

# 拡大次元自動抽出制御と推定器による 非線形制御則合成

高田 等\* 梶原 健太郎\*\* 八野 知博\*

Synthesis of Nonlinear Control Law by AACC and Estimator

Hitoshi TAKATA\* , Kentaro KAJIHARA\*\* and Tomohiro HACHINO\*

In this paper we consider a nonlinear feedback control law which is called an augmented automatic choosing control (AACC) for nonlinear systems with observation. A constant term, which arises from linearization of a given nonlinear system, is treated as a coefficient of a stable zero dynamics. The LQ control and the linear estimation theories are applied to each sectionwise linear system to make up this AACC.

**Keywords:** Nonlinear control, Zero dynamics, Augmented system, Linearization, Estimator

## 1. まえがき

我々が取り扱うシステムは線形システムと非線形システムに大別されるが、実在する多くのシステムは非線形システムである。線形システムに対しては、既存の線形制御理論を用いた制御系設計が容易である。一方、非線形システムに対しては、対象システムを直接に取り扱い非線形制御則を構成するのは一般に容易でない。そのためこれまで多くの非線形システム制御に関する研究がなされてきた。非線形システム制御法の一つに、定常点近傍で何らかの手段で線形化を行い線形制御理論を適用する手法がある。最も一般的な線形化の手段としては、Taylor 展開一次線形近似があげられる。しかしこの手法はシステムの動揺が比較的小さい、つまり非線形性の弱い系に対しては有効であるが、非線形性の強いシステムに対しては有効ではない<sup>1)–7)</sup>。

そこで本論文では非線形性の強いシステムに対しては非線形性を考慮して領域をいくつか分割し、それぞれの領域で Taylor 展開一次線形近似を行った。それらを自動抽出関数を用いて結合することにより全体の近似精度を向上させた。さらに、安定なゼロダイナミクスを用いて次元を拡大することにより、定数項のない拡大次元線形近似システムを構築した。また、実システムでは常に全状態変数の良好な観測が得られるとは限らない。そのような場合においても制御則の構成に必要な変数を得るために、推定器を用いた状態推定で対処した。以上の手法の有効性を、電力系統一機無限大母線系統の数値実験で確認した。

## 2. 完全観測時の拡大次元自動抽出制御法

### 2.1 概要

自動抽出制御法は、与えられた非線形システムの非線形性を考慮して分離関数を選び、領域を分割する。各小領域ごとに Taylor 展開一次近似を行い LQ 制御則を構成した後、シグモイド型自動抽出関数により各領域で有効な近似関数を抽出し、滑らかに結合して単

---

2007 年 8 月 20 日受理

\* 電気電子工学科

\*\* 博士前期課程電気電子工学専攻

ーフィードバック制御則を合成する手法である。しかしこの手法は Taylor 展開により定数項が生じる。この定数項の無限時間での影響に対処するため、定常状態にある原点で零となる、やっかいな非線形原点補正関数による補正が必要である。そこでここでは安定なゼロダイナミクス変数を導入した拡大次元システムに対し、自動抽出制御法を適用した、いわゆる拡大次元自動抽出制御法を合成する。本手法は自動抽出制御則合成時における、Taylor 展開定数項に上述のゼロダイナミクス変数を乗じ、拡大次元変数と見なす。これにより定数項のない拡大次元システムを構成し、自動抽出制御理論を適用して制御則を合成する手法である。

## 2.2 領域毎線形近似の拡大次元化 システムが次の非線形微分方程式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

で与えられる制御問題について考える。

ただし、

$$\begin{aligned} \cdot &= d/dt \\ x &= [x[1] \ \dots \ x[n]]^T : n \text{次元状態ベクトル} \\ u &= [u[1] \ \dots \ u[r]]^T : r \text{次元制御ベクトル} \\ f &: \text{連続微分可能な非線形 } n \text{次元ベクトル値関数} \\ g &: \text{連続微分可能な非線形 } n \times r \text{行列値関数} \\ f(0) &= 0, \quad g(0) \neq 0 \end{aligned}$$

である。

評価関数として二次形式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

を選ぶ。ただし、

$Q : n \times n$  準正定値対称行列

$R : r \times r$  正定値対称行列

右肩  $T$  は転置記号、右肩  $-1$  は逆行列記号である。

連続微分可能な  $L$  次元分離ベクトル値関数  $C : x \rightarrow R^L$  を導入し、その値域を  $D$  とする。次に領域  $D$  を  $M+1$  個の小領域に分割 ( $D = \cup_{i=0}^M D_i$ ) する。(1) 式に対し、各小領域  $D_i$  ごとに、 $\hat{x}_0 = 0$  および  $\hat{x}_i \in C^{-1}(D_i)$  点近傍での Taylor 展開線形化は、

$$\dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + w_i + B_i u \quad (3)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_i &= \partial f(\hat{x}_i) / \partial \hat{x}_i^T, \quad w_i = f(\hat{x}_i) - A_i \hat{x}_i, \\ B_i &= g(\hat{x}_i) \end{aligned}$$

である。ここで、安定なゼロダイナミクス変数  $x_{[n+1]}$  を導入し、定数項  $w_i$  に乗じて、(3) 式を次のように次元を拡大する。

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + w_i x_{[n+1]} + B_i u \\ \dot{x}_{[n+1]} = -\sigma_i x_{[n+1]} \end{cases} \quad (4)$$

$$(x_{[n+1]}(0) \simeq 1, \quad 0 < \sigma_i \ll 1)$$

すなわち (4) 式は、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u \\ &= \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_i u \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [x[1] \ \dots \ x[n] \ x_{[n+1]}]^T \\ \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} \quad (q \geq 0) \end{aligned}$$

である。これを拡大次元システムと呼ぶ。

## 2.3 領域毎最適制御則

各領域ごとに線形近似した場合、それぞれの制御則  $u_i(X)$  は完全観測の場合、次の (6) 式により求められる。

$$u_i(X) = -F_i X \quad (6)$$

(6) 式のゲイン  $F_i$  は以下の (18)(19) 式で与えられる。これを、全領域で連続した一つの制御則に合成するため、次の自動抽出関数を導入する。

## 2.4 自動抽出関数

前節では各領域  $D_i$  ごとに最適制御則  $u_i$  を求めた。隣り合った領域同士の制御則  $u_i$  を抽出し、つなぎ合わせることで、全領域の連続した制御則  $u(X)$  として扱う。このとき、領域が変わると同時に制御則を切り替えねばならない。そのためには、領域  $D_i = \prod_{j=1}^L [a_{ij}, b_{ij}]$  を抽出する関数が必要である。これは、抽出したい領域でほぼ 1、それ以外では 0 となるような関数である。

$$I_{iN}(x) = \begin{cases} 1 & \text{on } D_i \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (7)$$

しかし、(7) 式を満たすような解析関数は存在しないため、次のシグモイド型自動抽出関数で近似する。

$$I_{iN}(x) = \prod_{j=1}^L I_{iN}(x; j) \quad (8)$$

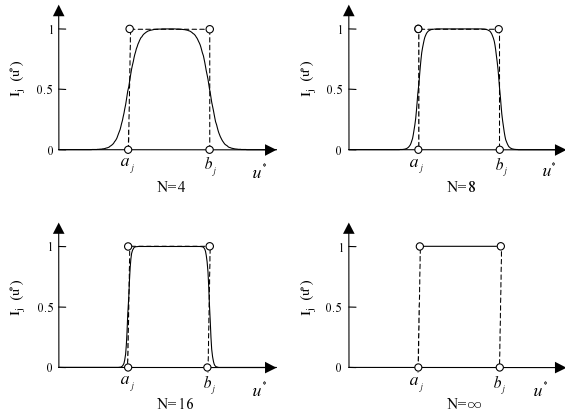


図 - 1 シグモイド型関数の概略図

$$I_{iN}(x; j) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(2N(C_j(x) - a_{ij})/h_j)} - \frac{1}{1 + \exp(-2N(C_j(x) - b_{ij})/h_j)} \quad (9)$$

ただし、 $N$  は自然数、 $h_i = (b_{ij} - a_{ij})/2$  である。

自動抽出関数は、 $N \rightarrow \infty$  で理想的なものに近づくが、実際の制御分野への適用では  $N = 8$  以下でも有効であることが以前の実験報告で検証されている。図 - 1 にシグモイド型関数の概略図を示す。

## 2.5 準最適制御則合成

各領域の最適制御則と自動抽出関数を乗じることで、次のフィードバック制御則が得られる。

$$u(X) = \sum_{i=0}^M u_i(X) I_{iN}(x) \quad (10)$$

これを全領域の完全観測時制御則と定義する。これは、領域毎に切り替えのない単一フィードバック制御則である。次に不完全観測時について考察する。

## 3. 不完全観測時の推定器を用いた拡大次元自動抽出制御法

次の非線形システムを考える。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (11)$$

$$y = cx + v$$

ここで、 $x$  は状態ベクトル、 $y$  は観測ベクトル、 $v$  は観測雑音である。

これをテラー展開一次近似すると

$$\dot{x} = A_i x + w_i + B_i u \quad (12)$$

$$y = cx + v$$

となる。さらに、安定なゼロダイナミクス変数を導入し次元を拡大すると

$$\dot{\hat{X}} = A_i \hat{X} + B_i u \quad (13)$$

$$Y = C\hat{X} + v$$

ただし、

$$Y = [y^T, x_{n+1}]^T, v = [v^T, \epsilon]^T \quad (\epsilon \cong 0)$$

である。

このとき、制御ベクトル  $u$  と観測ベクトル  $Y$  から状態推定値  $\hat{X}$  を与える推定器は次式で表される。

$$\dot{\hat{X}} = \sum_{i=0}^M \{A_i \hat{X} + B_i u + L_i(Y - C\hat{X})\} I_{iN}(\hat{x}) \quad (14)$$

ここでの推定器ゲイン  $L_i$  は次式で与えられる。

$$L_i = S_i C^T V^{-1} \quad (15)$$

推定器ゲイン  $L_i$  の中で用いられる  $S_i$  は、次のリカッチ代数方程式の解である。

$$A_i S_i + S_i A_i^T - S_i C^T V^{-1} C S_i + W = 0 \quad (16)$$

ただし、 $V$  と  $W$  は正定値対称行列である。

以上のシステムにおける制御則  $u(\hat{X})$  は、次式で表される。

$$u(\hat{X}) = - \sum_{i=0}^M F_i I_{iN}(\hat{x}) \hat{X} \quad (17)$$

(17) 式における  $F_i$  は、

$$F_i = R^{-1} B_i P_i \quad (18)$$

で、以下のリカッチ方程式の解として与えられる。

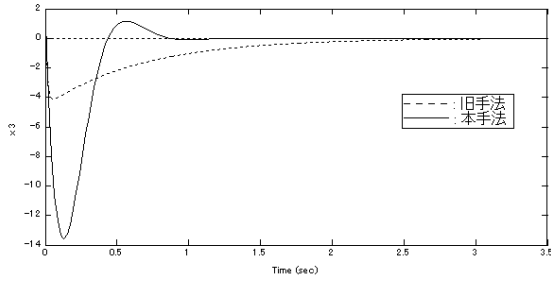
$$A_i^T P_i + P_i A_i - P_i B_i R^{-1} B_i^T P_i + Q = 0 \quad (19)$$

## 4. 数値シミュレーション

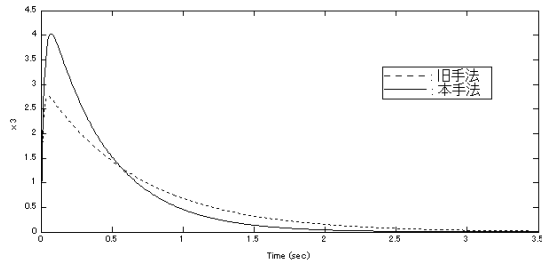
### 4.1 電力系統モデル

電力系統一機無限大母線系統の運動方程式は、次式で表される。

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D(\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_e(\delta) = P_{in}(1 + u) \quad (20)$$

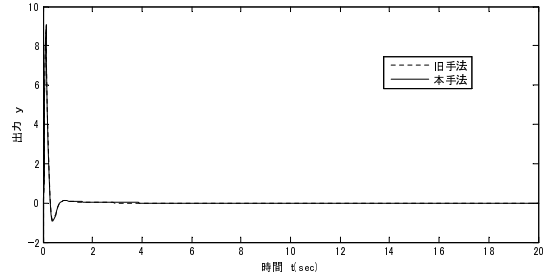


(a) 初期値  $x_1(0)=0, x_2(0)=3.0, x_3(0)=1.0$

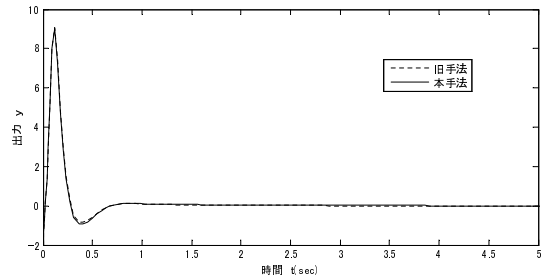


(b) 初期値  $x_1(0)=0, x_2(0)=-2.0, x_3(0)=0.5$

図 - 2 初期値に対する時間応答の比較図



(a) 初期値  $x_1(0)=0, x_2(0)=-1.0, x_3(0)=-2.0$



(b) 一部拡大

図 - 3 時間応答の比較図

$$P_e(\delta) = E_I^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E_I V Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta)$$

$$E_I + T_{d0}' \frac{dE_q'}{dt} = E_{fd}$$

$$E_I = E_q' + (X_d - X_d') I_d(\delta)$$

$$I_d(\delta) = -E_I Y_{11} \sin \theta_{11} - V Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta)$$

$$D(\delta) = V^2 \left\{ \frac{T_{d0}''(X_d' - X_d'')}{(X_d' + X_e)^2} \sin^2 \delta + \frac{T_{q0}''(X_q - X_q'')}{(X_q + X_e)^2} \cos^2 \delta \right\}$$

ここで、 $\delta$  : 発電機の相差角、 $P_{in}$  : 機械的入力、 $P_e(\delta)$  : 電氣的出力、 $M$  : 発電機慣性定数、 $D(\delta)$  : 制動係数、 $E_I$  : 内部誘起電圧、 $V$  : 基準点電圧、 $Y_{11} \angle \theta_{11}, Y_{12} \angle \theta_{12}$  : 機間アドミタンス、 $E_q'$  : 過渡リアクタンス背後電圧、 $E_{fd}$  : 界磁電圧、 $T_{d0}'$  : 直軸過渡時定数、 $T_{d0}''$  : 直軸短絡初期過渡時定数、 $T_{q0}''$  : 横軸短絡初期過渡時定数、 $I_d(\delta)$  : 直軸電流、 $X_d$  : 直軸同期リアクタンス、 $X_d'$  : 直軸過渡リアクタンス、 $X_d''$  : 直軸初期過渡リアクタンス、 $X_q$  : 横軸同期リアクタンス、 $X_q'$  : 横軸初期過渡リアクタンス、 $X_e$  : 外部リアクタンス、である。

状態ベクトルを  $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [E_I - \hat{E}_I, \delta - \hat{\delta}_0, \delta]^T$ 、観測方程式を  $y = x_3 + v$  とする。

系統定数と定常状態の各値は以下の通りである。

$M=0.016095$	$T_{d0}'=5.09907$	$V=1.0$
$P_{in}=1.2$	$X_d=0.875$	$X_d'=0.422$
$Y_{11}=1.04276$	$Y_{12}=1.03084$	$\theta_{11}=-1.56495$
$\theta_{12}=1.56189$	$X_e=1.15$	$X_d''=0.238$
$X_q=0.6$	$X_q''=0.3$	$T_{d0}''=0.0299$
$T_{q0}''=0.02616$	$\hat{E}_I=1.52243$	$\hat{\delta}_0=48.57$
$\dot{\hat{\delta}}_0=0.0$	$\hat{E}_{fd}=1.52243$	

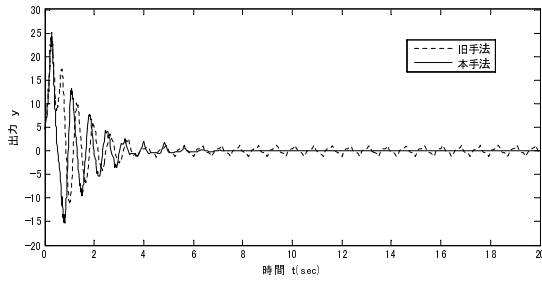
本手法における第1展開点は  $\hat{x}_0 = 0$ 、第2展開点は  $\hat{x}_1 = [0, 80^\circ - \hat{\delta}_0, 0]^T$  とした。

#### 4.2 シミュレーション実験 1

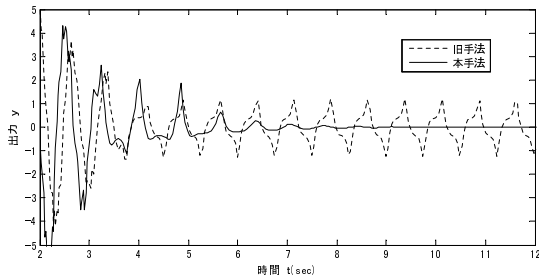
観測雑音  $v$  が平均=0、分散=1の白色雑音の場合について考察する。LQ制御を旧手法とし、本手法との、初期値に対する  $x_3$  の時間応答の比較を図 - 2 に示す。図 - 2 から、本手法の方が旧手法より早く収束していることが解る。

#### 4.3 シミュレーション実験 2

観測雑音  $v = 0$  の場合について考察する。旧手法と本手法との、初期値に対する出力  $y = x_3$  の時間応答の比較を図 - 3 に示す。初期値が  $x_2(0)=8.0, x_3(0)=5.0$  の場合に対する時間応答の比較を図 - 4 に示す。初期

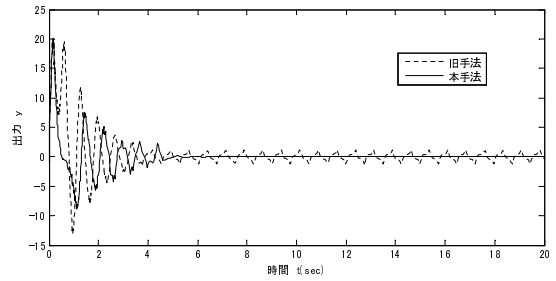


(a) 初期値  $x_1(0)=0, x_2(0)=8.0, x_3(0)=5.0$

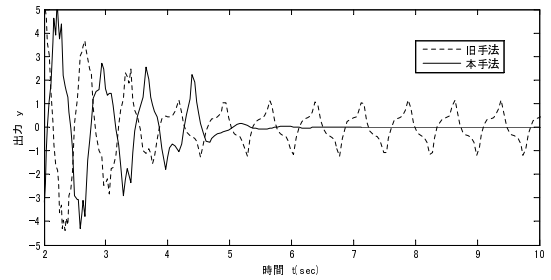


(b) 一部拡大

図 - 4 時間応答の比較図



(a) 初期値  $x_1(0)=0, x_2(0)=10.0, x_3(0)=-1.0$



(b) 一部拡大

図 - 5 時間応答の比較図

値が  $x_2(0)=10.0, x_3(0)=-1.0$  の場合に対する時間応答の比較を図 - 5 に示す。

図 - 3 から、原点付近では旧手法と本手法との制御結果にほとんど差がないことが確認できる。一方、図 - 4、図 - 5 から、 $y = x_3$  が正方向に原点からある程度離れた領域で、旧手法では零に収束せず振動してしまう場合においても、本手法が零に収束し安定している。これは、 $x_2(= \delta - \hat{\delta}_0)$  の正方向部分で新たに領域を一つ設け線形近似を行った結果であると考えられる。

## 5. あとがき

本報告においては、非線形性の強いシステムに対する制御法として、拡大次元自動抽出と推定器を用いたシステム制御を提案した。第 2 節において、システムの状態変数が完全に観測できる場合の拡大次元自動抽出制御則について述べた。さらに、システムの状態変数が完全に観測できない場合に対応するため、第 3 節では推定器を用いて状態推定を行い、それにより制御則を構成した。第 4 節において行った、電力系統一機無限大母線システムの運動方程式を用いた数値シミュレーション実験で、本手法の有効性が確認された。

今後の課題としては、時間応答だけではなく安定領域を測定、その領域を拡大させることや、他の様々なシステムに対する適用、最適な展開点の検討、分割する領域の検討などが挙げられる。

## 謝辞

本報告を完成するにあたり御協力頂いた鹿児島大学大学院生の小濱健吾氏に感謝致します。

## 参考文献

- 1) A. B. R. Kumar and E. Rechards, A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems, IEEE Trans. PAS-95, No.1, pp.243-247 (1976).
- 2) B. R. Barmish, Stabilization of Uncertain Systems via Linear Control, 35th IEEE CDC, pp. 3453-3458 (1996).
- 3) 縄田 俊則、非線形システムに対する拡大次元自動抽出制御法に関する研究、博士論文、鹿児島大学大学院理工学専攻システム情報工学専攻、鹿児島、59pp. (2003).
- 4) 深澤 英三郎、拡大次元による改良 Kumar 型非線形システム制御に関する研究、修士論文、鹿

児島大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻、  
鹿児島、22pp. (2005).

- 5) 梶原 健太郎、カルマンフィルタ併合の拡大次元自動抽出制御による安定領域拡大実験、卒業論文、鹿児島大学工学部電気電子工学科、鹿児島、17pp. (2005).
- 6) 高田 等、梶原 健太郎、八野 知博、カルマンフィルタと拡大次元手法を用いた非線形制御、第24回計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集、pp.19-20 (2005).
- 7) 高田 等、梶原 健太郎、八野 知博、オブザーバを併用した拡大次元自動抽出制御による非線形制御の数値実験、第25回計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集、pp.31-32 (2006).