定性的評価から定量的評価への換算について

木　下　卓　馬

On the Conversion from the Oualitative Evaluation to the Ouantitative Evaluation

Takuma KINOSIHITA

1 緒　言

評価の表現法に優，良，可，不可による方法が現在，大学で行われている。この方法は定性的な表現法であり，長所がある一面，短所もあるように思われる。短所の一つとして，学生の成績の順位を決めなければならない場合が生じたときに，この方法では決定しにくい事である。成績の順位を決めるには定性的に表現するよりも定量的に表現した方がよい。そこで定性的なものを定量的なものに換算する方法が考えられる。換算する事が可能な事は明かであるが，其の換算の仕方によつて，叉，比較の方法（平均によるか，総点によるか）によつて，順位に狂いが生ずる。次にこれについて述べる。勿論，優，良，可，不可の評価の仕方は各教師により，差はあろうが，一旦評価された優，良，可，不可は優は皆同一の価値，良は皆同一の価値，………として取扱う。

2 平均による順位の決定法

§ 2.1 定量化する方法により順位が入れ変る場合

優を a_1，良を b_1，可を c_1 に定量化した場合と，優を a_2，良を b_2，可を c_2 に定量化した場合とを考える。2人の学生 A，B のこれ等の取得単位数を夫々，x_1，y_1，z_1，x_2，y_2，z_2 とする。表で示せば次の通りである。

（イ）

	優	良	可
換　算　値	a_1	b_1	c_1
Aの取得単位数	x_1	y_1	z_1
Bの取得単位数	x_2	y_2	z_2

（ロ）

	優	良	可
換　算　値	a_2	b_2	c_2
Aの取得単位数	x_1	y_1	z_1
Bの取得単位数	x_2	y_2	z_2

（イ）の場合の A の平均値は $\dfrac{a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1}{x_1+y_1+z_1}$

B　〃　$\dfrac{a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2}{x_2+y_2+z_2}$

（ロ）の場合の A の平均値は $\dfrac{a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1}{x_1y_1+z_1}$

B　〃　$\dfrac{a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2}{x_2+y_2+z_2}$

(2.1.1)　$$\frac{a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1}{x_1+y_1+z_1}>\frac{a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2}{x_2+y_2+z_2}$$

及び

(2.1.2)　$$\frac{a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1}{x_1+y_1+z_1}<\frac{a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2}{x_2+y_2+z_2}$$

が成立する場合を考える。

(2.1.1) 及び (2.1.2) から

$$\frac{a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2}{x_2+y_2+z_2}>\frac{(a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1)(a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2)}{(x_2+y_2+z_2)(a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1)}$$

$$(a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1)(a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2)>(a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1)(a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2)$$

$$(a_2b_1-a_1b_2)(x_2y_1-x_1y_2)+(a_2c_1-a_1c_2)(x_2z_1-x_1z_2)+(b_2c_1-b_1c_2)(y_2z_1-y_1z_2)>0$$

故に少くとも

$a_2b_1>a_1b_2$, $a_2c_1>a_1c_2$, $b_2c_1>b_1c_2$,

及び　$x_2y_1>x_1y_2$, $x_2z_1>x_1z_2$, $y_2z_1>y_1z_2$

なるとき，即ち，少くとも

(2.1.3)　$$\frac{a_2}{a_1}>\frac{b_2}{b_1}>\frac{c_2}{c_1},\ 及び\frac{x_2}{x_1}>\frac{y_1}{y_2}>\frac{z_2}{z_1}$$

なるときは (2.1.1) 及び (2.1.2) が成立する。即ちこのときは順位が入れ変る。

§ 2.2　順位が入れ変らない場合

（イ） の場合に於て，A の平均値が B の平均値よりも大きいとき，（ロ） の場合にも A の平均値が B の平均値よりも大きい場合を考える。即ち

(2.2.1)　$$\frac{a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1}{x_1+y_1+z_1}>\frac{a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2}{x_2+y_2+z_2}$$

(2.2.2)　$$\frac{a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1}{x_1+y_1+z_1}>\frac{a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2}{x_2+y_2+z_2}$$

の二つの不等式が同時に成立する場合を考える。

(2.2.1) から $(a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1)(x_2+y_2+z_2)-(a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2)(x_1+y_1+z_1)>0$

(2.2.3)　$(a_1-b_1)(x_1y_2-x_2y_1)+(a_1-c_1)(x_1z_2-x_2z_1)+(b^1-c_1)(y_1z_2-y_2z_1)>0$

こゝに $a_1>b_1$, $a_1>c_1$, $b_1>c_1$ であるから

(2.2.4)　$x_1y_2>x_2y_1$, $x_1z_2>x_2z_1$, $y_1z_2>y_2z_1$

であれば (2.2.3) は成立つ。勿論これ以外の場合にも (2.2.3) が成立つ場合はある。(2.2.4) を書き直せば

(2.2.5)　$$\frac{x_1}{x_2}>\frac{y_1}{y_2}>\frac{z_1}{z_2}$$

このときは (2.2.2) は明かに成立つ。故に少くとも (2.2.5) が成立すれば (2.2.1) 及び (2.2.2) は同時に成立つ。即ち少くとも (2.2.5) が成立する場合は，順位に差が生じない。

3　総点による順位の決定法

§ 3.1　定量化する方法により，順位が入れ変る場合

(3.1.1)　$$a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1>a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2$$

(3.1.2)　$$a_2x_1+b_2y_1+c_2z_1<a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2$$

を同時に満足する場合を考える。

(3.1.1)　から　$$a_1(x_1-x_2)+b_1(y_1-y_2)+c_1(z_1-z_2)>0$$

(3.1.2)　から　$$a_2(x_1-x_2)+b_2(y_1-y_2)+c_2(z_1-z_2)<0$$

今，x，y，z を独立変数と考え

(3.1.3)　$$a_1x+b_1y+c_1z>0$$

(3.1.4)　$$a_2x+b_2y+c_2z<0$$

を考えれば二平面

(3.1.5)　$$a_1x+b_1y+c_1z=0$$

(3.1.6)　$$a_2x+b_2y+c_2z=0$$

の間に狭まれる空間の格子点((3.1.5) の上方と (3.1.6) の下方の空間の格子点）が (3.1.1) と (3.1.2) とを満足する。

(3.1.5), (3.1.6)のなす角を θ とすれば

(3.1.7)　$$\cos\theta=\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1{}^2+b_1{}^2+c_1{}^2}\ \sqrt{a_2{}^2+b_2{}^2+c_2{}^2}}$$

(3.1.3) 及び (3.1.4) を満足する空間の全空間の半分に対する比を P とすれば

(3.1.8)　$$P=\frac{\pi-\cos^{-1}\left(\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1{}^2+b_1{}^2+c_1{}^2}\ \sqrt{a_2{}^2+b_2{}^2+c_2{}^2}}\right)}{\pi}$$

x_1-x_2，y_1-y_2，z_1-z_2 は整数で然も有限ではあるが，(3.1.1) 及び (3.1.2) を満足させる確率は殆んど P に等しい。

§ 3.2　順位が不変の場合

(3.2.1)　$$a_1x_1+b_1y_1+c_1z_1>a_1x_2+b_1y_2+c_1z_2$$

(3.2.2)　$$a_2x_1+b_5y_1+c_2z_1>a_2x_2+b_2y_2+c_2z_2$$

が成立する場合を考える。

(3.2.1) から　$a_1(x_1-x_2)+b_1(y_1-y_2)+c_1(z_1-z_2)>0$……(3.2.1)′

(3.2.2) から　$a_2(x_1-x_2)+b_2(y_1-y_2)+c_2(z_1-z_2)>0$……(3.2.2)′

§ 3.1 の場合と同様にして，(3.2.1)′, (3.2.2)′ は二平面 $a_1x+b_1y+c_1z=0$, $a_2x+b_2y+c_2z=0$ の上方にある格子点である。此の二平面の交角を θ とすれば，$\cos\theta$ は (3.1.7) で与えられる。然して $a_1x+b_1y+c_1z>0$, 及び $a_2x+b_2y+c_2z>0$ を満足する空間の全空間の半分に対する比を P とすれば

$$P=\frac{\cos^{-1}\left(\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1{}^2+b_1{}^2+c_1{}^2}\ \sqrt{a_2{}^2+b_2{}^2+c_2{}^2}}\right)}{\pi}$$

である。従つて x_1-x_2，y_1-y_2，z_1-z_2 が (3.2.1) 及び (32.2) を満足させる確率は殆んど P に

等しい。

尙，$x_1>x_2$，$y_1>y_2$，$z_1>z_2$ なるときは常に（3.2.1）及び（3.2.2）が成立する。

4 一つの定量化に於いて平均値による順位と総点による順位との比較

§ 4.1 平均値による順位が同じで，尙総点による順位も同じの場合

	優	良	可
換　算　値	a	b	c
Aの取得単位数	X_1	Y_1	Z_1
Bの取得単位数	X^2	Y_2	Z_2

この場合は平均も同じ，総点も同じである。表示すれば左のようになる。

(4.1.1) $$\frac{ax_1+by_1+cz_1}{x_1+y_1+z_1}=\frac{ax_2+by_2+cz_2}{x_2+y_2+z_2}$$

(4.1.2) $ax_1+by_1+cz_1=ax_2+by_2+cz_2$

が同時に成立する場合を考える。此の二式から

(4.1.3) $(a-1)(x_1-x_2)+(b-1)(y_1-y_2)+(-1)(z_1-z_2)=0$

故に少くとも $x_1=x_2$，$y_1=y_2$，$z_1=z_2$ ならば(4.1.1) と (4..1.2) とが成立する。此の外にも (4.1.3) を満足する x_1，x_2，y_1，y_2，z_1，z_2 が存在する事は明かである。(4.1.3) を満足する x_1-x_2，y_1-y_2，z_1-z_2 は原点を通る平面 $(a-1)x+(b-1)y+(c-1)z=$ 上にある。

§ 4.2 平均値による順位と，総点による順位とが逆になる場合

(4.2.1) $$\frac{ax_1+by_1+cz_1}{x_1+y_1+z_1}<\frac{ax_2+by+cz_2}{x_2+y_2+z_2}$$

(4.2.2) $$ax_1+by_1+cz_1>ax_2+by_2+cy_2$$

(4.2.1) が成立つときに (4.2.2) が成立つための必要条件を求めると，(4.2.1) から

(4.23) $$ax_2+by_2+cz_2>\frac{ax_1+by_1+cz_1}{x_1+y_1+z_1}(x_2+y_2+z_2)$$

これを (4.2.2) に代入すれば

$$a_1x_1+by_1+cz_1>\frac{ax_1+by_1+cz_1}{x_1+y_1+z_1}(x_2+y_2+z_2)$$

(4.2.4) $\therefore\ x_1+y_1+z_1>x_2+y_2+z_2$

次に (4.2.1)，(4.2.2) を同時に満足する場合について考える。

(4.2.1) から

(4.2.5) $(a-b)(x_2y_1-x_1y_2)+(a-c)(x_2z_1-x_1z_2)+(b-c)(y_2z_1-y_1z_2)>0$

$a-b>0$，$a-c>0$，$b-c>0$ であるから，少くとも

$x_2y_1-x_1y_2>0$，$x_2z_1-x_1z_2>0$，$y_2z_1-y_1z_2>0$

即ち，

(4.2.6) $$\frac{x_2}{x_1}>\frac{y_2}{y_1}>\frac{z_2}{z_1}$$

が成立するときは，(4.2.5) 従つて，(4.2.1) が成立つ。(4.2.2) から

(4.2.7) $$a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)+c(z_1-z_2)>0$$

故に少くとも，$x_1>x_2$，$y_1>y_2$，$z_1>z_2$ 即ち，

(4.2.8)　$1>\frac{x_2}{x_1},\ 1>\frac{y_2}{y_1},\ 1>\frac{z_2}{z_1}$

が成立てば，(4.2.2) は成立つ。

故に (4.2.1)，(4.2.2) は，少くとも

(4.2.9)　$1>\frac{x_2}{x_1}>\frac{y_2}{y_1}>\frac{z_2}{z_1}$

が成立するときに，同時に成立する。

§4.3　平均値による順位と総点による順位とが入れ変らない場合

(4.3.1)　$\frac{ax_1+by_1+cz_1}{x_1+y_1+z_1}>\frac{ax_2+by_2+cz_2}{x_2+y_2+z_2}$

(4.3.2)　$ax_1+by_1+cz_1>ax_2+by_2+cz_2$

(4.3.1) から

(4.3.3)　$\frac{x_1}{x_2}>\frac{y_1}{y_2}>\frac{z_1}{z_2}$

(4.3.2) から

(4.3.4)　$x_1>x_2,\ y_1>y_2,\ z_1>z_2$

(4.3.3) 及び (4.3.4) を一緒にして

(4.3.5)　$\frac{x_1}{x_2}>\frac{y_1}{y_2}>\frac{z_1}{z_2}>1$

少くとも (4.3.5) が成立すれば，(4.3.1) 及び (4.3.2) が同時に成立する。

5　優，良，可の定量化についての感想

§5.1　優，良，可の定量化

優，良，可の定量化の問題として実際行われているものに，優を2，良を1，可を0.5とする方法がある。これは等比数列にとつたものである。察するに，可二単位で良一単位に相当し，良二単位で優一単位に相当しているという仮定のもとに此の値が考えられる。これは優を非常に高く換算しているように思われる。もともと優，良，可の評価の仕方は，先づ，100点満点で採点し，それを90点以上は優，云々というやり方できめるか，或は最初から優良可で表すかの方法が考えられるが，後者の場合でも前者の場合に帰一せしめられる。即ち，全部が出来れば優とするような場合は前者の100点に相当する。以下各場合についても同様である。故に優良可はもともと100点満点法による点数を換算したものと考えられ，その優良可を更に数に換算するのであるから，もとの100点満点による数に換算されれば理想的である。故にもとの点数になるだけ近くなるように，然も計算が便宜であるような簡単な数が望ましい事になる。

そこで，2，1，0.5による方法が果して妥当であろうか？　この場合，優を100とすれば良は50，可は25になる。又，良二単位が優一単位に相当する事からも優をあまり高く評価しているように思われる。そこで，優を90から100まで，良を60から89まで，可を30から59まで，と考える方が妥当ではなかろうか。即ちこの場合は優を3，良を2，可を1に換算するのである。これは等差数

列をなしている。又可二単位が良一単位，良三単位が優二単位に相当するのである。優，良，可をどのように定量化するかによつて，順位が入れ換る事がある事は §2.1，§3.1 で示した通りであるから，2，1，0.5 の換算による場合と，3，2，1 の換算による場合とでは順位が狂う危険がある。

§5.2 優，良，可を定量化しても，その平均によつて順位を定める事は危険である。

今，わかりやすくするために優を2，良を1，可を0.5に換算する場合を考える。

この事を証明するには例をあげれば十分である。

例1．或一人の学生が優を一単位，良を三単位，可を二単位とつたとする。この学生が二科目二単位の可を取るだけの努力を一科目一単位に集中して良を取り得る事は想像する事が出来る。即ち

（イ）

	優	良	可
単位数	1	3	2

（ロ）

	優	良	可
単位数	1	4	0

（イ）の場合の平均値は1，（ロ）の場合の平均値は1.2で，（ロ）の場合がよい事になる。然し，学生の能力，努力は前者（（イ）の場合），後者（（ロ）の場合）共に同じであると考えるべきであるから，これは不合理である。此の場合，総点は同じであるから，総点による方が適当である。

例2．二人の学生が夫々

（イ）

	優	良	可
単位数	1	3	0

（ロ）

	優	良	可
単位数	1	3	1

であつたとする。平均値によれば，（イ）は平均値1.25で，（ロ）は平均1.1となつて，（イ）が有利になるが，（ロ）の方が余分に単位をとつているから，これは矛盾である。この場合，総点によれば，前者5，後者5.5となり，総点の方が妥当である。

6 結　論

優良可の定量化に際して，定量化の仕方によつて，順位が狂う事がある事，又平均によるか，総点によるかの問題は，総点による方が妥当である事等を述べたが，我々が陥り易いのは，余りに平均を重視しすぎる事である。

其の場合に応じて，総ての面から妥当な方法を考えなければならない。尚 §2.1 と §3.1 との比較等の問題が残つているが，他日に譲る事にする。