述を通して、最初は日常用語で、そして後では数学用語や記号でコミュニケーションすること。

###### ・推論

- g 計画された方法で結果を表現すること。
- h 一般命題を理解し、他の特別な場合がこれに当てはまるかどうかを調べること。
- i 数とデータに関する問題解決の際、その方法と推論を説明すること。

##### 「数と数体系」

2 生徒は以下のことを教えられるべきである。

###### ・数えること

- a 最初は20までのものの数を確実に数え、同じ数のものを並べ替えても数は同じであることを認識すること；11から20までの数に馴染むこと；100以上の数を数えることまでしだいに拡張すること。

###### ・数のパターンと数列

- b 数のパターンを作り表現すること；足し算と引き算に関連するパターンを探究して記録し、そして、2, 5, 10の掛け算に関連するパターンを説明し、それらを予想を立てるために利用すること；30までの奇数、偶数を含む数のパターンを認識すること；2等分することと倍にすることの間の関係を認識すること。

###### ・数体系

- c 最初は20まで、そして100までの数を読み、書くこと；数を比べたり、順序付けたりすることに関する語彙を理解し、利用すること；数の位置がその数の位を与えることを認識し、位の値が0ということまで含めて、各位の数値が何を表現しているのかを知ること；1桁と二桁の数に順序を付け、それらを数直線や $10 \times 10$ 数表(100マス)に並べてかくこと；2桁の数を直近の10に丸めること。

##### 「計算」

3 生徒は以下のことを教えられるべきである

###### ・演算とその間の関係

- a 足し算を理解し、それに関係した用語を用いること；足し算はどのような順序でも行えることを理解すること；‘取り去ること’と‘差’としての引き算を理解し、それに関係した語彙を利用すること；引き算は足し算の逆になっていることを理解すること；足し算に対応する引き算の例を挙げること、またその逆；等しいこ

とを表現するために ‘=’ の記号を利用するこ  
と；例にあるような簡単な問題を解くこと  
(例： $6 = 2 + ?$ )。

- b 繰り返しの足し算（同数累加）としての掛け  
算を理解すること；二等分することは倍にする  
ことの逆であることを理解し，形やものの数  
の $1/2$ ,  $1/4$ を見つけること；グループを作ること  
としての（引き算を繰り返す， 同数累減）割  
り算を理解すること；掛け算と割り算に関する  
用語を用いること。

#### ・暗 算

- c 数を素早く思い出すことを発達させること；  
10までの足し算と引き算に関する性質を知り，  
それらを合計20までの数の性質を導くために利  
用すること； $2 \times$ ,  $10 \times$ 掛け算表の掛け算の性  
質を知り，それに対応する割り算の性質を知  
ること；10までの数を倍することと，20までの偶  
数を二等分することを知ること。
- d 10に1桁の数を足すこと，そして後に10と2  
桁の数を足したり引いたりすることまで含め  
て，知られた性質から思い出せない答えを見つ  
ける暗算の方法の範囲を発展させること；足し  
算はどのような順序でも行えるということや，  
引き算は足し算の逆であるという性質の利用な  
ども含めて，色々な足し算や引き算の方法を発  
展させること。
- e  $40+30=?$ ,  $40+?=100$ ,  $56-?=10$ といつ  
た簡単な計算を実行すること； $+, -, \times, \div, =$   
などの記号を正しく利用して計算を記録する  
こと。

#### 「数に関する問題解決」

- 4 生徒は以下のことを教えられるべきである
- a 演算への理解を引き出しながら，整数の問題  
(金銭計算や測定問題なども含んだ) を解決す  
るために適切な計算方法を選ぶこと。
- b 答えが正しいかどうかを確かめ，その方法や  
推論を説明すること。

#### [キーステージ 2]

##### 「知識，技能，理解」

指導は「数」領域，「形，空間，測定」領域，

そして「データの処理」領域の間に適切な関連を  
持たせるようにすべきである。

#### 「数を利用し応用する」

- 1 生徒は以下のことを教えられるべきである
- ・問題解決
- a 数学の中で関連付けたり，数学のその他の分  
野での問題解決において，数の知識や技能の適  
切な利用の良さを知ること。
- b 解法を試みる前に複雑な問題を簡単な問題に  
分解したり，幾つかの簡単な計算の手順に分解  
すること；課題に取り組むために必要な情報を  
特定すること。
- c 情報通信技術（ICT）を含んだ適切な数学的  
な器具を選び，利用すること。
- d 困難点を克服するために問題解決の色々な方  
法を見つけること。
- e 計算の答えの見積もりを暗算であること，答  
えを確かめること。
- ・コミュニケーション
- f 作業を計画し，記録の方法を工夫すること。
- g 与えられた問題の中で正しく図や記号を用い  
ること。
- h 問題の文脈の中で解法を表現し，解釈するこ  
と。
- i 正しい用語を用いて数学的に伝達すること。
- ・推論
- j 一般命題を理解し，探究すること。
- k 結果の中の規則を捜すこと；論理的な思考能  
力を発達させ，推論を説明すること。

#### 「数と数体系」

- 2 生徒は以下のことを教えられるべきである。
- ・数えること
- a 2桁と3桁の数について，10ずつ，または100  
ずつ，正の方向，負の方向に数えること；負の  
数まで拡張して，正の方向，負の方向に整数の  
等差で作られた数列を認識し，作ること。
- ・数のパターンと数列
- b 2, 5, 10倍の2桁と3桁の数を含めて，そ  
れらの規則を認識したり，予想したりしながら  
数のパターンを認識し，表現すること；関数的  
な関係を含めて，一般命題を作り，検証するこ

と；20までの素数と $10 \times 10$ までの平方数を認識すること；共通因数と2桁の数までの素因数を見つけること。

#### ・整 数

- c 数字の位置がその位を与えることを認識しながら、整数を読み、書き、並べること；>、= の記号を正しく利用すること；整数を10や100で掛けたり割ったりする。後に1000まで拡張すること；整数を10, 100, 1000に近いところで丸めること；その方法や推論を説明しながら、負の数を並べること；小数を10や100で掛けたり割ったりすること。

#### ・分数、百分率、比

- d 最初は単位分数 ( $1/3, 1/8$ )、そして全体の部分としての分数 ( $2/3, 5/8$ ) を理解すること、分数を数直線上に並べ、それらを形や量の端数を見つけるために利用すること。
- e 簡単な等しい分数を認識したり、約分したりすること；その方法と推論を説明すること；簡単な分数を通分して並べること。
- f  $1/2, 1/4, 1/10, 1/100$ と等しい小数を認識すること；百分率の意味と、それらが比較のために利用されることを理解すること；場合によっては電卓を用い、百分率を求める。
- g 全体の割合を理解し、それを表現するために、分数や百分率を利用し、その方法や推論を説明すること。
- h 比や割合に関する簡単な問題を解決すること。

#### ・小 数

- i ある場面において、小数第2位までの小数の記数法を理解し、利用すること；小数を数直線上に並べること；小数第3位まで、測定値の範囲で認識すること。
- j 小数第2位までの数を一番近い整数値、または小数第1位で丸める；その方法と推論しながら、センチを、ミリ、メートルに換算する、そしてメートルとミリ、メートルからキロの間の換算まで認識すること。

### 「計 算」

#### 3 生徒は以下のことを学ぶべきである。

##### ・数の演算とその間の関係

- a 四則演算とそれらの関係の理解を発展させること；計算に関連した語彙を利用する；与えられた問題を解決するために適切な演算を選び、それを同じような問題に応用すること。

- b 割り算の後にあまりを見つけること。そして分数や小数で商を表現すること；場面に応じて分数の答えを丸めること。

- c 演算の順序を決定するために括弧を利用するここと；なぜ足し算と掛け算には交換、分配の法則が適応できるのか、それらがいかに効果的に暗算や筆算に利用できるかを理解すること。

#### ・暗 算

- d 20までの数について全ての足し算と引き算を思い出すこと。
- e 100を作るためにどの2桁の数を足す必要があるのかを確かめ、そして2桁の数の組の足し算や引き算をすること；埋め合わせの方法（例えば  $3000 - 1997$ ）やその他の方法を用いて、3桁と4桁の特別な場合の足し算と引き算をすること。

- f  $10 \times 10$ までの九九を思い出し、それらを対応する割り算を素早く実行するために利用すること。

- g 2桁の数を倍々にしたり2等分したりすること。

- h 最初は1から100までの数の掛け算や割り算を行い、そして、因数や分解、その他の方法を用いて、特別な場合の大きな数の掛け算や割り算をすること。

#### ・筆 算

- i 1000以下の数の足し算と引き算を筆算で行い、後に10000まで拡張し、更に小数を含んだ足し算や引き算を行うこと；答えが妥当であるかどうかを確かめるために、近似やその他の方法を利用すること。

- j 最初は2桁×1桁、後に3桁×1桁や4桁×1桁の短い掛け算や割り算を筆算で行うこと、そして小数を含んだ掛け算や割り算；そして2桁×2桁の長い掛け算、最終的には3桁×2桁の掛け算；2桁の数で割る割り算の方法を拡張すること；答えが妥当であるかどうかを確かめるために、近似値やその他の方法を利用すること。

と。

#### ・電卓

- k 小数を含んだ数桁の数の計算のために電卓を利用すること；数の問題（例えば  $4 \square \times 7 = 343$ ）を解決するために電卓を用いること；電卓のキー入力の方法や、お金や分数電卓（例えば  $56 \times (87 - 48)$ ）を実行するために、適切な入力方法を知ること。

### 「数の問題解決」

- 4 生徒は以下のことを教えられるべきである
- a 日常生活での数、お金、長さ、かさ、容積や時間の測定、周の長さなどの文章題を解決するために四則演算を選び、利用し、組み合わせること。
  - b 適切な計算を選んで利用し、その方法と推論を説明すること。
  - c 問題の文脈を考えることでその結果が妥当であるかを近似したり、確かめたりすることで答えを見積もること。
  - d 公式を言葉や記号で作ったり利用したりしながら、簡単な数の間の関係を認識し、表現し、解釈すること。
  - e 最初は第一象限、後に全ての象限において座標を読み、点の位置を決定すること（例えば、長方形の頂点や3の倍数をプロットする）。

### [キーステージ 3]

#### 「知識、技能、理解」

指導は「数と代数」領域、「形、空間、測定」領域、そして「データの処理」領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

#### 「数と代数を利用し応用する」

- 1 生徒は以下のことを教えられるべきである

#### ・問題解決

- a 解決を求められている問題への柔軟なアプローチを開発するために数学的な関連を調べる；数的、代数学的な問題を解くために、適切な方法を選択すること。
- b 解法を試みる前に、複雑な計算を簡単なステップに分解すること。

- c 困難を克服するためのアプローチを実行したり、方策の効果を評価したりすること。

- d 数的な計算や代数的操作のために、能率的な技能を選択すること。

- e 計算の結果を暗算で見積もること；結果の正確さを確かめるための手順を用いる。

#### ・コミュニケーション

- f 代数的、グラフ的な形式で、問題やその解を表現すること；問題についての違った見通しを得るために、ある1つの表現形式から他のものに変えること。

- g 問題解決において、表記、記号、図などの、正しく一貫性のある使い方を身につける。

- h 数学的な提示の仕方を批判的に検討し、改善し正当化すること。

#### ・推論

- i 代数的な文脈の中で、パターンや対称を探究し規定すること、特殊な場合をさらに一般化できるかどうかを調べたり、反例の重要性を理解したりしながら；問題解決の例外的な場合を特定すること；新しい場合に、推測をしたりそれをチェックすること。

- j 問題解決の中で演繹を徐々に示すこと。

- k 実証と証明を区別すること。

- m 演繹的に結論を導く場合の仮定の重要性がわかること；設定される仮定の制約と、仮定を変えることが問題解決に及ぼす影響がわかること。

### 「数と数体系」

- 2 生徒は以下のことを教えられるべきである

#### ・整数

- a 大きな正の整数を処理するための位取りや整数についてわかったことを利用し、そしてそれを10の累乗にまとめること；負の数を理解し用いること、数直線上の位置と平行移動；整数を順序づけること；因数(除数)乗数、共通因数、最大公約数、最小公倍数、素数と素因数分解、などの概念と語彙を用いること。

#### ・累乗と根

- b 用語の、平方、正の平方根（平方根の符号は正の平方根を表すことを知りながら）、立方、立方根；小さな整数乗の指数表記と正の整数乗

の、乗法と除法の指数法則。

#### ・分 数

- c 分数表記を用いる；同値分数がわかり、共通因数を約分することによって分数を簡単にする；通分によって分数を順序づけること。

#### ・小 数

- d 小数表記を用いたり、有限小数は分数である（例えば、 $0.137 = 137/1000$ ）ことがわかること；小数を順序づけること。

#### ・百分率

- e 百分率は100に対する部分の数を意味することと、これを比率と対比して用いること；百分率を（例えば、10%は100に対する10の部分を意味し、Yの15%は $15/100 \times Y$ を意味する）100の演算子として説明すること。

#### ・比と割合

- f 比の表記を用いること、簡単な形式に直したりや分数表記したりしながら。

- g 分数や百分率は割合を比較するのに必要であることを理解する；割合の考えを必要とする問題を規定し、100%或いは全体としての正確な数を求める。

### 「計 算」

#### 3 生徒は以下のことを教えられるべきである

##### ・数の演算とその間の関係

- a 整数、その他の数の加減乗除；10の累乗や0と1の間の数による乗法や除法；正の整数の素因数分解を求めること（例えば、 $8000 = 2^6 \times 5^3$ ）。

- b かっここと演算の順序を用いること；暗算や筆算をより能率的に行うために、交換、結合、分配法則を使う方法を知ること。

- c 与えられた量の分数を計算し答えを分数として表すこと；与えられた数を他の分数で表す；共通分母の分数にして加法と減法を行うこと；簡単な分数を小数に換算するために、短い割り算を行うこと。

- d 乗法の逆数として単位分数を用いること（例えば、5で割ることを $1/5$ を掛けることや、 $6/7$ を掛けることを、6を掛けたあと7で割ることなど）；与えられた分数に、整数や、単位分数や

一般の分数でかけ算や割り算を行うこと。

- e 全体の分数を全体の百分率に換算することとその逆、更に演算子としての百分率の乗法的性質（例えば、150ポンドの20%割引は総計 $0.8 \times 150$ ポンドとなる）を理解すること。
- f 与えられた比に分けること（例えば、15ポンドを1：2に分ける）。

#### ・暗 算

- g 100についての正の整数の補数を想起すること（例えば、 $37+63=100$ ）； $10 \times 10$  のかけ算を想起し、それを対応するわり算に用いること；2, 3, 4, 5, 10の3乗や、なじみのある簡単な分数（例えば、 $1/2, 1/4, 1/5, 1/10, 1/100, 1/3, 2/3, 1/8$ ）の分数と小数の換算を想起すること。

- h 直近の整数や有効数字に丸めること；小数を含む問題の解を見積もること。

- i 暗算のストラテジーを開発すること；既知のことから未知のことを導くこと（例えば、 $\sqrt{85}$ を推測する）；2桁の小数で加法や減法の暗算をすること（例えば、 $13.76 - 5.21, 20.08 + 12.4$ ）；1桁以下の小数の乗法と除法（例えば $14.3 \times 4, 56.7 \div 7$ ）可能なら因数分解も利用しながら。

#### ・筆 算

- j 整数と小数の加法と減法に標準的な縦書きの手順（筆算）を用いること。

- k 整数や小数の乗法に標準的な縦書きの筆算を使うこと、また、小数の計算では、同値分数のかけ算でどうなるかを考慮することによって、小数点の位置がどこに来るかを理解しながら（例えば、 $0.6 \times 0.7 = 0.42, 6/10 \times 7/10 = 42/100 = 0.42$ ）；小数による割り算を含む問題を整数による割り算に変換して解くこと。

- l 分数の計算で能率的な方法を用いること。計算を実行する前に共通因数を約分したり、多くの場合、1つの分数だけで完全な解を表現できることを理解しながら。

- m 簡単な百分率の問題を解くこと、増加、減少を含む（例えば、VAT（付加価値税）、インフレの年率、税収、割引）。

- n ありきたりでないストラテジーや能率的な解

法を用いることも含んだ、比や割合についての文章題を解く（例えば、m項目でyポンドかかるとき、1項目では $y/m$ ポンドかかる、n項目では $(n \times x)$ ポンドかかる、zポンドで買える項目数は $z \times m/y$ である）。

#### ・電卓の方法

- o 電卓を効果的、能率的に用いること；かっこを使った複雑な計算を入力する方法を知り（例えば、負の数や複数の項の除法に対する）、測定値を含むようないろいろな計算の入力の仕方について知ること（例えば、時間の分数が、分数や小数で入力される必要のある時間の計算）。
- p 逆数、2乗、平方根、累乗、分数などの、ファンクションキーを用いること。
- q 電卓の表示を理解すること。それを正しく解釈（例えば、金銭の計算の表示が、電卓で丸められているとき）したり、計算の途中の段階では丸めないことを知りながら。

### 「数的な問題の解決」

#### 4 生徒は以下のことを教えられるべきである

- a 以下のことについての知識を導き出すこと；数の問題の演算とそれらの関係、簡単な整数乗とその累乗根、比や割合を含んだ問題を解くこと；いろいろな測度や複雑な測度、メートル法の単位、メートル法と英國法定基準単位間の換算。
- b 数的な問題（解を見つけるのにより能率的な方法が明らかでないところの試行や改良を含む）を解くための演算、方法、ストラテジーを選択すること。
- c いろいろな確かめをするための手続き（問題を逆に解いたり、結果が大きさの正しい順になっているかどうかを考えてみたりすることを含む）。
- d データや測定の正確さの限界を認識しながら問題の文脈の中で、適度の精度に対する解を与えること。

### [方程式、公式、恒等式]

#### 5 生徒は以下のことを教えられるべきである。

##### ・記号の使用

a 代数において文字や記号の異なる役割を識別すること、方程式の中で未知数を表すもの（例えば、 $X^3 + 1 = 65$ ）、公式の中で量や変数を表すもの（例えば、 $V = I R$ ）、恒等式の中で一般的で不特定、独立な数を表すもの（例えば、 $3x + 2x = 5x$ 、或いは $3(a + b) = 3a + 3b$ 、或いは $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ ）、そして関数において、既知の量を当てはめることによって新しい式や量を定義するもの。

b 代数式の変換は算術の規則に従い、一般化したものであることを理解すること；同類項の簡約によって代数式を簡単にしたり変換したりすること（例えば、 $x^2 + 3x + 5 - 4x + 2x^2 = 3x^2 - x + 5$ ）括弧にある項を掛けたり、共通因数を取り出したり（例えば、 $x^2 + x = x(x + 1)$ ）、2つの1次式の積（1次式の平方を含む）の展開による（例えば、 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ 、 $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$ ）；そして；用語の‘方程式’、‘公式’、‘恒等式’、‘式’の意味を識別すること。

##### ・指数表記

c 簡単な整数乗の指数表記や指数法則の簡単な例を用いること； $3x^2 + 4$ や $2x^3$ のような式に正負の数を代入すること。

##### ・方程式

d 簡単な方程式を設定すること（角の大きさが、 $a$ 、 $a + 10$ 、 $a + 20$ である三角形の角の大きさを求める）；簡単な方程式（例えば、 $5x = 7$ 、 $3(2x + 1) = 8$ ； $2(1 - x) = 6(2 + x)$ ； $4x^2 = 36$ ； $3 = Z$ ）を逆演算や両辺を同じ方法で変換する方法によって解くこと。

##### ・1次方程式

e 整数係数で未知数1個、未知数が一方の辺や両辺に現れるような1次方程式を解くこと；括弧の簡約を必要とする1次方程式（どこでも負の記号が出てきたり負の解が出てくるような方程式を含む）を解くこと。

##### ・公式

f 数学や他の教科からの公式を使用すること（例えば、三角形の面積公式、円に囲まれた部分の面積公式、密度=重さ／体積）；公式に数值を代入すること；公式の主題を変えること

(例えば、華氏と摂氏の温度の変換、面積Aと1辺の長さ1が与えられた長方形の周囲の長さを求ること。

・正比例

g 正比例を含む文章やその他の問題を解くために方程式を設定したり用いたりすること。

・連立1次方程式

h 方程式のグラフ的表現とその代数的な解と関連すること；1次の連立方程式近似解をグラフ的な方法で求め、そして消去法によって解を求める；解を持たなかつたり無限個の解をもつ場合のグラフについて考察すること。

・不等式

i 1変数の簡単な1次不等式を解いたり、数直線上に解を表示したりすること。

・数的な方法

j 簡単な解析的な方法がない方程式の近似解を求めるためにI C T（情報通信技術）で系統的な試行と改良の方法を用いること。

## 〔数列、関数、グラフ〕

### 6 生徒は以下のことを教えられるべきである

・数列

a なじみのある整数の数列を生成すること（奇数、偶数、平方整数、2の累乗、10の累乗、三角数を含む）。

b 文脈から自然に生じる規則が与えられた数列の初項を求めること（例えば、1pと2pだけのコインを使ってペンスで支払う方法の数、或いは規則的に増加する空間のパターン）；数列の第n項の規則（それを用語で提示する）を見つけること。

c 数列の項と項、位置と項間の定義を用いて数列の項を生成する；算術的数列の第n項を述べるために1次式を用いること、それが生成された文脈や活動に照合することによってその形式が正しいことを確認しながら。

・関数

d 簡単な関数を式に表すこと、最初は言語で、次に記号で；簡単な多項関数の性質を探求すること。

e 平面の座標の通例(convention)を用いるこ

と；4つ全部の象限に点をプロットすること；(mとcの値が与えられているとき)形式 $y = mx + c$ の方程式が座標平面内の直線のグラフに対応することがわかること；yがxの項の陽関数（例えば、 $y = 2x + 3$ ）や陰関数（例えば、 $x + y = 7$ ）で与えられる関数のグラフをプロットすること。

f 実生活の問題から生ずる一次関数を構成したり、それに対応するグラフをプロットしたりすること；実際場面から生ずるグラフについて討議したり説明したりすること（例えば、一定速度で動く物体の距離と時間）。

g 簡単な2次と3次の関数の点をとったりグラフをプロットしたりすること（例えば、 $y = x^2$ ,  $y = 3x^2 + 4$ ,  $y = x^3$ ）。

・傾き

h 形式 $y = mx + c$ の方程式で与えられた直線の傾きを見つけること（mとcの値は与えられたとき）；平行な直線の傾きとこれらの直線に直交する直線について調べること（例えば、 $y = 5x$ と $y = 5x - 4$ 平行線を表し、それぞれ傾きは5で、これらの直線に直交する直線のグラフの傾きはいずれも $-1/5$ であることを知る）。

## [キーステージ 4 (foundation)]

### 「知識、技能、理解」

指導は「数と代数」領域、「形、空間、測定」領域、そして「データの処理」領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

### 「数を利用し応用する」

#### 1 生徒は以下のことを教えられるべきである

・問題解決

a 数的、代数学的な問題を解くために、適切な問題解決ストラテジーや効果的な技術を選択し用いること。

b 解法を試みる前に、複雑な問題を簡単な問題に分解したり、幾つかの簡単な計算の手順に分解すること；課題に取り組むために必要な情報を特定すること。

c 問題の文脈の中で、変数を特定したり方程式を解いたり解を解釈したりしながら、簡単な問

題を解いたり公式化したりするために代数を用いること。

- d 計算の結果を暗算で見積もること；確かめの手順（逆算を使うことを含む）調べること；指定された正確さにする作業。

・コミュニケーション

- e いろいろな形式で提示された数的代数的情報を説明したり討議したりすること。

- f 与えられた問題の中で正しく図や記号を用いること。

- g 問題やその解の数的、代数的、グラフ的な表現をするためにいろいろな方法を用いる。

- h 元の問題の文脈の中で解法を表現し、解釈すること。

- i 数学的な提示の選択を振り返ったり正当化したりすること。

・推論

- j 代数的な文脈の中で、パターンや対称を探究し特定すること（例えば、文字として数を用いる代わりに簡単な記号を用いる）特殊な場合をさらに一般化できるかどうか調べることや、反例の重要性を理解すること；問題解決の例外的な場合を特定すること。

- k 問題解決の中で演繹を徐々に示すこと。

- l 実証と証明を区別すること；仮定の重要性がわかること；設定される仮定の制限といろいろな仮定が問題解決に及ぼす効果がわかること。

「数と数体系」

2 生徒は以下のことを教えられるべきである

・整数

- a 大きな正の整数を処理するための位取りや整数についてわかったことを用い、そしてそれを10の累乗にまとめる；正の数を理解し用いること、数直線上の位置と平行移動；整数を順序づけること；因数（除数）乗数、共通因数の概念と語彙を用いること。

- b 用語の、平方、正の平方根、立方を用いる；平方の指数表記、立方と10の累乗；標準的な指数形式、普通の表記と電卓表記を表示すること。

・分数

- c 同値分数がわかる、共通因数を約分すること

によって分数を簡単にする；通分によって分数を順序づける。

・小数

- d 小数表記を用いたり、有限小数は分数である（例えば、 $0.137 = 137/1000$ ）ことがわかること；小数を順序づける。

・百分率

- e 百分率は100に対する部分の数を意味することと、これを比率と対比して用いること；百分率を（例えば、10%は100に対する10の部分を意味し、yの15%は $15/100 \times y$ を意味する）100の演算子として説明すること。

・比

- f 比の表記を用いること、簡単な形式や分数表記（例えば、地図と縮図、紙のサイズ、歯車）など。

「計算」

3 生徒は以下のことを教えられるべきである

・数の演算とその間の関係

- a 整数、その他の数の加減乗除；10の累乗や0と1の間の数による乗法や除法；与えられた問題を解決するために適切な演算を選び、それを同じような問題に応用すること；正の整数の素因数分解を見つける；かけ算の逆としての逆数を理解し0でない数は逆数をかけられると1になる（そして、0は逆数を持たない、何故なら、0で割るわり算は定義できないから）；負の数による乗法と除法；整数、分数、負の累乗の乗法や除法を含む数表示の値を簡単にしたり計算したりするために指数法則を使うこと；逆演算を用いる正の数n乗の逆演算は $1/n$ 乗であることを理解しながら。

- b かっこと計算の順序を用いること。

- c 分数として解答を表しながら、与えられた量の与えられた分数の計算をすること（例えば、製図と模型の作成、割引）；与えられた数を他の分数で表す；共通分母の分数にして加法と減法を行うこと；簡単な分数を小数に換算して、短いわり算を行うこと。

- d 乗法の逆数として単位分数を用いること（例えば、5で割ることを $1/5$ を掛けることであり、6

/7を掛けることを、6を掛けたあと7で割ることなどである) ; 分数に整数を掛けたり整数で割ったり、また分数に単位分数を掛けたりすること。

e 全体の分数を全体の百分率に換算すること(例えば、食事、経費や、経営のコストの分析や、車の維持費や所有経費など) ; そして演算子としての百分率の乗法的性質を理解すること(例えば、150の30%増は、 $1.3 \times 150$ 、一方、20%割引は、 $0.8 \times 150$ となること)。

f 100についての正の整数の補数を想起すること(例えば、 $37+63=100$ ) ;  $10 \times 10$ のかけ算を想起し、それを対応するわり算に用いること；2, 3, 4, 5, 10の3乗や、なじみのある簡単な分数と小数の転換を想起すること(例えば、 $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$ ,  $1/100$ ,  $1/3$ ,  $2/3$ ,  $1/8$ )。

h 直近の整数や有効数字に丸めること；小数を含む問題の解を見積もること。

i 暗算のストラテジーを発展させること；既知のことから未知のことを導くこと(例えば、 $\sqrt{85}$ を推測する) ; 2桁の小数で加法や減法の暗算をすること(例えば、 $13.76 - 5.21$ ,  $20.08 + 12.4$ ) ; 1桁以下の小数の乗法と除法、交換、結合、分配法則、因数分解、位取りの調整などを使いながら。

#### ・筆 算

j 整数と小数の加法と減法に標準的な縦書きの手順(筆算)を用いること。

k 整数や小数の乗法に標準的な縦書きの筆算を使うこと、また、小数の計算では、同値分数のかけ算でどうなるかを考慮することによって、小数点の位置がどこに来るかを理解しながら(例えば、 $0.6 \times 0.7 = 0.42$ ,  $6/10 \times 7/10 = 42/100 = 0.42$ ) ; 小数による割り算を含む問題を整数による割り算に変換して解くこと。

l 分数の計算で能率的な方法を用いること。計算を実行する前に共通因数を約分したり、多くの場合、1つの分数だけで完全な解を表現できることを理解しながら。

m 簡単な百分率の問題を解くこと、増加、減少(例えば、VAT(付加価値税)インフレの年率、税率、割引)。

n 非公式なストラテジーや能率的な解法を用いることも含んだ、比や割合についての文章題を解く(例えば、m項目でyかかるとき1項目では $y \cdot m$ かかる、n項目では $n \times y \cdot m$ かかる、zでかえる項目数は $z \times m \cdot y$ )。

#### ・電卓の方法

- o 電卓を効果的、能率的に用いること；複雑な計算を入力する方法を知り、逆のファンクションキーをもちいること(平方や立方など)。
- p 標準的な指数形式や測定値を含む計算を入力すること(例えば、時間の分数が分数や小数で入力されなければならないところで時間の計算)。
- q それを正しく説明したり(例えば、金銭の計算の表示が、電卓で丸められるとき)、計算の途中の段階では丸めないことを知りながら電卓の表示を理解すること。

#### 「数の問題解決」

##### 4 生徒は以下のことを教えられるべきである

- a 数の問題の演算や関係、そして簡単な整数乗とその累乗根についての知識を引き出すこと；比や割合を含んだ問題、いろいろな測定や複雑な測定、メートル法の単位、メートル法と英國法定基準単位間の換算など。
- b 解を見つけるのにより能率的な方法が明らかでないところの試行や改良を含む、数問題を解くための演算、方法、ストラテジーを選択すること。
- c いろいろな確かめの手続き。
- d 問題の文脈の中で、適度の精度をもって解を与えること、電卓上に示された解を説明したりデータや測定の正確さの限界を認識しながら。

#### 「方程式、公式、恒等式」

##### 5 生徒は以下のことを教えられるべきである

#### ・記号の使用

- a 代数で文字記号の異なる役割を識別すること、方程式で未知数を表すもの(例えば、 $5x + 1 = 16$ )、公式で量や変数を表すもの(例えば、 $V = I R$ )、恒等式における一般的で不定定、独立な数を表すもの(例えば、 $3x + 2x =$

$5x$ ,  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$  すべての  $x$  の値に対して), そして (例えば  $y = 2x$ ) 関数の中で未知の量を表すものがあることをしりながら。

b 代数的表現を項を集約したり, 括弧にある項を掛けたり, 共通因子を取り出したり必要な代数的表現の変換 (例えば,  $x+5-2x-1=4-x$ ;  $5(2x+3)=10x+15$ ;  $x^2+3x=x(x+3)$ ) は算数的な規則を一般化したものであることを理解すること; 用語の ‘方程式’, ‘公式’ ‘恒等式’, ‘関数表現’ の意味の違いを理解すること。

#### ・指数表記

c 簡単な整数乗の指数表記や指数法則の簡単な例を用いること;  $3x^2+4$  や  $2x^3$  のような式に正負の数を代入すること。

#### ・不等式

d 1変数の簡単な1次不等式を解いたり, 数直線上に解を表示したりすること。

e 整数係数で, 方程式の一方の側や両辺に未知数現れるような1次方程式を解くこと (括弧の簡約を必要とする1次方程式, 方程式の中のどこでも負の記号が出てきたり負の解が出てくるような方程式を含む)。

f 言葉や文字や記号を使って表現された, 数学や他の教科からの公式を使用すること (例えば, 三角形や円に囲まれた部分の面積公式, 賃金=労働時間×労賃の時間単価); 公式に数値を代入すること; 公式を導いたりその対象を代えたりすること (例えば, 摂氏と華氏の気温の変換をしたり, 面積Aと1辺の長さが与えられた長方形の周囲の長さを見つけたり, また  $V=IR$  から  $V$  と  $I$  で  $R$  の公式を生成するなど)。

### 「数列, 関数, グラフ」

#### 6 生徒は以下のことを教えられるべきである

##### ・数列

a 数列の項と項, 位置と項間の定義を用いて数列の項を生成する; 算術的数列の第  $n$  項を述べるために1次表現を用いること (それが生成された文脈や活動に参照することによってその形式が正しいことを確認しながら)。

#### ・1次関数のグラフ

b 平面の座標のconvention (慣習) を用いること; 4つ全部の象限に点をプロットする; ( $m$  と  $c$  の値が与えられ) 形式  $y=mx+c$  の方程式が座標平面内の直線のグラフに対応することがわかる;  $y$  が  $x$  の項の陽関数 (例えば,  $y=2x+3$ ) や陰関数 (例えば,  $x+y=7$ ) で与えられる関数のグラフをプロットする。

c 実生活の問題から一次関数を構成したりそれに対応するグラフをプロットしたりすること; 実際場面から生ずるグラフについて討議したり説明したりすること; 異なる二直線の交点は, 直線で示された連立方程式の解であることを理解すること; 線形の関係にある点の集合に最もよくフィットする直線を描くこと。

#### ・傾き

d 形式  $y=mx+c$  の方程式で与えられた直線の傾きを見つけること ( $m$  と  $c$  の値は与えられたとき); 平行な直線の傾きを調べる。

#### ・グラフの情報の説明

e 線形, 非線形で提示された情報を説明する (例えば, グラフの意味する傾向, 変換 (CONVERSION) グラフ, 距離一時間のグラフ, 年齢別の身長と体重のグラフ, 雇用のような時間とともに変化する量のグラフ)。

f 情報コミュニケーション技術 (ICT) を含んだ様々な情報の供給源や教材を探究したり利用すること。

g 数に関する活動と他の数学における側面を結び付けることを助長するような活動。

### [キーステージ 4 (higher)]

#### 「知識, 技能, 理解」

指導は「数と代数」領域, 「形, 空間, 測定」領域, そして「データの処理」領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

#### 「数を利用し応用する」

##### 1 生徒は以下のことを教えられるべきである

##### ・問題解決

a より複雑な問題を解くために, 適切な問題解決ストラテジーや効果的な技術 (数的, 代数学

- 的な操作を含む) を選択し用いること。
- b 解法を試みる前に、複雑な問題を簡単な問題に分解したり、幾つかの簡単な計算の手順に分解すること；課題に取り組むために必要な情報を特定すること。
- c 問題の文脈の中で、変数を特定したり方程式を解いたり解を解釈したりしながら、簡単な問題を解いたり公式化したりするために代数を用いること。
- d 計算の結果を暗算で推測すること；確かめの手順(逆算を使うことを含む)を調べること；正確さの程度に対する解を提示する；正確な計算でどのようにして誤りが起こるかを理解すること。
- ・コミュニケーション
- e 作業について討議したり、数学的な用語や記号の範囲を広げながら推論を説明したりすること。
- f 問題やその解の数的、代数的、グラフ的な表現をするためにいろいろな方法を用いること；問題についての違った見通しを得るために、1つの表現形式から他の形式に移すこと。
- g 元の問題の文脈の中で解法を表現し、解釈すること。
- h 与えられた問題の中で正しく図や記号を用いること。
- i 数学的な表現の選択を批判的に検討、修正し、そして正当化すること；簡明で合理的な議論を提示すること。
- ・推論
- j 代数的な文脈の中で、パターンや対称を探究し特定し用いること、特殊な場合をさらに一般化できるかどうか調べながら、反例の重要性を理解すること；問題解決の例外的な場合を特定すること。
- k 問題解決の中で演繹を徐々に示すこと。
- l 実証と証明を区別すること。
- m 演繹的に結論を導く場合の仮定の重要性がわかること；設定される仮定の制限といろいろな仮定が問題解決に及ぼす効果がわかること。

## 「数と数体系」

### 2 生徒は以下のことを教えられるべきである

#### ・整数

- a 大きな正の整数を処理するための位取りや整数についてわかっていることを用い、そして、それを10の累乗にまとめる；数直線上の位置と平行移動として、負の整数を理解し用いること；整数を順序づけること；因数(除数)、乗数、共通因数、最大公約数、最小公倍数、素数、素因数分解の概念と用語を用いること。

#### ・累乗と根

- b 用語の、平方、正の平方根、負の平方根、立方と立方根；指数表記(例えば、 $8^2$   $8^{1/3}$ )と整数乗の乗法や除法の指数法則を使用すること；標準的な指数形式、普通の表記と電卓表記を表示すること。

#### ・分数

- c 同値分数がわかり、共通因数を消す(約分)ことによって分数を簡単にすること；通分によって分数を順序づけること。

#### ・小数

- d 小数表記を用いたり、有限小数は分数である(例えば、 $0.137=137/1000$ )ことがわかること；小数を順序づける。

#### ・百分率

- e 百分率は100に対する部分の数を意味すること；百分率を(例えば、10%は100に対する10の部分を意味し、yの15%は $15/100 \times y$ を意味する)100の演算子として説明すること。

#### ・比

- f 比の表記を用いること、簡単な形式や分数表記(例えば、地図と縮図、紙のサイズ、歯車)など。

## 「計算」

### 3 生徒は以下のことを教えられるべきである

#### ・数の演算とその間の関係

- a 整数、その他の数の加減乗除；10の累乗や0と1の間の数による乗法や除法と；与えられた問題を解決するために適切な演算を選び、それを同じような問題に応用すること。正の整数の素因数分解を見つける；かけ算の逆としての逆数を理解し0でない数は逆数をかけられると1

になる（そして、0は逆数を持たない、何故なら、0で割るわり算は定義できないから）；負の数による乗法と除法；整数、分数、負の累乗の乗法や除法を含む数表示の値を簡単にしたり計算したりするために指数法則を使うこと；逆演算を用いる正の数n乗逆演算は $1/n$ 乗であることを理解しながら。

- b かっことその計算の順序を用いる。
- c 分数で解答を表しながら、与えられた量の分数の計算すること（例えば、製図と模型の作成、割引）；与えられた数を他の分数で表す；共通分母の分数にして加法と減法をすること；簡単な分数を小数に換算して、短い割り算を行うこと；2と5の素数だけを分母とする分数（有限小数）と他の分数（循環小数として表せる）を識別すること；循環小数を分数に変換すること（例えば、 $0.142857142857\dots = 1/7$ ）。
- d 乗法の逆数として単位分数を用いること（例えば、5で割ることを $1/5$ を掛けることであり、6/7を掛けることを、6を掛けたあと7で割ることである）；分数に整数を掛けたり整数で割ったり、また分数に単位分数を掛けたりすること。
- e 全体の分数を全体の百分率に換算すること；そして演算子としての百分率の乗法的性質を理解すること（例えば、yの15%増の15%減は、 $1.15 \times 0.85 \times y$ として計算される）；百分率変換の後の量が与えられて、元の大きさを求めるここと；百分率問題の逆を求めるこ（例えば、レストランの食事は、VAT17.5%で36ポンドかかる、VATがかかる前の価格は $36/1.775$ として計算される）。

#### ・暗 算

- g  $2 \times 2$ から $15 \times 15$ までの整数の平方とそれに対応する平方根を想起すること；2, 3, 4, 5, 10の3乗、正の整数nについて $n^0=1$ ,  $n^{-1}=G$ （例えば、 $10^0=1$ ;  $9^{-1}=E$ ），負の数についての規則（例えば、 $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$ ），正の数nについて $n^{1/2}=\sqrt{n}$ ,  $n^{1/3}=\sqrt[3]{n}$ （例えば、 $25^{1/2}=5$ ,  $64^{1/3}=4$ ）を想起すること。
- h 所与の有効数字に丸めること；暗算のストラテジーを開発すること；既知のことから未知の

ことを導くこと；普通表示の数と標準指数形式表示の数の換算をすること（例えば、 $0.1234=1.0234 \times 10^{-1}$ ），乗法や除法を含む計算の賢明な見積もりをするための標準指数形式表示の数への換算をしながら。

#### ・筆 算

- i 分数の計算で能率的な方法を用いること、計算を実行する前に共通因数を約分したり、多くの場合、ある分数のみが完全な解を示すことができるることを認識しながら。
- j 増加、減少（例えば、単利、VAT（付加価値税）インフレの年率）などの百分率の問題を解くこと。
- k 累乗で示された乗数を用いて比例の繰り返しを表現すること（例えば、複利）；正比例や反比例で変化する量から未知の量を計算すること
- m 標準指数形式で計算すること（例えば、 $2.4 \times 10^7 \times 5 \times 10^3 = 12 \times 10^{10} = 1.2 \times 10^{11}$ ,  $(2.4 \times 10^7) \div (5 \times 10^3) = 4.8 \times 10^3$ ）。
- n 計算に電卓なしで無理数とπを用いる；分母を有理化すること（例えば、 $1/\sqrt{3} = \sqrt{3}/3$ ）。

#### ・電卓の方法

- o 電卓を効果的、能率的に用いること；複雑な計算を入力する方法を知りながら；ファンクションキー拡張機能を用いること、学習計画に関わる三角法や統計の機能を含む。
- p 電卓の表示について理解すること、表示が電卓で丸められ、計算の途中では丸められないことを知りながら。
- q 計算の上限と下限を計算するために、特に測定では、電卓や筆算を用いること。
- r 標準指数形式の表示と標準指数形式で数を入力する方法を用いること。
- s 適当なわり算をすることによって逆の百分率の計算に電卓を用いること。
- t 指数的な成長や衰退（例えば、科学や地理学）の探求のために電卓を用いること、乗数や累乗キーを使いながら。

#### 「数的な問題の解決」

- 4 生徒は以下のことを教えられるべきである
  - a 演算や逆演算（累乗と根を含む）、問題や文

章題を解くのにふさわしいストラテジーを選択し使用するために、簡略化の方法(因数分解や、加法や乗法、因数分解における交換、結合、分配法則の使用)、の知識を、さらに簡単な整数乗とその累乗根についての知識を導き出すこと(比や割合、繰り返しによる比例的変化、分数、百分率と逆百分率、反比例、無理数、測定値と測定値間の変換、そして特別な状況の中で定義された複雑な測定値などを含む)。

- b 問題の解のチェックと推測すること；解の適度の精度を選択し、正しいことを確認すること；データや測定値の正確さの限界を認識すること。

### 「方程式、公式、恒等式」

#### 5 生徒は以下のことを教えられるべきである

##### ・記号の使用

- a 代数で文字記号の異なる役割を識別すること、方程式で未知数を表すもの(例えば、 $x^2 + 1 = 81$ )、公式で量や変数を表すもの(例えば、 $V = I R$ )、恒等式における一般的で不特定、独立な数を表すもの(例えば、 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$  すべての  $x$  の値に対して)、そして(例えば  $y = 2 - 7x$  ;  $f(x) = x^3$  ;  $y = m$  with  $x \neq 0$ ) 関数の中で未知の量を表すものがあることをしりながら。

- b 代数的表現を項を集約したり、括弧にある項を掛けたり、共通因子を取り出したり枢要な代数的表現の変換(例えば、 $a(b + c) = ab + ac$ )；2つの1次式の積の展開( $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$ )；同類項の簡約、カッコに1つの項をかける(例えば、 $9x - 3 = 3(3x - 1)$ )、2次式の因数分解(例えば、 $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ ) そして有理形式表示の共通因数を約する( $2(x + 1)^2 / (x + 1) = 2(x + 1)$ )。

- c 用語の「方程式」、「公式」、「恒等式」、「関数表現(式)」の意味と用法について知ること。

##### ・指數表記

- d 簡単な整数乗の指數表記や指數法則の簡単な例を用いること(例えば、 $x^3 \times x^2 = x^5$  ;  $x^2 / x^3 = x^{-1}$  ;  $(x^2)^3 = x^6$  ;  $3x^2 + 4$  や  $2x^3$  の

ような式に正負の数を代入すること。

##### ・方程式

- e 簡単な方程式を設定すること(角の大きさが、 $a$ 、 $a + 10$ 、 $a + 20$  である三角形の角の大きさを求める)；簡単な方程式(例えば、 $5x = 7$  ;  $11 - 4x = 2$  ;  $3(2x + 1) = 8$  ;  $2(1 - x) = 6(2 + x)$  ;  $4x^2 = 9$  ;  $3 = N$ ) を逆演算や両辺を同じ方法で変換する方法によって解くこと。

##### ・1次方程式

- f 整数や分数の係数で未知数1個、未知数が一方の辺や両辺に現れるような1次方程式を解くこと；括弧の簡約を必要とする1次方程式(どこでも負の記号が出てきたり負の解が出てくるような方程式を含む)を解くこと。

##### ・公式

- g 数学や他の教科からの公式を使用すること(例えば、三角形や平行四辺形、円に囲まれた部分の面積公式、角柱の体積、円錐の体積)；公式に数値を代入すること；公式の対象を変えること、(対象が2回出てきたり、対象の累乗が出てきたりする場合も含む)、(例えば、 $A = Yr^2$  が与えられて、 $r$  を求める、 $y = mx + c$  が与えられて  $x$  を求める)；公式を作ること(例えば面積  $A$  と1辺の長さが与えられた長方形の周囲の長さを見つける)。

##### ・正比例と反比例

- h 正比例と反比例(例えば、 $y \propto x$ 、 $y \propto x^2$ 、 $y \propto 1/x$ 、 $y \propto 1/x^2$ )を含むような章題やその他の問題を解くために、方程式を作ったり利用したりすること、そして、方程式の代数的な解と解のグラフによる表現と関連づけること。

##### ・連立方程式

- i 未知数2個の連立方程式の解を消去法により求めること、また、方程式を直線とその交点としての共通の解であることを説明できること。
- j 1変数の簡単な1次不等式をとき、数直線上に解の集合を表示すること；2つの変数を数個の不等式をとき、解集合を求める。

##### ・2次方程式

- k 因数分解によって2次方程式を解くこと、平

方完成と2次公式を用いながら。

#### ・1次と2次の連立方程式

- 1 消去法により、2つの未知数を含む、1次方程式と2次方程式の連立方程式(例えば、 $y=11x-2$ と $y=5x^2$ 、あるいは2番目の式が $x^2+y^2=r^2$ の形式である)。

#### ・数的な方法

- m 簡単な解析的な解法がないような方程式の近似解を求めるために、系統的な試行と改良(試行改良法)を用いる(例えば、 $x^3-x=900$ )。

### 「数列、関数、グラフ」

#### 6 生徒は以下のことを教えられるべきである

##### ・数列

- a 見慣れた整数の数列をつくること(奇数、偶数、平方数、2の累乗、10の累乗、三角数)；数列の項と項、位置と項間の定義を用いて数列の項を生成する；算術的数列の第n項を述べるために1次表現を用いること、それが生成された文脈や活動に参照することによってその形式が正しいことを確認しながら。

##### ・1次関数のグラフ

- b 平面の座標のconvention(慣習)を用いること；4つ全部の象限に点をプロットする；(mとcの値が与えられ)形式 $y=mx+c$ の方程式が座標平面内の直線のグラフに対応することがわかる；yがxの項の陽関数(例えば、 $y=2x+3$ )や陰関数(例えば、 $x+y=7$ )で与えられる関数のグラフをプロットすること。

- c 形式 $y=mx+c$ (mとcの値が与えられている)の方程式によって与えられた直線の傾きを見つけること； $y=mx+c$ が直線を表し、mは直線の傾き、cはy軸との交点の値を表すことを理解すること；平行な直線や垂直な直線の傾きについて調べること(例えば、方程式 $y=-5x$ と $y=3-5x$ によって表された直線は、平行である、それぞれ傾き-5で、これらに垂直な直線は傾き1/5をもつ)。

- d 一次関数を構成したり、実生活上の問題から生じるグラフをプロットしたりすること；実際場面から生ずるグラフについて討議したり説明したりすること(例えば、一定速度の動きの距

離一時間のグラフ、容器をからにする時の水の深さ、一定加速度をもった動きの速度一時間のグラフ)。

#### ・2次関数

- e 簡単な2次関数(例えば、 $y=x^2$ ； $y=3x^2+4$ )、さらに、より一般的な2次関数(例えば、 $y=x^2+2x+1$ )のグラフの点をとったりグラフをプロットしたりすること；2次関数のグラフから対応する2次方程式の近似解を見つけること；直線と2次関数のグラフとの交点をみつけること、そして、それは、1次と2次の関数で示された連立方程式の近似解であることを知る。

#### ・他の関数

- f 次のようなグラフをプロットすること；簡単な3次関数(例えば、 $y=x^3$ )、逆関数 $y=1/x$ ( $x \neq 0$ )、kは簡単な正の数、xは整数の指数関数 $y=kx$ (例えば、 $y=2x$ ； $y=(1/2)x$ )、周期関数 $y=\sin x$ と $y=\cos x$ 、スプレッドシートや鉛筆と紙のようなグラフ作成用具を使って；これらの関数の特徴的な形を認識すること。

#### ・関数の変換

- g 関数 $f(x)$ に対する変換 $y=f(x)+a$ 、 $y=f(x+a)$ 、 $y=a f(x)$ に $y=f(x)$ のグラフを利用すること。

#### ・軌跡

- h 簡単な軌跡のグラフを作図すること、原点を中心とする半径rの円 $x^2+y^2=r^2$ ；この円と与えられた直線との交点をグラフで見つけ、これが直線と円を表す連立方程式を解くことに対応することを知ること。

### 参考資料

View The National Curriculum

…ks1 ks2 ks3 ks4 foundation ks4 higher…

(<http://www.nc.uk.net/servlets/Subjects?Subject=Ma>)